

1. (a) $\{uabv | u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, |u| = |v|, u \neq v^R\}$

Данный язык не является регулярным, докажем это через отрицание условия леммы о накачке:

Возьмём $w = \underbrace{aa \dots a}_{n-1} ab \underbrace{bb \dots b}_{n-1}$, тогда можем взять $k = 0$ (аналогично заданию с ПСП), тогда, если $|y| = l$, то получим слово $\underbrace{aa \dots a}_{n-l} \underbrace{bb \dots b}_n \notin L$. Следовательно, язык не является регулярным.

- (b) $\{a^k c^m e^n | k \geq 0, n \geq 0, m = k + n + 1\}$

Данный язык не является регулярным, докажем это через отрицание условия леммы о накачке:

Возьмём $w = \underbrace{aa \dots a}_n \underbrace{cc \dots c}_{2n+1} \underbrace{ee \dots e}_n$, $k = 0$, тогда, если $|y| = l$, то получим слово $\underbrace{aa \dots a}_{n-l} \underbrace{cc \dots c}_{2n+1} \underbrace{ee \dots e}_n \notin L$. Следовательно, язык не является регулярным.

- (c) $\{a^n | \exists p \geq n : p \text{ prime and } p + 2 \text{ prime}\}$

Конечность количества пар простых чисел, отличающихся на 2 называется проблемой о простых числах-близнецах, которая на данный момент является не решённой. Но заметим, что данное утверждение может быть или верным, или неверным.

В первом случае, если количество пар простых чисел-близнецов конечно, то мы можем взять максимальное p_{max} простое, такое, что $p_{max} + 2$ тоже является простым и построить регулярку: $\underbrace{(a|\varepsilon)(a|\varepsilon) \dots (a|\varepsilon)}_{p_{max}}$.

В случае же, если пар простых чисел-близнецов бесконечное количество, то наш язык содержит слова, состоящие из любого количества символов a , то есть мы можем написать регулярку a^*

2.