Estatística Descritiva con R

Tomás R. Cotos Yáñez, Ana Pérez González

Setembro de 2021

Contents

Prólogo

Esta documentación contiene tanto la parte Teórica de la materia como su aplicación práctica usando el lenguaje R a través del plugin R-Commander y el plugin RcomanderPlugin.InferenciaEstadistica.

Está escrito en R-Markdown empleando el paquete `bookdown` y está disponible en el repositorio Github: ¿?¿?.

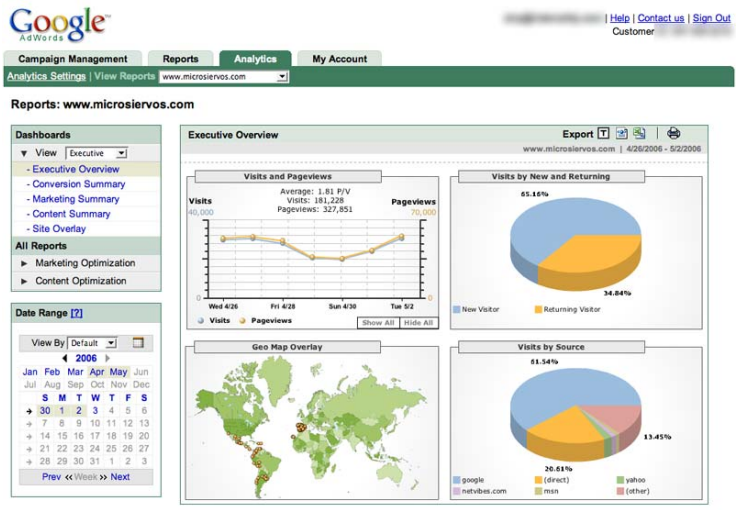
Chapter 1

Introducción. Elementos notables de Estadística Descriptiva

1.1 Introducción

Un primer paso en cualquier análisis de un problema o experimento es la observación de la información disponible. Esta información debe ser tratada inicialmente como un todo y es conveniente establecer mecanismos que permitan, no solo describirla completamente, sino también resumirla. Dicho de otra forma, dar características que permitan describir la información que se dispone. La estadística descriptiva es la parte de la estadística que se encarga de ordenar, analizar, representar y resumir un conjunto de datos, tratándolos como un todo.

Un claro ejemplo pueden ser los análisis descriptivos que se hacen de las visitas a portales web (buscar en google *estadística web* y pinchar por ejemplo en *Imagenes de estadística web*).



1.2 Conceptos Generales.

- **Población**. Cualquier conjunto de personas, objetos, ideas o acontecimientos.
- **Muestra**. Subconjunto de individuos pertenecientes a una población determinada. Es deseable que sea un subconjunto *representativo* de la población.
- **Variables**: En los elementos de una población se pueden observar uno o varios caracteres:
  - *Variable cualitativa o atributo*: Es un carácter de una población que no es susceptible de ser medido numéricamente. Se clasifican en nominales y ordinales. La v. cualitativas ordinales se pueden ordenar.

  Ejemplos de variables cualitativas nominales son: el color de ojos, la raza, el sexo, la inclinación política, . . . , ejemplos de v. ordinales son: el nivel de estudios, la escala de grises (de blanco a negro), . . .
  - *Variable cuantitativa*: Es cualquier carácter de una población susceptible de tomar valores numéricos. Se clasifican en discretas y continuas. Mientras que las discretas toman únicamente un número finito o infinito numerable de valores, las continuas pueden tomar todos los valores de un determinado intervalo.

Ejemplos de variables discretas: número de trabajos en cola en un servidor, número de hijos, número de caras obtenidas al lanzar dos monedas, . . .

Ejemplos de variables continuas: salario, peso, estatura, . . .

Ejercicio 1.1. Identifica que tipo de variables son:

- tipo de procesador,

- velocidad de un procesador (MHz),

- modelo de impresora,

- número de páginas impresas por minuto,

- variable representando un byte,

- la altura y el peso de una persona,

- la parte entera de la medición de la altura de una persona,

- ¿la variable número de núcleos de un procesador es ordinal o cuantitativa discreta?

Describe situaciones donde la variable *Edad* pueda ser considerada como v.a. continua, discreta e incluso como v.a. cualitativa ordinal.

Chapter 2

Estadística Descriptiva Unidimensional

Sea X la variable de interés, y sean $x_1, x_2, \ldots, x_k$ los valores distintos que toma dicha variable medidos en una muestra de tamaño N.

- **Frecuencia absoluta**: número de veces que se repite cada valor de la variable.
- **Frecuencia relativa**: frecuencia absoluta dividida por el número total de datos, N.
- **Frecuencia absoluta acumulada** de un valor de la variable (ordenados de menor a mayor) es el número de datos menores o iguales que dicho valor (no calculable para v. cualitativas nominales).
- **Frecuencia relativa acumulada** es el resultado de dividir cada frecuencia absoluta acumulada por el número total de datos.

Fr. Absoluta de x_i n_i	**Fr. Relativa de x_i** f_i
Fr. Abs. Acumulada de x_i $N_i = n_1 + \ldots + n_i = \sum_{k=1}^{i} n_k$	**Fr. Rel. Acumulada de x_i** $F_i = f_1 + \ldots + f_i = \sum_{k=1}^{i} f_k = \frac{N_i}{N}$

2.1 Tablas de distribución de frecuencias:

- Variables cualitativas y cuantitativas discretas: Datos sin agrupar.

Valores variable	**Fr. abs.**	**Fr. rel.**	**Fr. abs. ac.**	**Fr. rel. ac.**
x_i	n_i	$f_i = \frac{n_i}{N}$	$N_i = \sum_{j=1}^{i} n_j$	$F_i = \frac{N_i}{N}$
x_1	n_1	f_1	N_1	F_1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_k	n_k	f_k	$N_k = N$	$F_k = 1$
	$N = \sum_{i=1}^{k} n_i$	1		

Las frecuencias acumuladas sólamente tienen sentido cuando hay una ordenación de los datos, es decir, no tienen sentido cuando hay variables cualitativas nominales.

- **Variables cuantitativas continuas**: Datos agrupados. Si el tamaño N de la muestra es grande, suelen agruparse los datos en casillas o intervalos de clase de la forma $[L_{i-1}, L_i)$ donde $i = 1, 2, \ldots, k$, sustituyendo cada valor de la variable por el punto medio del intervalo $x_i = \dfrac{L_{i-1} + L_i}{2}$ que llamaremos **marca de clase**.

Int. clase	**M. clase**	**Fr. abs.**	**Fr. rel.**	**Fr. abs. ac.**	**Fr. rel. ac.**	**Amp.**	**Densidad**
$[L_{i-1}, L_i)$	x_i	n_i	f_i	N_i	F_i	a_i	d_i
$[L_0, L_1)$	x_1	n_1	f_1	N_1	F_1	a_1	d_1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$[L_{k-1}, L_k]$	x_k	n_k	f_k	$N_k = N$	$F_k = 1$	a_k	d_k
		N	1				

Se define **amplitud del intervalo** de clase como $a_i = L_i - L_{i-1}$. Los intervalos no tienen por qué tener la misma amplitud.

Se define **densidad de frecuencia** relativa como la frecuencia relativa por unidad de la variable, $d_i = \frac{f_i}{a_i}$.

Ejemplo 2.1. El conjunto de datos *iris* del paquete *datasets* (*Estadística Básica/Datos/Conjunto de datos en paquetes/Leer conjunto de datos en paquete adjunto...*) contiene mediciones en centímetros de diferentes variables de 150 flores (ver ayuda del conjunto de datos).

Responder a las siguientes cuestiones:

- Clasifica estadísticamente las variables del conjunto de datos *iris*.
- Calcula a distribución de frecuencias completa da variable *Species*.
- Obtén la distribución de frecuencias agrupada de la variable *Sepal.Lenght* en 10 grupos de longitud 0.5.

Solución:

```
> # Sepal.Length, Sepal.Width, Petal.Length, Petal.Width son v. continuas.
> # Species es una v. cualitativa nominal.
>
> ### Menú en: Estadística Básica/Estadística Descriptiva/Distribuciones de frecuencia
> ###   variables cualitativas
> calcular_frecuencia(df.nominal=iris["Species"], ordenado.frec=TRUE, df.ordinal=NULL,
+   cuantil.p=0.5, iprint = TRUE)
```

```
--------------------------------

Variábeis nominais:

Variábel: Species
           ni    fi
setosa     50 0.333
versicolor 50 0.333
virginica  50 0.333
N= 150
```

```
> ### Primero: Recodificamos la variable usando el menú de segmentar
> ###   Estadística Básica/Datos/Segmentar variable numérica
> iris$Sepal.Length.agrup2 <- as.ordered(with(iris, binVariable(Sepal.Length, bins=10,
+       method='intervals', labels=NULL)))
>
> ### Segundo: La v. generada es una v.a continua agrupada, para obtener la distribución
> ###   de frecuencias completa, podemos usar el menú de distribución de frecuencias de
> ###   v. cualitativas ordinales. Informáticamente el menú anterior clasificó la v.
> ###   resultante como v. tipo factor ordenado.
>
> ### Menú: Distribución de frecuencias de v. cualitativas ordinales,
> ###   Estadística Básica/Estadística Descriptiva/Distribuciones de frecuencia variables
> ###   cualitativas...
> calcular_frecuencia(df.nominal=NULL, ordenado.frec=FALSE, df.ordinal=
+       iris["Sepal.Length.agrup2"], cuantil.p=0.5, iprint = TRUE)
```

```
--------------------------------

Variábeis ordinais:

Variábel: Sepal.Length.agrup2
            ni     fi  Ni    Fi
(4.3,4.66]   9 0.0600   9 0.060
(4.66,5.02] 23 0.1533  32 0.213
(5.02,5.38] 14 0.0933  46 0.307
(5.38,5.74] 27 0.1800  73 0.487
```

```
(5.74,6.1]  22 0.1467  95 0.633
(6.1,6.46]  20 0.1333 115 0.767
(6.46,6.82] 18 0.1200 133 0.887
(6.82,7.18]  6 0.0400 139 0.927
(7.18,7.54]  5 0.0333 144 0.960
(7.54,7.9]   6 0.0400 150 1.000
N= 150

Cuantile: 0.5
                      Variable        Fi
Sepal.Length.agrup2 (5.74,6.1] 0.6333333
```

```
> ### La densidad de frecuncia se obtendría dividiendo la columna fi por la amplitud.
> ###   En este caso, amplitud constante ai=0.5. Las conclusiones serían idénticas
> ###   observando la columna hi e fi.
>
>
> ### Alternativamente se podría usar el menú de Recodificar, aunque los resultados
> ###   no tienen porque coincidir.
> ### Primero: Recodificamos en Estadística Básica/Datos/Modificar el conjunto de datos
> ###   activo/Recodificar ...
> iris <- within(iris, {
+   Sepal.Length.agrup2 <- Recode(Sepal.Length,
+   '4:4.5 = "[4,4.5)"; 4.5:5 = "[4.5,5)"; 5:5.5 = "[5,5.5)"; 5.5:6 = "[5.5,6)";
+   6:6.5 = "[6,6.5)"; 6.5:7 = "[6.5,7)"; 7:7.5 = "[7,7.5)"; 7.5:8 = "[7.5,8]"',
+   as.factor=TRUE)
+ })
> ### Segundo: La v. generada es una v.a continua agrupada, para obtener la
> ###   distribución de frecuencias completa, podemos usar el menú de distribución
> ###   de frecuencias de v. cualitativas ordinales. Informáticamente el menú
> ###   anterior clasificó la v. resultante como v. tipo factor (es decir, v.
> ###   cualitativa nominal). Debemos modificar para que se R Commander la
> ###   considere como factor ordenado.
>    ### Menú: Estadística Básica/Datos/Modificar el conjunto de datos activo
> ###   /Cambiar tipo de variables
> iris <- within(iris, {
+   Sepal.Length.agrup2 <- as.ordered(Sepal.Length.agrup2)
+ })
>
> ### Tercero: Distribución de frecuencias de v. cualitativas ordinales,
> ###   Estadística Básica/Estadística Descriptiva/Distribuciones de frecuencia
> ###    variables cualitativas...
> calcular_frecuencia(df.nominal=NULL, ordenado.frec=FALSE, df.ordinal=
+       iris["Sepal.Length.agrup2"], cuantil.p=0.5, iprint = TRUE)
```

```
Variábeis ordinais:

Variábel: Sepal.Length.agrup2
        ni     fi  Ni     Fi
[4,4.5)  5 0.0333   5 0.0333
[4.5,5) 27 0.1800  32 0.2133
[5,5.5) 27 0.1800  59 0.3933
[5.5,6) 30 0.2000  89 0.5933
[6,6.5) 31 0.2067 120 0.8000
[6.5,7) 18 0.1200 138 0.9200
[7,7.5)  6 0.0400 144 0.9600
[7.5,8]  6 0.0400 150 1.0000
N= 150

Cuantile: 0.5
                     Variable        Fi
Sepal.Length.agrup2  [5.5,6) 0.5933333
```

Ejercicio 2.1. La distribución del tiempo de conexión a la red internet en un edificio viene agrupado en intervalos por la siguiente tabla:

Tiempo (minutos)	Marca Clase	Nº de usuarios
$(0-20]$	10	10
$(20-28]$	24	32
$(28-32]$	30	50
$(32-48]$	40	8

Obtén la distribución de frecuencias completa de la variable agrupada.

Solución. La variable estadística a considerar se puede definir como X=*tiempo de conexión*, la tabla completa quedaría:

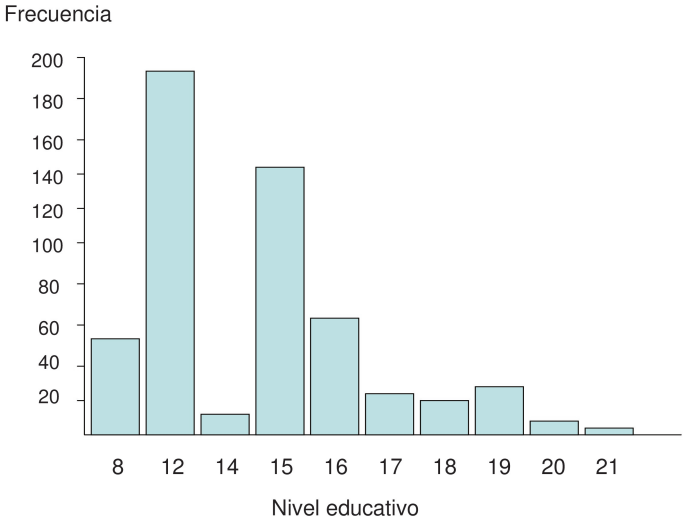
Tiempo (minutos)	Marca Clase	Nº de usuarios	N_i	f_i	F_i	d_i
$(0-20]$	10	10	10	10/100	10/100	$\frac{0.1}{20}=0.005$
$(20-28]$	24	32	42	32/100	42/100	$\frac{0.32}{8}=0.4$
$(28-32]$	30	50	92	50/100	92/100	$\frac{0.5}{4}=0.125$
$(32-48]$	40	8	100	8/100	100/100	$\frac{0.08}{16}=0.005$

2.2 Representaciones Gráficas

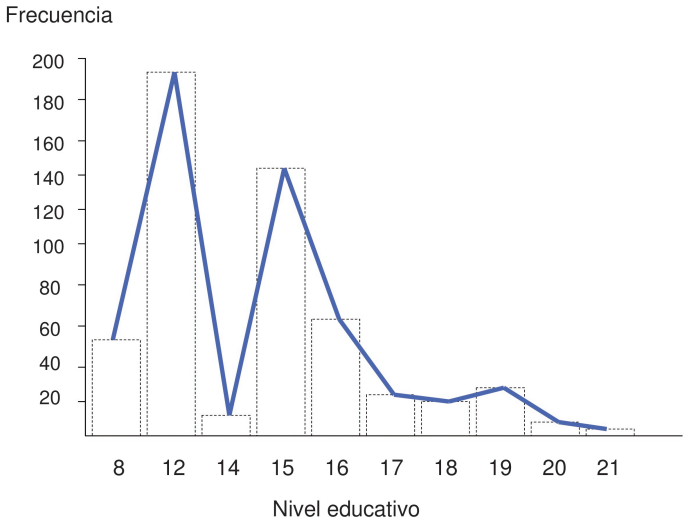
Aunque la tabla estadística encierra toda la información posible disponible, a veces es necesario traducirla o acompañarla de una representación gráfica de modo que la referencia visual sirva de punto de partida para el análisis estadístico. Los tipos de gráficos más utilizados son:

1. Para fenómenos cualitativos: cartograma, pictograma, nube de palabras, diagrama de sectores y diagrama de rectángulos.
2. Para fenómenos cuantitativos:
   - Distribuciones no agrupadas: diagrama de barras y polígono de frecuencias.
   - Distribuciones agrupadas: histograma de frecuencias, polígono de frecuencias y polígono acumulativo.

Diagrama de barras: En el eje de abscisas, de unos ejes coordenados rectangulares, se señalan los valores de la variable, construyendo sobre estos unos segmentos verticales de longitud igual (o proporcional) a cada una de las frecuencias.



Polígono de frecuencias: Se obtiene uniendo mediante segmentos los puntos $(x_1, n_1), (x_2, n_2), \ldots, (x_k, n_k)$ ó $(x_1, f_1), (x_2, f_2), \ldots, (x_k, f_k)$.



- En distribuciones agrupadas en intervalos.

Histogramas: Se marcan en el eje X los extremos de los intervalos de clase, y sobre cada intervalo se construye un rectángulo cuya base coincide con el intervalo y la altura es igual (o proporcional) a la frecuencia de dicho intervalo. Generalmente $d_i = \dfrac{n_i}{a_i}$ ó $d_i = \dfrac{f_i}{a_i}$.

Pasos en la construcción de un histograma:

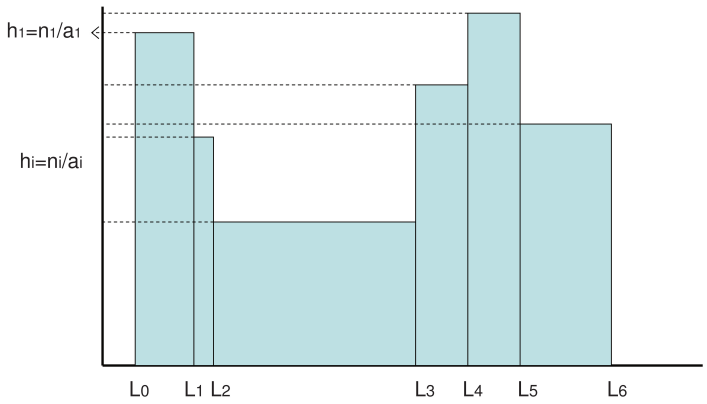
1. Determinar el rango de los datos. Rango es igual al dato mayor menos el dato menor.
2. Obtener el número de clases:

Regla de la raíz :	$k = int\left(\sqrt{N}\right)$
Regla de Sturgess :	$h = int\left(1 + log_2(N)\right)$ y $k = \frac{max(x)-min(x)}{h}$
Regla de Scott :	$h = 3.49\frac{S}{\sqrt[3]{N}}$, con S la desviación típica de los datos y $k = \frac{max(x)-min(x)}{h}$
Regla de Freedman-Diaconis :	$k = 2\frac{RIQ}{\sqrt[3]{N}}$

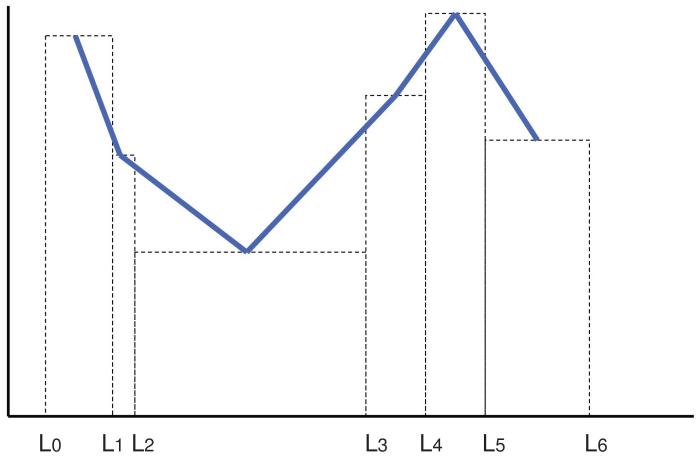
Suposiciones para la regla de Scott: asintóticamente cierta, el exponente -1/3 es para funciones suaves y el coeficiente 3.49 se obtiene suponiendo función de densidad gaussiana.

3. Establecer la longitud de clase: es igual al rango entre el número de clases.
4. Construir los intervalos de clases: Los intervalos resultan de dividir el rango de los datos en relación al resultado del PASO 2 en intervalos iguales. Obtener la frecuencia de datos dentro de cada intervalo.

5. Dibujar el histograma: En caso de que las clases sean todas de la misma amplitud, se hace un gráfico de barras unidas, las bases de las barras son los intervalos de clases y altura son la frecuencia (la relativa o la absoluta) de las clases. En caso de intervalos con longitudes desiguales la altura del intervalo es la densidad de frecuencia.



Polígono de frecuencias}: Se obtiene al unir por segmentos los puntos medios de las bases superiores de los rectángulos del histograma.



- Para variables cualitativas}

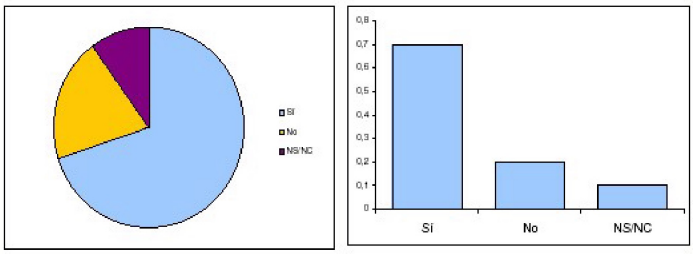
Pictogramas: Los datos se representan gráficamente sustituyendo las barras del diagrama de barras o los rectángulos del histograma por figuras alusivas al carácter estudiado.

Cartogramas: Es la forma de representar sobre el mapa de la región estudiada los caracteres correspondientes, bien empleando distintos colores, tramas de

distinta intensidad, o con una numeración adecuada.

