PROJET OCTAVE: étude graphique d'une suite récurrente.

Yannick Gnago

08 Novembre 2020

URCA : 2020/2021 **MOI0501**
L3 MAP/S5O4 A Enseignant : STEPHANIE LOHRENGEL.

INTRODUCTION

Dans ce projet, il s'agit de la modélisation de l'évolution d'une éspece d'oiseaux niche protegée sur une ile afin de répondre aux questions ci-dessous.Au fait,la population d'oiseaux diminue de 10% chaque année alors une association décide de limiter cette diminution en introduisant 100 nouveaux oiseaux chaque année et il recensait 1600 oiseaux en fin 2018.

Questions

1. La population des oiseaux passera-t-il sous la barre de 1100 oiseaux ? Si oui, en quelle anné ?
2. La population des oiseaux passera-t-il sous la barre de 1000 oiseaux ?

MISE EN OEUVRE

Afin de répondre à ces questions , nous nous servirons du logiciel **Octave** appris en TP, il nous permettra de répondre á toute les questions de PROGRAMMATION qui nous servirons pour répondre aux questions.

PROGRAMMATION

1. Calcul.suite
   Objectif : Cette fonction Calcule des n premiers termes (en vecteur ligne) d'une suite $(X_n)_(n \in \mathbb{N})$ définit par récurrence avec $X_n = g(X_{n-1})$ avec en paramètres d'entré X_0 : le premier terme, la fonction g et N : le nombre de terme.
   Script de calcul.suite
   $function[X] = calcul - suite(x0, g, N)$
   X(1)=x0 ;
   for i=1 :N-1
   X(i+1)=[g(X(i))] ;
   end(for)

2. Test.pointfixe

Objectif :

–>Elle permet de répresenter le graphe d'une fonction $g(x) = \ln(x)+1.1$ définit sur $\mathbb{R}^+$ et de la droite d'équation $y = x$ sur le même graphe.
–>Elle permet de calculer les 20 premiers termes de la suite $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définit par récurrence avec $X_n = g(X_{n-1})$ à partir du ***Script calcul.suite***.
–>Elle permet de répresenter la suite des points $(X_n, X_{n+1})_{n=0,\ldots,N-1}$ sur le mêm graphe de g.
N.B : Voir FIGURE-1 pour les calculs et FIGURE-2 pour les graphes avec $X_0 = 1$ et N=20.

Script de test.pointfixe

g : fonction anonyme
g=@(x)log(x)+1.1 ;
Representation du graphe de g
figure()
axis([0 2 0 2]) intervalle de representation de g
grid()
hold()
x=0 :0.1 :5 ;
y=g(x) ;
plot(x,y) courbe de g(x)
plot(x,x) courbe de y=x
calculons les N premiers termes de la suite (Xn)
Pour x0=1, N=20, g(x)=ln(x)+1.1
n=20 ; nombre de termes
x0=1 ; moi meme je choisis le premier terme
disp(sprintf("les d premiers termes de Xn sont :",N))
S=calcul-suite(x0,g,N)
Graphe de la suite des points $(X_n, X_n + 1)$
for $i = 1 : N - 1$
plot([S(i)],[S(i+1)],'bo')
end
plot([S(1)],[S(2)],'g*') premier terme
plot([S(19)],[S(20)],'r*') dernier terme
legend(['g(x)..';'Y=x..';'(Xn,f(Xn))'])
title("Courbe de $g(x)$ et $X(n)$ avec $Xo = 1$ et $N = 20$"))

```
>> calcul_suite(1,@(x)log(x)+1.1,20)
ans =

 Columns 1 through 13:

   1.0000   1.1000   1.1953   1.2784   1.3456   1.3969   1.4342   1.4606   1.4789   1.4913   1.4996   1.5052   1.5089

 Columns 14 through 20:

   1.5114   1.5130   1.5141   1.5148   1.5153   1.5156   1.5158
```

FIGURE 1 – calcul-suite$(x0 = 1, g(x) = \ln(x) + 1.1, N = 20)$

Théorème du point fixe :

Soit $I \subset \mathbb{R}$, un intervalle fermé non nécessairement bornée et une fonction $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ avec $f(I) \subset I$ vérifiant pour K fixé $(0 < K < 1)$
$\forall (x,y) \in I^2$, $|f(x) - f(y)| \leq K|x-y|$
Alors il existe un unique point $l \in I$ de f tel que $f(l) = l$.
De plus si (U_n) est définit par récurrence,alors (U_n) converge vers le point fixe l.

