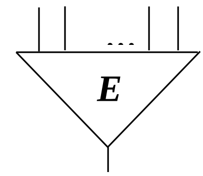
Схемы из функциональных элементов и задержек.

Функциональным элементом называется устройство, имеющее n упорядоченных отрезков вверху, которые называются *входами* и один отрезок внизу, называемый *выходом* функционального элемента.

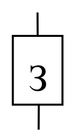


Функциональный элемент изображается так:

На входы функционального элемента могут подаваться сигналы двух типов, причём при подаче набора сигналов на входы функционального элемента, на выходе мгновенно возникает сигнал одного из этих типов, причём каждый набор входных сигналов однозначно определяет значение выходного сигнала.

Элементом задержки или просто *задержкой* называется конечный автомат, имеющий два внутренних состояния, входной и выходной алфавиты которого имеют по два символа и совпадают, и который осуществляет задержку входного сигнала на один такт времени.

Элемент задержки изображается так:



Верхний отросток называется *входом*, а нижний - *выходом* элемента задержки.

Будем обозначать символы входного, выходного алфавитов и внутренние состояния символами 0 и 1.

Запишем канонические уравнения элемента задержки:

$$\begin{cases} q(t) = x(t); \\ y(t) = q(t-1). \end{cases}$$

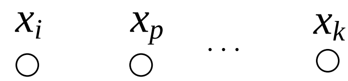
Пример 1: Рассмотрим работу элемента задержки над словом 00101:

З	0	0	1	0	1	
-	0	0	1	0	1	
	-	0	0	1	0	1

Полюсами называется упорядоченный набор кружков, помеченных символами различных переменных.

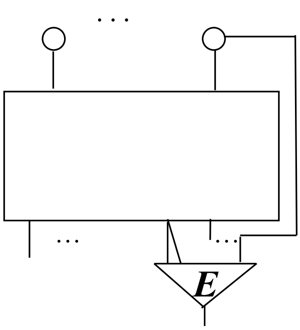
Схема из функциональных элементов и элементов задержки определяется индуктивно:

а) совокупность полюсов (кружков, помеченных символами переменных) есть *схема*; все полюсы являются её *вершинами*;

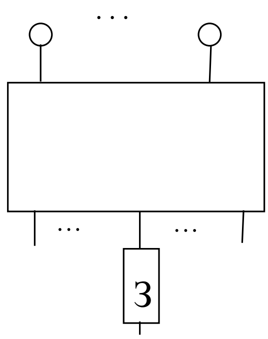


а)

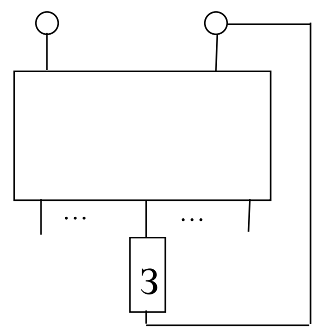
б) результат присоединения к вершинам схемы всех входов некоторого элемента (функционального элемента или элемента задержки) есть *схема*; *вершинами* новой схемы являются все вершины исходной схемы и выход присоединённого элемента, а *полюсами* – все полюсы исходной схемы;



б$_1$)



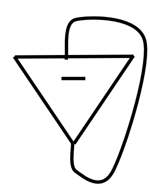
б$_2$)



в)

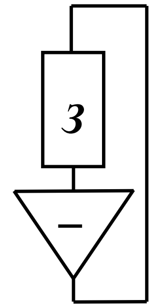
в) результат присоединения выхода задержки к некоторому полюсу x_i есть *схема*; её *вершинами* являются все вершины исходной схемы, за исключением x_i, а *полюсами* – все полюсы исходной схемы, кроме x_i. Операция, соответствующая пункту в), называется *введением обратной связи*.

Заметим, что конструкция г) не является корректной, так как при подаче на вход, например 1, на выходе мгновенно возникает 0 и подаётся на вход, и становится непонятным значение сигнала на входе функционального элемента.