Diagramas sectoriales: Consiste en representar mediante sectores circulares las distintas modalidades de la variable de manera que los sectores han de tener un ángulo central proporcional a la frecuencia correspondiente.

Diagrama de rectángulos: Todos los rectángulos tienen la misma base y sus áreas son proporcionales a la frecuencia.



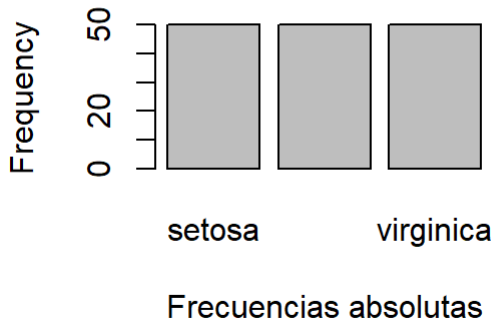
Nube de palabras: En textos, cuando hay muchas palabras:

```
> library(tm)
> library(wordcloud)
> library(colorspace, pos=18)
>   mostra <- sample(x=c(letters, LETTERS, 0:9), size=1000, replace=TRUE)
>   tb <- table(mostra)
>   wordcloud(attr(tb,"dimnames")[[1]], freq=tb, colors=rainbow(length(tb)))
```

```
> apelidos.nomes <- read.csv("data/2020-2021estudantes ESEI.csv", header=FALSE)
>   apelidos <- unique(apelidos.nomes$V1)
>   apel <- unlist(strsplit(as.character(apelidos), split=" "))
>   freq <- table(apel)
>   freq1 <- freq[order(freq,decreasing = TRUE)][1:15]
>   wordcloud(attr(freq1,"dimnames")[[1]],freq=freq1, colors=rainbow(length(freq1)))
```

Ejemplo con R y R Commander

```
> data(iris, package="datasets")
> ### Representa gráficamente la v. cualitativa nominal Species.
> ### Con R Commander.  Menú Gráficas/Diagrama de barras
> with(iris, Barplot(Species, xlab="Frecuencias absolutas", ylab="Frequency"))
```

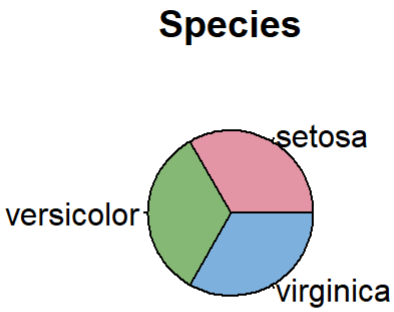


Frecuencias absolutas

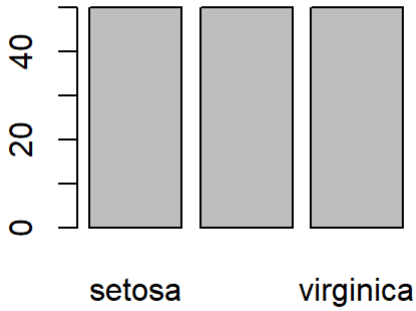
```
> with(iris, Barplot(Species, xlab="Porcentajes", ylab="Percent", scale="percent"))
```

Porcentajes

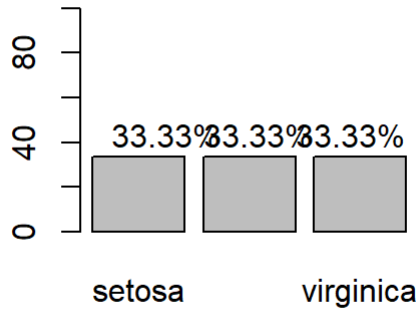
```
> ### Con R Commander.  Menú Gráficas/Diagrama de sectores
> with(iris, pie(table(Species), labels=levels(Species), xlab="", ylab="",
+     main="Species", col=rainbow_hcl(3)))
```



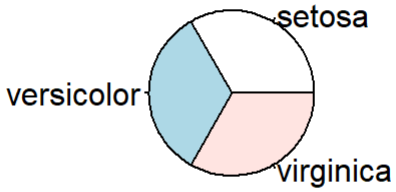

```
> ### Con R
> b <- table(iris$Species)
> barplot(b)              #frec. absolutas
```



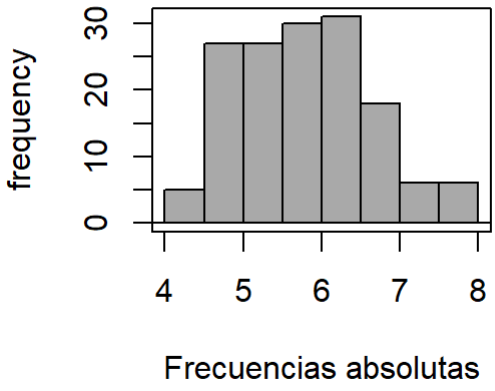

```
> barplot(100*b/sum(b),ylim=c(0,100))   #frec. relativas en tanto por cen
> text(1:3,100*b/sum(b)+10,labels=paste(round(100*b/sum(b),2),"%",sep=""))
```



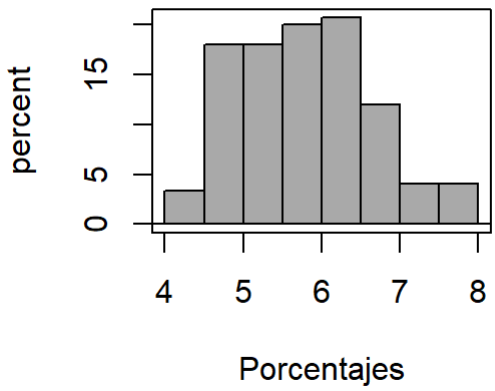

```
> pie(b) # de sectores
```



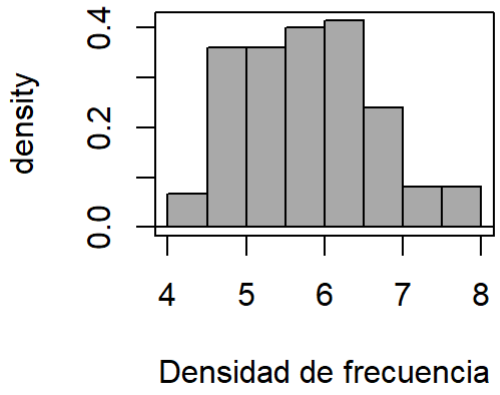

```
> ### Representa gráficamente la v. continua Sepal.Length
> ### Histogramas con R Commander.  Menú Gráficas/Histograma ...
> with(iris, Hist(Sepal.Length, scale="frequency", breaks="Sturges",
+     col="darkgray", xlab="Frecuencias absolutas"))
```



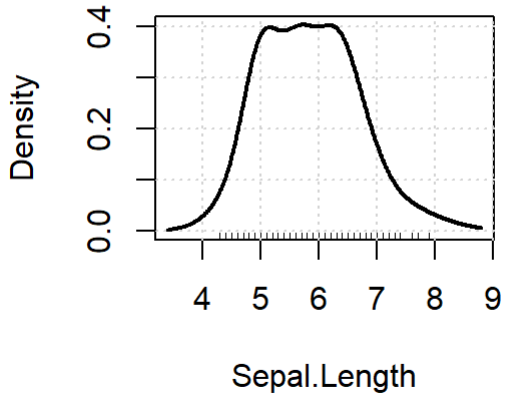

```
> with(iris, Hist(Sepal.Length, scale="percent", breaks="Sturges",
+     col="darkgray", xlab="Porcentajes"))
```



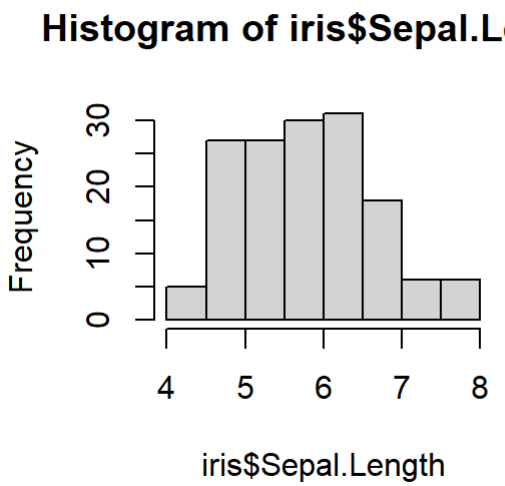

```
> with(iris, Hist(Sepal.Length, scale="density", breaks="Sturges",
+     col="darkgray", xlab="Densidad de frecuencia"))
```



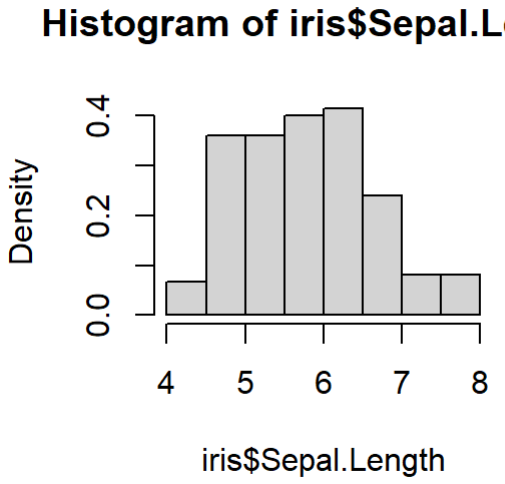

```
> ### Estimación no paramétrica de la densidad con R Commander.
> ###   Menú Gráficas/Estimar densidad
> densityPlot( ~ Sepal.Length, data=iris, bw=bw.SJ, adjust=1,
+              kernel=dnorm, method="adaptive")
```



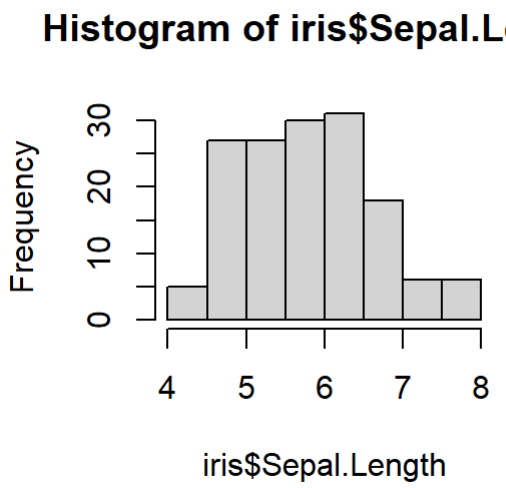

```
> ### Histogramas con R
> hist(iris$Sepal.Length)   # Frecuencias absolutas
> hist(iris$Sepal.Length, freq=TRUE)    #Frecuencias absolutas
```



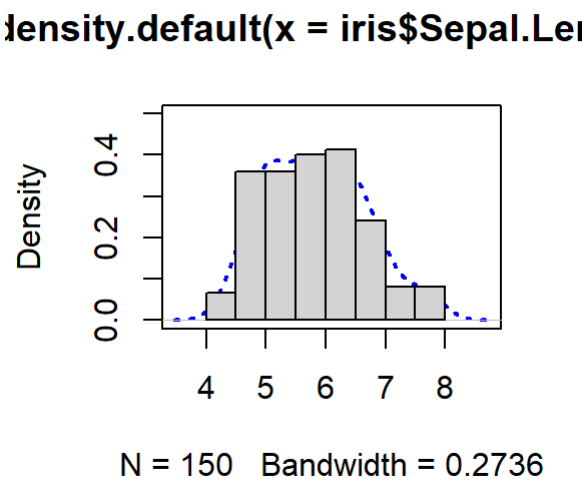

```
> hist(iris$Sepal.Length, freq=FALSE)   #densidad de frecuencias
```




```
> hist(iris$Sepal.Length,breaks=seq(4,8,0.5))       # mod. intervalos
```

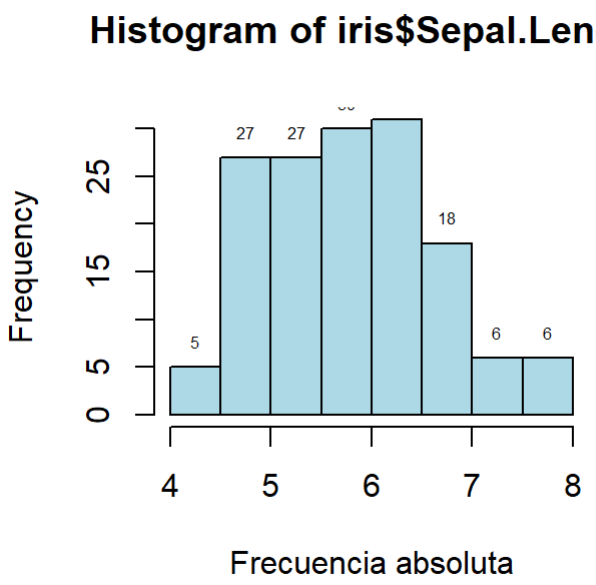



```
> hist(iris$Sepal.Length, plot=FALSE)     # Frecuencias relativas

$breaks
[1] 4.0 4.5 5.0 5.5 6.0 6.5 7.0 7.5 8.0

$counts
[1]  5 27 27 30 31 18  6  6

$density
[1] 0.06666667 0.36000000 0.36000000 0.40000000 0.41333333 0.24000000 0.08000000
[8] 0.08000000

$mids
[1] 4.25 4.75 5.25 5.75 6.25 6.75 7.25 7.75

$xname
[1] "iris$Sepal.Length"

$equidist
[1] TRUE

attr(,"class")
[1] "histogram"
> ### Estimación no paramétrica de la densidad con R.
> plot(density(iris$Sepal.Length), col="blue",lwd=2, lty=3, ylim=c(0,0.5) )
>     hist(iris$Sepal.Length, freq= FALSE, add=TRUE)
```

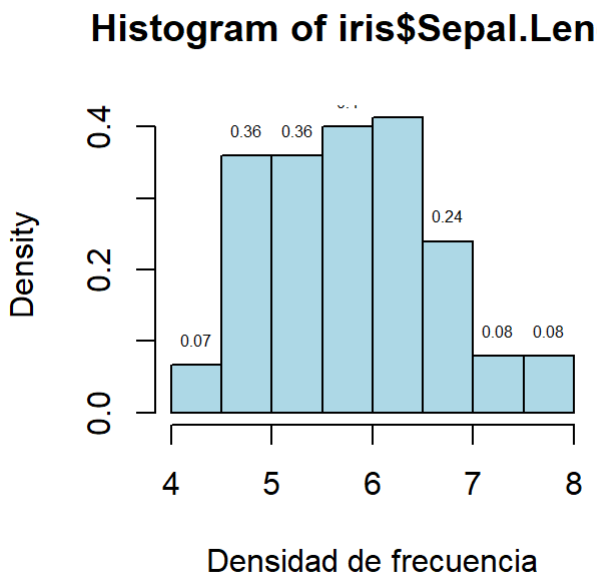


Ejercicio 2.2. Obervando los histogramas seguintes, en el eje de abcisas aparece el valor de la altura de cada barra, que porcentaje de flores tienen una longitud de Sepalo menor que 6

```
> aa <- hist(iris$Sepal.Length, plot=FALSE)
> # con Freq. Absolutas
> hist(iris$Sepal.Length, col = "lightblue", xlab="Frecuencia absoluta")
> mtext( aa$counts, side=1, at= cbind(aa$mids, aa$counts))
```




```
> # con densidad de frecuencias
> hist(iris$Sepal.Length, freq=FALSE, col = "lightblue",
+      xlab="Densidad de frecuencia")
> mtext( round(aa$density,2), side=1, at= cbind(aa$mids, aa$density))
```



Ejercicio 2.3. Dado los valores recogidos en la tabla seguiente, calcula el área del recinto de cada uno de los gráficos anteriores.

Punto medio	4.25	4.75	5.25	5.75	6.25	6.75	7.25	7.75
n_i	5	27	27	30	31	18	6	6
d_i	0.0667	0.3600	0.3600	0.4000	0.4133	0.2400	0.0800	0.0800

Ejercicio 2.4. Completa las seguientes tablas de frecuencias:

Cylinders	n_i	f_i	N_i	F_i
3	3	–	–	–
4	49	–	–	–
5	2	–	–	–
6	31	–	–	–
8	7	–	–	–

FuelCapacity	n_i	f_i	N_i	F_i
$[9.18, 12.8)$		0.12		
$[12.8, 16.3)$		0.38		
$[16.3, 19.9)$		0.31		
$[19.9, 23.4)$		0.18		
$[23.4, 27]$		0.01		

HighwayMPG	n_i	f_i	N_i	F_i
$[20, 26)$			22	
$[26, 32)$			71	
$[32, 38)$			88	
$[38, 44)$			91	
$[44, 50]$			93	

Horsepower	n_i	f_i	N_i	F_i
$[54.8, 104)$				0.26
$[104, 153)$				0.59
$[153, 202)$				0.88
$[202, 251)$				0.95
$[251, 300]$				1.00

Conjunto de datos *cars93* del plugin. N=93

2.3 Principales características numéricas

La información suministrada por una tabla de distribución de frecuencias se puede resumir en un conjunto de medidas que la caracterizan y que se pueden clasificar en:

1. Medidas de posición: proporcionan valores que determinan posiciones dentro del conjunto de los datos. Las dividimos en medidas de tendencia central y de tendencia no central.
2. Medidas de dispersión: indican la desviación de los datos respecto de ciertas medidas de posición.
3. Medidas de forma: relacionadas con la representación gráfica de la distribución.

2.4 Medidas de posición de tendencia central

Media aritmética ($\overline{X}$): cociente entre la suma de todos los valores observados de la variable y el número total de observaciones:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} X_i n_i}{N}$$

Para datos agrupados se toman como x_i las marcas de clase (representante de todos los datos del intervalo).

Propiedades

1. $\sum_{i=1}^{k}(x_i - \overline{x})n_i = 0$.
2. La media de las desviaciones al cuadrado de los valores de las variable respecto a una constante c cualquiera, se hace mínima cuando esa constante c es igual a la media aritmética. Es decir:

$$\min_c \sum_{i=1}^{k}(x_i - c)^2 n_i = \sum_{i=1}^{k}(x_i - \overline{x})^2 n_i \text{ (Teorema de König)}$$

3. Linealidad de la media: dados $a, b \in \mathbb{R}$ e $Y = a + bX$ se verifica:

$$\overline{y} = a + b\overline{x}$$

4. Media en subpoblaciones: Si el total de datos se estratifica en L grupos distintos, la media aritmética del total es una media aritmé tica de las distintas medias de los estratos ponderadas por el número de observaciones que tienen los mismos:

$$\overline{x} = \frac{\overline{x}_1 N_1 + \overline{x}_2 N_2 + \ldots + \overline{x}_L N_L}{N_1 + N_2 + \ldots + N_L}$$

5. $\min(x_i) \leq \overline{X} \leq \max(x_i)$

NOTA: A veces se introducen unos coeficientes de ponderación o pesos denominados w_i que son distintos de n_i con lo que la +media ponderada+ es:

$$\overline{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{k} w_i x_i}{\sum_i w_i}$$

Ejemplo 2.2. Calcula la media aritmética de los 10 primeros números naturales. *X= 10 primeros números enteros.* $x_1 = 1, x_2 = 2, \ldots, x_{10} = 10$, frecuencias $n_i = 1$, $i = 1, 2, \ldots, 10$, por lo tanto $\bar{x} = \frac{1+2+\ldots+10}{10} = \frac{55}{10} = 5.5$

Ejemplo 2.3. Supón ahora que la ponderación de cada valor es inversamente proporcional a su valor. $x_1 = 1, x_2 = 2, \ldots, x_{10} = 10$, con pesos $w_i = \frac{1}{i}$, $i = 1, 2, \ldots, 10$, por lo tanto $\bar{x}_w = \frac{1*\frac{1}{1}+2*\frac{1}{2}+\ldots+10*\frac{1}{10}}{\frac{1}{1}+*\frac{1}{2}+\ldots+*\frac{1}{10}} = \frac{10}{2.928968} = 3.414172$

Ejemplo 2.4. Haz los cálculos anteriores con R. Genera una función para calcular media aritmética y media ponderada.

Media geométrica: la raíz N-ésima del producto de los N valores de la distribución elevados al número de veces que se repite cada uno de ellos:

$$g = \sqrt[N]{x_1^{n_1} x_2^{n_2} \ldots x_k^{n_k}}$$

Podemos expresar la media geométrica como una media aritmética teniendo en cuenta que el logaritmo de la media geométrica es igual a la media aritmética de los logaritmos de los valores de la variable:

$$\log(g) = \frac{\sum_{i=1}^{k} \log(x_i) n_i}{N}$$

El empleo más frecuente de la media geométrica es el de promediar porcentajes, tasas, números índices, etc.

Mediana (Me): dada una distribución de frecuencias $\{(x_i, n_i)\}_{i=1}^{k}$ con valores ordenados de menor a mayor, llamamos mediana, Me, al valor de la variable que deja a su izquierda la misma frecuencia que a su derecha. Es decir, serían el valor o valores de la variable que son mayores o iguales que la mitad de los datos y menore o iguales a la otra mitad de los datos.

Cálculo de la mediana:

1. Distribuciones no agrupadas: Se observa cuál es la primera frecuencia absoluta acumulada N_i que supera o iguala a $N/2$ distinguiéndose dos casos:
   - Si $N_i > N/2$, entonces $Me = x_i$.
   - Si $N_i = N/2$, entonces $Me = \dfrac{x_i + x_{i+1}}{2}$.
2. Distribuciones agrupadas: el cálculo se realiza en dos etapas:
   - Detectar el *intervalo mediano*: $[L_{i-1}, L_i)$ tal que $N_i \geq \dfrac{N}{2}$.
   - Cálculo de la mediana mediante semejanza de triángulos:

$$Me = L_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - N_{i-1}}{n_i} a_i = L_{i-1} + \frac{\frac{1}{2} - F_{i-1}}{f_i} a_i$$

siendo L_{i-1}: el extremo inferior del intervalo mediano.

N_{i-1}: la frecuencia absoluta acumulada del intervalo anterior al mediano.

n_i: la frecuencia absoluta del intervalo mediano.

a_i: la amplitud del intervalo mediano.