Présentation des différents graphes en fonction de x_0 et N

Information : Sur les graphes, le premier point de (X_n, X_{n+1}) est en vert et le dernier en rouge.

Analyse des tests :

−>Au fur á mesure que X_0 augmente, les termes de (X_n) évoluent plus rapidement.

la fonction de g est strictement croissante définit sur $I = \mathbb{R}^+$ et $g(\mathbb{R}^+) \subset \mathbb{R}^+$.
la droite $y = x$ coupe la fonction $g(x) = \ln(x) + 1.1$ en deux points (A et B) oú $A \approx (0.6, 0.6)$ et $B \approx (1.5, 1.5)$.
Posons $l1 \approx 0.6$ et $l2 \approx 1.5$
Dans ce cas si $X_0 \in]l1, l2[$, on remarque que la suite des points (X_n, X_{n+1}) est croissante en direction de $l2$ (FIGURE 2, FIGURE 3). On voit bien que : g est strictement croissante d'où la suite (X_n) est aussi croissante et $\forall n \in \mathbb{N}$; (X_n) est majorée par $l2$ (FIGURE 2, FIGURE 3).

Montrons par récurrence $\forall n \in \mathbb{N}, X_n \leq l2$

On choisit $X_0 = 1$ alors$X1 = 1.1 \Longrightarrow X1 \leq l2$
Supposons que $X_n \leq l2$ et montrons que $X_{n+1} \leq l2$.
On a : $X_n \leq l2$ or g est croissante $\forall x \in \mathbb{R}^+, g'(x) = \frac{1}{x} > 0$
$\Longrightarrow g(X_n) \leq g(l2) \Longrightarrow X_{n+1} \leq l2$
Alors (X_n) est majorée par $l2$ et strictement croissante d'où la convergence de (X_n) alors comme (X_n) est définit de façon récurrente, d'après le théorème de point fixe (X_n) converge vers une solution de $g(x) = x$
on a : $g(x) = x \Longleftrightarrow x = l1$ ou $x = l2$
Par conséquent (X_n) converge vers $l2$ vu que (X_n) est croissante ce qui se voit bien sur FIGURE 2, FIGURE 3.
De façon générale, on remarque que g est strictement croissante sur $\mathbb{R}+$ et $g(\mathbb{R}^+) \subset \mathbb{R}^+$ alors la nature de (X_n) dépendra de l'intervalle oú sera X_0 au départ.
$\Longrightarrow$ Si $Xo \in]l1, l2[$, on a aura (X_n) qui converge vers $l2$ (voir FIGURE 2 ,FIGURE 3)
$\Longrightarrow$Si $Xo > l2$, on a aura (X_n) qui converge vers $l2$ vu que X_n décroit et minorée par $l2$ comme g est strictement croissante alors d'après le théorème de point fixe (X_n) vers une solution de $g(x) = x$ (Dans ce cas $l2$) (Voir FIGURE 4 ,FIGURE 5)
$\Longrightarrow$Si $Xo \approx l1$ ou $l2$ alors (X_n) est constante car $l1$ et $l2$ des points fixes.

