

ТЕМА 1. Неопределённый интеграл.

1. Определение точной и обобщённой первообразной. Примеры.
2. Теорема об общем виде первообразной (с док-ом).
3. Определение неопределённого интеграла.
4. Простейшие свойства неопределённого интеграла: связь между дифференцированием и интегрированием, линейность.
5. Таблица простейших интегралов.
6. Основные методы интегрирования: теоремы о замене переменной и интегрировании по частям (с док-ом).
7. Разложение правильной рациональной дроби в сумму простейших дробей.
8. Интегрирование простейших рациональных дробей. Теорема об интегрировании рациональной функции. (без док-ва)
9. Интегрирование некоторых иррациональностей: дробно-линейных иррациональностей, квадратичных иррациональностей (подстановки Эйлера), дифференциальных биномов (подстановки Чебышёва).

ТЕМА 2. Интеграл Римана.

10. Определение интеграла Римана: интегральная сумма, предел интегральных сумм, интегрируемая по Риману функция, геометрический смысл интеграла Римана, теорема о необходимом условии интегрируемости (с док-ом).
11. Суммы Дарбу: верхняя и нижняя суммы, их свойства (связь между суммами Дарбу и интегральными суммами, изменение сумм Дарбу при измельчении разбиения промежутка интегрирования (с док-ом).
12. Классы интегрируемых функций: критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу (с док-ом), интегрируемость непрерывных функций (с док-ом), интегрируемость некоторых разрывных функций (без док-ва), интегрируемость ограниченных монотонных функций (с док-ом).
13. Свойства интеграла Римана, выражаемые равенствами: линейность, (с док-ом) аддитивность (с док-ом), интегрируемость по любому подотрезку (без док-ва).
14. Свойства интеграла Римана, выражаемые неравенствами: неотрицательность интеграла от неотрицательной функции (с док-ом), интегрирование неравенств (с док-ом), неравенство с модулем от интеграла (с док-ом).
15. Обобщенная теорема о среднем значении определенного интеграла и ее следствия (с док-ом).
16. Интеграл с переменным верхним (нижним) пределом: определение, непрерывность (с док-ом), дифференцируемость (с док-ом), теорема о существовании первообразной у непрерывной функции (с док-ом).
17. Формула Ньютона-Лейбница (с док-ом).
18. Основные методы вычисления определенного интеграла: по определению, формула Ньютона Лейбница, замена переменной в определенном интеграле (внесение под знак дифференциала, подстановка) (с док-ом), интегрирование по частям (с док-ом), интегрирование четных/нечетных функций по симметричному промежутку (с док-ом), интегрирование периодических функций (с док-ом).

ТЕМА 3. Приложения определенного интеграла (всё с док-ом).

19. Площадь криволинейной трапеции в декартовой системе координат, площадь

криволинейного сектора в полярных координатах.

20. Вычисление объема тела по известным площадям поперечных сечений. Объем тела вращения.

21. Определения плоской кривой, кратных точек, простой кривой, замкнутой кривой, спрямляемой кривой. Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями, явно, уравнением в полярной системе координат.

ТЕМА 4. Несобственные интегралы.

22. Определение несобственных интегралов 1го и 2го рода. Интегралы Дирихле 1го и 2го рода. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. (всё с док-ом)

23. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Признаки сравнения (общий и предельный). (всё с док-ом)

24. Несобственные интегралы от знакопеременных функций. Условно и абсолютно сходящиеся интегралы. Признаки Дирихле и Абеля сходимости несобственных интегралов (без доказательства).

ТЕМА 5. Числовые ряды.

25. Понятие ряда, частичной суммы, сходимости ряда, суммы ряда. Остаток ряда, взаимосвязь между сходимостью ряда и сходимостью его остатка.

26. Необходимое условие сходимости ряда. Сходимость суммы сходящихся рядов, произведения сходящегося ряда на число. Критерий Коши сходимости ряда, расходимость гармонического ряда. (всё с док-ом)

27. Ряды с неотрицательными членами: общий и предельный признаки сравнения, радикальный признак Коши, признак Даламбера, интегральный признак. (всё с док-ом)

28. Знакопередающиеся ряды: признак Лейбница. Оценка остатка знакопередающегося ряда. (всё с док-ом)

29. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признаки Дирихле (без док-ва) и Абеля (с док-вом) сходимости знакопеременных рядов. (без док-ва)

30. Переместительное и сочетательное свойства рядов. Теоремы о перестановке членов в абсолютно и условно сходящихся рядах. (без док-ва)

ТЕМА 6. Функциональные ряды.

31. Множество сходимости (абсолютной, условной) сходимости ф. ряда.

32. Понятие равномерно сходящегося ф. ряда.

33. Основные свойства равномерно сходящихся ф. рядов: теоремы о непрерывности суммы, о почленном интегрировании и дифференцировании. (всё с док-ом)

34. Признаки равномерной сходимости ф. рядов: критерий Коши и его следствие (необходимое условие равн. сходимости ф. рядов) (всё с док-ом), признак Вейерштрасса (с док-ом), признак Абеля (без док-ва).

35. Степенные ряды: первая теорема Абеля и ее следствие (всё с док-ом), определение радиуса и интервала сходимости, вторая теорема Абеля (о равн-ой сходимости степенного ряда с док-ом).

36. Свойства суммы степенного ряда: непрерывность суммы степенного ряда, почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов (всё с док-ом).

37. Ряд Тейлора: определение ряда Тейлора, Маклорена, теорема о представлении бесконечно дифференцируемой функции степенным рядом и ее следствие (единственность такого представления) (всё с док-ом), теорема о разложении в ряд

Тейлора функции (с **ДОК-ВОМ**).

38. Разложение в степенной ряд некоторых элементарных функций: $\sin x$, $\cos x$, e^x , $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$, $\operatorname{arctg} x$, $\arcsin x$. (**с ДОК-ОМ**)
39. Ряд Фурье. Определение, лемма Римана, принцип локализации Римана, теорема Дирихле. (все без док-ва)
40. Интеграл Эйлера 1 рода (Бета-функция): определение и простейшие свойства (с док-ом).
41. Интеграл Эйлера 2 рода (Гамма-функция): определение и простейшие свойства (с док-ом).

Задачи.

1. Вычисление неопределенных, определенных, несобственных интегралов.
2. Вычисление площадей, объёмов, длин кривых.
3. Исследование несобственных интегралов на сходимость (абсолютную, условную).
4. Вычисление суммы числового ряда по определению.
5. Исследование числовых рядов на сходимость (абсолютную, условную) с помощью различных признаков сходимости.
6. Множество сходимости (абсолютной, условной) функциональных рядов.
7. Исследование функциональных рядов на равномерную сходимость по определению, с помощью мажорантного признака.
8. Интервал и радиус сходимости степенных рядов.
9. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
10. Разложение функций в степенные ряды.
11. Разложение в ряд Фурье.