

Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Convocatoria de junio, 31/05/23

Nombre:

DNI:

Plan antiguo ☐

NOTA: Es necesario un mínimo de 3 ptos (el 50% de la puntuación total) en la prueba para sumar las prácticas correspondientes. La duración del examen es de 2 horas.

1. (0.5 ptos) Enunciar el Teorema de Iteración en lenguajes regulares.

Ver los apuntes de la clase del 11-04-23.

2. (1 pto) Razonar la verdad o falsedad de la afirmación siguiente:

“El conjunto \mathcal{P}_Σ de las palíndromos sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ es un lenguaje regular.”

Supongamos que \mathcal{P}_Σ fuera regular, entonces también lo sería $\{a^n b a^n, n \geq 0\} = \mathcal{P}_\Sigma \cap a^* b a^*$, lo que es falso por simple aplicación del Teorema de Iteración en lenguajes regulares (ejercicio hecho en clase).

NOTA: Se aplica el mismo procedimiento que en uno de los ejercicios explicados en la clase del 11-04-23.

3. (1.5 pts) Sea \mathcal{L} el lenguaje generado por la gramática definida por las reglas:

$$S \rightarrow SBA \quad S \rightarrow a \quad BA \rightarrow AB \quad aA \rightarrow aaB \quad B \rightarrow b$$

Razonar la verdad o falsedad de la afirmación siguiente:

“El lenguaje \mathcal{L} es independiente del contexto”.

El lenguaje puede expresarse en forma de conjunto como $\mathcal{L} = \{a^{n+1}b^{2n}, n \geq 0\}$, luego (por ejemplo) generable a partir de la gramática independiente del contexto definida por las reglas siguientes:

$$S \rightarrow aA \quad A \rightarrow aAbb \quad A \rightarrow \varepsilon$$

y, por tanto, la afirmación es verdadera.

NOTA: Se aplica el mismo procedimiento que en uno de los ejercicios explicados en la clase del 14-02-23.

NOTA: La naturaleza de \mathcal{L} viene determinada por la forma de las derivaciones en la gramática original:

$$S \xrightarrow{n} S\{BA\}^n \Rightarrow a\{BA\}^n \xrightarrow{*} aa^n B^{2n} \xrightarrow{2n} a^{n+1}b^{2n}$$

Más intuitivamente, basta ver las reglas de dicha gramática original para deducir que si tenemos n parejas de BA 's, derivaremos a partir de éstas n a 's y $2n$ B 's, derivándose a su vez $2n$ b 's a partir de éstas últimas. Observar que, cuando está precedida por a , cada una de esas parejas BA aplicará una derivación del tipo

$$aBA \Rightarrow aAB \Rightarrow aaBB \Rightarrow aabb$$

Esa es la idea que luego sirve de base para diseñar la gramática independiente del contexto que se propone.

4. (1.5 ptos) Sea $\mathcal{L} = \{a^n b^n c^n d^n, n \geq 0\}$. Razonar la verdad o falsedad de la afirmación siguiente:

“El lenguaje \mathcal{L} es independiente del contexto”.

Supongamos que \mathcal{L} lo fuera. En ese caso se verificaría el Teorema de Iteración para lenguajes independientes del contexto. Esto es, dado el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, existiría un $k \geq 1$ tal que para cualquier $z \in \mathcal{L}$ de longitud mayor o igual que k se verificaría que existen $u, v, w, x, y \in \Sigma^*$ de forma que:

- i. $vx \neq \varepsilon, w \neq \varepsilon$
- ii. $|vwx| \leq k$
- iii. $\forall l \geq 0, uv^l wx^l y \in \mathcal{L}$

Sea entonces $z = a^k b^k c^k d^k$, dado que $|z| = 4k > k$, nos situamos en las hipótesis del Teorema de Iteración y por tanto i., ii. y iii. se verificarían.

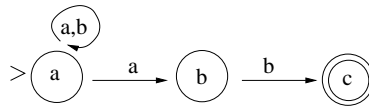
En particular, puesto que $|vwx| \leq k$, vwx no podría contener a 's, b 's, c 's y d 's simultáneamente ... de donde, uvw contendría bien k a 's o k b 's o k c 's o k d 's. En consecuencia, dado que (iii.), $uv^0 wx^0 y = uvw \in \mathcal{L}$, tendríamos que $|uvw| \geq 4k$.

Ello constituye una **inconsistencia**, ya que (i.) $|vx| > 1$ y por tanto $|uvw| < |uvwxy| = |z| = 4k$.

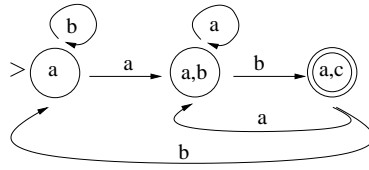
Luego, al no verificar \mathcal{L} el Teorema de Iteración, la afirmación es falsa.

NOTA: Se aplica el mismo procedimiento que en uno de los ejercicios explicados en la clase del 02-05-23.

5. (1.5 pts) Determinizar el AF de la figura. Justificar los pasos ejecutados en el cálculo. Facilitar el grafo de estados del AFD resultante.



La solución viene dada por el grafo de estados siguiente:



NOTA: Se aplica el mismo procedimiento que en uno de los ejercicios explicados en la clase del 07-03-23.