Ejemplo 2.5. Calcula la mediana de la siguiente tabla de frecuencias:

x_i	n_i	N_i
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	1	4
	$N = 4$	

Variable discreta y como $N_2 = \frac{4}{2}$, la mediana es $\dfrac{x_i + x_{i+1}}{2} = 2.5$

Ejemplo 2.6. Calcula la mediana de la siguiente tabla de frecuencias:

x_i	n_i	N_i
1	10	10
2	5	15
3	15	30
4	10	40
	$N = 40$	

Variable discreta y como $N_3 = 30 > \frac{40}{2} = 20$, la mediana es 3

Ejemplo 2.7. Calcula la mediana de los 10 primeros números naturales. X= *10 primeros números enteros.* $x_1 = 1, x_2 = 2, \ldots, x_{10} = 10$, frecuencias $n_i = 1$, $i = 1, 2, \ldots, 10$, por lo tanto la variable es discreta (no agrupada). El vector de frecuencias acumuladas es $N_1 = 1, N_2 = 2, \ldots, N_{10} = 10$, el primer valor que es mayor o igual que $\frac{10}{2} = 5$ es $x_5 = 5$, como $N_5 = \frac{10}{2}$, entonces la mediana es $M_e = \frac{x_5 + x_6}{2} = 5.5$. Coincide con la media.

Ejemplo 2.8. Supón ahora que la ponderación de cada valor es inversamente proporcional a su valor. $x_1 = 1, x_2 = 2, \ldots, x_{10} = 10$, con pesos $w_i = \frac{1}{i}$, $i = 1, 2, \ldots, 10$, El vector de frecuencias acumuladas es $(N_1 = 1, N_2 = 1.5, \ldots, N_{10} = 2.928968) = (1, 1.5, 1.83, 2.08, 2.28, 2.45, 2.59, 2.72, 2.83, 2.93)$, el primer valor que es mayor o igual que $\frac{2.928968}{2} = 1.464484$ es $x_2 = 1.5$, como es estrictamente mayor, entonces la mediana es $M_e = x_2 = 2$

Ejemplo 2.9. Calcula la mediana de la tabla agrupada del ejercicio de la pág. 4. El vector de frecuencias acumuladas es $(N_1 = 10, N_2 = 42, N_3 = 92, N_4 = 100)$, el primer índice que es mayor o igual que $\frac{100}{2} = 50$ es $i = 3$,el intervalo es $(28, 32]$, como es estrictamente mayor, entonces la mediana es

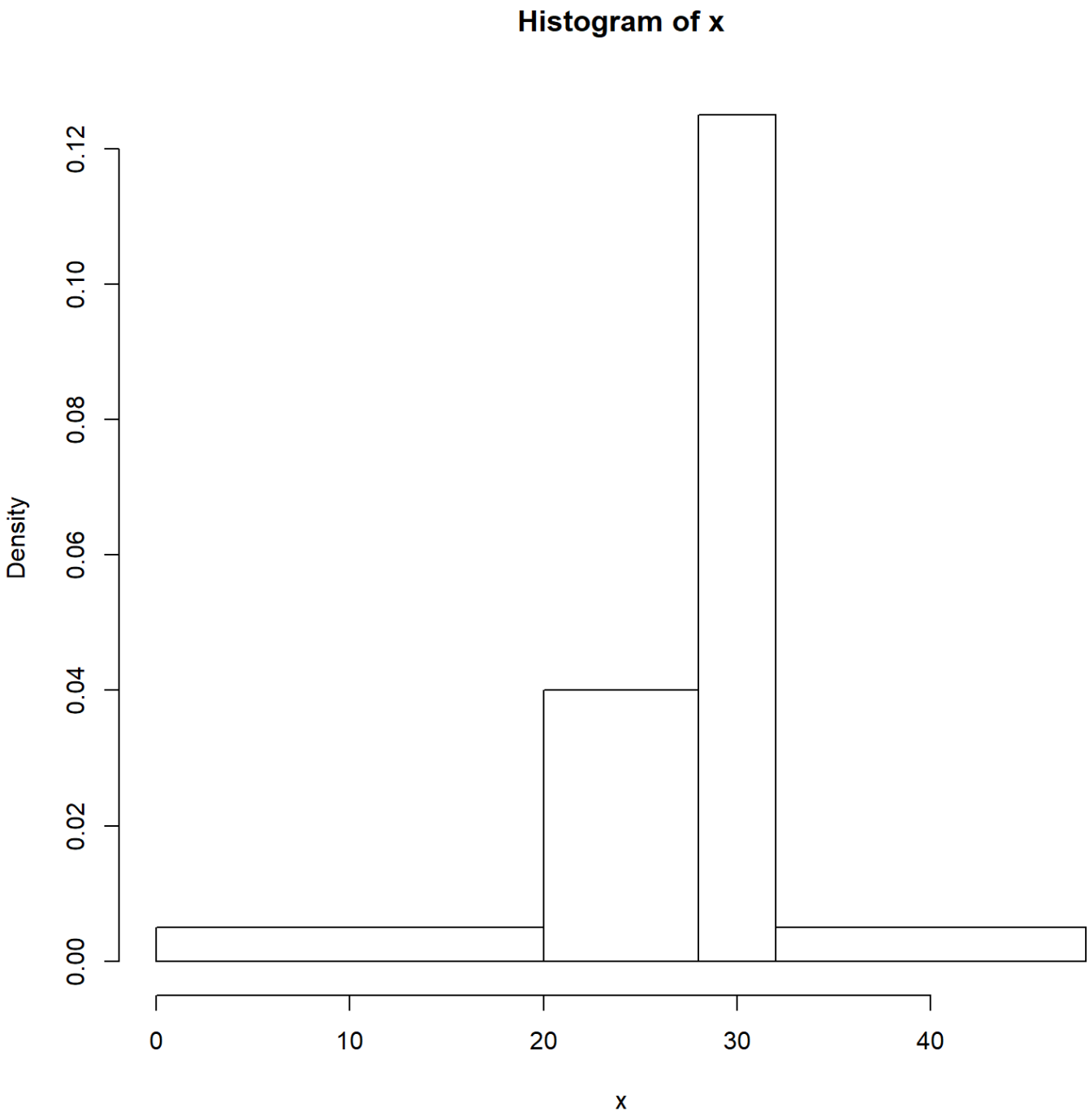
$$M_e = 28 + \frac{50 - 42}{50} * 4 = 28 + \frac{32}{50} = 28 + 0.64 = 28.64$$

Usando el paquete de R *actuar*

```
> ### Calculo con R
>   #install.packages("actuar")
>   require(actuar)     # instalar el paquete actuar previamente!
>   Li <- c(0, 20, 28, 32, 48)      # limites de los intervalos
>   ni <- c(10,32,50,8)
>   x <- grouped.data(Group = Li, Frequency = ni)
>   #   x
>   quantile(x,probs=0.5)       # función quantile.grouped.data()
```

```
  50%
28.64
```

```
>   # codigo actuar:::quantile.grouped.data
>   hist(x) # histograma para datos agrupados --> función hist.grouped.data()
```


Histogram of x
Density
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
0.12
0
10
20
30
40
x

```
>   # codigo actuar:::hist.grouped.data
>
> var.group <- function (x, ...)
+ {
+   cj <- eval(expression(cj), envir = environment(x))
+   midpoints <- cj[-length(cj)] + diff(cj)/2
+   x <- as.matrix(x[-1])
+   drop(crossprod(x,midpoints^2)/colSums(x) -
+          (crossprod(x, midpoints)/colSums(x))^2 )
+ }
>
>   # exemplo de trasformación dunha táboa de frecuencias
>   xx <- runif(1000)
>   cj <- table(cut(xx,breaks=(0:10)/10))
>   x <- grouped.data( Group=(0:10)/10, Freq= as.vector(cj))
```

Moda (Mo): es el valor de la variable que más veces se repite, es decir, el más frecuente. La moda puede no ser única, puede haber una moda (variable unimodal), dos modas (bimodal), etc.

Cálculo de la moda:

- Distribuciones no agrupadas: valor de la variable de mayor frecuencia absoluta o relativa.
- Distribuciones agrupadas: el cálculo se realiza en dos estapas:
  - Detectar el *intervalo modal*: $[L_{i-1}, L_i)$ con mayor densidad de datos d_i.
  - Cálculo de la moda:

$$Mo = L_{i-1} + \frac{d_{i+1}}{d_{i+1} + d_{i-1}} a_i$$

siendo L_{i-1}: el extremo inferior del intervalo modal,

d_{i-1} y d_{i+1}: las densidades de frecuencia de los intervalos anterior y posterior al modal respectivamente. (En caso de no existir intervalo anterior o posterior se consideran igual a 0),

a_i: la amplitud del intervalo modal.

Ejemplo 2.10. Calcula la moda en el ejercicio de la tabla agrupada del Ejercicio 2.1 Dado el vector de densidades $(d_1 = 0.5, d_2 = 4, d_3 = 12.5, d_4 = 0.5)$, el intervalo (modal) con mayor densidad es $(28, 32]$. El valor de la moda es por lo tanto

$$Mo = 28 + \frac{0.5}{4 + 0.5} * 4 = 28 + \frac{2}{4.5} = 28 + 0.444 = 28.444$$

2.5 Medidas de posición no centrales: los Cuantiles

Se define *cuantil de orden p* con $0 < p < 1$ (x_p), como el valor que deja a lo sumo pN observaciones a su izquierda y $(1-p)N$ observaciones a su derecha. Destacamos en particular los cuantiles siguientes:

- Los *cuartiles* (Q_1, Q_2 y Q_3): dividen a la distribución en cuatro partes iguales, dentro de cada cual están incluidos el 25% de los valores de la distribución.

- Los *deciles* ($D_1, D_2, \ldots, D_9$): dividen a la distribución en diez partes iguales; dentro de cada una están incluidos el 10% de los valores.

- Los *percentiles* ($P_1, P_2, \ldots, P_{99}$): dividen a la distribución en cien partes iguales; dentro de cada una está incluido el 1% de los valores.

Cálculo del cuantil de orden p

1. Distribuciones no agrupadas: Se observa cuál es la primera frecuencia absoluta acumulada N_i que supera o iguala a pN distinguiéndose dos casos:
   - Si $N_i > pN$, entonces $x_p = x_i$.
   - Si $N_i = pN$, entonces $x_p = \dfrac{x_i + x_{i+1}}{2}$.
2. Distribuciones agrupadas: Primero se detecta el intervalo que contiene al cuantil: el primer $[L_{i-1}, L_i)$ con $N_i \geq pN$, luego se aplica la fórmula:

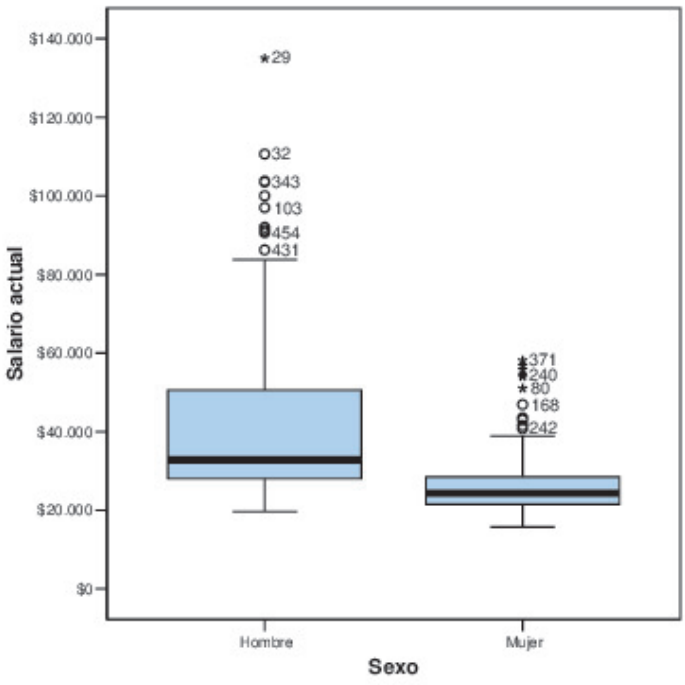
$$x_p = L_{i-1} + \frac{pN - N_{i-1}}{n_i} a_i = L_{i-1} + \frac{p - F_{i-1}}{f_i} a_i$$

Diagramas de caja

Este tipo de gráficos también se conocen como Box-Plots. Para construirlos es necesario el cálculo del primer y tercer cuartil Q_1 y Q_3. Se definen el extremo inferior y superior LI y LS respectivamente como:

$$LI = \max\left\{\min\{x_i\}, Q_1 - 3\left(\frac{Q_3 - Q_1}{2}\right)\right\} \quad LS = \min\left\{\max\{x_i\}, Q_3 + 3\left(\frac{Q_3 - Q_1}{2}\right)\right\}$$

obteniéndose un diagrama de caja de la forma:



Ejercicio 2.5. Genera un diagrama de cajas de la variable Ancho del Pétalo en función del tipo de especie. Que conclusión en términos de los cuartiles de *Versicolor* podemos obtener?

Momentos Potenciales

Los momentos de una distribución son unos valores que la caracterizan, de tal modo que dos distribuciones son iguales si tienen todos sus momentos iguales, y son tanto más parecidas cuanto mayor sea el número de momentos iguales que tengan.

Momentos respecto al origen

El momento de orden r con respecto al origen se define como:

$$a_r = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i^r n_i}{N} = \sum_{i=1}^{k} x_i^r f_i$$

Los primeros momentos serán: $a_0 = 1$, $a_1 = \overline{X}$.

Momentos respecto a la media aritmética:

El momento de orden r con respecto a la media aritmética se define como:

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \overline{x})^r n_i}{N} = \sum_{i=1}^{k}(x_i - \overline{x})^r f_i$$

Los primeros momentos serán: $m_0 = 1$, $m_1 = 0$, $m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \overline{x})^2 n_i}{N} = s^2$.

Propiedad:

Utilizando el binomio de Newton, los momentos con respecto a la media se pueden expresar en función de los momentos con respecto al origen. En particular:

$$\begin{aligned} m_2 &= a_2 - a_1^2 \\ m_3 &= a_3 - 3a_2a_1 + 2a_1^2 \end{aligned}$$

Como ejercicio se propone expresar m_r los momentos respecto a la media aritmética de orden r en función de los momentos con respecto al origen.

2.6 Medidas de Dispersión

Son medidas que nos indican la desviación de los valores de la variable respecto de ciertas medidas de posición como la media aritmética o la mediana. A la mayor o menor separación de los valores respecto a otro, que se pretende sea su síntesis, se llama dispersión o variabilidad.

Medidas de Dispersión Absolutas:

Recorrido: es la diferencia entre el mayor valor y el menor valor de una distribución: $Re = x_k - x_1 = \max_{i=1\ldots k} x_i - \min_{i=1\ldots k} x_i$.

Recorrido Intercuartílico: es la diferencia existente entre el tercer cuartil y el primero: $IRQ = C_3 - C_1$.

Nos indica que en un intervalo de longitud IRQ están comprendidos el 50% de los valores centrales.

Varianza: De todas las medidas de dispersión absolutas respecto a la media aritmética, la varianza y su raíz cuadrada, la desviación típica son las más importantes.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 n_i}{N}$$

Desviación típica o estándar: Es la raíz cuadrada de la varianza:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \overline{x})^2 n_i}{N}}$$

Propiedades de la varianza:

1. La varianza y la desviación típica **NUNCA** pueden ser negativas $s^2 \geq 0$, $s \geq 0$.
2. La varianza es la medida cuadrática de dispersión óptima, ya que:

$$\min_c \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}(x_i - c)^2 n_i = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \overline{x})^2 n_i \text{ (Teorema de König)}$$

3. La varianza es igual al momento de segundo orden respecto al origen menos el de primer orden elevado al cuadrado.

$$s^2 = a_2 - a_1^2 = \left(\sum_{i=1}^{k} x_i^2 f_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{k} x_i f_i\right)^2$$

4. Si en la distribución de frecuencias sumamos a todos los valores de la variable una constante, la varianza no varía (un cambio de origen no afecta a la varianza).

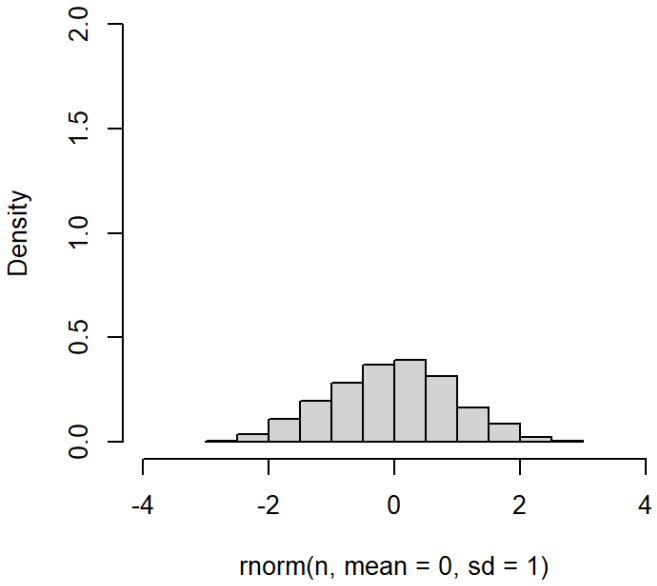
$$y_i = x_i + a \; ; \; s_Y^2 = s_X^2$$

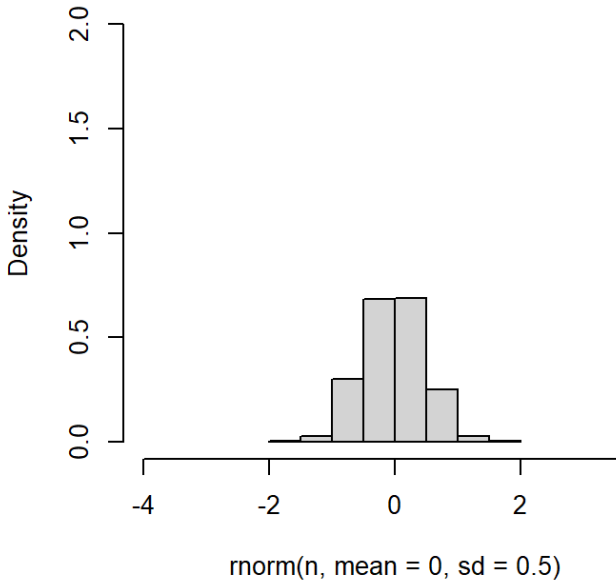
5. Al multiplicar todos los valores de una distribución de frecuencias por una constante, la varianza queda multiplicada por el cuadrado de dicha constante.

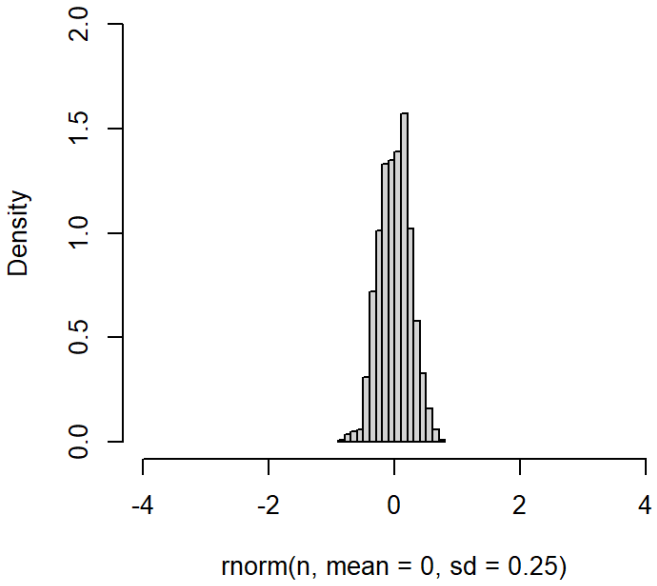
$$y_i = bx_i \; ; \; s_Y^2 = b^2 s_X^2$$

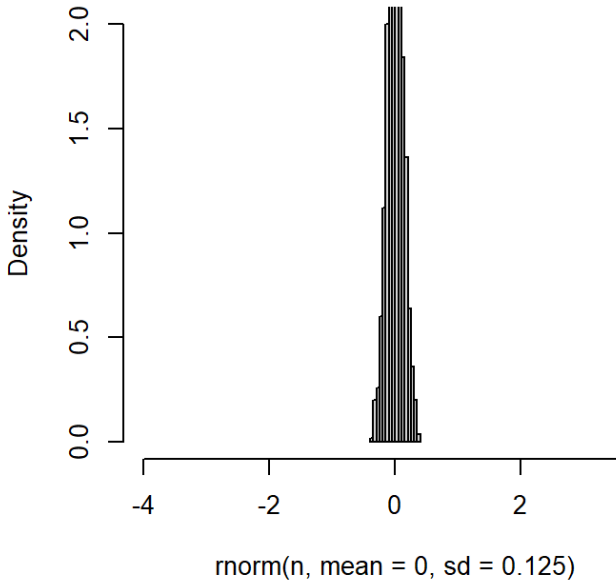
Interpretación

```
> ### Código de R
> n <- 1000
> par( mfrow=c(2,2))
> hist( rnorm( n, mean=0, sd= 1), freq=FALSE , ylim=c(0,2), xlim=c(-4,4), main="")
> hist( rnorm( n, mean=0, sd= 0.5), freq=FALSE , ylim=c(0,2), xlim=c(-4,4), main="")
> hist( rnorm( n, mean=0, sd= 0.25), freq=FALSE , ylim=c(0,2), xlim=c(-4,4), main="")
> hist( rnorm( n, mean=0, sd= 0.125), freq=FALSE , ylim=c(0,2), xlim=c(-4,4), main="")
```


Density
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
-4
-2
0
2
4
rnorm(n, mean = 0, sd = 1)


Density
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
-4
-2
0
2
rnorm(n, mean = 0, sd = 0.5)


Density
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
-4
-2
0
2
4
rnorm(n, mean = 0, sd = 0.25)


Density
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
-4
-2
0
2
rnorm(n, mean = 0, sd = 0.125)

```
> par( mfrow=c(1,1))
```

2.7 Medidas de Dispersión relativas

Si queremos comparar los promedios de dos distribuciones para saber cuál de los dos es más representativo debemos utilizar medidas adimensionales, es decir, que no vengan afectadas por las unidades de medida. Estas medidas de dispersión, llamadas relativas, siempre se concretan en forma de cociente. Las más utilizadas son:

Recorrido relativo: Se define como el cociente entre el recorrido y la media aritmética:

$$R_r = \frac{Re}{\overline{x}}$$

Coeficiente de variación de Pearson: se define como la relación por cociente entre la desviación típica y la media aritmética. Si $\overline{x} \neq 0$

$$v = \frac{s}{\overline{x}}$$

Cuanto mayor sea v, menor es la representatividad de la media aritmética.