г)

Конструкция д) является корректной, так как включение элемента задержки в цепочку обратной связи снимает противоречие, возникавшее в конструкции г).



д)

При подаче на вход функционального элемента, например, сигнала 1, на его выходе мгновенно появляется сигнал 0, который подаётся на вход элемента задержки, и через один такт времени на выходе элемента задержки появляется сигнал 0, который и подаётся на вход функционального элемента.

Конструкция д) называется *схемой звонка*.

В схеме выделяется некоторое множество вершин, которые объявлены *выходами схемы*.

В соответствии с построением схемы каждой вершине может быть сопоставлена функция, указывающая значение, приписанное этой вершине в момент времени t, а каждой задержке дополнительно – её состояние в момент t.

Приписывание функций осуществляется следующим образом:

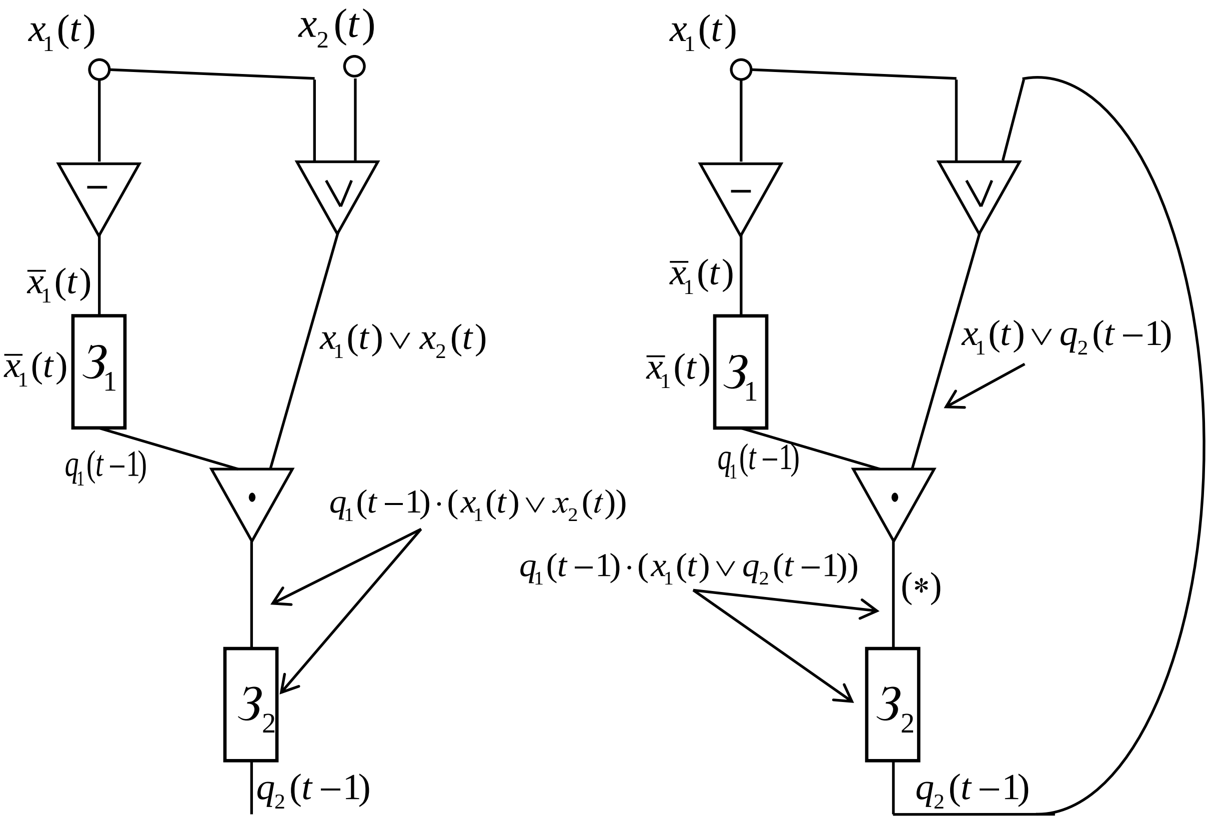
а) Полюсу x_i приписывается функция $x_i(t)$, значения которой равны значениям переменной x_i в моменты времени $t = 0, 1, 2...$;