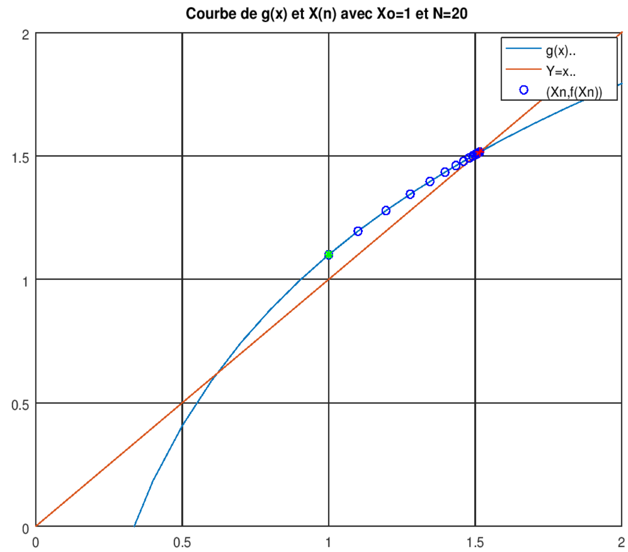

FIGURE 2 – Courbe de g(x) et X(n) avec Xo=1 et N=20

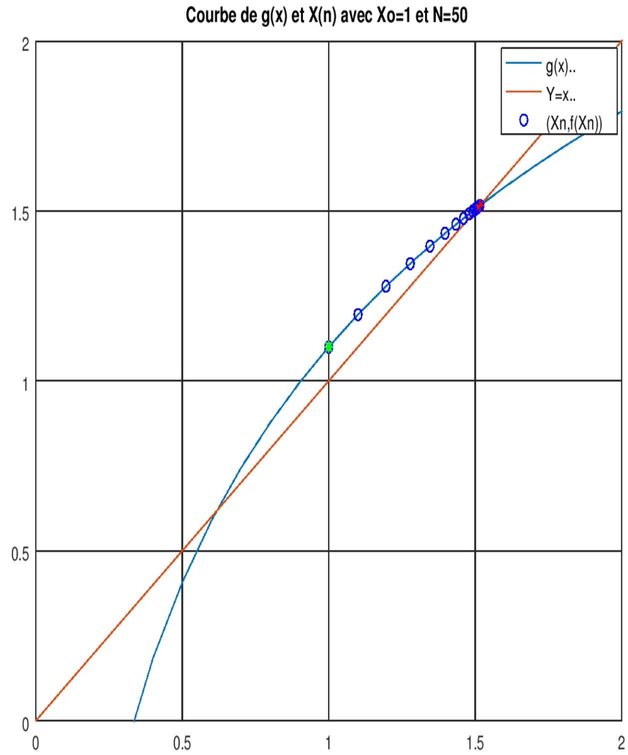

FIGURE 3 – Courbe de g(x) et X(n) avec Xo=1 et N=50

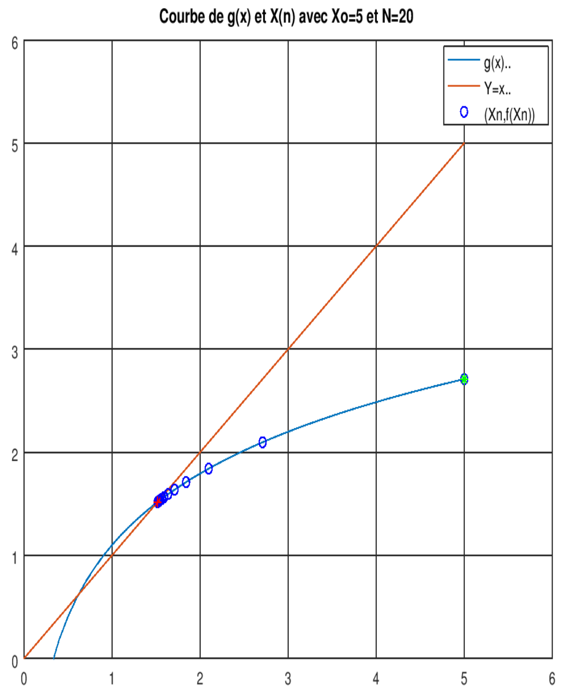

FIGURE 4 – Courbe de g(x) et X(n) avec Xo=5 et N=20

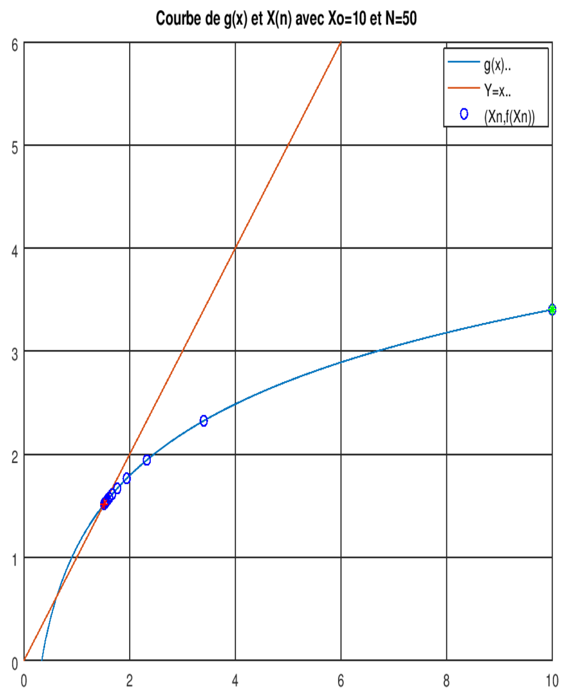

FIGURE 5 – Courbe de g(x) et X(n) avec Xo=10 et N=50

3. Convergence

Objectif : Calculer les termes de (X_n) jusqu'au seuil e afin de savoir le nombre d'itérations et vérifier si (X_n) converge pour le seuil e et le nombre itérations nmax.

<u>Script de Convergence</u>

```
function [X,N,bool]=convergence(x0,g,e,nmax)
%Montrer la convergence d'une suite (Xn) definit par
%récurrence %Xn+1=g(Xn) et x0 dans R
%pas=|(Xn)-(Xn-1)| ;seuil=e ; terme_max=nmax

%calcule les termes de la suite (Xn)
%jusqu'à ce que le pas soit inférieure à un seuil e
X(1)=x0;
pas=x0;
i=1;
while (pas >=e)
     X(i+1)=g(X(i));
     pas=abs(X(i+1)-X(i));
     i=i+1;
end
N=i-1;

if ((pas<e) & (N == nmax))
  bool =1
  disp("Convergence")
  else
  bool=0
  disp("Pas de Convergence")
end

disp(sprintf("Convergence numerique au seuil %f atteinte en %d iterations",e,N))
disp(sprintf("les termes de Xn jusqu'a ce que le pas soit inferieur a %f sont:",e))

```

FIGURE 6 – Script de Convergence

4. Script convergence pour $e = 10^{-3}$, $nmax = 50$ et $x_0 = 1.1$

```
%Script Test_pointfixe

%g: fonction anonyme
  g=@(x)log(x)+1.1;
%Representation de g
  figure()
  axis([0 2 0 2]) %intervalle de representation de g
  grid()
  hold()
  x=0:0.1:5;
  y=g(x);