Ejercicio 2.6. Dado el conjunto de datos *iris*, responde:

1. Agrupa la variable *Sepal.Length* en 8 intervalos de igual longitud. Usa el menú *Estadística Básica/Datos/Modificar el conjunto de datos activo/Segmentar variable numérica ...*. Obtén su distribución de frecuencias completa.

2. Agrupa nuevamente pero en 8 intervalos con extremos 4 y 8. Usa el menú *Estadística Básica/Datos/Modificar el conjunto de datos activo/Recodificar ...*. Obtén su distribución de frecuencias completa. Genera una nueva columna con la marca de clase

3. Compara la media da v. *Sepal.Length* agrupada y sin agrupar.

4. Comprueba la propiedad 5 de la media para la v. *Sepal.Length*, i.e., min(xi) <= media & media<= max(xi)

5. Recarga el conjunto de datos original y construye el histograma de la v. *Sepal.Length*.

6. Representa y compara en un gráfico la v. *Sepal.Length* en función del tipo de flor. Visualizando el gráfico, que se puede decir del 75% de las longitudes del Sepalo de la subespecie *setosa* con respecto a la subespecie *versicolor* y *virginica*. Y del 50% de la longitud del sepalo de la subespecie *virginica* con respecto a las otras.

7. Haz un resumen numérico de la v. *Sepal.Length* en función del tipo de subespecie.

8. Que proporción de valores de la v. *Sepal.Length* están dentro del intervalo $\bar{x} - 1.96 * sd_{Sepal.Length}, \bar{x} + 1.96 * sd_{Sepal.Length}$

9. Edita el conxunto de datos y pon el 1º valor de la v. *Sepal.Length* a 1000. Recalcula la media nuevamente. ¿Sigue siendo ese valor representativo de todas las longitudes del sepalo?.

10. ¿Qué valor representa ahora mejor la posición central?. Que ocurre si se pone el 2º valor= 1000?, y si se hace con el 3º valor también, e con el 4º, ... Cuantos valores se tienen que modificar para que se vea alterada esta nueva medida de posición central?.

11. Añade un valor para que la media de la variable *Petal.Length* sea 4.

```
> head(iris)
```

```
  Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width Species
1          5.1         3.5          1.4         0.2  setosa
2          4.9         3.0          1.4         0.2  setosa
3          4.7         3.2          1.3         0.2  setosa
4          4.6         3.1          1.5         0.2  setosa
5          5.0         3.6          1.4         0.2  setosa
6          5.4         3.9          1.7         0.4  setosa
```

```
> x <- mean(iris$Petal.Length)
> # A media dos (150+1) datos é: (sum_xi + x0)/151 =4, de aquí despexando obtense
> x0 <- 150*(4*151/150 - x); x0
```

```
[1] 40.3
```

```
> # Comprobamos que o valor x0 é o correcto
> mean( c(iris$Petal.Length,x0))
```

```
[1] 4
```

12. Modifica un valor para que la media sea igual a la mediana da v. *Petal.Length*

```
> x <- mean(iris$Petal.Length)
> y <- median(iris$Petal.Length)
> xx <- iris$Petal.Length
> xx[length(xx)] <- xx[length(xx)] + 150*(y-x)
> # Comprobamos que o valor x0 é o correcto
> mean(xx); y
```

```
[1] 4.35
```

```
[1] 4.35
```

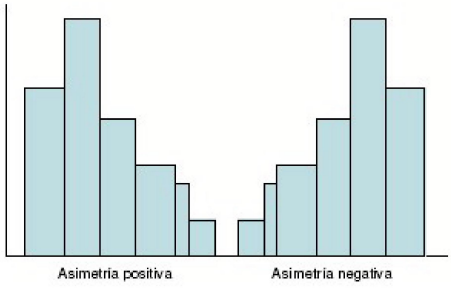
Solución: *iris-resumen-numerico.html*

2.8 Medidas de Forma

Están relacionadas con la representación gráfica de la distribución. Pueden ser:

Medidas de simetría:

- Asimetría positiva: Si las frecuencias más altas se encuentran en el lado izquierdo de la media, mientras que en derecho hay frecuencias más pequeñas (cola).
- Asimetría negativa: Cuando la cola está en el lado izquierdo.



Coeficiente de asimetría de Fisher: $g_1 = \frac{m_3}{s^3}$

Para cada coeficiente, existen tres posibilidades: - $g_1 > 0$: La asimetría es positiva o por la derecha.

- $g_1 = 0$: La distribución es simétrica.
- $g_1 < 0$: La asimetría es negativa o por la izquierda.

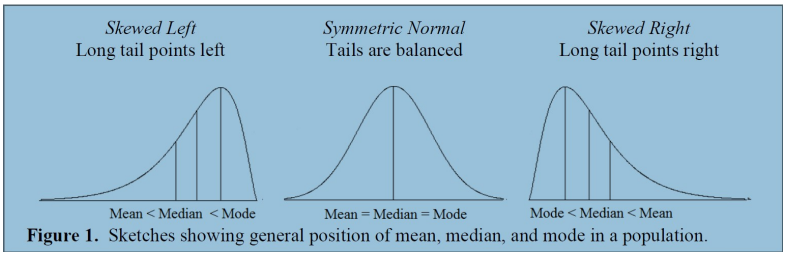


Figura: Extraído de: Doane, D.P., Seward, L.E. (2011). Measuring Skewness: A Forgotten Statistic?. *Journal of Statistics Education*, Volume **19**, Number 2.

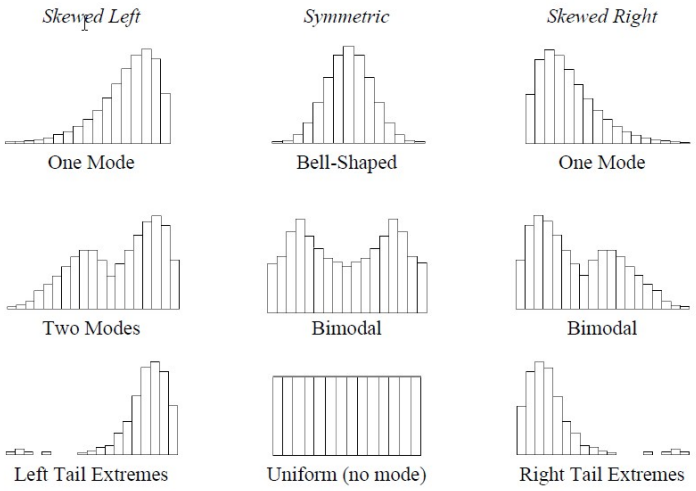
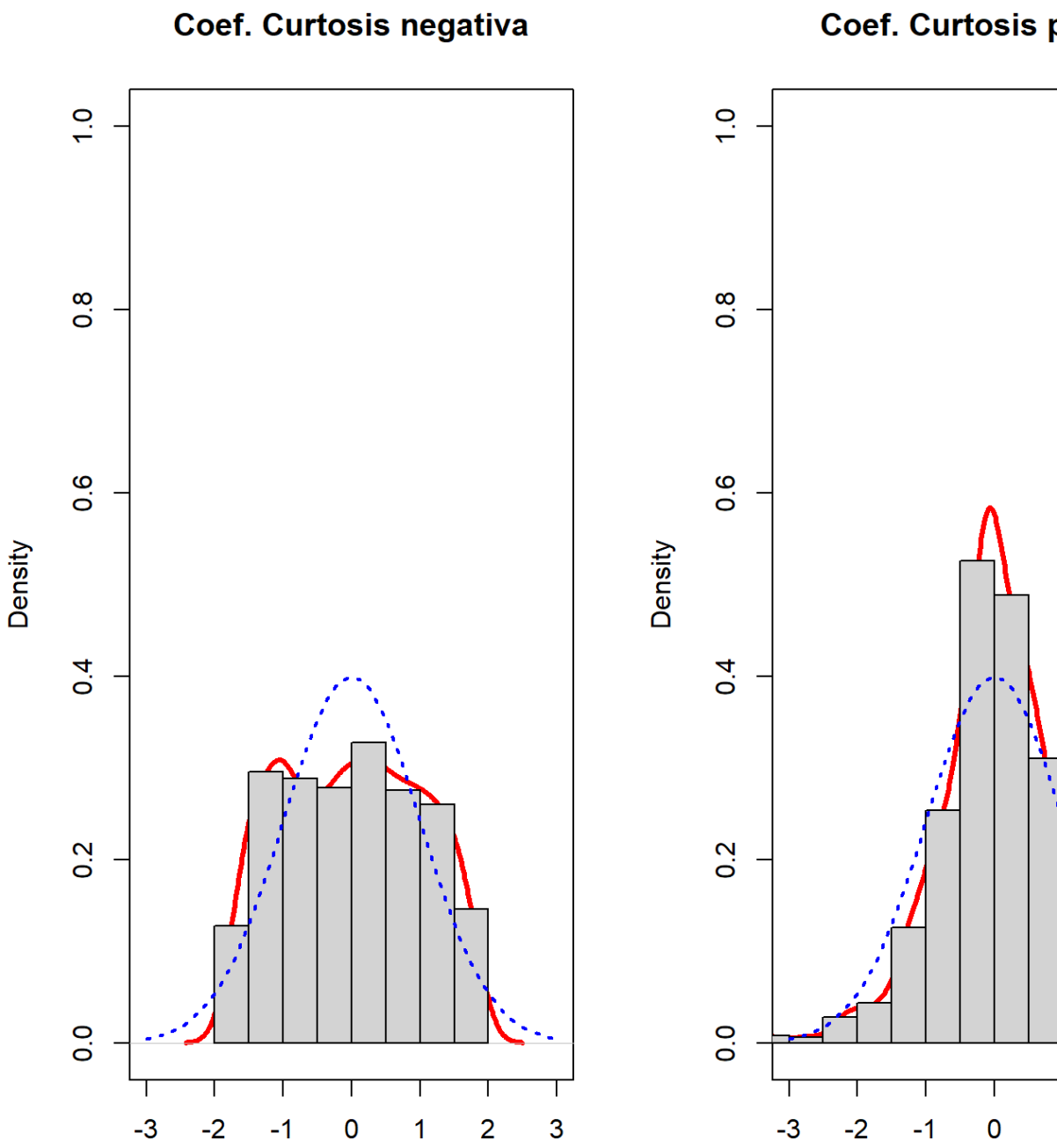


Figure 2. Illustrative prototype histograms.

Medidas de apuntamiento o curtosis

- Coeficiente de curtosis de Fisher: $g_2 = \dfrac{m_4}{s^4} - 3$
  - $g_2 > 0$: Distribución leptocúrtica: más apuntamiento que la distribución normal.
  - $g_2 = 0$: Distribución mesocúrtica: apuntamiento similar a la distribución normal.
  - $g_2 < 0$: Distribución platicúrtica: menos apuntamiento que la distribución normal.


Coef. Curtosis negativa
Density
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
-3
-2
-1
0
1
2
3
Coef. Curtosis p
Density
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
-3
-2
-1
0

Tipificación

Una variable estadística se dice tipificada o estandarizada si su media es cero y su varianza o su desviación típica es uno. Dada una variable X con media μ, y varianza σ^2, la nueva variable $Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$, es su tipificada.

Ejercicio 2.7. Tipifica la variable *Sepal.Length* del conjunto de datos *iris* y comprueba que efectivamente la v. tipificada tiene media 0 y varianza 1. Menú *Estadística Básica/Datos/Modificar variables del conjunto de datos activo/Tipificar*.

```
> data(iris)
> iris <- local({
+   .Z <- scale(iris[,c("Sepal.Length")])
+   within(iris, {
+     Z.Sepal.Length <- .Z[,1]
+   })
+ })
>
> numSummary(iris[,"Z.Sepal.Length"], statistics=c("mean", "sd", "IQR", "quantiles"),
+   quantiles=c(0,0.25,0.5,0.75,1))
```

```
          mean sd      IQR       0%        25%         50%      75%     100%
 -4.480675e-16  1 1.569923 -1.86378 -0.8976739 -0.05233076 0.672249 2.483699
   n
 150
```

Chapter 3

Estadística descriptiva unidimensional con R

A continuación veremos como realizar análisis estadísticos descritivos sobre un conjunto de datos. Para ello además de describir numéricamente y gráficamente variables estadísticas y en el caso de v. numéricas dar resúmenes numéricos, veremos como crear/cargar/importar archivos de datos y como transformar los datos.

Abrimos el R-Commander y el plugin de la materia.

```
library(RcmdrMisc)
library(RcmdrPlugin.TeachStat)
```

3.1 Manejo de archivos

- **Crear archivos nuevos de R.**

Usando el menú de R Commander (*Estadística Básica/Datos/Nuevo conjunto de datos*), introducimos la siguiente distribución de frecuencias de la variable X:

x_i	n_i
a	10
b	15
c	20
c	25
e	30

Guardamos el archivo en formato de R con extensión *.RData* añadiéndole un nom-

bre al archivo (*prueba.RData*). Menú *Datos/Conjunto de datos activo/Guardar conjunto ...*

Alternativamente, podremos crear el conjunto de datos introduciendo y ejecutando el siguiente código en la ventana de sintaxis y pinchando en *Ejecutar*.

```
x <- rep( c("a","b","c","d","e"), c(10,15,20,25,30))
prueba <- as.data.frame(x)
```

- **Cargar un archivo de datos de un paquete.**

Los paquetes de R almacenan conjunto de datos propios que se usan como ejemplos de las diferentes técnicas, se puede acceder a ellos en el menú de R Commander (Estadística Básica/Datos/Conjunto de datos en paquetes/Leer conjunto de datos desde un paquete adjunto). Cargar el conjunto de daots *cars93* de nuestro paquete.

```
data(cars93, package="RcmdrPlugin.TeachStat")
head(cars93)
```

```
##   Manufacturer   Model    Type MinPrice MidPrice MaxPrice CityMPG HighwayMPG
## 1        Acura Integra   Small     12.9     15.9     18.8      25         31
## 2        Acura  Legend Midsize     29.2     33.9     38.7      18         25
## 3         Audi      90 Compact     25.9     29.1     32.3      20         26
## 4         Audi     100 Midsize     30.8     37.7     44.6      19         26
## 5          BMW    535i Midsize     23.7     30.0     36.2      22         30
## 6        Buick Century Midsize     14.2     15.7     17.3      22         31
##             Airbags DriveTrain Cylinders EngineSize Horsepower  RPM EngineRevol
## 1              none      front         4        1.8        140 6300        2890
## 2 driver&passenger      front         6        3.2        200 5500        2335
## 3           driver      front         6        2.8        172 5500        2280
## 4 driver&passenger      front         6        2.8        172 5500        2535
## 5           driver       rear         4        3.5        208 5700        2545
## 6           driver      front         4        2.2        110 5200        2565
##   Manual FuelCapacity Passengers Length Wheelbase Width UTurnSpace RearSeatRoom
## 1    Yes         13.2          5    177       102    68         37         26.5
## 2    Yes         18.0          5    195       115    71         38         30.0
## 3    Yes         16.9          5    180       102    67         37         28.0
## 4    Yes         21.1          6    193       106    70         37         31.0
## 5    Yes         21.1          4    186       109    69         39         27.0
## 6     No         16.4          6    189       105    69         41         28.0
##   LuggageCapacity Weight   USA
## 1              11   2705 nonUS
## 2              15   3560 nonUS
## 3              14   3375 nonUS
## 4              17   3405 nonUS
## 5              13   3640 nonUS
## 6              16   2880    US
```

- **Importar un archivo de datos de una fuente externa.**

El R-Commander trae diferentes opciones para la importar conjuntos de datos enformatos distintos al de R. Así en el menú Estadística Básica/Datos/Importar datos podemos abrir archivos en formato de texto plano (código ASCII), de SPSS, SAS, Minitab, Stata y de Excel.

El archivo *notas.txt*, contiene las notas del último examen de probabilidades. Seleccionamos el menú Estadística Básica/Datos/Importar Datos/Desde archivos de texto... e incluimos como separador de campos el punto y coma. Otros campos interesantes son indicar si la 1a fila contiene el nombre de las variables y si el separador decimal es el . o la ,

```
notas <- read.table("data/notas.txt", header=TRUE,sep=";",
              na.strings="NA", dec=".", strip.white=TRUE)
summary(notas)
```

```
##        id              DNI             Asistencia          Ex1
##  Min.   :  1.00   Min.   :  456997   Min.   :0.0000   Min.   :0.000
##  1st Qu.: 42.75   1st Qu.:22488458   1st Qu.:1.0000   1st Qu.:0.000
##  Median : 84.50   Median :46368913   Median :1.0000   Median :1.500
##  Mean   : 84.50   Mean   :46891636   Mean   :0.7619   Mean   :1.518
##  3rd Qu.:126.25   3rd Qu.:69305889   3rd Qu.:1.0000   3rd Qu.:3.000
##  Max.   :168.00   Max.   :99501779   Max.   :1.0000   Max.   :4.000
##       Ex2              Ex3              Nota
##  Min.   :0.0000   Min.   :0.0000   Min.   : 0.000
##  1st Qu.:0.0000   1st Qu.:0.0000   1st Qu.: 0.000
##  Median :0.0000   Median :0.5000   Median : 2.625
##  Mean   :0.6161   Mean   :0.8438   Mean   : 2.978
##  3rd Qu.:0.2500   3rd Qu.:1.5000   3rd Qu.: 5.000
##  Max.   :3.0000   Max.   :3.0000   Max.   :10.000
```

3.2 Resumen numérico del conjunto de datos

Con el menú de Estadística básica/Estadística Descriptiva/Conjunto de datos activo obtenemos un pequeño resumen de las variables del conjunto.

Para las variables factor aparecen los 6 valores con mayor frecuencia (ver *Manufacturer* e *Model*) y para as variables numéricas aparecen los estadísticos descriptivos más importantes: Mínimo, Primero Cuartil, Mediana, Media, Tercero cuartil y Máximo

```
summary(cars93)
```

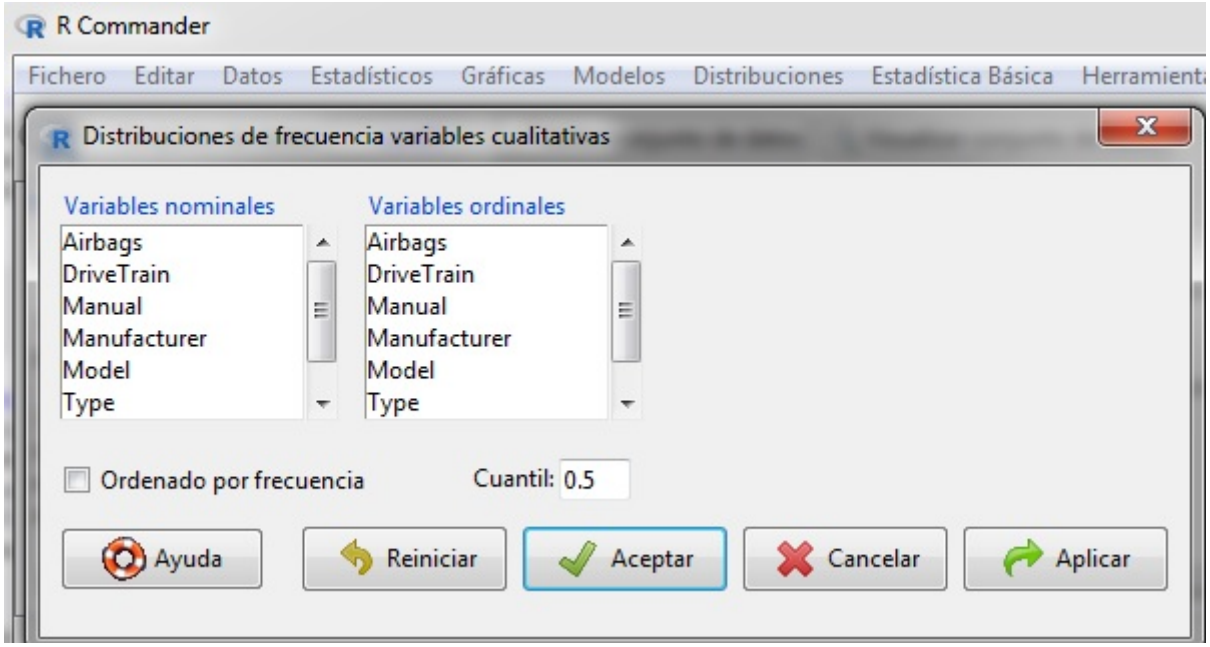
```
##     Manufacturer     Model         Type       MinPrice        MidPrice
##  Chevrolet: 8    100    : 1   Compact:16   Min.   : 6.70   Min.   : 7.40
##  Ford     : 8    190E   : 1   Large  :11   1st Qu.:10.80   1st Qu.:12.20
##  Dodge    : 6    240    : 1   Midsize:22   Median :14.70   Median :17.70
```

```
##  Mazda    : 5    300E   : 1   Small  :21   Mean   :17.13   Mean   :19.51
##  Pontiac  : 5    323    : 1   Sporty :14   3rd Qu.:20.30   3rd Qu.:23.30
##  Buick    : 4    535i   : 1   Van    : 9   Max.   :45.40   Max.   :61.90
##  (Other)  :57    (Other):87
##     MaxPrice        CityMPG        HighwayMPG                 Airbags
##  Min.   : 7.9   Min.   :15.00   Min.   :20.00   none            :34
##  1st Qu.:14.7   1st Qu.:18.00   1st Qu.:26.00   driver          :43
##  Median :19.6   Median :21.00   Median :28.00   driver&passenger:16
##  Mean   :21.9   Mean   :22.37   Mean   :29.09
##  3rd Qu.:25.3   3rd Qu.:25.00   3rd Qu.:31.00
##  Max.   :80.0   Max.   :46.00   Max.   :50.00
##
##  DriveTrain   Cylinders       EngineSize      Horsepower          RPM
##  rear :16   Min.   :3.000   Min.   :1.000   Min.   : 55.0   Min.   :3800
##  front:67   1st Qu.:4.000   1st Qu.:1.800   1st Qu.:103.0   1st Qu.:4800
##  all  :10   Median :4.000   Median :2.400   Median :140.0   Median :5200
##             Mean   :4.967   Mean   :2.668   Mean   :143.8   Mean   :5281
##             3rd Qu.:6.000   3rd Qu.:3.300   3rd Qu.:170.0   3rd Qu.:5750
##             Max.   :8.000   Max.   :5.700   Max.   :300.0   Max.   :6500
##             NA's   :1
##   EngineRevol   Manual    FuelCapacity     Passengers        Length
##  Min.   :1320   No :32   Min.   : 9.20   Min.   :2.000   Min.   :141.0
##  1st Qu.:1985   Yes:61   1st Qu.:14.50   1st Qu.:4.000   1st Qu.:174.0
##  Median :2340            Median :16.40   Median :5.000   Median :183.0
##  Mean   :2332            Mean   :16.66   Mean   :5.086   Mean   :183.2
##  3rd Qu.:2565            3rd Qu.:18.80   3rd Qu.:6.000   3rd Qu.:192.0
##  Max.   :3755            Max.   :27.00   Max.   :8.000   Max.   :219.0
##
##    Wheelbase          Width         UTurnSpace     RearSeatRoom
##  Min.   : 90.0   Min.   :60.00   Min.   :32.00   Min.   :19.00
##  1st Qu.: 98.0   1st Qu.:67.00   1st Qu.:37.00   1st Qu.:26.00
##  Median :103.0   Median :69.00   Median :39.00   Median :27.50
##  Mean   :103.9   Mean   :69.38   Mean   :38.96   Mean   :27.83
##  3rd Qu.:110.0   3rd Qu.:72.00   3rd Qu.:41.00   3rd Qu.:30.00
##  Max.   :119.0   Max.   :78.00   Max.   :45.00   Max.   :36.00
##                                                  NA's   :2
##  LuggageCapacity     Weight        USA
##  Min.   : 6.00   Min.   :1695   nonUS:45
##  1st Qu.:12.00   1st Qu.:2620   US   :48
##  Median :14.00   Median :3040
##  Mean   :13.89   Mean   :3073
##  3rd Qu.:15.00   3rd Qu.:3525
##  Max.   :22.00   Max.   :4105
##  NA's   :11
```

3.3 Tablas de frecuencias

Están disponibles las tablas de frecuencias para variables cualitativas nominales y ordinales y también para las v. cuantitativas discretas (con opición de agrupar en rangos).