б$_1$) Если всем вершинам, к которым присоединены входы функционального элемента ***E*** уже приписаны функции, причём вершине, к которой подсоединён i - тый вход элемента ***E***, приписана функция $f_i(t)$, а $\varphi_E(y_1, y_2, ..., y_k)$ есть функция элемента ***E***, то его выходу приписывается функция $\varphi_E(f_1(t), f_2(t), ..., f_k(t))$;

б$_2$) Если элемент задержки ***З$_j$*** присоединён к вершине, которой приписана функция $f(t)$, то в качестве функции $q_j(t)$, указывающей состояние элемента задержки, берётся $f(t)$, а выходу задержки приписывается функция $q_j(t-1)$;

в) Если обратная связь образована отождествлением выхода задержки ***З$_j$*** и полюса x_i, то в функциях, приписанных вершинам и состояниям задержек, функция $x_i(t)$ всюду, где она появляется, заменяется на $q_j(t-1)$.

Пример 2: Рассмотрим схему с приписанными к вершинам функциями:



Выходом схемы можно объявить выход функционального элемента конъюнкция (помечен символом $(*)$).

Анализ схем из функциональных элементов и задержек.

Каждой схеме из функциональных элементов и задержек можно сопоставить конечный автомат.

Пример 3: Покажем это для схемы из функциональных элементов и задержек примера 2.

Запишем систему:
$$\begin{cases} y(t) = q_1(t-1)\cdot(x_1(t)\vee q_2(t-1)); \\ q_1(t) = \overline{x}_1(t); \\ q_2(t) = q_1(t-1)\cdot(x_1(t)\vee q_2(t-1)). \end{cases} \quad \textbf{(1)}$$

Обозначим: $q_2(t-1)=q_2^{'}$, $q_1(t-1)=q_1^{'}$, $x_1(t)=x$, $y(t)=y$.

Система (1) примет вид; $\begin{cases} y=q_1^{'}\cdot(x\vee q_2^{'}); \\ q_1=\overline{x}; \\ q_2=q_1^{'}\cdot(x\vee q_2^{'}). \end{cases}$ **(2)**

Запишем таблицы функций q_1, q_2 и y в виде карт Карнау:

$y=q_2$:

$x \backslash q_1^{'}q_2^{'}$	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	0	1	1

q_1:

$x \backslash q_1^{'}q_2^{'}$	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0

Запишем сборную таблицу всех трёх функций, отделяя значения функции *y* запятой:

$x \backslash q_1^{'}q_2^{'}$	00	01	11	10
0	10,0	10,0	11,1	10,0
1	00,0	00,0	01,1	01,1

(3)

Введём обозначения: 00~1, 01~2, 11~3, 10~4, тогда таблица (3) примет вид:

$A \backslash Q$	1	2	3	4
0	4,0	4,0	3,1	4,0
1	1,0	1,0	2,1	1,1

(3)

Таблица (3) представляет таблицу состояний конечного автомата с входным и выходным алфавитом $\{0;1\}$ и множеством внутренних состояний $\{1;2;3;4\}$.

Синтез схем из функциональных элементов и задержек.

Для каждого конечного автомата можно построить схему из функциональных элементов и задержек, реализующую данный автомат.

Покажем это на примере дешифратора.

Дешифратором называется инициальный конечный автомат, выходным алфавитом которого является множество $\{0,1\}$, причём на вход подаётся бесконечная последовательность символов некоторого алфавита и символ 1 печатается в том и лишь в том случае, если в данный момент времени считывающее устройство автомата обозревает последний символ уже считанного слова α, фиксированного для данного автомата, а на ленте записано слово, в которое входит α. Слово α называется *кодовой комбинацией* этого автомата.

