Шимигонов Степан Романович М3232

Задание 1

Пусть $A = \{x \in E \,|\text{"}31415\text{"} \subset (x)_{10}\}$
Пусть A_n – множество чисел с "31415" с позиции n.
$A_0 = \{0.31415\}$
$A_1 = \{0.031415, 0.131415, \ldots, 0.931415\}$, и так далее
$|A_0| = \mu([0.31415, 0.31416)) = 10^{-5}$
$|A_1| = \mu(\cup_{i=0}^{9}[0.i31415, 0.i31416)) = 10^{-6} * 10$
$\ldots$
$|A_5| = \mu(\cup_{i=00000}^{999999}[0.i31415, 0.i31416)) = 10^{-10} \cdot (10^5 - 1)$ – появился один пропуск, тк есть повтор 0.3141531415 Дальше таких пропусков будет больше $=> |A_n| \to 0$ при $n \to \infty$

Как и в примере с мн-ом Кантора: $\forall \epsilon > 0 : \exists n : \lambda(A_n) < \epsilon =>$ по С-св-ву Лузина $f(x)$ измерима по Лебегу

Задание 2

Разделим мн-во значений $\sin(x)$ на E – $[-1; 1]$ на n частей, определеим $f_n(x)$

Рассмотрим участки монотонности $\sin(x)$ на E:

1. Участок $[0, \frac{\pi}{2}] \cup [\frac{3 \cdot \pi}{2}, 5]$ покроет $[\arcsin(\frac{2 \cdot i}{n} - 1), \arcsin(\frac{2 \cdot i + 2}{n} - 1))$
2. Участок $[\frac{\pi}{2}, \frac{3 \cdot \pi}{2}]$ покроет $[\arcsin(\frac{2 \cdot i + 2}{n} - 1), \arcsin(\frac{2 \cdot i}{n} - 1))$

Итого - $f(x) = \frac{2 \cdot i}{n} - 1$ будет требуемой последоветльностью простых функций, где i –

Задание 3

$\lim_{n \to \infty} \int_{[0,5]} f_n d\lambda =$ по Th. Леви $\int_{[0,5]} f d\lambda = \int_{[0,5]} f dx = \int_{[0,5]} \sin(x) dx = 1 - \cos(5)$

Задание 4

$F(x)$ - не убывает, а $\lceil x \rceil x$ огр слева $=>$ по опр задает меру Л-С

Задание 5

$\int_E f d\mu = \int_{[0,2]} f d\mu_f + \int_{[2,3]} f d\mu_f + \int_{[3,5]} f d\mu_f \approx -7.9211 \ldots$

Численный метод - в папке