La variable *Airbags* es cualitativa, por lo tanto su tabla se obtiene en Estadística Básica/Estadística Descriptiva/Distribución de Frecuencias de variables cualitativas. También se puede considerar como ordinal de tres modalidades (ver resumen) *none*, *driver*, *driver&passanger*



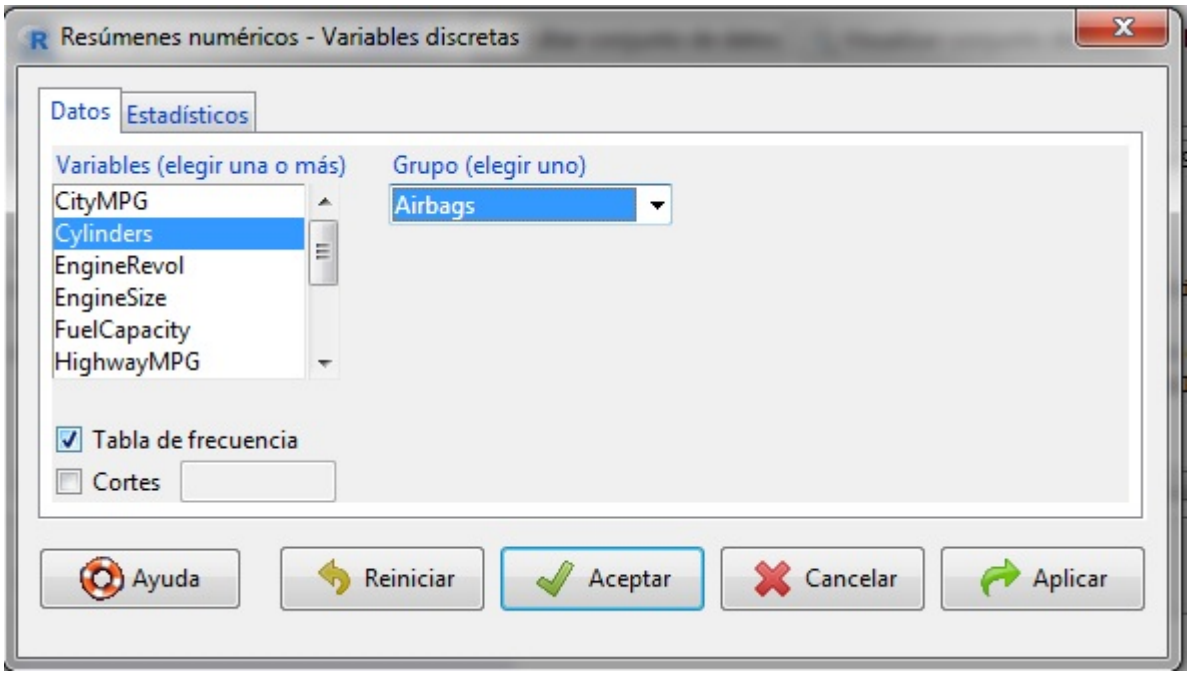

```
calcular_frecuencia(df.nominal=cars93["Airbags"], ordenado.frec=FALSE, df.ordinal=NULL,
                    cuantil.p=0.5, iprint = TRUE)
```

```
##
## ------------------------------
##
## Variábeis nominais:
##
## Variábel: Airbags
##                    ni    fi
## none               34 0.366
## driver             43 0.462
## driver&passenger   16 0.172
## N= 93
```

```
calcular_frecuencia(df.nominal=NULL, ordenado.frec=FALSE, df.ordinal=cars93["Airbags"]
                    cuantil.p=0.5, iprint =TRUE)
```

```
##
## --------------------------------
##
## Variábeis ordinais:
##
## Variábel: Airbags
##                    ni    fi Ni    Fi
## none               34 0.366 34 0.366
## driver             43 0.462 77 0.828
## driver&passenger   16 0.172 93 1.000
## N= 93
##
## Cuantile: 0.5
##          Variable       Fi
## Airbags    driver 0.827957
```

Para v. discretas el menú indicado es *Estadística Básica/Estadística Descriptiva/Resumenes Numéricos - Variables Discretas*.

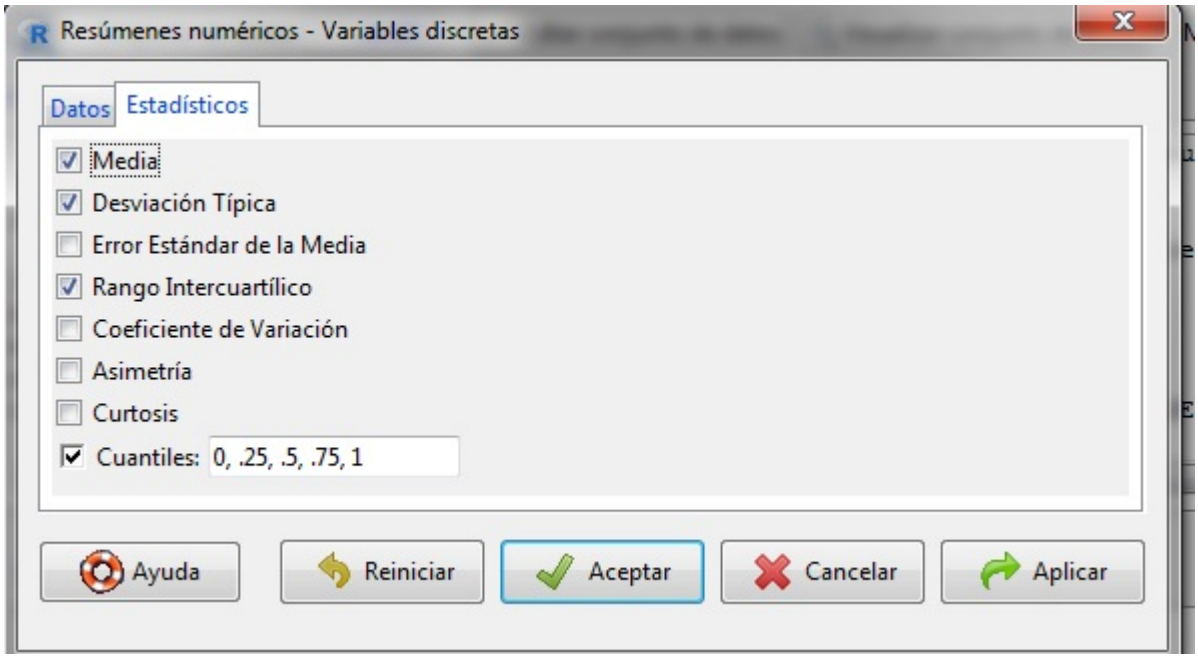


Por ejemplo, la variable *Cylinders*, es discreta, podemos hacer la tabla de frecuencias incluso segmentando sus valores dado los valores de otra variable (seleccionando una variable en la pestaña de *Grupo*).

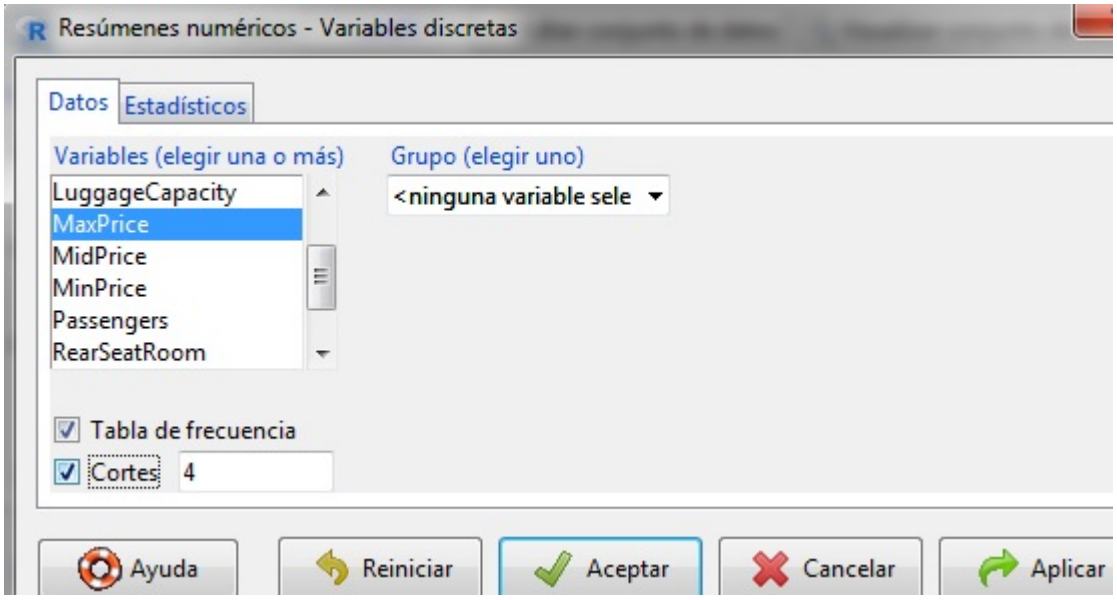
```
calcularResumenVariablesDiscretas(data=cars93["Cylinders"],
        statistics =c("mean","sd","IQR","quantiles"),
        quantiles = c(0,0.25,0.5,0.75,1), groups=NULL,
        tablaFrecuencia=TRUE, cortes=NULL)
```

```
##
## --------------------------------
##
## Resumos numéricos:
##      mean       sd IQR 0% 25% 50% 75% 100%  n NA
##  4.967391 1.304692   2  3   4   4   6    8 92  1
##
## --------------------------------
##
## Distribución de frecuencias para variábeis discretas:
##
## Variábel: Cylinders
##   ni     fi Ni     Fi
## 3  3 0.0326  3 0.0326
## 4 49 0.5326 52 0.5652
## 5  2 0.0217 54 0.5870
## 6 31 0.3370 85 0.9239
## 8  7 0.0761 92 1.0000
## N= 92
```

Por defecto calcula los estadísticos descriptivos básicos de esa variable (Media, Desviación Típica, Rango Intercuartílico, Mínimo, Primero Cuartil, Mediana, Tercero cuartil , Máximo y número de observaciones). En la pestana de Estadísticos podemos escoger otras medidas descriptivas como cuantiles, los coeficientes de asimetría, kurtosis o el coeficiente de variación de Pearson.



En el caso en que la variable sea contínua o la v. discreta tenga muchos valores, debemos realizar cortes en la distribución para generar la tabla. Dos opcines: determinar un número de intervalos ou establecer los puntos de corte separados por comas. Vamos a crear la tabla de frecuencias de la variable *Maxprice* con 4 intervalos.

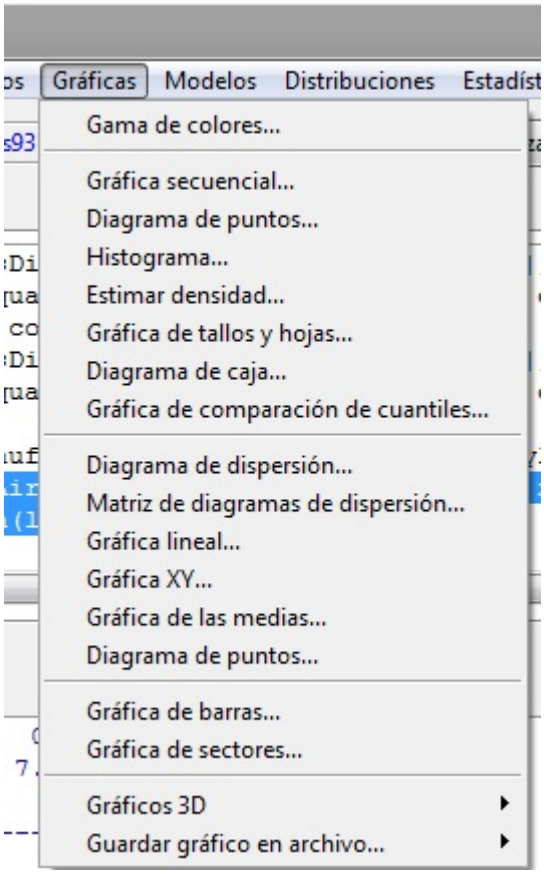


```
calcularResumenVariablesDiscretas(data=cars93["MaxPrice"],
        statistics =c("mean", "sd",  "IQR", "quantiles"),
        quantiles = c(0,0.25,0.5,0.75,1), groups=NULL,
        tablaFrecuencia=TRUE,  cortes=4)
```

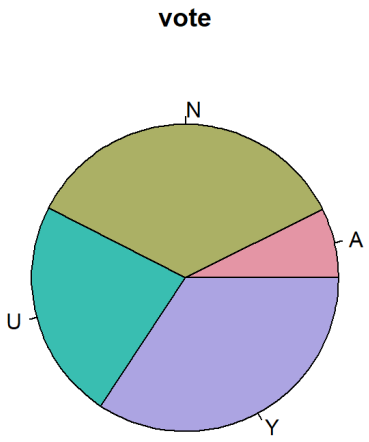
```
##
## --------------------------------
##
## Resumos numéricos:
##      mean       sd  IQR  0%  25%  50%  75% 100%  n
##  21.89892 11.03046 10.6 7.9 14.7 19.6 25.3   80 93
##
## --------------------------------
##
## Distribución de frecuencias para variábeis discretas:
##
## Variábel: MaxPrice
##             ni     fi Ni    Fi
## [7.83,25.9) 70 0.7527 70 0.753
## [25.9,43.9) 20 0.2151 90 0.968
## [43.9,62)    2 0.0215 92 0.989
## [62,80.1]    1 0.0108 93 1.000
## N= 93
```

3.4 Representación gráfica

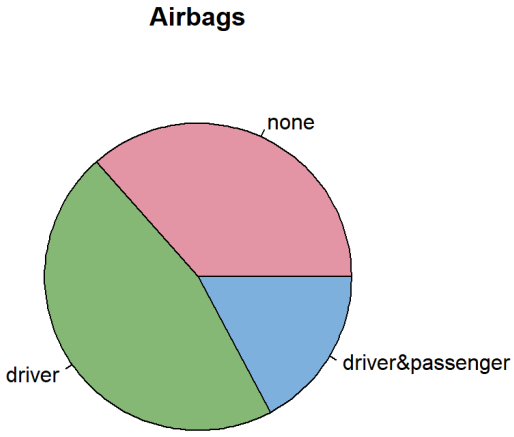
Para variables cualitativas, los gráficos más adecuados son el diagrama de barras o el de sectores (Ir á sección de gráficos). A continuación vamos a generar el gráfico de barras de la variable *Manufacturer* y el gráfico de sectores de la variable *Airbags*.




```
with(cars93, Barplot(Manufacturer, xlab="Manufacturer", ylab="Frequency"))
```



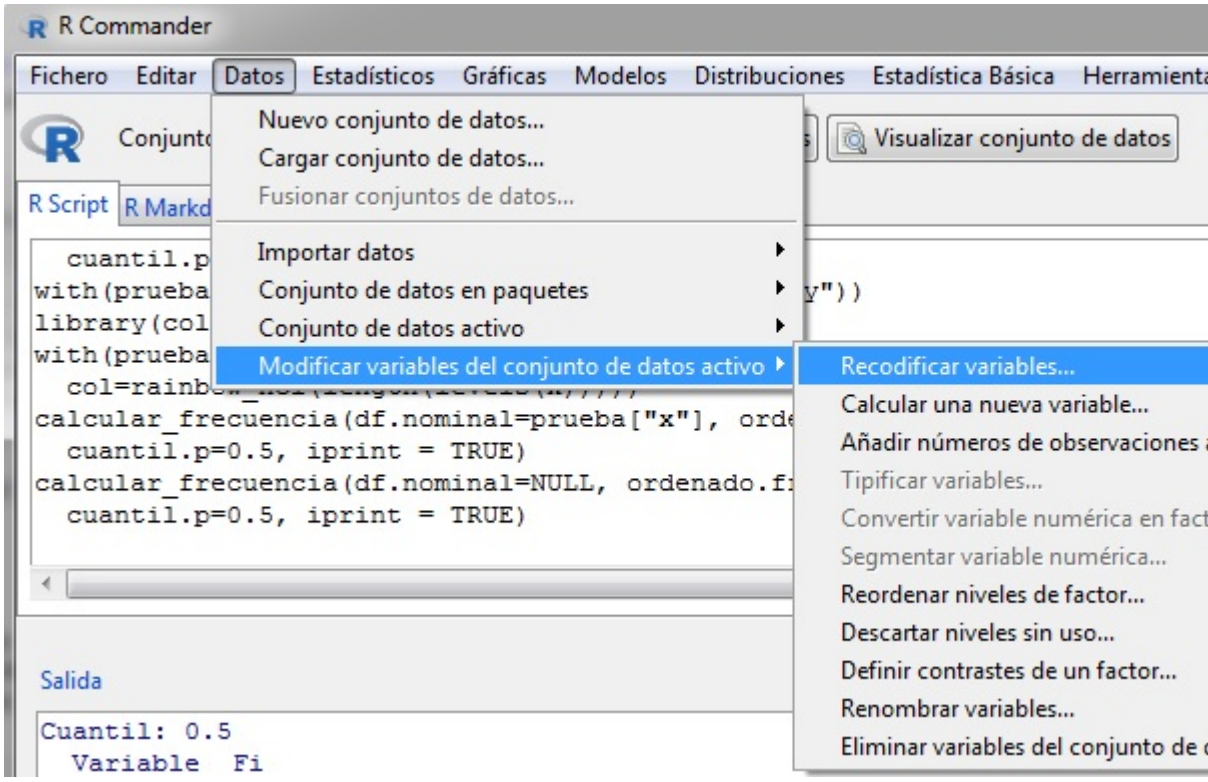

```
library(colorspace)
with(cars93, pie(table(Airbags), labels=levels(Airbags), xlab="",
    ylab="", main="Airbags", col=rainbow_hcl(length(levels(Airbags)))))
```

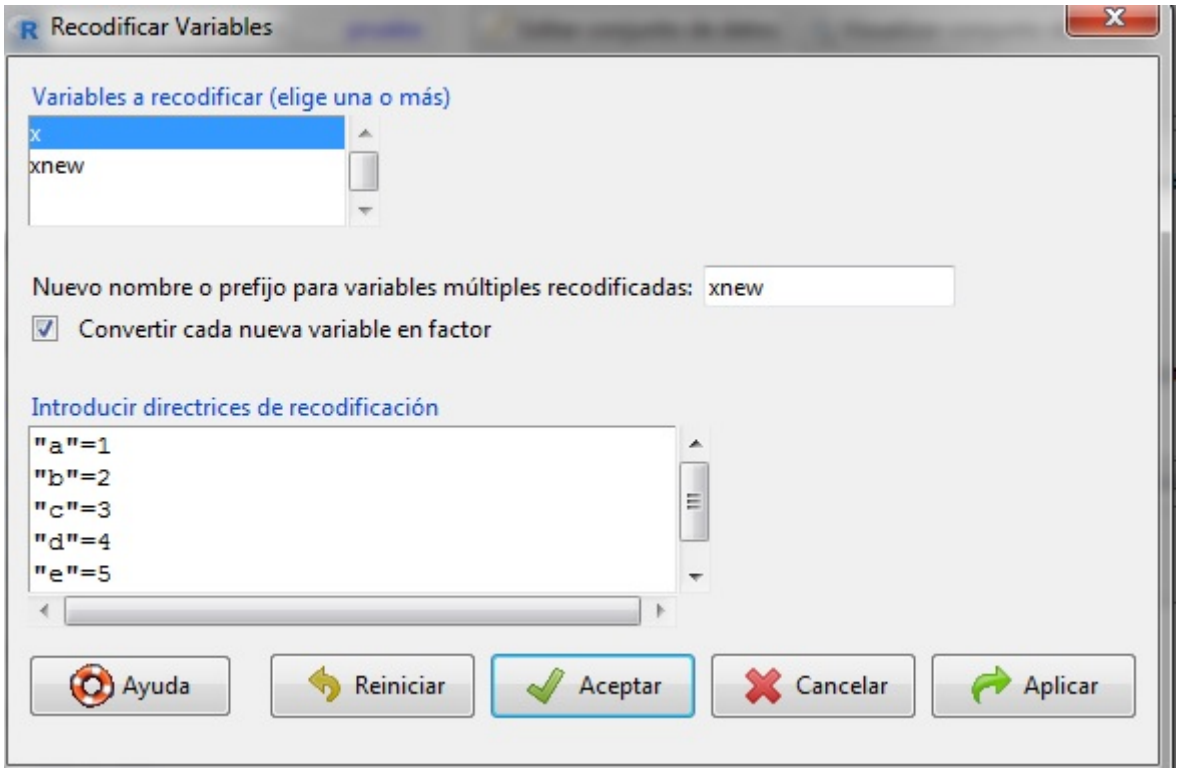


Si la variable es cuantitativa contínua existen outros gráficos más adecuados, como el histograma o el diagrama de cajas.

