

ОСНОВНЫЕ ТАВТОЛОГИИ АЛГЕБРЫ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

1. Закон исключения третьего $P \vee \neg P$.
2. Закон отрицания противоречия $\neg(P \wedge \neg P)$.
3. Закон двойного отрицания $\neg\neg P \leftrightarrow P$.
4. Закон тождества $P \rightarrow P$.
5. закон контрапозиции $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$.
6. Правило цепного заключения $[(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)] \rightarrow (P \rightarrow R)$.
7. Закон противоположности $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \leftrightarrow \neg Q)$.
8. Правило добавления антецедента («истина из чего угодно») $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$.
9. Правило исключения антецедента («ложь из чего угодно») $\neg P \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)$.
10. Правило перестановки посылок $[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \leftrightarrow [Q \rightarrow (P \rightarrow R)]$.
11. Правило объединения или разъединения посылок $[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \leftrightarrow [(P \wedge Q) \rightarrow R]$.
12. Правило разбора случаев $[(P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow R)] \leftrightarrow [(P \vee Q) \rightarrow R]$.
13. Правила приведения к абсурду $[(\neg P \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow \neg Q)] \rightarrow P$, $[\neg P \rightarrow (Q \wedge \neg Q)] \rightarrow P$.

ПРОИЗВОДНЫЕ (ВТОРИЧНЫЕ) ТАВТОЛОГИИ АЛГЕБРЫ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

СВОЙСТВА КОНЪЮНКЦИИ И ДИЗЪЮНКЦИИ

1. Закон идемпотентности

$$(P \wedge P) \leftrightarrow P,$$

$$(P \vee P) \leftrightarrow P$$

2. Закон упрощения

$$(P \wedge Q) \rightarrow P,$$

$$P \rightarrow (P \vee Q)$$

3. Закон коммутативности

$$(P \wedge Q) \leftrightarrow (Q \wedge P),$$

$$(P \vee Q) \leftrightarrow (Q \vee P)$$

4. Закон дистрибутивности

$$[P \wedge (Q \vee R)] \leftrightarrow [(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)],$$

$$[[P \vee (Q \wedge R)] \leftrightarrow [(P \vee Q) \wedge (P \vee R)]$$

5. Закон поглощения

$$[P \wedge (P \vee Q)] \leftrightarrow P,$$

$$[P \vee (P \wedge Q)] \leftrightarrow P$$

6. Закон де Моргана

$$\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q),$$

$$\neg(P \vee Q) \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$$

СВОЙСТВА ИМПЛИКАЦИИ И ЭКВИВАЛЕНЦИИ

1. $[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \rightarrow [(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)]$

2. $P \rightarrow [Q \rightarrow (P \wedge Q)]$

3. $(P \rightarrow R) \rightarrow \{(Q \rightarrow R) \rightarrow [(P \vee Q) \rightarrow R]\}$

4. $(P \rightarrow Q) \rightarrow [(P \rightarrow \neg Q) \rightarrow \neg P]$

5. $[\neg Q \wedge (P \rightarrow Q)] \rightarrow \neg P$

6. $[\neg P \wedge (P \vee Q)] \rightarrow Q$

7. $(P \rightarrow Q) \rightarrow [(P \vee R) \rightarrow (Q \vee R)]$

8. $(P \rightarrow Q) \rightarrow [(P \wedge R) \rightarrow (Q \wedge R)]$

9. $(\neg P \rightarrow \neg Q) \rightarrow [(\neg Q \rightarrow P) \rightarrow Q]$

10. $[(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q)] \leftrightarrow [(P \vee R) \rightarrow Q]$

11. $[(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)] \leftrightarrow [P \rightarrow (Q \wedge R)]$

12. $P \leftrightarrow P$

13. $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow P)$

14. $[(P \leftrightarrow Q) \wedge (Q \leftrightarrow R)] \rightarrow (P \leftrightarrow R)$

ФОРМУЛЫ, СВЯЗЫВАЮЩИЕ КОНЪЮНКЦИЮ И/ИЛИ ДИЗЪЮНКЦИЮ

С ИМПЛИКАЦИЕЙ И/ИЛИ ЭКВИВАЛЕНЦИЕЙ

1. $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$

2. $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$

3. $(P \wedge Q) \leftrightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q)$

4. $(P \wedge Q) \leftrightarrow \neg(P \rightarrow \neg Q)$

5. $(P \vee Q) \leftrightarrow \neg(\neg P \wedge \neg Q)$

6. $(P \vee Q) \leftrightarrow (\neg P \rightarrow Q)$

7. $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow [(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)]$

Равносильности алгебры высказываний могут быть получены из тавтологий, если в перечисленных формулах знак эквивалентность (\leftrightarrow), стоящий между скобками, заменить на знак равносильность (\equiv).