  plot(x,y) %courbe de g(x)
  plot(x,x) %courbe de y=x
  %calculons les n premiers termes de la suite (Xn)
  %Pour x0=1, N=20, g(x)=ln(x)+1.1
  N=50;  %nombre de termes
  x0=1.1; %moi meme je choisis le premier terme
  disp(sprintf("les %d premiers termes de Xn sont:",N))
  S=calcul_suite(x0,g,N)
 %graphe de la suite des points(Xn,Xn+1)
   for i=1:N-1
     plot([S(i)],[S(i+1)],'bo')
   end
   plot([S(1)],[S(2)],'g*') %premier terme
   plot([S(49)],[S(50)],'r*') %dernier terme
  legend(['g(x)..';'Y=x..';'(Xn,f(Xn))'])
  title("Courbe de g(x) et X(n) avec Xo=1.1 et N=50 ")

  convergence(1.1,@(x)log(x)+1.1,10^(-3),50)
```

FIGURE 7 – Script de test-pointfixe

```
>> test_pointfixe
les 50 premiers termes de Xn sont:
S =

 Columns 1 through 13:

   1.1000   1.1953   1.2784   1.3456   1.3969   1.4342   1.4606   1.4789   1.4913   1.4996   1.5052   1.5089   1.5114

 Columns 14 through 26:

   1.5130   1.5141   1.5148   1.5153   1.5156   1.5158   1.5160   1.5160   1.5161   1.5161   1.5162   1.5162   1.5162

 Columns 27 through 39:

   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162

 Columns 40 through 50:

   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162

bool = 0
Pas de Convergence
Convergence numerique au seuil 0.001000 atteinte en 15 iterations
les termes de Xn jusqu'a ce que le pas soit inferieur a 0.001000 sont:
ans =

 Columns 1 through 13:

   1.1000   1.1953   1.2784   1.3456   1.3969   1.4342   1.4606   1.4789   1.4913   1.4996   1.5052   1.5089   1.5114

 Columns 14 through 16:

   1.5130   1.5141   1.5148
```

