

ТЕМА 1. Функции многих переменных (ФМП).

1. Основные понятия в m -мерном пространстве: m -мерное координатное пространство, расстояние между точками, евклидово пространство, шар, открытый шар, окрестность точки, параллелепипед, внутренняя точка, граничная точка, открытое множество, замкнутое множество, предельная точка, изолированная точка, непрерывная кривая в m -мерном пространстве, связное множество.
2. Последовательность точек в m -мерном пространстве: предел последовательности, эквивалентность сходимости в m -мерном пространстве по координатной сходимости, фундаментальная последовательность, критерий Коши сходимости, теорема Больцано-Вейерштрасса.
3. Понятие функции многих переменных. Предел функции многих переменных: определение по Коши и Гейне.
4. Бесконечно малые ФМП, их асимптотическое сравнение.
5. Критерий Коши существования предела ФМП в точке.
6. Определение предела ФМП на бесконечности.
7. Определение непрерывной в точке ФМП (по совокупности переменных, по отдельным переменным).
8. Основные теоремы о непрерывных функциях: арифметические операции над непрерывными функциями, непрерывность сложной функции, сохранение знака непрерывной функции, теорема о промежуточном значении, первая и вторая теоремы Вейерштрасса, теорема Кантора о равномерной непрерывности.
9. Определение и физический смысл частной производной.
10. Определение и физический смысл дифференцируемости ФМП.
11. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости ФМП.
12. Дифференцируемость сложной функции.
13. Определение дифференциала ФМП. Инвариантность формы первого дифференциала. Правила дифференцирования.
14. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
15. Производная по направлению и градиент ФМП. Геометрический смысл градиента.
16. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.
17. Формула Тейлора для ФМП.
18. Необходимое условие локального экстремума для ФМП.
19. Достаточное условие локального экстремума ФМП.
20. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции $U = f(x_1, \dots, x_n)$, определяемой уравнением $F(x_1, \dots, x_n, U) = 0$. (без доказательства)
21. Теорема о существовании и дифференцируемости неявных функций $U_1 = f_1(x_1, \dots, x_n), \dots, U_m = f_m(x_1, \dots, x_n)$, определяемых системой уравнений $F_1(x_1, \dots, x_n, U_1, \dots, U_m) = 0, \dots, F_m(x_1, \dots, x_n, U_1, \dots, U_m) = 0$. (без доказательства)
22. Определении зависимости функций. Теорема о зависимости и независимости функций. (без доказательства)
23. Условный экстремум ФМП. Определение условного экстремума. Метод множителей Лагранжа.

ТЕМА 2. Кратные интегралы.

24. Площадь плоской фигуры.
25. Определение двойного интеграла, его геометрический смысл.
26. Критерии интегрируемости функции по квадрату области.
27. Теорема о вычислении двойного интеграла с помощью повторного интегрирования.
28. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам.
29. Определение тройного интеграла.
30. Теорема о вычислении тройного интеграла с помощью повторного интегрирования.

31. Замена переменных в тройном интеграле. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам.

ТЕМА 3. Криволинейные интегралы.

32. Длина кривой. Вычисление длины кривой, заданной параметрическими уравнениями, явным уравнением.

33. Определение криволинейного интеграла 1-го рода. Физический смысл.

34. Теорема о вычислении криволинейного интеграла 1-го рода с помощью определенного интеграла.

35. Определение криволинейного интеграла 2-го рода. Физический смысл.

36. Теорема о вычислении криволинейного интеграла 2-го рода с помощью определенного интеграла.

37. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода.

38. Формула Грина. Вычисление площади плоской фигуры через криволинейный интеграл 2-го рода.

39. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.

ТЕМА 4. Поверхностные интегралы.

40. Площадь поверхности.

41. Вычисление площади поверхности в случаях явного, параметрического задания.

42. Поверхностный интеграл 1-го рода: определение, теорема о вычислении.

43. Поверхностный интеграл 2-го рода: определение, теорема о вычислении.

44. Формула Гаусса-Остроградского.

45. Формула Стокса.

46. ПП

47.