



LÖSUNGEN

1a) Einfügen: 13, 23, 45, 23. (Diese Elemente haben alle in der Wurzel Platz)

13 23 45 23

Einfügen: 93

13 23 45 23 93

SPLIT

13 23 45 23 93

Einfügen: 84, 90, 44, 12 (Diese Elemente haben in den beiden Blättern Platz)

Einfügen: 33

12 13 23 44 84 87 90 93

SPLIT

12 13 23 45 33 44 84 87 90 93

Einfügen: 66

12 13 23 45 33 44 66 84 87 90 93

SPLIT

12 13 23 45 87 33 44 66 84 90 93

Einfügen: 89, 11, 1, 86, 91 (Diese Elemente haben in den Blättern Platz)

Einfügen: 5

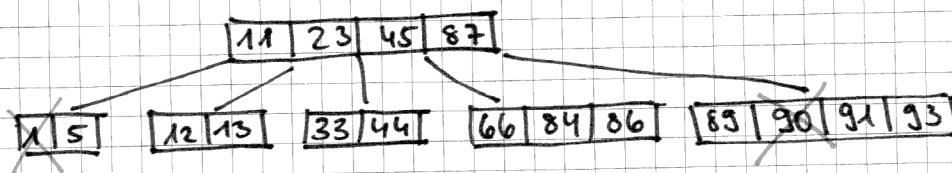
1 11 12 13 33 44 66 84 86 89 90 91 93

SPLIT

1 5 11 23 45 87 12 13 33 44 66 84 86 89 90 91 93

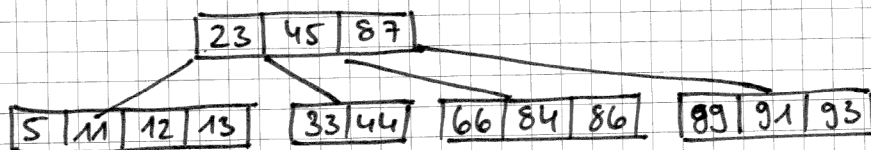
1b

Löschen: 90 (OK!)



Löschen: 1 (Das Blatt hat dann nur noch 1 Element)

- Der Nachbar hat zu wenig Elemente zum Ausleihen.
- Verschmelzen!



