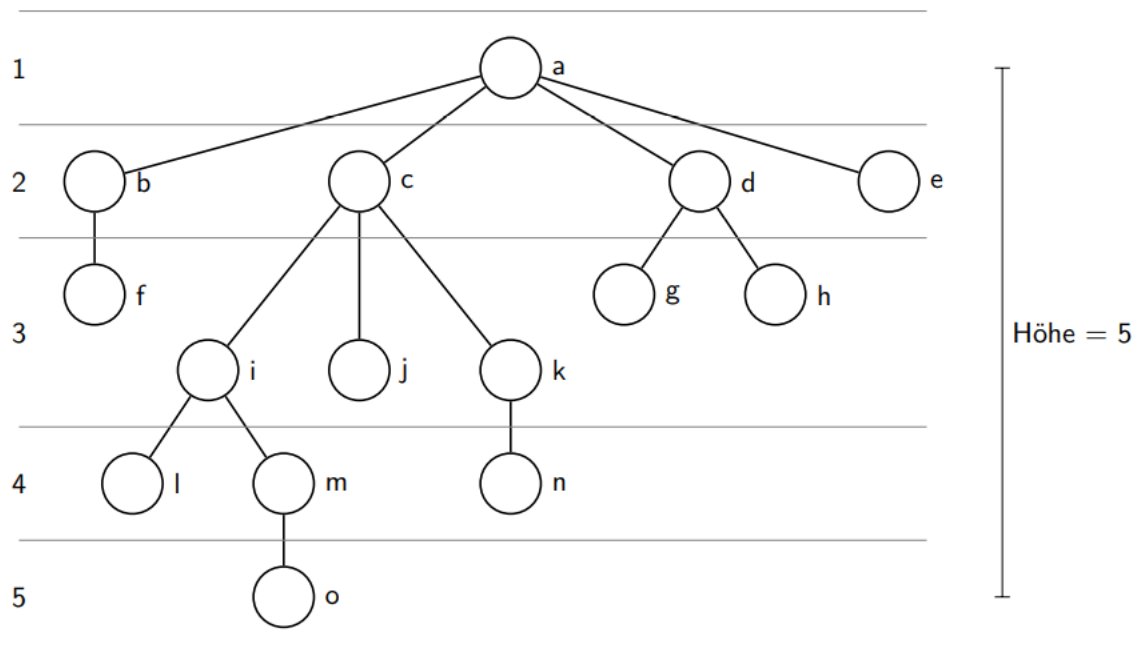


04 Bäume – Arbeitsblatt Bäume – Lösungen

1. Bestimmen Sie im folgenden Baum die Typen der Knoten. Füllen Sie dazu die vorgegebene Tabelle aus.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Wurzel	x														
Blatt					x	x	x	x		x		x		x	x
Innerer Knoten	x	x	x	x					x		x		x		

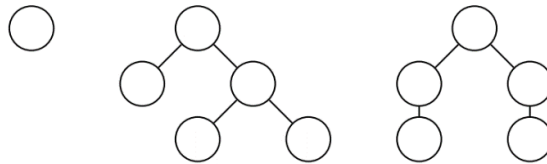
2. Bestimmen Sie für jeden Knoten des Baumes der Aufgabe 1 die Tiefe und den Grad.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Grad	4	1	3	2	0	0	0	0	2	0	1	0	1	0	0
Tiefe	1	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	5

3. Zeichnen Sie im Baum der Aufgabe 1 die Niveaus und die Höhe ein. Überlegen Sie sich, welche Ordnung dieser Baum haben könnte, und begründen Sie ihre Entscheidung.