3.5 Recodificación

El RCommander tiene una opción para recodificar los valores de las variables. Por ejemplo, dada la variable X del archivo prueba, recodificar de forma que el valor a tome el valor 1, b el 2 y así sucesivamente.





Podemos realizar un análisis descriptivo básico del archivo con la opción summary (En RCommander: *Estadística Básica, Estadística Descriptiva/Conjunto de datos Activo*).

```
summary(prueba)
```

```
##       x
##  Length:100
##  Class :character
##  Mode  :character
```

Chapter 4

Ejercicios resueltos de Estadística descriptiva unidimensional con R

Ejemplo 4.1. Tabla de frecuencias para una v. cualitativa ordinal

El archivo de datos *cars93* contiene datos sobre distintos modelos de coche (ver la ayuda).

```
data(cars93, package="RcmdrPlugin.TeachStat")
```

Vamos a crear una tabla de frecuencias da variable Airbags. Dicha variable es cualitativa y tiene orden, por tanto debemos ir a *Estadística Básica-Estadística Descriptiva-Distribución de Frecuencias de variables cualitativas*. En RCommander, sólo hay que seleccionar la variable como nominal u ordinal.

```
calcular_frecuencia(df.nominal=cars93["Airbags"], ordenado.frec=FALSE,
         df.ordinal=NULL, cuantil.p=0.5, iprint = TRUE)
```

```
##
## ------------------------------
##
## Variábeis nominais:
##
## Variábel: Airbags
##                   ni    fi
## none              34 0.366
## driver            43 0.462
## driver&passenger  16 0.172
## N= 93
```

Si la variable es de tipo cuantitativo el menú que debemos utilizar para calcular su tabla de frecuencias es *Estadística Básica/Estadística Descriptiva/Resúmenes Numéricos Variables Discretas.*

```
\begin{example}
<span class="example" id="exm:unnamed-chunk-23"><strong>\label{exm:unnamed-chunk-23} <

Con el archivo de datos _cars93_, vamos a crear una tabla de frecuencias de la variable
\end{example}
```

```r
calcularResumenVariablesDiscretas(data=cars93["MaxPrice"],
  statistics =c("mean", "sd", "IQR", "quantiles"),
  quantiles = c(0,0.25,0.5,0.75,1), groups=NULL,
  tablaFrecuencia=TRUE, cortes=4)
```

```
##
## --------------------------------
##
## Resumos numéricos:
##      mean       sd  IQR  0%  25%  50%  75% 100%  n
##  21.89892 11.03046 10.6 7.9 14.7 19.6 25.3   80 93
##
## --------------------------------
##
## Distribución de frecuencias para variábeis discretas:
##
## Variábel: MaxPrice
##             ni     fi Ni    Fi
## [7.83,25.9) 70 0.7527 70 0.753
## [25.9,43.9) 20 0.2151 90 0.968
## [43.9,62)    2 0.0215 92 0.989
## [62,80.1]    1 0.0108 93 1.000
## N= 93
```

Si deseamos especificar los intervalos, añadimos los puntos de cortes separados por comas:

```r
calcularResumenVariablesDiscretas(data=cars93["MaxPrice"],
  statistics =c("mean", "sd", "IQR", "quantiles"),
  quantiles = c(0,0.25,0.5,0.75,1), groups=NULL,
  tablaFrecuencia=TRUE, cortes=c(5,25,45,65,85))
```

```
##
## --------------------------------
##
```

```
## Resumos numéricos:
##      mean       sd  IQR  0%  25%  50%  75% 100%  n
##  21.89892 11.03046 10.6 7.9 14.7 19.6 25.3   80 93
##
## --------------------------------
##
## Distribución de frecuencias para variábeis discretas:
##
## Variábel: MaxPrice
##         ni     fi Ni    Fi
## [5,25)  69 0.7419 69 0.742
## [25,45) 22 0.2366 91 0.978
## [45,65)  1 0.0108 92 0.989
## [65,85]  1 0.0108 93 1.000
## N= 93

\begin{example}
<span class="example" id="exm:unnamed-chunk-26"><strong>\label{exm:unnamed-chunk-26} </strong></s

La distribución del tiempo de conexión a la red internet en un edificio viene agrupado en interva
\end{example}

- Obtén la distribución de frecuencias completa de la variable agrupada.

| Tiempo(minutos)| Marca de clase | nº de Usuarios |
|:---------------|:-------------:|---------------:|
|( 0-20]| 10|10 |
| ( 20-28] | 24 |32 |
|( 28-32]| 30 | 50 |
|( 32-48]| 40 | 8 |


Para ello tenemos que introducir los datos en un archivo nuevo de datos, (_Estadística Básica/Dat
de forma que en una columna esté el límite inferior  de cada intervalo, en otra columna el límite



\includegraphics[width=5.86in]{images/conex}

Para realizar la tabla de frecuencias, iremos a _Estadística Básica/Estadística Descriptiva/Resum


Alternativamente podemos cargar el conjunto de datos en el menú _Datos/Cargar conjunto de datos_.

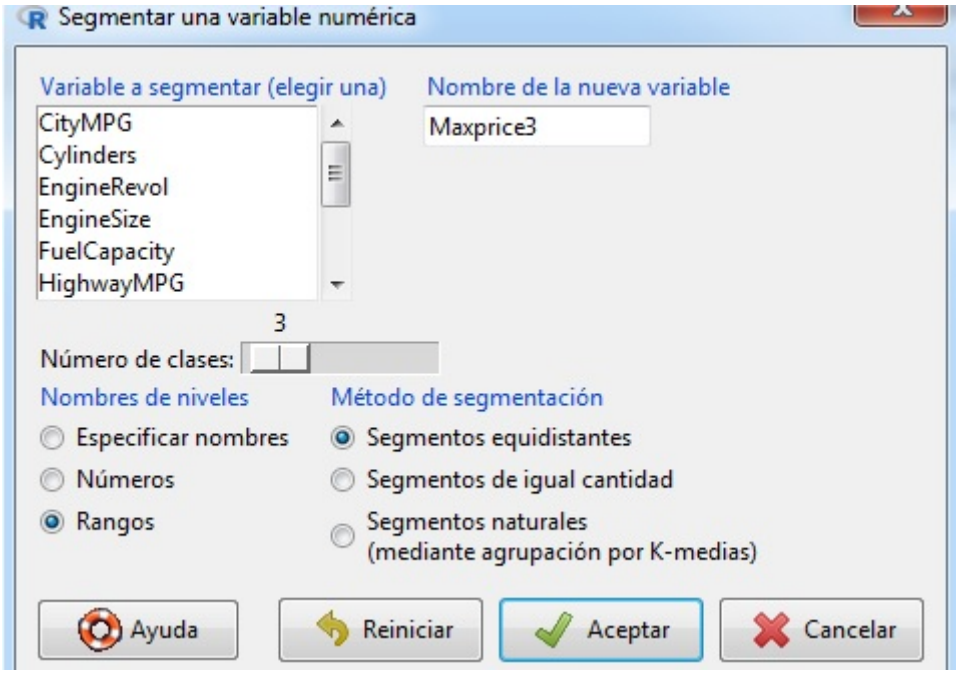
```r
load("data/conexion.RData")
```
```

```
calcularResumenDatosTabulados(l_inf=conexion$liminf, l_sup=conexion$limsup,
   ni=conexion$frec, statistics =c("mean", "sd", "IQR", "quantiles"),
   quantiles = c(0,0.25,0.5,0.75,1), tablaFrecuencia=TRUE)
```

```
##
## --------------------------------
##
## Resumo numérico ponderado pola: ni
##
## --------------------------------
##
## Resumos numéricos:
##   mean       sd     IQR 0%   25%   50%   75% 100%   n
##  26.88 7.055891 11.3975  0 23.75 28.64 30.64   48 100
##
## --------------------------------
##
## Distribución de frecuencia para a variábel tabulada:
##  Li_1 Li xi ni   fi  Ni   Fi ai    hi
##     0 20 10 10 0.10  10 0.10 20 0.005
##    20 28 24 32 0.32  42 0.42  8 0.040
##    28 32 30 50 0.50  92 0.92  4 0.125
##    32 48 40  8 0.08 100 1.00 16 0.005
```

En la tabla podemos ver la marca de clase, las frecuencias absoluta, relativa, absoluta acumulada, relativa acumulada, la amplitud de cada intervalo y la densidad.

```
\begin{example}
<span class="example" id="exm:unnamed-chunk-29"><strong>\label{exm:unnamed-chunk-29} <
\end{example}
Para la v. _MaxPrice_.

- Calcula los estadísticos descriptivos más importantes de dicha variable (_Estadística


```r
numSummary(cars93[,"MaxPrice"], statistics=c("mean", "sd", "IQR", "quantiles"),
  quantiles=c(0,0.25,0.5,0.75,1))
```

```
##      mean       sd  IQR  0%  25%  50%  75% 100%  n
##  21.89892 11.03046 10.6 7.9 14.7 19.6 25.3   80 93
```

- Segmenta la variable anterior en 3 intervalos de la misma longitud y calcula la tabla de frecuencias de dicha variable (*Estadística Básica/Datos/Modificar variables del conjunto de datos activo/Segmentar variable numérica*).
```



- Calcula la tabla de frecuencias de la nueva variable categorizada

```
cars93$Maxprice3 <- with(cars93, bin.var(MaxPrice, bins=3, method='intervals', labels=NULL))
calcular_frecuencia(df.nominal=cars93["Maxprice3"], ordenado.frec=FALSE, df.ordinal=NULL,
  cuantil.p=0.5, iprint = TRUE)
```

```
##
## ------------------------------
##
## Variábeis nominais:
##
## Variábel: Maxprice3
##             ni     fi
## (7.83,31.9] 77 0.8280
## (31.9,56]   15 0.1613
## (56,80.1]    1 0.0108
## N= 93
```

- Calcula los estadísticos descriptivos básicos de la nueva varible agrupada, y compara los resultados con los de la variable sin agrupar calculados previamente. Los datos agrupados los tenemos que introducir usando el menú *Estadística Básica/Datos/Nuevo conjunto de datos* o bien cargando el archivo *newmaxprice.RData* con el menú *Estadística Básica/Datos/Cargar conjunto de datos*

```
load("data/newmaxprice.RData")
```

```
calcularResumenDatosTabulados(l_inf=newmaxprice$liminf, l_sup=newmaxprice$limsup,
  ni=newmaxprice$frec, statistics =c("mean", "sd", "se(mean)", "IQR", "mode", "quantile
  "skewness", "kurtosis"), quantiles = c(0,0.25,0.5,0.75,1), tablaFrecuencia=TRUE)
```

```
##
## --------------------------------
##
## Resumo numérico ponderado pola: ni
##
## --------------------------------
##
## Resumos numéricos:
##     mean       sd se(mean) IQR     cv skewness kurtosis   0%      25%      50%
##  24.2678 9.957077 1.032501   0 0.4103 2.088321 3.513724 7.83 15.09789 22.36578
##       75% 100% mode  n
##  29.63367 80.1 31.9 93
##
## --------------------------------
##
## Distribución de frecuencia para a variábel tabulada:
##   Li_1   Li     xi ni         fi Ni        Fi    ai           hi
##   7.83 31.9 19.865 77 0.82795699 77 0.8279570 24.07 0.0343978807
##  31.90 56.0 43.950 15 0.16129032 92 0.9892473 24.10 0.0066925445
##  56.00 80.1 68.050  1 0.01075269 93 1.0000000 24.10 0.0004461696
```

Ejemplo 4.2. Datos de Chile

El archivo de datos *Chile* del paquete *car* contiene información sobre una encuesta nacional realizada en 1988 en Chile (ver ayuda), concretamente las variables contenidas en el data.frame Chile son:

- *region*: variable que toma valores *C, M, N, S, SA* indicando las regiones Central, area Metropolitana de Santiago, Norte, Sur y Ciudad de Santiago, respectivamente,
- *poblacion*: tamaño de la población de cada región,
- *sex*: dos valores F female y M male,
- *age*: edad,
- *educacion*: P de Primaria, S de Secundaria y PS Post-Secundaria,
- *income*: ingresos mensuales en Pesos,

- *vote*: A indicando abstención, N votará No (en contra de Pinochet), U indeciso, Y vota a favor (de Pinochet)

1. ¿Qué tipo de variables estadísticas son?.

```
library(car)
# help(Chile)
```

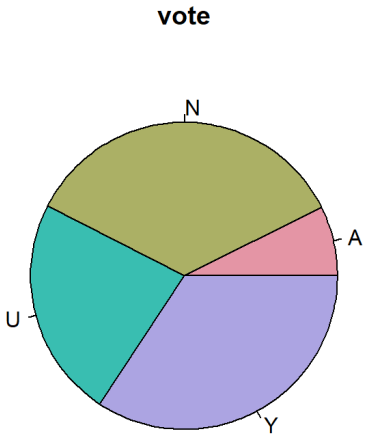
- *region*: variable cualitativa nominal
- *poblacion*: variable cuantitativa
- *sex*: variable cualitativa nominal
- *age*: variable cuantitativa continua
- *educacion*: variable cualitativa ordinal
- *income*:variable cuantitativa
- *vote*: variable cualitativa nominal

2. Describe completamente la variable *vote*. Da una representación gráfica adecuada. Interpreta los resultados.

```
library(colorspace, pos=17)
calcular_frecuencia(df.nominal=Chile["vote"], ordenado.frec=FALSE, df.ordinal=NULL,
  cuantil.p=0.5, iprint = TRUE)
```

```
##
## ------------------------------
##
## Variábeis nominais:
##
## Variábel: vote
##    ni     fi
## A 187 0.0739
## N 889 0.3511
## U 588 0.2322
## Y 868 0.3428
## N= 2532
```

```
  with(Chile, pie(table(vote), labels=levels(vote), xlab="", ylab="", main="vote",
  col=rainbow_hcl(length(levels(vote)))))
```



3. Agrupar la variable *income* en los subintervalos ((0, 10000],(10000, 20000],(20000, 50000],(50000, 250000]). Da su distribución de frecuencias completa. Dar la representación gráfica más adecuada manteniendo esos intervalos.

Para recodificar una varible, es preciso ir al menú de (*Estadística Básica/Datos/Modificar variables del conjunto de datos activo/Recodificar Variable*). Se selecciona la variable que queremos recodificar y se asinga un nombre a la nueva varible. En el cuadro de *Introducir directrices de codificación*, se establecen los cambios. Si el nuevo valor es categórico hay que delimitarlo por comillas.

```
Chile$incomerecodf<- recode(Chile$income,"lo:10000='(0,10000]';
  10000:20000='(10000,20000]';20000:50000='(20000,50000]';
  50000:250000='(50000,250000]'")
Chile$incomerecodf=as.factor(Chile$incomerecodf)
table(Chile$incomerecodf)
```

```
##
##      (0,10000]  (10000,20000]  (20000,50000] (50000,250000]
##            654            768            747            433
```

El archivo está disponible como *chilerecod.RData*

```
##
## ------------------------------
##
```

```
## Resumo numérico ponderado pola: ni
##
## ------------------------------
##
## Resumos numéricos:
##     mean       sd      IQR       cv skewness  kurtosis 0%      25%      50%
##  40693.7 50126.18 24176.71 1.231792 1.594608 0.8477748  0 9946.483 18424.48
##       75%   100%     mode    n
##  41265.06 250000 12757.48 2602
##
## ------------------------------
##
## Distribución de frecuencia para a variábel tabulada:
##   Li_1     Li     xi  ni        fi   Ni        Fi    ai           hi
##      0  10000   5000 654 0.2513451  654 0.2513451 1e+04 2.513451e-05
##  10000  20000  15000 768 0.2951576 1422 0.5465027 1e+04 2.951576e-05
##  20000  50000  35000 747 0.2870869 2169 0.8335895 3e+04 9.569562e-06
##  50000 250000 150000 433 0.1664105 2602 1.0000000 2e+05 8.320523e-07
```

Ejemplo 4.3. Notas Examen.

El archivo adjunto *notas.txt*, contiene las notas del último examen de probabilidades. Concretamente las variables:

- *id*: indicadora del número de examen.
- *DNI*: nº de identificación nacional.
- *Asistencia*: variable indicadora de asistencia (0/1).
- *Ex1*: nota del primer ejercicio.
- *Ex2*: nota del segundo ejercicio.
- *Ex3*: nota del tercer ejercicio.
- *Nota*: nota final del examen.

1. Importa el archivo de datos (*Estadística Básica/Datos/Importar Datos/Desde archivos de texto...*). El separador de campos es el punto y coma.

```
##        id              DNI             Asistencia          Ex1
##  Min.   :  1.00   Min.   :  456997   Min.   :0.0000   Min.   :0.000
##  1st Qu.: 42.75   1st Qu.:22488458   1st Qu.:1.0000   1st Qu.:0.000
##  Median : 84.50   Median :46368913   Median :1.0000   Median :1.500
##  Mean   : 84.50   Mean   :46891636   Mean   :0.7619   Mean   :1.518
##  3rd Qu.:126.25   3rd Qu.:69305889   3rd Qu.:1.0000   3rd Qu.:3.000
##  Max.   :168.00   Max.   :99501779   Max.   :1.0000   Max.   :4.000
```

```
##       Ex2              Ex3              Nota
##  Min.   :0.0000   Min.   :0.0000   Min.   : 0.000
##  1st Qu.:0.0000   1st Qu.:0.0000   1st Qu.: 0.000
##  Median :0.0000   Median :0.5000   Median : 2.625
##  Mean   :0.6161   Mean   :0.8438   Mean   : 2.978
##  3rd Qu.:0.2500   3rd Qu.:1.5000   3rd Qu.: 5.000
##  Max.   :3.0000   Max.   :3.0000   Max.   :10.000
```

Se observa que todas las variables del archivo están consideradas como numéricas.

2. Clasificar estadísticamente las variables del archivo.

- *DNI*: Variable cualitativa nominal.
- *Asistencia*: Variable cualitativa nominal.
- *Ex1*: Variable cuantitativa continua.
- *Ex2*: Variable cuantitativa continua.
- *Ex3*: Variable cuantitativa continua.
- *Nota*: Variable cuantitativa continua.

3. Agrupa la variable *Nota* en las categorías Suspenso, Aprobado, Notable y Sobresaliente. Obten la distribución de frecuencias completa de la variable agrupada. Da una representación gráfica de la misma.

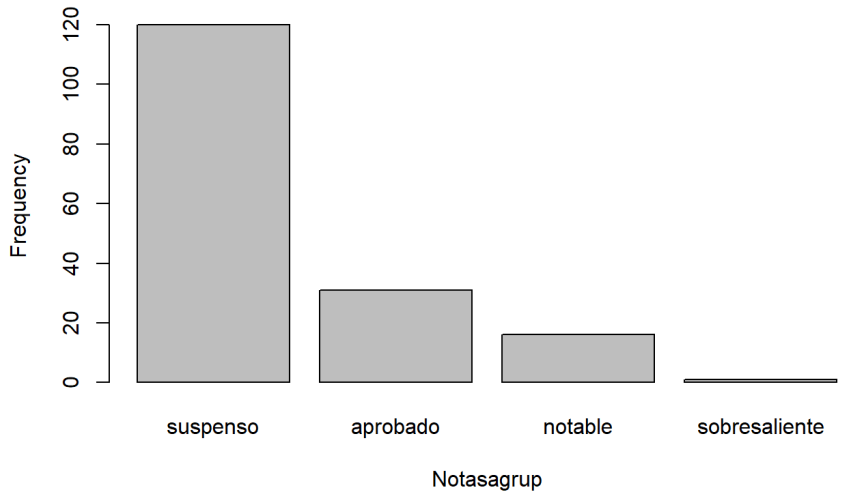
NOTA: Primero recodificamos y después reasignamos el orden dado por defecto (lexicográfico). Menús *Recodificar* y *Estadística Básica/Datos/Modificar .../Reordenar niveles de factor*.

```
notas$Notasagrup<- recode(notas$Nota,"lo:4.999='suspenso';5:6.999='aprobado';
  7:8.999='notable';9:10.1='sobresaliente'")
notas$Notasagrup=as.factor(notas$Notasagrup)
notas$Notasagrup <- with(notas, factor(Notasagrup, levels=c('suspenso',
  'aprobado','notable','sobresaliente'), ordered=TRUE))
calcular_frecuencia(df.nominal=NULL, ordenado.frec=FALSE,
  df.ordinal=notas["Notasagrup"],  iprint = TRUE)
```

```
##
## ------------------------------
##
## Variábeis ordinais:
##
## Variábel: Notasagrup
##                ni      fi  Ni    Fi
## suspenso      120 0.71429 120 0.714
## aprobado       31 0.18452 151 0.899
## notable        16 0.09524 167 0.994
## sobresaliente   1 0.00595 168 1.000
## N= 168
##
## Cuantile: 0.5
```

```
##            Variable        Fi
## Notasagrup suspenso 0.7142857
```

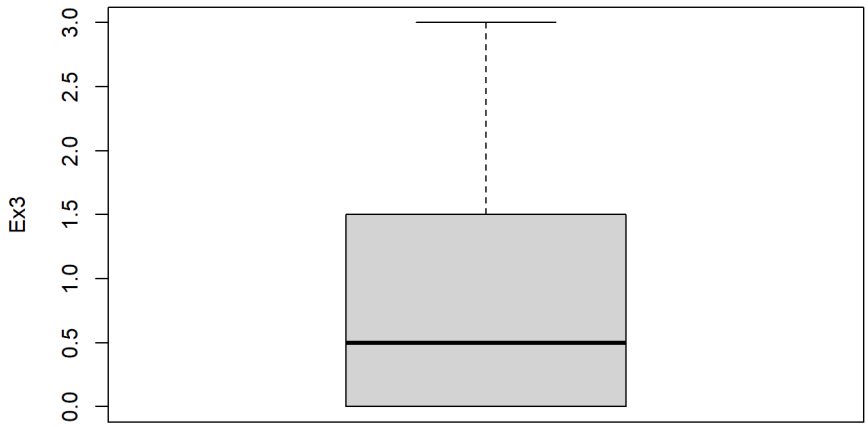
```
with(notas, Barplot(notas$Notasagrup, xlab="Notasagrup", ylab="Frequency"))
```



4. Resume numéricamente la variable *Ex3*. Genera el boxplot y obtén el valor numérico central de la caja.

```
## Warning in cv(X): not all values are positive
```

```
##     mean        sd IQR       cv  skewness  kurtosis 0% 25% 50% 75% 100%   n
##  0.84375 0.9060209 1.5 1.073803 0.5567103 -1.002481  0   0 0.5 1.5    3 168
```



El valor numérico central de la caja es el valor de la mediana o cuantil 0.5.