2a

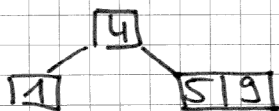
Einfügen: 4, 5

4 | 5

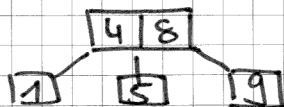
Einfügen: 1 → SPLIT



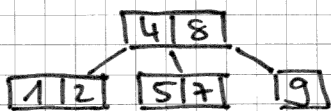
Einfügen: 9



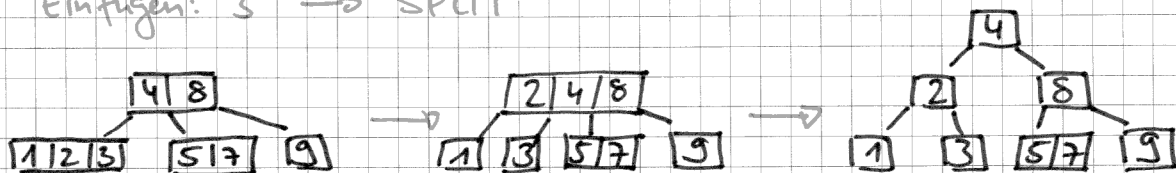
Einfügen: 8 → SPLIT



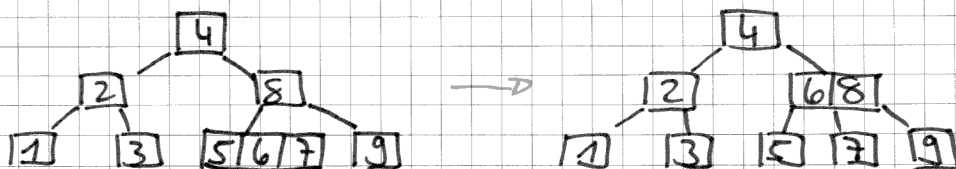
Einfügen: 2, 7



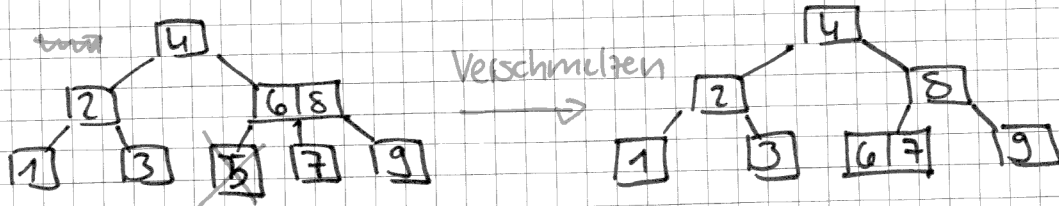
Einfügen: 3 → SPLIT



Einfügen: 6 → SPLIT

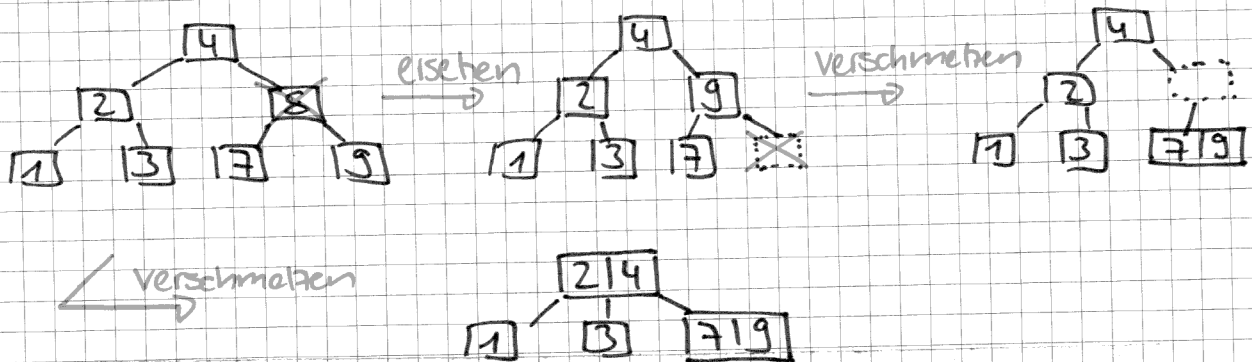


2b Löschen: 5

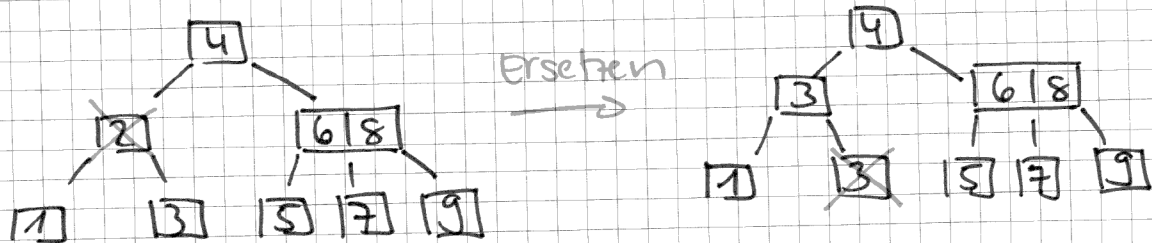


Löschen: 6 (OK!)

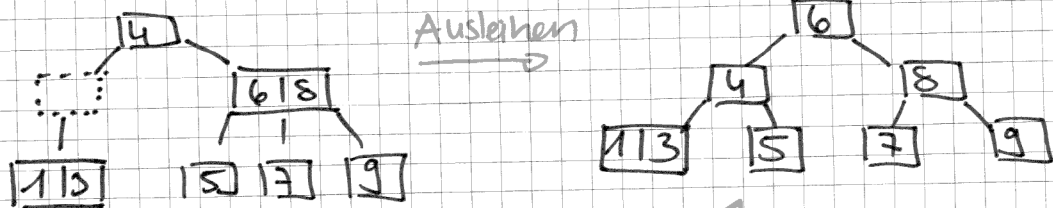
Löschen: 8



2c Löschen: 2



↙ Verschmelzen

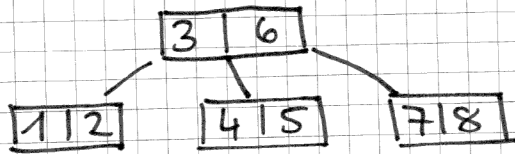


manchmal werden Teilbäume umgehangt!