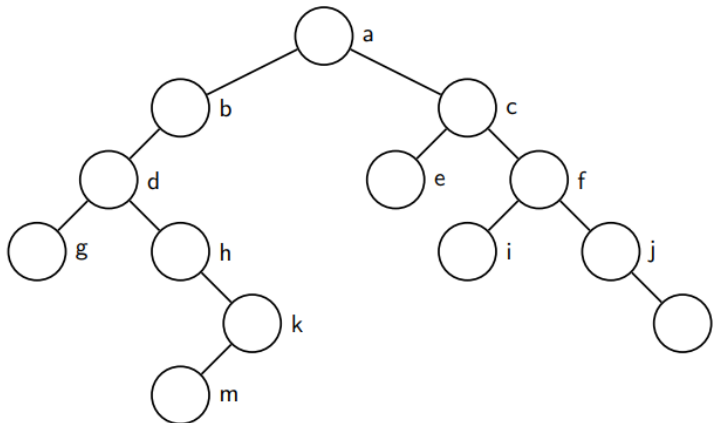
Der Knoten mit dem höchsten Grad hat Grad 4. Somit muss dieser Baum eine Ordnung ≥ 4 haben.

4. Gegeben sind die drei folgenden Bäume der Ordnung 2. Entscheiden Sie, welche Bäume vollständig und welche ausgefüllt sind, und begründen Sie Ihre Antwort.



Der Baum ganz links besteht nur aus der Wurzel. Hier ist die Wurzel vom Typ Blatt. Damit ist der Baum ausgefüllt, da es keine inneren Knoten mit Grad kleiner 2 gibt. Dieser Baum ist auch vollständig. Der mittlere Baum ist wiederum ausgefüllt, da auch hier keine inneren Knoten existieren, welche zu wenig Kinder haben. Dieser Baum ist jedoch nicht vollständig, da es auf dem Niveau 3 nur 2 Knoten hat (die maximale Anzahl Knoten auf diesem Niveau ist 4). Der dritte und letzte Baum ist nicht ausgefüllt, da die beiden Knoten mit Tiefe 1 nicht genug Kinder haben. Daraus folgt auch, dass dieser Baum nicht vollständig ist (nur ein ausgefüllter Baum kann vollständig sein).

5. Schreiben Sie für den folgenden Binärbaum die Durchlaufordnungen für die Preorder-, Postorder- und die Inorder-Reihenfolge auf.

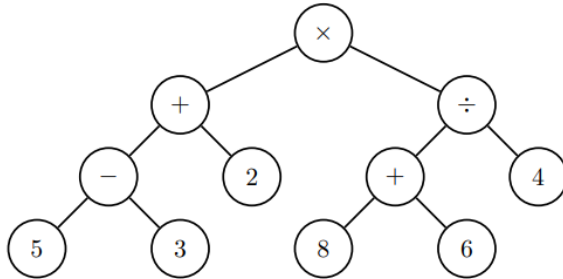


Die Preorder-Reihenfolge ist: a, b, d, g, h, k, m, c, e, f, i, j, l.

Die Postorder-Reihenfolge ist: g, m, k, h, d, b, e, i, l, j, f, c, a.

Und schliesslich die Inorder-Reihenfolge: g, d, h, m, k, b, a, e, c, i, f, j, l.

6. Um mathematische Ausdrücke durch Programme auszuwerten, muss der Ausdruck in eine geeignete Repräsentation gebracht werden. Eine mögliche Repräsentation ist der abstrakte Syntaxbaum, wie er für einen gegebenen Ausdruck in der folgenden Abbildung dargestellt ist.



Das Erstellen von Syntaxbäumen aus Texten ist ein wesentlicher Bestandteil von Compilern und Interpretern. Wichtig ist das richtige Setzen der Klammern, denn die beiden Teilbäume eines Knotens müssen vor diesem Knoten ausgewertet werden. Dies kann man erreichen, indem man standardmässig jeden Ausdruck eines Teilbaumes mit einer Klammer umschliesst. Mit einer passenden Traversierung des Syntaxbaumes erhält man den mathematischen Ausdruck, der im Baum dargestellt ist.

Welche Durchlaufordnung wird dabei angewandt? Wie lautet der mathematische Ausdruck, der durch den Syntaxbaum repräsentiert wird?

Die Durchlaufen nach der Inorder-Reihenfolge führt zur richtigen Ausgabe des Ausdrucks. Der mathematische Ausdruck lautet: $((5 - 3) + 2) \times ((8 + 6) \div 4)$.