- Resume numéricamente la variable Nota agrupada.

```
##
## -------------------------------
##
## Variábeis ordinais:
##
## Variábel: Notasagrup
##                ni      fi  Ni    Fi
## suspenso      120 0.71429 120 0.714
## aprobado       31 0.18452 151 0.899
## notable        16 0.09524 167 0.994
## sobresaliente   1 0.00595 168 1.000
## N= 168
##
## Cuantile: 0.5
##            Variable        Fi
## Notasagrup suspenso 0.7142857
```

Se observa que más del 71% de los alumnos han suspendido.

```
##
## -------------------------------
##
```

```
## Resumo numérico ponderado pola: ni
##
## ------------------------------
##
## Resumos numéricos:
##      mean       sd       IQR 0%    25%   50%      75% 100%   n
##  3.704911 1.989337 0.6764516  0 1.7465 3.493 5.377097   10 168
##
## ------------------------------
##
## Distribución de frecuencia para a variábel tabulada:
##  Li_1    Li    xi  ni          fi  Ni        Fi   ai          hi
##  0.00  4.99 2.495 120 0.714285714 120 0.7142857 4.99 0.143143430
##  4.99  6.99 5.990  31 0.184523810 151 0.8988095 2.00 0.092261905
##  6.99  8.99 7.990  16 0.095238095 167 0.9940476 2.00 0.047619048
##  8.99 10.00 9.495   1 0.005952381 168 1.0000000 1.01 0.005893446
```

5. En media y para cada grupo de la v. *Nota*, ¿qué ejercicio (de los 3 posibles) fue el mejor?

```
##                     Ex1       Ex2       Ex3 Ex1:n Ex2:n Ex3:n
## suspenso      0.8541667 0.1791667 0.5604167   120   120   120
## aprobado      2.9919355 1.1129032 1.5564516    31    31    31
## notable       3.4843750 2.7812500 1.4531250    16    16    16
## sobresaliente 4.0000000 3.0000000 3.0000000     1     1     1
```

Por ejemplo, para el grupo de los aprobados el ejercicio que mejor resultado obtenido (en media) por los alumnos fue el primero

- Si el profesor quiere aprobar el 50 % de los alumnos presentados, ¿cuál es la nota de corte?

```
##     0%    25%    50%    75%   100%
##  0.000  0.000  2.625  5.000 10.000
```

La nota de corte debe ser la mediana: 2.625

Ejemplo 4.4. Ejemplo de estadísticos de forma.

- Con el conjunto de datos *iris* , obtén el coeficiente de simetría de Fisher y el coef. de apuntamento de la v. *Sepal.Length*. Marca en la pestaña de *Estadísticos* las opciones indicadas en el menú de *Estadística Básica/Estadística descriptiva/Resúmenes numéricos...*

```
data(iris)
numSummary(iris[,"Sepal.Length"], statistics=c("mean", "sd", "quantiles",
  "skewness", "kurtosis"), quantiles=c(0,0.25,0.5,0.75,1), type="2")
```

```
##      mean        sd skewness  kurtosis  0% 25% 50% 75% 100%   n
##  5.843333 0.8280661 0.314911 -0.552064 4.3 5.1 5.8 6.4  7.9 150
```

- Añade un valor para que el coeficiente de simetría sea negativo. Nuevamente, añade otro valor hasta que el valor del coeficientes sea próximo a 1.

Chapter 5

Ejercicios Propuestos

A contiuación aparecen diversos ejercicios resueltos sin el código que los genera.

Ejercicio 5.1. 1. Abre el archivo *cars93* del plugin y calcula la tabla de frecuencias de la variable *Cylinders*

```
##
## ------------------------------
##
## Resumos numéricos:
##      mean       sd IQR 0% 25% 50% 75% 100%  n NA
##  4.967391 1.304692   2  3   4   4   6    8 92  1
##
## ------------------------------
##
## Distribución de frecuencias para variábeis discretas:
##
## Variábel: Cylinders
##   ni     fi Ni     Fi
## 3  3 0.0326  3 0.0326
## 4 49 0.5326 52 0.5652
## 5  2 0.0217 54 0.5870
## 6 31 0.3370 85 0.9239
## 8  7 0.0761 92 1.0000
## N= 92
```

2. Calcular la tabla de frecuencias de la variable *Cylinders* para los coches que tengan *AIrbag* tanto para conductor como pasajeros. Para ello es necesario filtrar el archivo en *Estadística Básica/Datos/Conjunto de datos Activo/Filtrar el Conjunto de datos activo* utilizando la expressión *Airbags=="driver&passenger"*. Es recomendable cambiar el nombre al nuevo conjunto de datos filtrado.

```
##
## --------------------------------
##
## Resumos numéricos:
##    mean       sd  IQR 0%  25% 50% 75% 100%  n
##  5.8125 1.167262 0.25  4 5.75   6   6    8 16
##
## --------------------------------
##
## Distribución de frecuencias para variábeis discretas:
##
## Variábel: Cylinders
##   ni     fi Ni    Fi
## 4  3 0.1875  3 0.188
## 5  1 0.0625  4 0.250
## 6 10 0.6250 14 0.875
## 8  2 0.1250 16 1.000
## N= 16
```

3. Calcular la tabla de frecuencias de la variable *MaxPrice* para los coches que tengan más de dos cilindros. La tabla de frecuencia debe de tener los siguientes intervalos:[0,25)[25,40) y [40,100].

```
##
## --------------------------------
##
## Resumos numéricos:
##     mean       sd    IQR  0%    25%   50% 75% 100%  n
##  21.7837 11.03447 10.425 7.9 14.575 19.55  25   80 92
##
## --------------------------------
##
## Distribución de frecuencias para variábeis discretas:
##
## Variábel: MaxPrice
##          ni     fi Ni    Fi
## [0,25)   69 0.7500 69 0.750
## [25,40)  18 0.1957 87 0.946
## [40,100]  5 0.0543 92 1.000
## N= 92
```

Ejercicio 5.2. El archivo de datos *hist.txt*. Contiene información sobre los resultados del juego semanal de Primitiva. Concretamente los resultados ordenados

1. Que tipo de variables estatísticas están en el archivo.

- ANO –> numérica - discreta (tamén pode ser considerada v. cualitativa - ordinal)

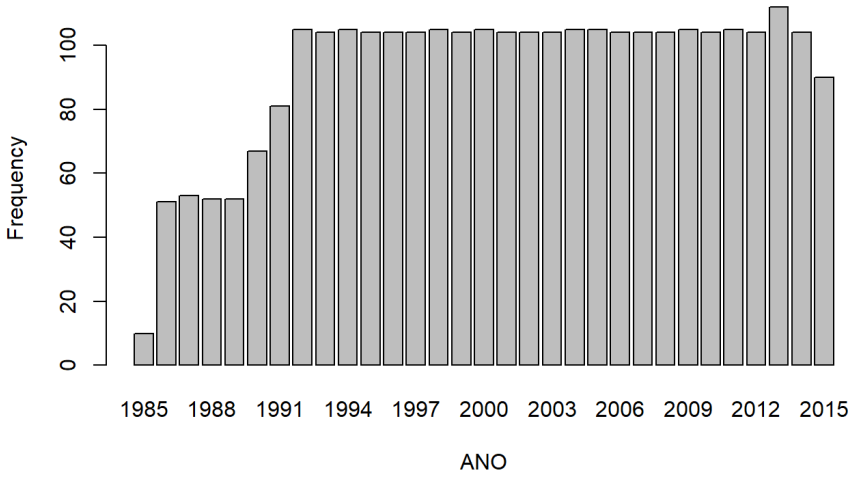
- FECHA –> neste formato: cualitativa ordinal
- SEMANA –> considerámola ordinal
- DIA –> nominal
- JUEGO –> nominal
- N1,. . . ,N6, C, R –> v. numéricas discretas
- JOKER –> v. discreta

2. Da la distribución de frecuencias completa de la variable *ANO* . Represéntala Gráficamente.

```
##
## ------------------------------
##
## Resumos numéricos:
##      mean       sd IQR   0%  25%  50%  75% 100%    n
##  2001.569 8.144567  14 1985 1995 2002 2009 2015 2864
##
## ------------------------------
##
## Distribución de frecuencias para variábeis discretas:
##
## Variábel: ANO
##       ni      fi   Ni      Fi
## 1985  10 0.00349   10 0.00349
## 1986  51 0.01781   61 0.02130
## 1987  53 0.01851  114 0.03980
## 1988  52 0.01816  166 0.05796
## 1989  52 0.01816  218 0.07612
## 1990  67 0.02339  285 0.09951
## 1991  81 0.02828  366 0.12779
## 1992 105 0.03666  471 0.16446
## 1993 104 0.03631  575 0.20077
## 1994 105 0.03666  680 0.23743
## 1995 104 0.03631  784 0.27374
## 1996 104 0.03631  888 0.31006
## 1997 104 0.03631  992 0.34637
## 1998 105 0.03666 1097 0.38303
## 1999 104 0.03631 1201 0.41934
## 2000 105 0.03666 1306 0.45601
## 2001 104 0.03631 1410 0.49232
## 2002 104 0.03631 1514 0.52863
## 2003 104 0.03631 1618 0.56494
## 2004 105 0.03666 1723 0.60161
## 2005 105 0.03666 1828 0.63827
## 2006 104 0.03631 1932 0.67458
## 2007 104 0.03631 2036 0.71089
## 2008 104 0.03631 2140 0.74721
```

```
## 2009 105 0.03666 2245 0.78387
## 2010 104 0.03631 2349 0.82018
## 2011 105 0.03666 2454 0.85684
## 2012 104 0.03631 2558 0.89316
## 2013 112 0.03911 2670 0.93226
## 2014 104 0.03631 2774 0.96858
## 2015  90 0.03142 2864 1.00000
## N= 2864
```

Para calcular un gráfico de barras de la variable ANO, tenemos que transformarla a factor en el menú de *Datos/Modificar variables del conjunto de datos activo/Convertir variable Numérica en Factor*

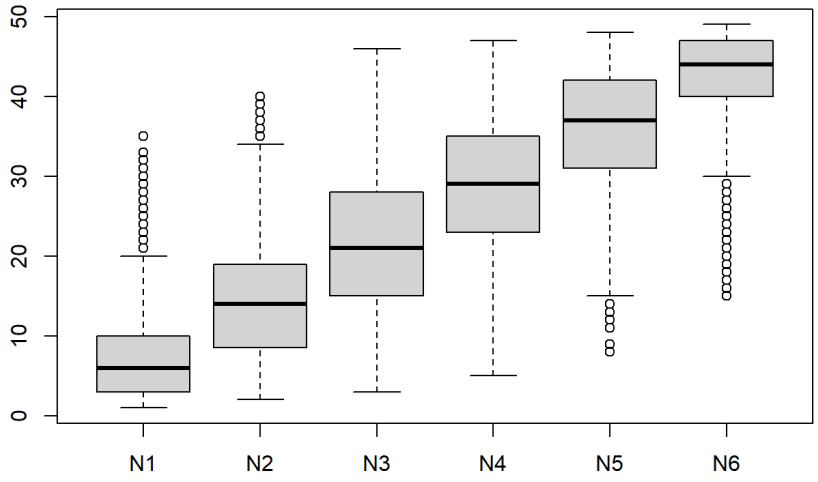


3. Describe numéricamente las variables *N1, N2, . . . , N6* (ten en cuenta que las variables están ordenadas).

```
##         mean       sd   IQR   skewness    kurtosis 0%   25% 50% 75% 100%    n
## N1  7.169344 5.826424  7.00  1.3145040  1.68426466  1  3.00   6  10   35 2864
## N2 14.437849 7.554643 10.25  0.5805783 -0.21978376  2  8.75  14  19   40 2864
## N3 21.582751 8.314512 13.00  0.1677392 -0.57611135  3 15.00  21  28   46 2864
## N4 28.765363 8.264750 12.00 -0.2387364 -0.51575319  5 23.00  29  35   47 2864
## N5 35.816341 7.466572 11.00 -0.6461991  0.02712424  8 31.00  37  42   48 2864
## N6 42.899791 5.666116  7.00 -1.3327754  1.92385771 15 40.00  44  47   49 2864
```

Para realizar un diagrama de caja comparando las 6 variables, R commander por defecto sólo permite mostrar uno de cada vez (usa la función Boxplot), por

tanto es necesario usar la función *boxplot*. Mira la ayuda de la función, escribe el código en la ventana de sintaxis y ejecuta.



4. ¿Qué porcentaje de veces salío un número menor que 5? ¿Y si consideramos solamente los jueves?

```
## [1] 0.08228585
```

Si consideramos sólo los jueves

```
## [1] 0.08285593
```

5. Basándonos en el arquivo que tenemos, si cubrimos un boleto, ¿que números serían?

```
## N
##  38  39  47   3  30  23  45  41  29   5   6  37  22  36   1  48  34  15  14  10
## 387 386 381 375 374 373 371 368 361 360 360 360 359 359 358 358 355 354 353 352
##  11   7   9  35  44  46  17  31  40  42  12  16  21   4  27   2  25  26  13  32
## 352 350 350 350 347 347 346 344 344 344 343 343 343 341 341 340 340 340 339 339
##  33  19  43  28  18  24  49   8  20
## 339 338 338 336 334 332 332 327 321
```

6. ¿Cúal es la distribución de frecuencias completa de la variable estadística *número de bola en el sorteo*? Para hacer la tabla con los menús de RCommander es necesario pasarla a un dataframe

```
##
```

```
## --------------------------------
##
## Resumos numéricos:
##      mean       sd IQR 0% 25% 50% 75% 100%     n
##  25.11191 14.19471  25  1  13  25  38   49 17184
##
## --------------------------------
##
## Distribución de frecuencias para variábeis discretas:
##
## Variábel: N
##     ni     fi    Ni     Fi
## 1  358 0.0208   358 0.0208
## 2  340 0.0198   698 0.0406
## 3  375 0.0218  1073 0.0624
## 4  341 0.0198  1414 0.0823
## 5  360 0.0209  1774 0.1032
## 6  360 0.0209  2134 0.1242
## 7  350 0.0204  2484 0.1446
## 8  327 0.0190  2811 0.1636
## 9  350 0.0204  3161 0.1840
## 10 352 0.0205  3513 0.2044
## 11 352 0.0205  3865 0.2249
## 12 343 0.0200  4208 0.2449
## 13 339 0.0197  4547 0.2646
## 14 353 0.0205  4900 0.2851
## 15 354 0.0206  5254 0.3057
## 16 343 0.0200  5597 0.3257
## 17 346 0.0201  5943 0.3458
## 18 334 0.0194  6277 0.3653
## 19 338 0.0197  6615 0.3850
## 20 321 0.0187  6936 0.4036
## 21 343 0.0200  7279 0.4236
## 22 359 0.0209  7638 0.4445
## 23 373 0.0217  8011 0.4662
## 24 332 0.0193  8343 0.4855
## 25 340 0.0198  8683 0.5053
## 26 340 0.0198  9023 0.5251
## 27 341 0.0198  9364 0.5449
## 28 336 0.0196  9700 0.5645
## 29 361 0.0210 10061 0.5855
## 30 374 0.0218 10435 0.6073
## 31 344 0.0200 10779 0.6273
## 32 339 0.0197 11118 0.6470
## 33 339 0.0197 11457 0.6667
## 34 355 0.0207 11812 0.6874
```

```
## 35 350 0.0204 12162 0.7078
## 36 359 0.0209 12521 0.7286
## 37 360 0.0209 12881 0.7496
## 38 387 0.0225 13268 0.7721
## 39 386 0.0225 13654 0.7946
## 40 344 0.0200 13998 0.8146
## 41 368 0.0214 14366 0.8360
## 42 344 0.0200 14710 0.8560
## 43 338 0.0197 15048 0.8757
## 44 347 0.0202 15395 0.8959
## 45 371 0.0216 15766 0.9175
## 46 347 0.0202 16113 0.9377
## 47 381 0.0222 16494 0.9598
## 48 358 0.0208 16852 0.9807
## 49 332 0.0193 17184 1.0000
## N= 17184
```

7. Haz dos archivos, uno con los datos del jueves y otro con los del sábado (*Estadística Básica/Datos/Conjunto de datos Activo/Filtrar el Conjunto de datos activo*). Compara numéricamente las variables *N1, . . . , N6* para el jueves (*Estadística Básica/Estadística Descriptiva/ Resúmenes Numéricos Variables Discretas*).

```
##
## ------------------------------
##
## Resumos numéricos:
##         mean       sd IQR        cv   skewness   kurtosis 0% 25% 50% 75% 100%
## N1  7.304265 5.980891   8 0.8188218  1.2992647  1.5231002  1   3   5  11   33
## N2 14.500318 7.637352  12 0.5267023  0.5530669 -0.2962520  2   8  14  20   40
## N3 21.690006 8.469880  13 0.3904969  0.2072778 -0.6149106  4  15  21  28   46
## N4 28.832591 8.309344  12 0.2881928 -0.2469576 -0.4934457  5  23  29  35   47
## N5 35.950987 7.334207  10 0.2040057 -0.6667199  0.1598085  9  31  37  41   48
## N6 43.042648 5.426882   7 0.1260815 -1.2503957  1.5419675 15  40  45  47   49
##       n
## N1 1571
## N2 1571
## N3 1571
## N4 1571
## N5 1571
## N6 1571
```

Ejercicio 5.3. De una encuesta realizada a 100 clientes de una empresa se han obtenido los siguientes datos sobre sus ingresos por nómina en euros:

Ingresos	Número de nóminas
(600-1000]	15
(1000-1200]	29
(1200-2000]	56

Calcular:
- Ingreso medio de las familias.
- Una entidad bancaria pretende que el 40% central de las nóminas sean domiciliadas en su oficina.
Halla los ingresos de las nóminas mínima y máxima que pretenden ser captadas.
- ¿Qué nómina debe tener un cliente para que sea superior al de la mitad de los encuestados? - ¿Se puede suponer que la distribución de nóminas es simétrica?
- ¿Cuál es la cuantía de nómina más frecuente entre los clientes encuestados?
- Si el coeficiente de variación de Pearson de la nómina los empleados de la empresa es de 1.1, ¿qué valor medio (empleados versus clientes) es el más representativo de su muestra?

```
##
## --------------------------------
##
## Resumo numérico ponderado pola: ni
##
## --------------------------------
##
## Resumos numéricos:
##  mean       sd      IQR        cv   skewness  kurtosis  0%      25%      50%
##  1335 313.4884 473.3374 0.2348228 -0.5294634 -1.350087 600 1068.966 1285.714
##       75% 100%      30%      70%     mode   n
##  1642.857 2000 1103.448 1571.429 1130.233 100
##
## --------------------------------
##
## Distribución de frecuencia para a variábel tabulada:
##  Li_1   Li   xi ni   fi  Ni   Fi  ai       hi
##   600 1000  800 15 0.15  15 0.15 400 0.000375
##  1000 1200 1100 29 0.29  44 0.44 200 0.001450
##  1200 2000 1600 56 0.56 100 1.00 800 0.000700
```

Chapter 6

Estadística Descriptiva Bidimensional

```
require(RcmdrMisc)
require(RcmdrPlugin.TeachStat, warn.conflicts=FALSE, quietly=TRUE)
```

6.1 Introducción

Cuando consideramos dos características de una población o muestra para estudiarlas *conjuntamente*, podemos encontrarnos con los siguientes supuestos:

- Variable bidimensional: cuando los dos caracteres son variables estadísticas. Por ejemplo: la Altura y el Peso.
- Atributo bidimensional: cuando los dos caracteres son atributos. Ejemplo: Estado Civil y Religión de una muestra de ciudadanos.
- Distribución bidimensional mixta: si las características son una variable y un atributo. Por ejemplo: Edad y Sexo de una muestra de alumnos.

Una variable bidimensional se suele denotar por: (X, Y) y se denomina *variable conjunta de X e Y*. Se trata de un par ordenado, donde X, Y son las dos variables.

Los valores vienen expresados por (x_i, y_j) con $x_i \in X$, $y_j \in Y$ para todo $i = 1, \ldots, h$ y $j = 1, \ldots, k$.

6.2 Tablas de frecuencias de doble entrada

- Frecuencia absoluta bidimensional del par (x_i, y_j): n_{ij} es el número de veces que se presenta conjuntamente el par de valores (x_i, y_j).

- Frecuencia relativa bidimensional del par (x_i, y_j): $f_{ij} = \dfrac{n_{ij}}{N}$.

Se llama *distribución de frecuencias absolutas de* $(X, Y)\}$, al conjunto de pares de valores (x_i, y_j), asociado a las frecuencias absolutas n_{ij} de dichos pares: (x_i, y_i, n_{ij}).

Análogamente la *distribución de frecuencias relativas de* $(X, Y)\}$, al conjunto de pares de valores (x_i, y_j), asociado a las frecuencias relativas f_{ij} de dichos pares: (x_i, y_i, f_{ij}).