Figure 8 – Affichage du script de test-pointfixe

```
Fenêtre de commandes
les 50 premiers termes de Xn sont:
S =

 Columns 1 through 13:

   1.1000   1.1953   1.2784   1.3456   1.3969   1.4342   1.4606   1.4789   1.4913   1.4996   1.5052   1.5089   1.5114

 Columns 14 through 26:

   1.5130   1.5141   1.5148   1.5153   1.5156   1.5158   1.5160   1.5160   1.5161   1.5161   1.5162   1.5162   1.5162

 Columns 27 through 39:

   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162

 Columns 40 through 50:

   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162

bool = 0
Pas de Convergence
Convergence numerique au seuil 0.000000 atteinte en 37 iterations
les termes de Xn jusqu'a ce que le pas soit inferieur a 0.000000 sont:
ans =

 Columns 1 through 13:

   4.0000   2.4863   2.0108   1.7985   1.6870   1.6229   1.5842   1.5601   1.5448   1.5349   1.5284   1.5242   1.5215

 Columns 14 through 26:

   1.5197   1.5185   1.5177   1.5172   1.5169   1.5167   1.5165   1.5164   1.5163   1.5163   1.5163   1.5163   1.5162
```

Figure 9 – test-pointfixe pour x0=4, e=10-7 et nmax=100

```
>> test_pointfixe
les 50 premiers termes de Xn sont:
S =

 Columns 1 through 13:

   1.1000   1.1953   1.2784   1.3456   1.3969   1.4342   1.4606   1.4789   1.4913   1.4996   1.5052   1.5089   1.5114

 Columns 14 through 26:

   1.5130   1.5141   1.5148   1.5153   1.5156   1.5158   1.5160   1.5160   1.5161   1.5161   1.5162   1.5162   1.5162

 Columns 27 through 39:

   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162

 Columns 40 through 50:

   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162

bool = 0
Pas de Convergence
Convergence numerique au seuil 0.500000 atteinte en 3 iterations
les termes de Xn jusqu'a ce que le pas soit inferieur a 0.500000 sont:
ans =

   10.0000    3.4026    2.3245    1.9435
```

FIGURE 10 – test-pointfixe pour x0=10, e=0.5 et nmax=100

```
Fenêtre de commandes
Convergence numerique au seuil 0.500000 atteinte en 3 iterations
les termes de Xn jusqu'a ce que le pas soit inferieur a 0.500000 sont:
ans =

   10.0000    3.4026    2.3245    1.9435

>> test_pointfixe
les 50 premiers termes de Xn sont:
S =

 Columns 1 through 13:

   1.1000   1.1953   1.2784   1.3456   1.3969   1.4342   1.4606   1.4789   1.4913   1.4996   1.5052   1.5089   1.5114

 Columns 14 through 26:

   1.5130   1.5141   1.5148   1.5153   1.5156   1.5158   1.5160   1.5160   1.5161   1.5161   1.5162   1.5162   1.5162

 Columns 27 through 39:

   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162

 Columns 40 through 50:

   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162   1.5162

bool = 0
Pas de Convergence
Convergence numerique au seuil 5.000000 atteinte en 1 iterations
les termes de Xn jusqu'a ce que le pas soit inferieur a 5.000000 sont:
ans =

   5.0000   2.7094
```

FIGURE 11 – test-pointfixe pour x0=5, e=5 et nmax=5

Analyse des tests :

En général, le seuil et le nombre d'itérations sont étroitement liées, plus le seuil devient de plus en plus grand, le nombre d'itérations diminue au fur a mesure. Pour ces différents tests, bool=0 car la convergence n'est pas atteint jusqu'au nmax(terme-max) pour les différents seuils.