7. B sei ein vollständiger Binärbaum der Höhe h. Bestimmen Sie die folgenden Werte für B in Abhängigkeit von h:

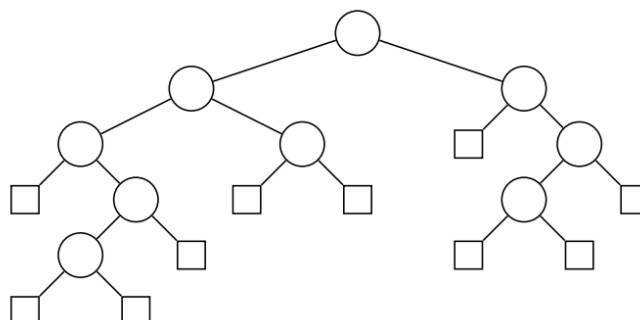
- a. Die Anzahl der Blätter im Binärbaum B.

$$2^{h-1}$$

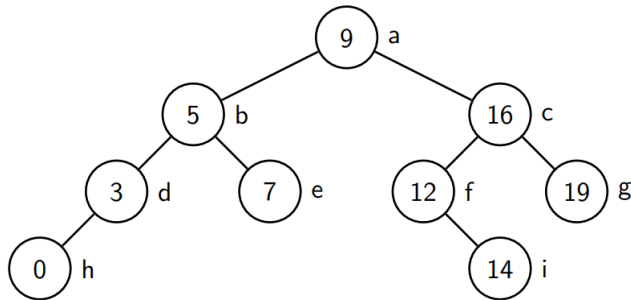
- b. Die Anzahl der Knoten im Binärbaum B.

$$\sum_{i=1}^h 2^{i-1}$$

8. Erweitern Sie den folgenden Binärbaum so, dass er der alternativen Definition für Binärbäume entspricht.



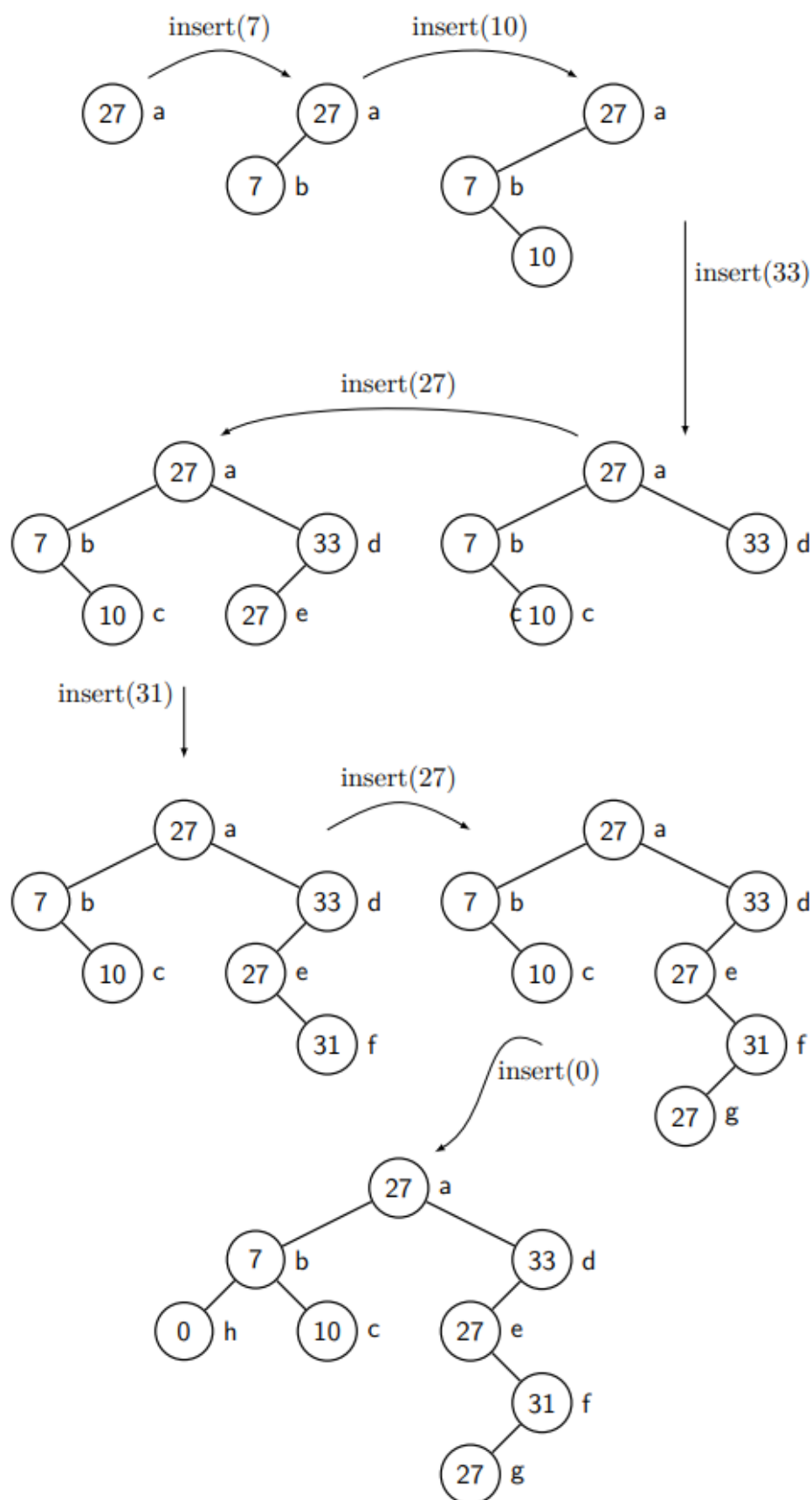
9. Wenden Sie die Operationen $\text{search}(a, 12)$, $\text{search}(a, 9)$ und $\text{search}(a, 15)$ auf den folgenden Baum an. Notieren Sie sich dabei für jede Operation die Knoten, die besucht werden. Geben Sie auch an, ob ein Knoten mit dem entsprechenden Schlüssel gefunden wird.



