

Modus Ponens (2)

$$X \&\& (X \Rightarrow Y) = X \&\& Y$$

Pk a verifica vom face un tabel

X	Y	$X \Rightarrow Y$	$X \&\& (X \Rightarrow Y)$	$X \&\& Y$
t	t	t	t	t
t	f	f	f	f
f	t	t	f	f
f	f	t	f	f

$X \&\& (X \Rightarrow Y)$ este echivalent cu $X \&\& Y$

$$\begin{aligned} X \&\& (X \Rightarrow Y) &= X \&\& Y \\ (X \&\& X) \Rightarrow (X \&\& Y) &= X \&\& Y \\ \text{t} \quad X \&\& Y &= X \&\& Y \text{ "T"} \end{aligned}$$

$\hookrightarrow t \Rightarrow (X \&\& Y)$ - val depinde doar de $X \&\& Y$ deci e echivalent cu $X \&\& Y$

Contrapositive (3)

$$X \Rightarrow Y = !Y \Rightarrow !X$$

X	Y	$X \Rightarrow Y$	$!Y$	$!X$	$!Y \Rightarrow !X$
t	t	t	f	f	t
t	f	f	t	f	f
f	t	t	f	t	t
f	f	t	t	t	t

$X \Rightarrow Y$ este echivalent cu $!Y \Rightarrow !X$

$$\begin{aligned} !Y \Rightarrow !X &= !(!Y) \vee !X \\ &= Y \vee !X \\ &= X \Rightarrow Y \end{aligned}$$

Shunting (10)

$$X \&\& Y \Rightarrow Z = X \Rightarrow !Y \vee Z$$

X	Y	Z	$X \&\& Y$	$X \&\& Y \Rightarrow Z$	$X \Rightarrow !Y \vee Z$
t	t	t	t	t	t
t	t	f	t	f	f
t	f	t	f	t	t
t	f	f	f	t	t
f	t	t	f	t	t
f	t	f	f	t	t
f	f	t	f	t	t
f	f	f	f	t	t

$$X \&\& Y \Rightarrow Z = X \Rightarrow (Y \vee Z) \text{ "true"}$$

a) $X \vee (!X \Rightarrow Y) = X \vee Y$
 $X \vee (!(!X) \vee Y) = X \vee Y$
 $X \vee (X \vee Y) = X \vee Y$
 $(X \vee X) \vee (X \vee Y) = X \vee Y$

$$\begin{aligned} X \vee X \vee Y &= X \vee Y \\ X \vee Y &= X \vee Y \text{ "T"} \end{aligned}$$

b) $X \Rightarrow Y \&\& Z = (X \Rightarrow Y) \&\& (X \Rightarrow Z)$

$$\begin{aligned} (X \Rightarrow Y) \&\& (X \Rightarrow Z) &= (!X \vee Y) \&\& (!X \vee Z) \\ &= !X \vee (Y \&\& Z) \\ &= X \Rightarrow (Y \&\& Z) \text{ "T"} \end{aligned}$$