Application au problème de l'évolution des oiseaux.

En effet pour pourvoir répondre au problème, on considéra la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ correspondant au nombre d'oiseaux à la fin de l'année $2018 + n$ définit par récurrence :

$$U_{n+1} = \underbrace{U_n - (\frac{10}{100}).U_n}_{0{,}9U_n} + 100, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$\text{et } U_0 = 1600 \quad \text{le recensement d'oiseaux en fin 2018.}$$

$$\text{Donc} \quad U_{n+1} = g(U_n) \quad avec \quad g(x) = 0.9(x) + 100 \quad \text{définit sur} \quad \mathbb{R}.$$

Remarque : Vous avez dû remarqué que j'utilise la suite récurrente $U_{n+1} = g(U_n)$ au lieu de $U_n = g(U_{n-1})$ pour la programmation et l'application ; bien vrai qu'ils soit pareil , j'ai l'habitude de travailler avec la premier forme que je comprend mieux. c'est donc pour cela que je l'ai utilisé.

1. **Voir dans le script application-oiseaux**
2. **Voir dans le script application oiseaux**

```
>> calcul_suite(1600,@(x)0.9*x+100,100)
ans =

 Columns 1 through 13:

   1600.0   1540.0   1486.0   1437.4   1393.7   1354.3   1318.9   1287.0   1258.3   1232.5   1209.2   1188.3   1169.5

 Columns 14 through 26:

   1152.5   1137.3   1123.5   1111.2   1100.1   1090.1   1081.1   1072.9   1065.7   1059.1   1053.2   1047.9   1043.1

 Columns 27 through 39:

   1038.8   1034.9   1031.4   1028.3   1025.4   1022.9   1020.6   1018.5   1016.7   1015.0   1013.5   1012.2   1010.9

 Columns 40 through 52:

   1009.9   1008.9   1008.0   1007.2   1006.5   1005.8   1005.2   1004.7   1004.2   1003.8   1003.4   1003.1   1002.8

 Columns 53 through 65:

   1002.5   1002.3   1002.0   1001.8   1001.6   1001.5   1001.3   1001.2   1001.1   1001.0   1000.9   1000.8   1000.7

 Columns 66 through 78:

   1000.6   1000.6   1000.5   1000.5   1000.4   1000.4   1000.3   1000.3   1000.3   1000.2   1000.2   1000.2   1000.2

 Columns 79 through 91:

   1000.2   1000.1   1000.1   1000.1   1000.1   1000.1   1000.1   1000.1   1000.1   1000.1   1000.1   1000.1   1000.0

 Columns 92 through 100:

   1000.0   1000.0   1000.0   1000.0   1000.0   1000.0   1000.0   1000.0   1000.0
```

FIGURE 12 – les 100 premiers termes de la suite (U_n)

```
%script application_oiseau

  g=@(x)0.9*x+100;  %
  x=0:1:2000; %intervalle de representation de de g
  y=g(x);
  figure()
  axis([0 2000 0 2000])
  grid()
  hold()
  plot(x,y) %courbe de g(x)
  plot(x,x) %courbe de y=x
  xlabel('X....')
  ylabel('Y....')

  %Pour x0=1600 , calculons les premiers termes de la suite (Xn)
  N=100;  %nombre de termes
  x0=1600; %moi meme je choisis le premier terme
  S=calcul_suite(x0,g,N-1) %Calcul des (N)premiers termes de la suite
  %graphe de la suite des points(Xn,Xn+1)
   for i=1:N-2
     plot([S(i)],[S(i+1)],'bo')
   end
   plot([S(1)],[S(2)],'g*') %premier terme
   plot([S(98)],[S(99)],'r*') %dernier terme

  legend(['g(x)..';'Y=x..';'(Xn,f(Xn))'])
  title("Courbe de g(x) et X(n) avec Xo=1600 et n=100 ")
```