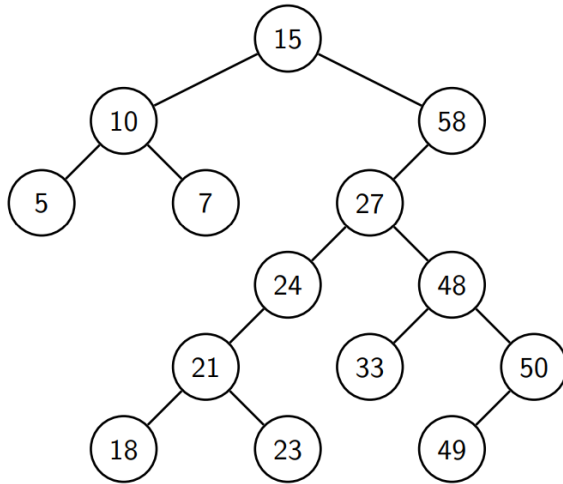
Aufruf	Bes. Knoten	Erfolgreich?
Search(a,12)	a,c,f	Ja
Search(a,9)	a	Ja
Search(a,15)	a,c,f,i	Nein

10. Gegeben ist ein leerer binärer Suchbaum. Fügen Sie nun die folgenden Knoten in der gegebenen Reihenfolge ein:

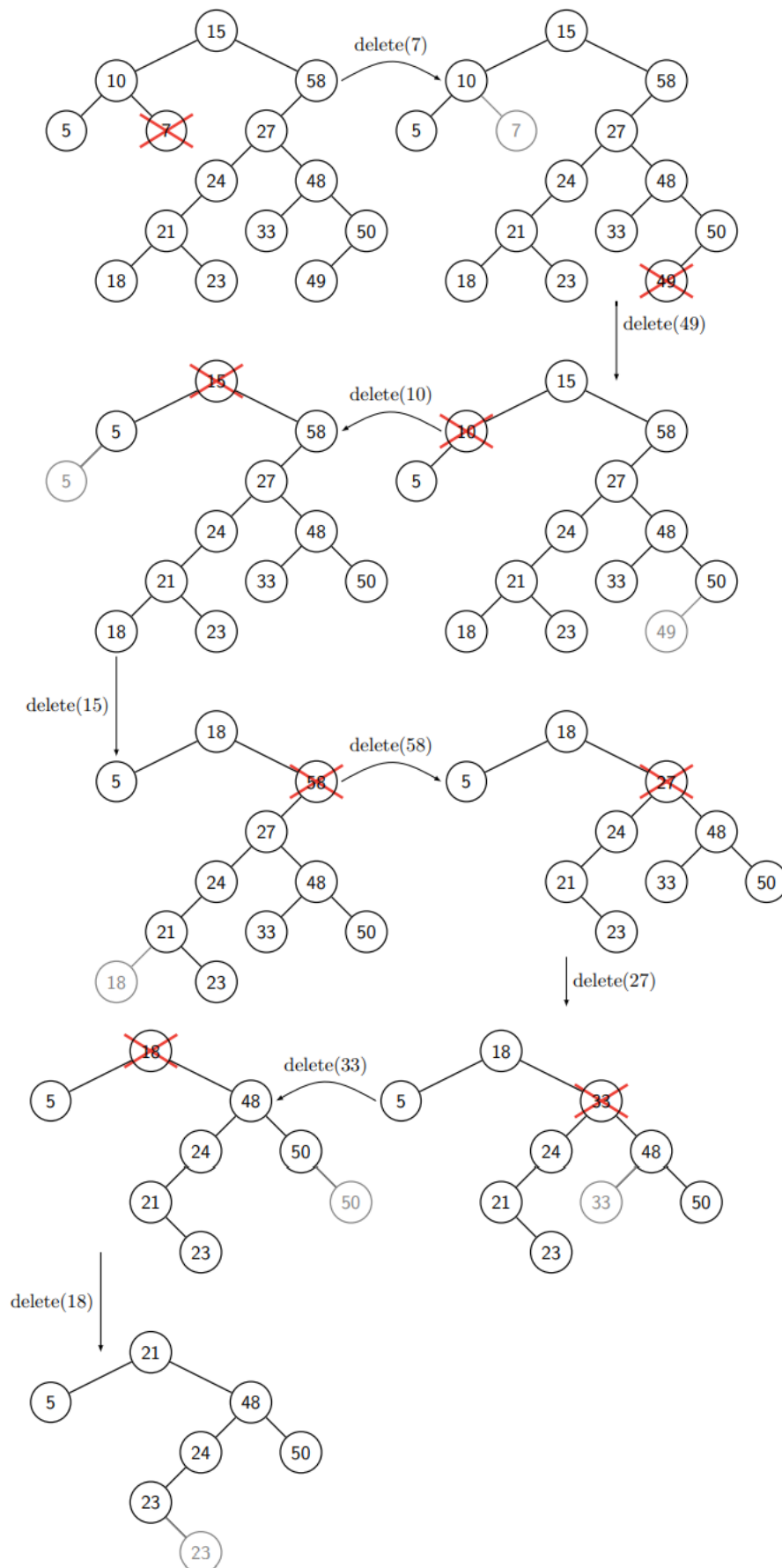
Reihenfolge	Knoten	Schlüssel
1	A	27
2	B	7
3	C	10
4	D	33
5	E	27
6	F	31
7	G	27
8	H	0



11. Entfernen Sie die Knoten mit den folgenden Schlüsseln in der gegebenen Reihenfolge: 7, 49, 10, 15, 58, 27, 33, 18. Geben Sie jedes Mal an, welchen Fall Sie benutzen und zeichnen Sie den Baum neu.



Knoten	Fall
7	1
49	1
10	2
15	3
58	2
27	3
33	3
18	3



12. Es wurde der Begriff symmetrischer Nachfolger erklärt. Überlegen Sie sich, wie ein symmetrischer Vorgänger definiert werden könnte.

Ein Vorgänger ist vom Prinzip her das gleiche wie der Nachfolger - nur spiegelverkehrt:

Nachfolger : Knoten, das am weitesten links steht im rechten Teilbaum des zu löschenden Knotens

Vorgänger : Knoten, das am weitesten rechts steht im linken Teilbaum des zu löschenden Knotens

Anstatt den rechten Nachbarn in der Inorder-Reihenfolge zu wählen, nimmt man also den linken Nachbarn.

Alle Zeichnungen von: <https://educ.ethz.ch/unterrichtsmaterialien/informatik/binaere-suchbaeume.html>