Пример 4:

Пусть входной алфавит $A=\{x,y\}$, а кодовая комбинация $\alpha = xxyx$. Составим диаграмму состояний дешифратора, содержащего 4 внутренних состояния 1, 2, 3, 4 (по количеству символов кодовой комбинации).

Пусть начальное состояние – 1. Определим $\lambda(x,4)=1$, для остальных случаев значение функции выходов равно 0.

Функцию переходов зададим следующим образом:

$\delta(x,1)=2,\ \delta(y,1)=1.$

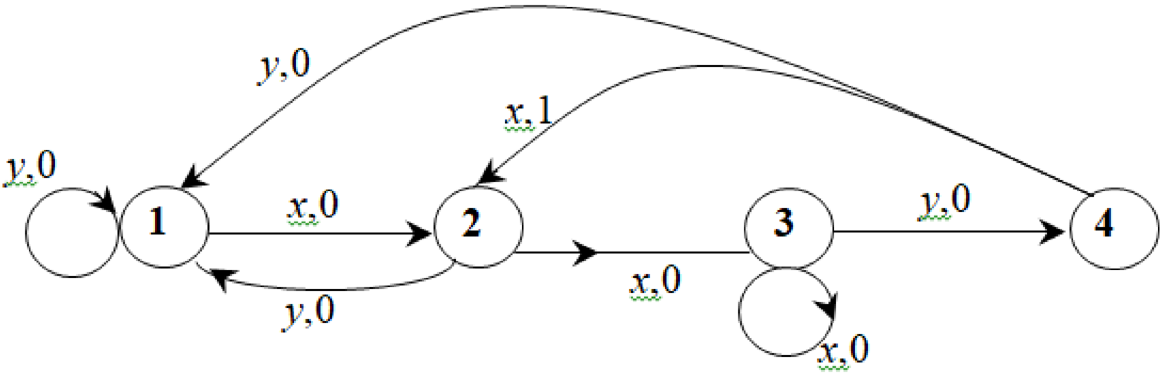
В дальнейшем, если $x_1x_2...x_k \quad (k\neq 8)$ - начало кодовой комбинации, то $\delta(x_k,k)=k+1$, в остальных случаях $\delta(x_k,k)=p$, где p - наименьший номер состояния, такой, что слово $x_p x_{p+1}...x_k$ является начальным отрезком кодовой комбинации.

Получаем: $\delta(y,1)=1,\ \delta(x,1)=2,\ \delta(y,2)=3,\ \delta(x,2)=2,$ т.к. в слове xx последний символ может служить началом кодовой комбинации, а при получении одного символа кода мы переходим во 2 состояние.

Далее имеем: $\delta(y,3)=4,\ \delta(x,3)=2,$ т.к. в слове xyx последний символ может служить началом кодовой комбинации, а при получении одного символа кода мы переходим во 2 состояние.

И, наконец, $\delta(y,4)=1,\ \delta(x,4)=2.$

Диаграмма состояний будет иметь вид:



Теперь запишем таблицу состояний дешифратора:

A \ Q	1	2	3	4
x	2,0	3,0	3,0	2,1
y	1,0	1,0	4,0	1,0

(4)

Проведём шифровку всех символов в двоичные коды:
x~0, y~1, 00~1, 01~2, 11~3, 10~4, тогда таблица (4) примет вид:

x \ $q_1'q_2'$	00	01	11	10
0	01,0	11,0	11,0	01,1
1	00,0	00,0	10,0	00,0

(5)

Выпишем отдельно таблицы для функций q_1, q_2 и y в виде карт Карнау и найдём формулы, реализующие эти функции.

q_1:

x \ $q_1'q_2'$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	1	0

q_2:

x \ $q_1'q_2'$	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0

y:

x \ $q_1'q_2'$	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	0	0	0	0

$q_1 = \bar{x}\cdot q_2' \vee q_1'\cdot q_2' = (\bar{x} \vee q_1')\cdot q_2'$;

$q_2 = \bar{x}$;

$y = \bar{x}\cdot q_1'\cdot \bar{q}_2'$.

Изобразим схему из функциональных элементов и задержек, реализующую автомат (4):