Теория погрешностей

Принято различать прямые и косвенные измерения. При прямом измерении производится непосредственное сравнение величины измеряемого объекта с величиной единичного объекта. В результате искомая величина находится прямо по показаниям измерительного прибора, например, сила тока - по отклонению стрелки амперметра, вес - по растяжению пружинных весов и т.д. Однако гораздо чаще измерения проводят косвенно, например, площадь прямоугольника определяют по измерению длин его сторон, электрическое сопротивление - по измерениям силы тока и напряжения и т.д. Во всех этих случаях искомое значение измеряемой величины получается путем соответствующих расчетов.

Погрешности физических измерений принято подразделять на систематические, случайные и грубые.

Систематические погрешности вызываются факторами, действующими одинаковым образом при многократном повторении одних и тех же измерений. Систематические погрешности скрыты в неточности самого инструмента и неучтенных факторах при разработке метода измерений. Обычно величина систематической погрешности прибора указывается в его техническом паспорте.

Случайные погрешности обязаны своим происхождением ряду причин, действие которых неодинаково в каждом опыте и не может быть учтено. Они имеют различные значения даже для измерений, выполненных одинаковым образом, то есть носят случайный характер.

Третий тип погрешностей - грубые погрешности или промахи. Под грубой погрешностью измерения понимается погрешность, существенно превышающая ожидаемую при данных условиях. Она может быть сделана вследствие неправильного применения прибора, неверной записи показаний прибора, ошибочно прочитанного отсчета, неучета множителя шкалы и т.п.

Если произвести n- измерений некоторой физической величины x, то получим ряд значений x_1, x_2, $x_3,\ldots,x_n$. Тогда среднее арифметическое значение этого ряда измерений

$$x_{ср} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (1)$$

В теории вероятности доказано, что при неограниченном числе измерений $n \to \infty$ и предел среднего значения является истинным значением измеряемой величины $\langle x \rangle$, т.е.

$$x_{ист} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\,. \qquad (2)$$

Очевидно, что истинное значение отличается от среднего, поэтому необходимо указывать интервал, в пределах которого может оказаться истинное значение измеряемой величины, т.е.

$$x_{ср} - \Delta x \le x_{ист} \le x_{ср} + \Delta x\ . \qquad (3).$$

Величина Δx является погрешностью или абсолютной ошибкой измерений, а интервал – доверительным интервалом, который записывается в виде:

$$x = x_{ср} \pm \Delta x. \qquad (4)$$

Относительная ошибка определяется как $\varepsilon = 100\% \cdot \Delta x / x_{ср}$.

Основной характеристикой разброса случайной величины является среднеквадратичная ошибка измерений σ_x, определяемая следующим образом:

$$\sigma_x = \lim_{n\to\infty} S_n, \text{ где } \quad S_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ср} - x_i\right)^2}{n-1}}\ .$$

Если число измерений в опыте конечно, то в качестве среднеквадратичной ошибки используют величину $S_x = S_n / \sqrt{n}$ - фундаментальный закон возрастания точности при увеличении числа измерений в опыте.

Тогда, абсолютная ошибка прямых измерений будет определяться следующим образом $\Delta x_{сл} = t_{\alpha,n} S_x$, где $t_{\alpha,n}$- коэффициенты Стьюдента. Таким образом доверительный интервал запишется в виде:

$$x = x_{ср} \pm t_{\alpha,n} S_x. \qquad (5)$$

Для каждого доверительного интервала принято записывать доверительную вероятность α. Доверительная вероятность – показывает вероятность нахождения истинного значения измеряемой величины в пределах данного доверительного интервала. Тогда, окончательный ответ записывается следующим образом:

$$x = x_{ср} \pm \Delta x_{сл}, \text{ при } \alpha = \ . \qquad (6)$$

При измерениях также необходимо учитывать приборную ошибку, вызванную округлением отсчета и ошибкой показаний из-за несовершенства прибора, т.е.

$$\sigma^2_{приб} = \frac{\Delta^2}{9} \approx 0{,}1\Delta^2, \qquad (7)$$

где Δ - цена деления прибора.

Для прямых однократных измерений среднеквадратичная ошибка рассчитывается по формуле (7) и доверительная вероятность не указывается. Таким образом, общая абсолютная ошибка вычисляется следующим образом:

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x^2_{сл} + \sigma^2_{приб}},$$

а окончательный ответ:

$$x = x_{ср} \pm \Delta x, \text{ при } \alpha = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

В случае косвенных измерений вычисление погрешности сводится к определению погрешности функции многих переменных по известным погрешностям её отдельных элементов. Т.е. если некоторая физическая величина определяется как функция нескольких переменных $y = f(x_1, x_2, ..x_n)$, то

$$\Delta y = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..\bar{x}_n)\sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\right)^2 \Delta x_1^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\right)^2 \Delta x_2^2 + \ldots + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_n}\right)^2 \Delta x_n^2}. \qquad (8)$$

Тогда окончательный ответ примет вид:

$$y = y_{ср} \pm \Delta y, \text{ при } \alpha = \ldots..$$

(титульный лист)

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

«Изучение методики расчета погрешностей при определении плотности твердого тела правильной геометрической формы»

Выполнил:
студент группы 1262
Иванов И.И.
Проверил:
доц. кафедры физики
Шацкий А.В.

(обратная сторона титульного листа)

Цель работы: изучить методику расчета погрешностей при прямых и косвенных измерениях на примере определения плотности тела правильной геометрической формы.

(основные формулы или закон, расчетные формулы, таблицы)

$\rho = m/V$ - плотность тела.

Для тела цилиндрической формы: $V = \dfrac{\pi d^2 H}{4}$

Цена деления: $\Delta_m =$ г. Тогда $\Delta m^2 = 0{,}1 \cdot (\Delta_m)^2$ $m =$

№ п/п	d_i, *мм*	$(d_i - d_{ср})^2$, *мм*^{2}	H_i, *мм*	$(H_i - H_{ср})^2$, *мм*^{2}
1				
2				
3				
4				
5				
	$d_{ср} =$		$H_{ср} =$	

$\rho_{ср} = \dfrac{4m}{\pi d_{ср}^2 H_{ср}}$ - среднее значение плотности материала цилиндра, $\pi = 3{,}1416$.

Δm - определяем как ошибку прямых однократных измерений,

Δd и ΔH - как ошибку прямых многократных измерений, по формулам $\Delta d = \sqrt{\Delta d_{сл}^2 + \sigma_{d\,приб}^2}$ и $\Delta H = \sqrt{\Delta H_{сл}^2 + \sigma_{H\,приб}^2}$, где $\Delta d_{сл} = t_{\alpha,n} S_d$ и $\Delta H_{сл} = t_{\alpha,n} S_h$.

$\Delta\rho$ - определяем как ошибку косвенных измерений, в соответствии с выражением (8).

$$\Delta\rho = \rho_{ср}\sqrt{\frac{\Delta m^2}{m^2} + 4\frac{\Delta d^2}{d_{ср}^2} + \frac{\Delta H^2}{H_{ср}^2}}$$

Окончательный результат записывается в следующем виде:

$$\rho = \rho_{cp} \pm \Delta\rho \text{, при } \alpha =$$

Вывод:

Контрольные вопросы

1. Какие бывают виды измерений? Охарактеризуйте их и приведите примеры.

2. Какие виды ошибок (погрешностей) вы знаете? Охарактеризуйте их.

3. Что называется доверительным интервалом?

4. Что показывает доверительная вероятность?

5. Запишите алгоритм подсчета ошибки при прямых многократных измерениях.

6. Запишите выражение, которым определяется погрешность прямых однократных измерений.