FIGURE 13 – Script application-oiseau

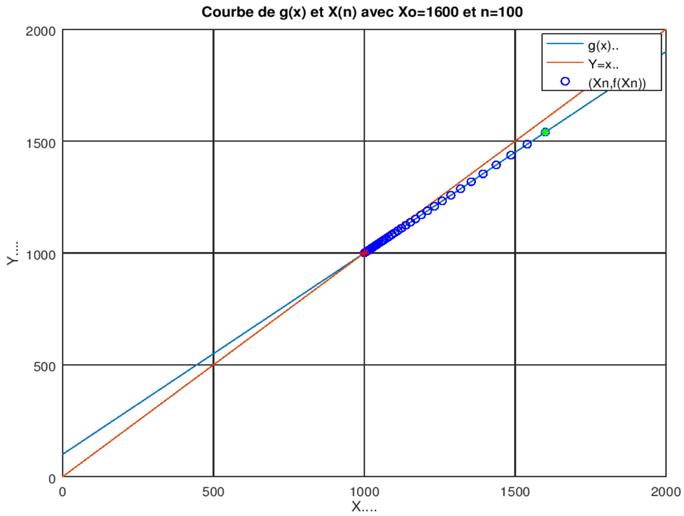

FIGURE 14 – graphe de (U_n) avec $U_0 = 1600$ et N=100

3. ***Question 1 :*** Oui, dans les calculs des termes de (U_n) FIGURE 12, on voit bien que (U_n) passe en dessous de 1100 à partir du *terme en rouge*, alors en comptant les itérations pour pourvoir passer R, on trouve 18 itérations alors la population des oiseaux passera sous la barre de 1100 oiseaux en $2036(2018 + 18)$.

Question 2 : Non, D'après la FIGURE 12, on remarque que (U_n) ne change plus à partir du premier *terme en jaune* en prenant la valeur 1000. Par conséquent, la population des oiseaux ne passera jamais sous la barre de 1000 oiseaux.

4. Justification Mathématique

Question 1 :

On a : $\forall n \in \mathbb{N}; U_{n+1} = 0.9U_n + 100, U_0 = 1600$.

D'où $U_{n+1} = aU_n + b$ avec $a \neq 1$,

alors (U_n) est une suite arithmético-géométrique.

Donc : $U_n = (0.9)^n(U_0 + (\frac{100}{0.9-1})) - (\frac{100}{0.9-1}) \iff U_n = 600(0.9)^n + 1000$

Si la population d'oiseau atteint 1100 alors :

$$U_n \leq 1100 \iff 600(0.9)^n + 1000 \leq 1100$$
$$\iff (0.9)^n \leq \frac{100}{600}$$
$$\iff n\ln(0.9) \leq \ln(1/6)$$
$$\implies n \leq 17.0006\,;\text{ Donc n=17.}$$

c'est à dire la population d'oiseau atteint 1100 en 2035()2018+17)

Par conséquent elle passera sous 1100 en $U_{18} = 600(0.9)^{18} + 1000 = 1090.056$, c'est a dire en 2036.

Question 2 :

Si la population d'oiseaux passe sous 1000 alors :

$$U_n < 1000 \iff 600(0.9)^n + 1000 < 1000$$

$$\iff 600(0.9)^n < 0$$

$$\implies (0.9)^n < 0 \quad \text{IMPOSSIBLE} \quad car \quad n \in \mathbb{N}.$$

Donc la population ne passera jamais sous les 1000 oiseaux.

N'oublions pas que l'objectif de l'association est de limiter cette diminution, Est-ce qu'elle réussira à limiter la diminution des oiseaux avec cette modélisation ? si oui ,à partir de quelle année ?

Étude de la convergence de U_n :

En voyant la figure 12, on remarque qu'a partir du 90^{eme} terme , la suite (U_n) prend que la valeur 1000 alors cette modélisation limitera cette diminution jusqu'à partir de $2109(2018 + 91)$ ou la valeur reste inchangée.

Justification Mathématique

On a : $g(x) = 0.9x + 100$ définit sur $\mathbb{R}^+$ et $g(\mathbb{R}^+) \subset \mathbb{R}^+$ $\forall x \in g'(x) = 0.9 > 0$ donc g est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$

On a : ∀x,y∈ $\mathbb{R}^+$, $|g(x) - g(y)| = |0.9(x-y)) \leq K|x-y|$, avec $K = 0.9$ alors g est K-contractante .