2d

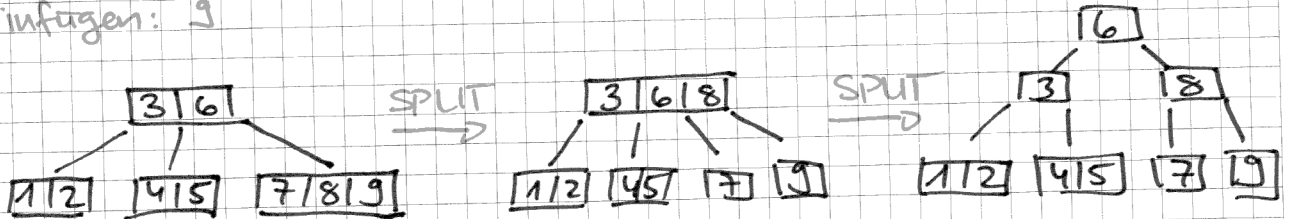


Startbaum: Ordnung = 1

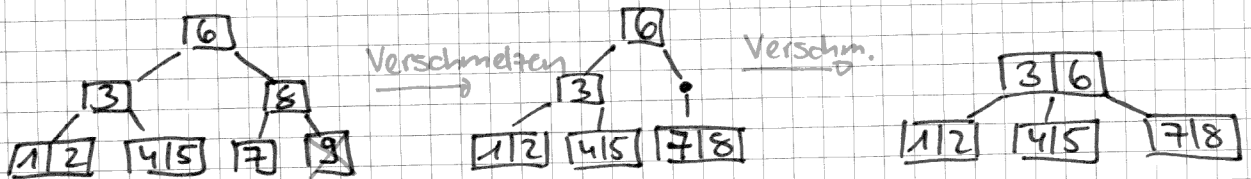


Reihenfolge: Einfügen 9, Löschen 3, Einf. 9, Löschen 9,

Einfügen: 9



Löschen: 9



Danach beginnt das Spiel von vorne.

Das Beispiel lässt sich auf beliebige Grösse erweitern:

- mit vollständigem B-Baum starten!

3

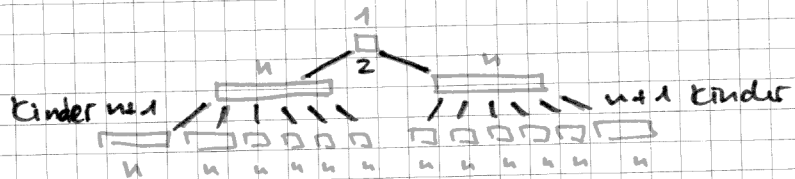
B-Baum mit Höhe 1: mind. 1 Element.

Höhe 2: mind. $1 + 2 \cdot n$ Elemente.

↑
Wurzel ↑
2 Blätter

Höhe 3: mind. $1 + 2 \cdot n + 2 \cdot (n+1) \cdot n$

↑ ↑ ↑
Wurzel inneren Blätter.



Höhe 4: mind. $1 + 2n + 2(n+1) \cdot n + 2 \cdot (n+1)^2 \cdot n$

Höhe i : mind. $1 + 2n + 2(n+1) \cdot n + \dots + 2(n+1)^{i-2} \cdot n$

$$= 1 + 2n \sum_{k=0}^{i-2} (n+1)^k$$

geom. Reihe

$$= 1 + 2n \cdot \frac{(n+1)^{i-1} - 1}{n}$$

$$= 2(n+1)^{i-1} - 1$$

Es muss also gelten: $N \geq 2(n+1)^{h-1} - 1$

Nach h auflösen: $h \leq \log_{n+1} \left(\frac{N+1}{2} \right) + 1$