Calcul Numeric – Tema #2

Ex.1 Fie ecuaţia $f(x) = 0$ pe intervalul $[a, b]$.

a. Să se construiască în Python o procedură cu sintaxa **MetSecantei**$(f, x_0, x_1, \varepsilon)$ conform algoritmului metodei secantei. Procedura **MetSecantei** va returna soluţia aproximativă şi numărul de iteraţii.

b. Să se construiască în Python o procedură cu sintaxa **MetPozFalse**(f, a, b, ε) conform algoritmului metodei poziţiei false. Procedura **MetSecantei** va returna soluţia aproximativă şi numărul de iteraţii.

c. Aflaţi toate rădăcinile funcţiei $f(x)$ pe intervalul $[a, b]$ folosind metodele secantei şi falsei poziţii cu eroarea de aproximare $\varepsilon = 10^{-5}$. Să se construiască atât graficul funcţiei, cât şi rădăcinile pe grafic. Formataţi figurile pentru a evidenţia cât mai multe detalii.

V0. $f(x) = x^3 - 18x - 10,\ [a, b] = [-5, 5]$

V1. $f(x) = 2x \cdot cos(2x) - (x + 1)^2,\ [a, b] = [-5, 5]$

V2. $f(x) = 2x + 3cos(2x) - x,\ [a, b] = [-2, 3]$

V3. $f(x) = x + 1 - 2sin(\pi x),\ [a, b] = [-4, 2]$

V4. $f(x) = 2x \cdot cos(2x) - x + 2,\ [a, b] = [-4, 3]$

V5. $f(x) = sinx - e^{-x}$, $[a, b] = [0, 10]$

V6. $12cos(\pi x) = 2^x, [a, b] = [1, 3]$

V7. $4sin(2x) + x^2 - 4 = 0,\ [a, b] = [-3, 3]$

V8. $2sin(x) - 3cos(3x) = 0,\ [a, b] = [-2, 3]$

V9. $4x \cdot sin(x) - 3cos(x) = 0,\ [a, b] = [-2, 6]$

V10. $e^{-0.2x}cos(7x) + 3x - 1 = 0,\ [a, b] = [-0.5, 1]$

V11. $x^3 - 9x^2 + 24x - 19 = 0,\ [a, b] = [0, 8]$

V12. $\dfrac{x^4}{4} + x^3 - \dfrac{x^2}{2} - 3x = 0$, toate rădăcinile

V13. $2x^3 - 6x^2 - 48x + 17 = 0$, toate rădăcinile

V14. $x^3 - x^2 - 21x + 21 = 0$, toate rădăcinile

V15. $x^3 - x^2 - 7x + 7 = 0$, toate rădăcinile

V17. $x^3 - x^2 - 10x + 10 = 0$, toate rădăcinile

Ex. 2 Să se construiască în Python procedura **GaussPivTot** conform sintaxei **GaussPivTot**(A, b), procedură care returneaza soluţia sistemului $Ax = b$ conform metodei de eliminare Gauss cu pivotare totală. Să se rezolve, apelând procedura **GaussPivTot**, următorul sistem tridiagonal

$$\begin{cases} dx_1 + fx_2 = 2 \\ cx_1 + dx_2 + fx_3 = 1 \\ \qquad cx_2 + dx_3 + fx_4 = 1 \\ \ldots \\ \qquad\qquad cx_{n-2} + dx_{n-1} + fx_n = 1 \\ \qquad\qquad\qquad cx_{n-1} + dx_n = 2 \end{cases}$$

Ind. Se defineşte matricea asociată sistemului $A = (a_{ij})_{i,j=\overline{1,n}}$ prin cele trei diagonale $(a_{11}, a_{22}, ..., a_{nn})$, $(a_{12}, a_{23}, ..., a_{n-1,n})$ şi $(a_{21}, a_{32}, ..., a_{n,n-1})$

V0 $d = 6, f = -2, c = -2, n = 20$

V1 $d = 12, f = -4, c = -4, n = 20$

V2 $d = 15, f = -5, c = -4, n = 15$

V3 $d = 18, f = -6, c = -6, n = 20$

V4 $d = 9, f = -3, c = -3, n = 15$

V5 $d = 21, f = -7, c = -7, n = 20$

V6 $d = 7, f = -3, c = -1, n = 20$

V7 $d = 10, f = -4, c = -4, n = 20$

V8 $d = 15, f = -9, c = -4, n = 15$

V9 $d = 18, f = -6, c = -3, n = 20$

V10 $d = 9, f = -8, c = -3, n = 15$

V11 $d = 21, f = -7, c = -2, n = 20$

V12 $d = 7, f = -3, c = -1, n = 20$

V13 $d = 10, f = -4, c = -4, n = 20$

V14 $d = 15, f = -9, c = -4, n = 15$

V15 $d = 18, f = -6, c = -3, n = 20$

V16 $d = 9, f = -8, c = -3, n = 15$

V17 $d = 21, f = -7, c = -2, n = 20$

Ex. 3 Să se rezolve în Python conform metodei Gauss cu pivotare parţială sistemul de mai jos. Se va afişa la fiecare iteraţia matricea extinsă asociată sistemului.

V0

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 9 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 6x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 10 \end{cases}$$

V1

$$\begin{cases} 10x_1 + 30x_2 + 16x_3 = 118 \\ 2x_1 + 15x_2 + 7x_3 = 53 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 21 \end{cases}$$

V2

$$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 18 \\ 3x_1 + 28x_2 + 23x_3 = 76 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

V3

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 9 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 6x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 10 \end{cases}$$

V4

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 = 4 \\ 2x_1 + 17x_2 + 20x_3 = 33 \\ 2x_1 + 7x_2 + 13x_3 = 16 \end{cases}$$

V5

$$\begin{cases} 12x_1 + 9x_2 + 17x_3 = 31 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 12 \\ 20x_1 + 22x_2 + 38x_3 = 50 \end{cases}$$

V6

$$\begin{cases} 9x_1 + 18x_2 + 19x_3 = 84 \\ 15x_1 + 13x_2 + 12x_3 = 47 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$$

V7

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 25 \\ 5x_1 + 13x_2 + 12x_3 = 77 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$$

V8

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 11x_2 + 11x_3 = 58 \\ 15x_1 + 19x_2 + 22x_3 = 119 \end{cases}$$

V9

$$\begin{cases} 15x_1 + 6x_2 + 14x_3 = 94 \\ 25x_1 + 6x_2 + 7x_3 = 120 \\ 5x_1 + x_2 + x_3 = 23 \end{cases}$$

V10

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 9 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 6x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 10 \end{cases}$$

V11

$$\begin{cases} 10x_1 + 30x_2 + 16x_3 = 118 \\ 2x_1 + 15x_2 + 7x_3 = 53 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 21 \end{cases}$$

V12

$$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 18 \\ 3x_1 + 28x_2 + 23x_3 = 76 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

V13

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 9 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 6x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 10 \end{cases}$$

V14

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 = 4 \\ 2x_1 + 17x_2 + 20x_3 = 33 \\ 2x_1 + 7x_2 + 13x_3 = 16 \end{cases}$$

V15

$$\begin{cases} 12x_1 + 9x_2 + 17x_3 = 31 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 12 \\ 20x_1 + 22x_2 + 38x_3 = 50 \end{cases}$$

V16

$$\begin{cases} 9x_1 + 18x_2 + 19x_3 = 84 \\ 15x_1 + 13x_2 + 12x_3 = 47 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$$

V17

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 25 \\ 5x_1 + 13x_2 + 12x_3 = 77 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$$