Par conséquent, d'après le théorème de point fixe il existe un unique$l \in \mathbb{R}^+$ tel que $g(l) = l$.

On a : $g(l) = l \iff 0.9l + 100 = l$

$$\implies l = 1000$$

De plus (U_n), la suite décrivant l'évolution des oiseaux est définit par récurrence.

Alors (U_n) converge vers l.

On a :$U_O = 1600, U_1 = 1540$, alors $U_0 \geq l$

Conjecturons que $\forall n \in \mathbb{N} U_n \geq l$ et$U_{n+1} \leq U_n$

Montrons par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}$ $U_n \geq l$ et $U_{n+1} \leq U_n$

Pour n=0, $U_0 \geq l$ et $U_1 \leq U_0$ Supposons que $U_n \geq l$ et $U_{n+1} \leq U_n$ et montrons que $U_{n+1} \geq l$ et $U_{n+2} \leq U_{n+1}$

On a : $U_n \geq l$ et g est strictement croissante

$g(U_n) \geq g(l) \iff U_{n+1} \geq l$

On a : $U_{n+1} \leq U_n$ et g est strictement croissante

$g(U_{n+1}) \leq g(U_n) \iff U_{n+2} \leq U_{n+1}$

Par conséquent : $\forall n \in \mathbb{N}$ (U_n) est minorée par l et décroissante

Ainsi (U_n) converge et sa limite est bien $l = 1000$ vérifiant $g(l) = l$. Ce qui prouve que bien l'association limitera progressivement l'évolution des oiseaux jusqu'à ce qu'elle reste à partir de 2109 à 1000.

CONCLUSION

Afin de pourvoir répondre au questions du projet, nous avons modéliser cette situation d'évolution de population en une suite récurrente (U_n) correspondant au nombre d'oiseaux à la fin de l'année 2018+n.

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad U_{n+1} = 0,9U_n + 100 \quad avec \quad U_0 = 1600.$$

Grâce au logiciel Octave, plusieurs programmes, nous ont permit d'y arriver, tout d'abord la fonction **calcul-suite** qui calcule les termes d'une suite récurrente $X_{n+1} = g(X_n)$ avec en paramètre d'entrée X_0, la fonction g et le nombre de terme N,ensuite le script **test-pointfixe** qui permet de visualiser la fonction de g la droite $y = x$ et la suite des points (X_n, X_{n+1}), tous sur le même graphe afin d'évaluer les points fixes,la tendance d'évolution des points (X_n, X_{n+1}), ce programme est vraiment nécessaire , il permet d'avoir un idée concrète sur la nature de la suite (X_n) en fonction des zones délimitées par les points fixes(Cas étudiées dans Analyse des tests) , ensuite nous avons la fonction **Convergence** qui a pour rôle de calculer les termes de (X_n) jusqu'à un seuil afin de savoir le nombre d'itérations et vérifier si (X_n) converge pour le seuil et le nombre itérations .
Ces trois programmes nous ont aidé à répondre brièvement aux questions et de voir directement si l'association atteindra son objectif grâce aux FIGURE-12 et FIGURE-14.

Références

[1] Hormière, Pierre-Jean, *Théorèmes de point fixe*, hormieretheoremes.

[2] G. Julia. 2018/2019,$ESD2018_15$. *Modélisation*,CAPES Mathématiques.

[3] *Programmation Octave/Scripts et fonctions*, Site :*https : //fr.wikibooks.org/wiki/Programmation_Octave/Scripts_et_fonctions.* http ://mathweb.free.fr/dico/p/pointfixe.html

[4] *Programmation Octave/Scripts et fonctions*, Site :*https : //fr.wikibooks.org/wiki/Programmation_Octave/Scripts_et_fonctions.*

[5] Qu'est-ce qu'un point fixe ? ? ?, Site :*http : //mathweb.free.fr/dico/p/pointfixe.html*

[6] Cours_Suites_TSTI2D_PA, Lycée Georges Brassens, Site :*http : //mathematiques.daval.free.fr*