Tablas de correlación y contingencia: Generalmente hay que manejar un número elevado de valores o modalidades en variables bidimensionales o atributos bidimensionales de frecuencia. Para facilitar este trabajo de organizar y resumir los datos, (valores o modalidades), contamos con *tablas de Correlación* para variables bidimensionales de frecuencias y *tablas de Contingencia* para atributos bidimensionales. Dichas tablas son cuadros de doble entrada, como el siguiente:

X/Y	y_1	...	y_j	...	y_k	Total
x_1	n_{11}	...	n_{1j}	...	n_{1k}	$n_{1.}$
...	...	...	...	...	...	...
x_i	n_{i1}	...	n_{ij}	...	n_{ik}	$n_{i.}$
...	...	...	...	...	...	...
x_h	n_{h1}	...	n_{hj}	...	n_{hk}	$n_{h.}$
Total	$n_{.1}$	...	$n_{.j}$	...	$n_{.k}$	N

En la última columna y en la última fila se escriben los totales por columna y fila respectivamente. Por tanto $n_{i.}$ significa el número total de veces que se ha presentado el valor $X = x_i$ con independencia de los valores que tome la variable Y. Análogamente, $n_{.j}$ significa el número total de veces que se presentó el valor $Y = y_j$ con independencia de los valores que toma X.

Se debe cumplir siempre:

- $\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k} n_{ij} = N$ y $\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k} f_{ij} = 1$.
- $n_{i.} = \sum_{j=1}^{k} n_{ij}$ y $n_{.j} = \sum_{i=1}^{h} n_{ij}$
- $f_{i.} = \dfrac{n_{i.}}{N} = \sum_{j=1}^{k} \dfrac{n_{ij}}{N} = \sum_{j=1}^{k} f_{ij}$ y $f_{.j} = \dfrac{n_{.j}}{N} = \sum_{i=1}^{h} \dfrac{n_{ij}}{N} = \sum_{i=1}^{h} f_{ij}$

Los distintos valores x_i pueden aparecer agrupados en intervalos del tipo $[L_{i-1}, L_i)$ y los valores y_j en intervalos $[L_{j-1}, L_j)$ como ya ocurría en las distribuciones unidimensionales.

Por otra parte, en la *tabla de contingencia*, podemos aplicar lo dicho para la *tabla de correlación* en lo referente a fórmulas con frecuencias absolutas y frecuencias

relativas.

6.3 Distribuciones marginales

La distribución marginal de la variable X, en una distribución de una variable bidimensional de frecuencias (X, Y), viene definida por los valores que toma dicha variable y las frecuencias de los mismos, independientemente de los valores que tome la otra variable Y.

Así las distribuciones marginales absolutas y relativas de la varible X, son :

$$\{(x_i, n_{i.})\, i = 1, ..., h\} \quad \text{y} \quad \{(x_i, f_{i.})\, i = 1, ..., h\}$$

donde

$$n_{i.} = \sum_{j=1}^{k} n_{ij} \quad \text{y} \quad f_{i.} = \sum_{j=1}^{k} f_{ij} = \frac{n_{i.}}{N}$$

Verificandose que $\sum_{i=1}^{h} n_{i.} = N$ y $\sum_{i=1}^{h} f_{i.} = 1$.

A través de estas *distribuciones marginales*, que son *distribuciones unidimensionales de frecuencias*, podemos determinar las medidas habituales estudiadas anteriormente, como la media aritmética, moda, mediana, etc. Por ejemplo la media de la variable X se calcularía como sigue:

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{h} \frac{x_i n_{i.}}{N}$$

Las distribuciónes marginales de Y son:

$$\{(y_j, n_{.j})\, j = 1, ..., k\} \quad \text{y} \quad \{(y_j, f_{.j})\, j = 1, ..., k\}$$

donde

$$n_{.j} = \sum_{i=1}^{h} n_{ij} \quad \text{y} \quad f_{.j} = \sum_{i=1}^{h} f_{ij} = \frac{n_{.j}}{N}$$

Verificándose que $\sum_{j=1}^{k} n_{.j} = N$ y $\sum_{j=1}^{k} f_{.j} = 1$.

6.4 Distribuciones condicionadas

En las distribuciones bidimensionales (X, Y), nos puede interesar estudiar una variable condicionada a que la otra variable tome un determinado valor o valores (a veces intervalo). Tenemos así la *distribución de la variable Y dado un valor $X = x_i$*, simbolizada por la expresión: $Y/X = x_i$.

También podríamos escribir $X/Y = y_j$ cuando la distribución que se quiere determinar es la de la variable X , condicionada por un valor de Y igual a y_j . Las tablas son las siguientes:

$X/Y = y_j$	n_i/y_j
x_1	n_{1j}
$\vdots$	$\vdots$
x_h	n_{hj}
	$n_{.j}$

ddddasdfasdfasdf

$Y/X = x_i$	n_j/x_i
y_1	n_{i1}
$\vdots$	$\vdots$
y_k	n_{ik}
	$n_{i.}$

Para calcular las frecuencias relativas de la variable X condicionada por un valor de Y cualquiera, tenemos la siguiente expresión:

$$f_{i/j} = \frac{n_{ij}}{n_{.j}} = \frac{n_{ij}/N}{n_{.j}/N} = \frac{f_{ij}}{f.j}$$

Esta igualdad nos lleva a afirmar que : *la frecuencia relativa CONDICIONADA es igual al cociente entre la frecuencia relativa CONJUNTA y la frecuencia relativa MARGINAL, con respecto de quien se considera la condición}.*

Una vez calculadas las distribuciones condicionadas, como éstas son unidimensionales, podemos calcular características de las mismas como media, mediana, moda, etc.

El cálculo de la distribución de Y condicionada a X utilizando valores en intervalos, es idéntico y sigue las reglas seguidas en las distribuciones unidimensionales.

Ejercicio 6.1. Introduce la seguinte tábla y obtén las distribución marginales.

	Fumador	No Fumador
Hombre	10	20
Mujer	30	40

- Tabla de frecuencias relativas:

```
.Table <- matrix(c(10,20,30,40), 2, 2, byrow=TRUE)
dimnames(.Table) <- list("Sexo"=c("H", "M"), "Fumador"=c("F", "N-F"))
.Table  # Counts
```

```
##     Fumador
## Sexo  F N-F
##    H 10  20
##    M 30  40
```

```
totPercents(.Table) # Percentage of Total
```

```
##        F N-F Total
## H     10  20    30
## M     30  40    70
## Total 40  60   100
```

```
remove(.Table)
```

- Tablas de marginales:

```
.Table <- matrix(c(10,20,30,40), 2, 2, byrow=TRUE)
dimnames(.Table) <- list("Sexo"=c("H", "M"), "Fumador"=c("F", "N-F"))
.Table  # Counts
```

```
##     Fumador
## Sexo  F N-F
##    H 10  20
##    M 30  40
```

```
rowPercents(.Table) # Row Percentages
```

```
##     Fumador
## Sexo    F  N-F Total Count
##    H 33.3 66.7   100    30
##    M 42.9 57.1   100    70
```

```
remove(.Table)

# Ahora por columnas
.Table <- matrix(c(10,20,30,40), 2, 2, byrow=TRUE)
dimnames(.Table) <- list("Sexo"=c("H", "M"), "Fumador"=c("F", "N-F"))
.Table  # Counts
```

```
##     Fumador
## Sexo  F N-F
##    H 10  20
##    M 30  40
```

```
colPercents(.Table) # Column Percentages
```

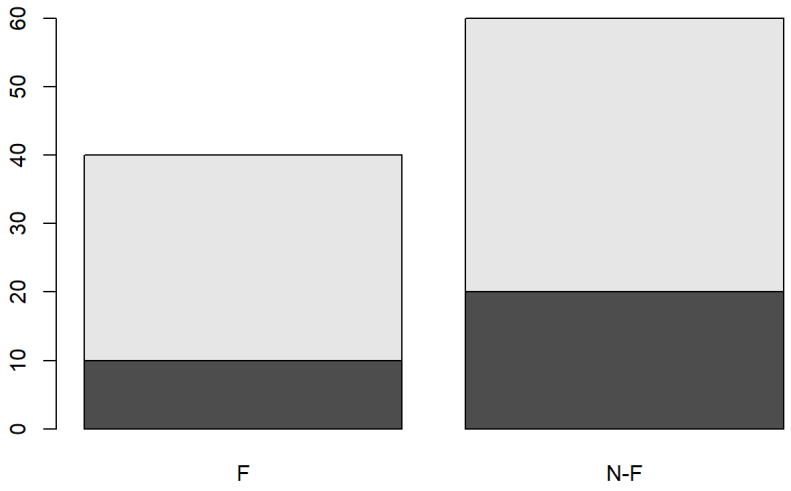
```
##        Fumador
## Sexo       F   N-F
##   H       25  33.3
##   M       75  66.7
##   Total  100 100.0
##   Count   40  60.0
```

```
remove(.Table)
```

Representación gráfica:

```
.Table <- matrix(c(10,20,30,40), 2, 2, byrow=TRUE)
dimnames(.Table) <- list("Sexo"=c("H", "M"), "Fumador"=c("F", "N-F"))

barplot(.Table)         # representación de frecuencias absolutas
barplot(100*.Table/sum(.Table))
```




```
# representación de frecuencias relativas en tanto por cien
# para ver más formas de representaciones de variables bidimensionales ver los ejemplo
# de la axuda de barplot
```

6.5 Momentos de una distribución bidimensional numérica

Los momentos de orden (r, s) de una variable bidimensional (X, Y) se definen como:

Momentos centrados en el origen de orden $(r, s)\}$:

$$a_{rs} = \sum_{i=1}^{h} \sum_{j=1}^{k} x_i^r y_j^s f_{ij}$$

Casos particulares: $a_{00} = 1$, $a_{10} = \overline{x}$, $a_{01} = \overline{y}$.

Momentos centrados en las medias de orden $(r, s)\}$:

$$m_{rs} = \sum_{i=1}^{h} \sum_{j=1}^{k} (x_i - \overline{x})^r (y_j - \overline{y})^s f_{ij}$$

De esta expresión se deduce muy fácilmente que $m_{10} = 0$, $m_{01} = 0\%$, $m_{20} = s_X^2$ (varianza de X) y $m_{02} = s_Y^2$ (varianza de Y).

El momento con respecto a la media más interesante de una distribución bidimensional es la *Covarianza*. Este momento es el que resulta de tomar $r = s = 1$.

$$s_{XY} = m_{11} = \sum_{i=1}^{h} \sum_{j=1}^{k} (x_i - \overline{x}) (y_j - \overline{y}) f_{ij}$$

Su *signo* nos indica el sentido de la variación *conjunta* de ambas variables. Por ello, si la covarianza es positiva, las dos variables, varían en el mismo sentido, y si es negativa, en sentido opuesto. (El caso de la covarianza igual a 0 será estudiado más adelante).

Propiedades:

- La covarianza admite una expresión más reducida y cómoda para hacer cálculos de modo más rápido.

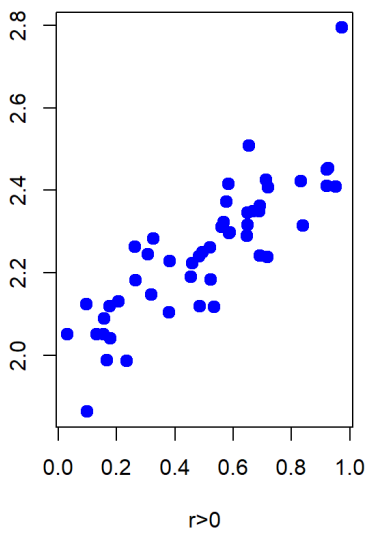
$$m_{11} = \left(\sum_{i=1}^{h} \sum_{j=1}^{k} x_i y_j f_{ij} \right) - \overline{x} \cdot \overline{y} = a_{11} - a_{10} a_{01}$$

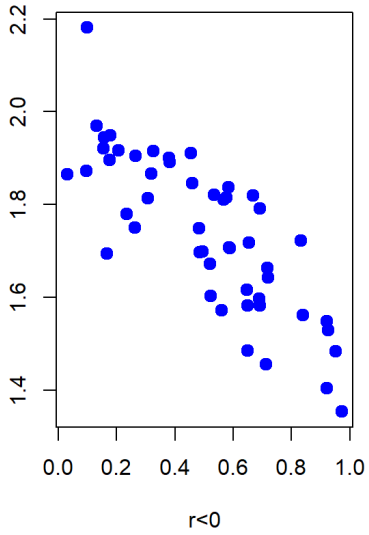
- A la covarianza no le afectan los cambios de origen (las traslaciones), aunque sí depende de los cambios de escala. Sea $x_i' = a + bx_i$ e $y_j' = c + dy_j$ entonces $s_{X',Y'} = bds_{XY}$.
- $s_{XX} = s_X^2$

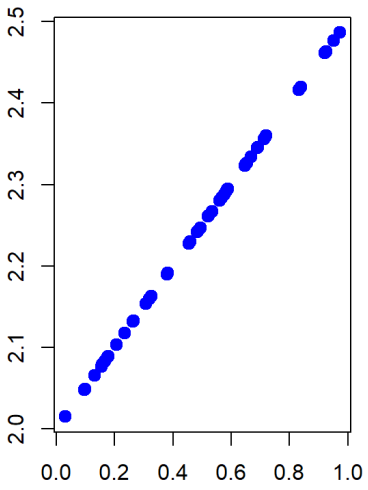
Coeficiente de Correlación de Pearson: Se define como coeficiente de correlación lineal entre dos variables X e Y:

$$r_{XY} = r = \frac{s_{XY}}{\sqrt{s_X^2 s_Y^2}}$$

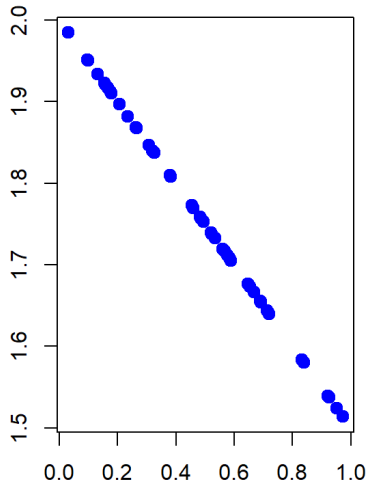
Es una *medida adimensional*, es decir, no depende de las unidades de medida de las variables X e Y. Mide el grado de dependencia lineal entre las dos variables. Toma valores en el intervalo $[-1, 1]$. Un valor de r cercano o igual a 0 implica poca o ninguna relación lineal entre X e Y (si $r = 0$ se dice que ambas variables están incorreladas), mientras que cuanto más se acerque a 1 o a -1, más fuerte será la relación lineal entre X e Y, directa o inversa respectivamente.



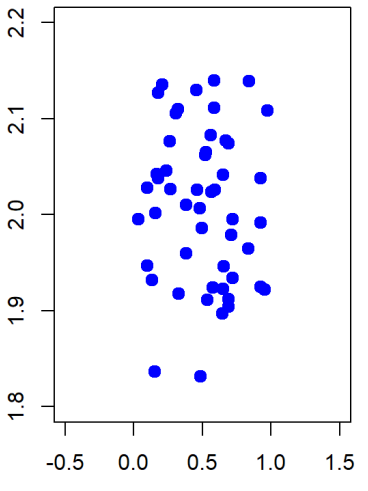




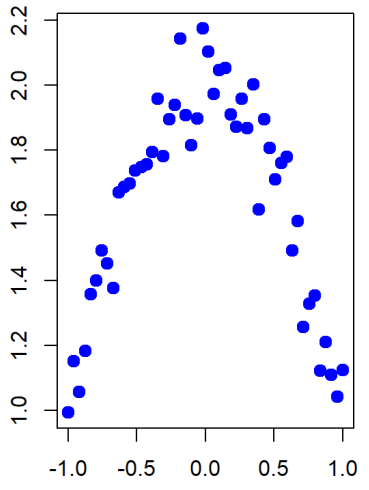
r=1, relación positiva perfecta.



r=-1 relación negativa perfecta.



r próximo a 0. Poca o ninguna relación.



r próximo a 0, pero con relación cuadrática.

NOTA: Una correlación elevada no implica *causalidad*. Si se observa un valor de r próximo a 1 o a -1, no es correcto llegar a la conclusión de que un cambio en X causa un cambio en Y. La único conclusión válida es que puede existir una tendencia lineal entre X e Y

6.6 Independencia Estadística

Dos variables X, Y se dice que son independientes estadísticamente cuando la frecuencia relativa conjunta es igual al producto de las frecuencias relativas marginales, es decir:

$$\frac{n_{ij}}{N} = \frac{n_{i.}}{N} \cdot \frac{n_{.j}}{N} \quad \forall ij$$

En este caso las frecuencias relativas condicionadas serán:

$$f_{i/j} = \frac{n_{ij}}{n_{.j}} = \frac{n_{i.}n_{.j}/N}{n_{.j}} = \frac{n_{i.}}{N} = f_{i.} \quad \forall i$$

Es decir, las frecuencias relativas condicionadas son iguales a sus correspondientes frecuencias relativas marginales, lo que nos indica que el condicionamiento, en cuanto tal, no existe: *las variables son independientes*, puesto que en las distribuciones marginales se estudia el comportamiento de una variable con independencia de los valores que pueda tomar la otra.

Hay relación entre la covarianza y la independencia estadística de las variables X, Y. *Si las variables X e Y son independientes, su covarianza es cero.* Hay que tener en cuenta que el recíproco no siempre es cierto, es decir, el hecho de que la covarianza sea nula no implica necesariamente que las variables sean independientes.

Dada una variable estadística bidimensional, sus características numéricas más importantes pueden expresarse en forma de:

Vector de medias	Matriz de varianzas y covarianzas
$\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix}$	$\Sigma = \begin{pmatrix} s_X^2 & s_{XY} \\ s_{XY} & s_Y^2 \end{pmatrix}$

Chapter 7

Ejercicios resueltos con R de Análisis Descriptivo Bidimensional

Ejemplo 7.1. Abre el archivo de datos *CPU.txt* teniendo en cuenta que tiene los nombres de las varibles en la primera fila, el separador de variables son las comas y el carácter decimal está definido por puntos.

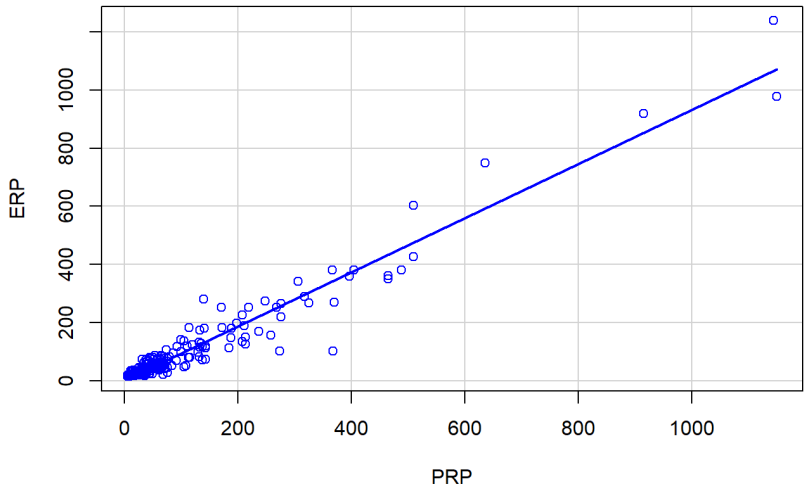
Este archivo contiene variables medidas en una serie de ordenadores (véase *informacioncpu.tx* para más información).

Realiza un resumen numérico e indica qué variables son numéricas y cuales de tipo factor.

```
##     vendor              Model                MYCT             MMIN
##  Length:209         Length:209         Min.   :  17.0   Min.   :   64
##  Class :character   Class :character   1st Qu.:  50.0   1st Qu.:  768
##  Mode  :character   Mode  :character   Median : 110.0   Median : 2000
##                                        Mean   : 203.8   Mean   : 2868
##                                        3rd Qu.: 225.0   3rd Qu.: 4000
##                                        Max.   :1500.0   Max.   :32000
##       MMAX            CACH            CHMIN            CHMAX
##  Min.   :   64   Min.   :  0.00   Min.   : 0.000   Min.   :  0.00
##  1st Qu.: 4000   1st Qu.:  0.00   1st Qu.: 1.000   1st Qu.:  5.00
##  Median : 8000   Median :  8.00   Median : 2.000   Median :  8.00
##  Mean   :11796   Mean   : 25.21   Mean   : 4.699   Mean   : 18.27
##  3rd Qu.:16000   3rd Qu.: 32.00   3rd Qu.: 6.000   3rd Qu.: 24.00
##  Max.   :64000   Max.   :256.00   Max.   :52.000   Max.   :176.00
##       PRP              ERP           ERP_agrup          CACH_agrup
##  Min.   :   6.0   Min.   :  15.00   Length:209         Length:209
```

```
##  1st Qu.:  27.0   1st Qu.:  28.00   Class :character   Class :character
##  Median :  50.0   Median :  45.00   Mode  :character   Mode  :character
##  Mean   : 105.6   Mean   :  99.33
##  3rd Qu.: 113.0   3rd Qu.: 101.00
##  Max.   :1150.0   Max.   :1238.00
```

a) La variable *ERP* indica la eficiencia relativa estimada de cada ordenador. Dibuja un gráfico de dispersión de la Eficiencia (*ERP*) frente a published relative performance (*PRP*). Utiliza el menú de *Gráficos/Diagrama de Dispersión*. Observa si Eficiencia aumenta en función de la memoria caché o no.



2) Calcula la covarianza y el coeficiente de correlación entre las dos variables. Las funciones de R *cov* y *cor*, calculan la covarianza y el coeficiente de correlación entre un par de variables.

```
cov(CPU$ERP,CPU$PRP)
```

```
## [1] 24055.19
```

```
cor(CPU$ERP,CPU$PRP)
```

```
## [1] 0.9664717
```

En el Menú de RCommander, *Estadísticos/Resúmenes/Matriz de Correlaciones* se calcula la matriz de correlaciones de un conjunto de variables. La matriz de correlaciones contiene en cada elemento i, j la correlación existente entre la variable X_i y X_j

```
##            PRP       ERP
## PRP 1.0000000 0.9664717
```

```
## ERP 0.9664717 1.0000000
```

Obsérvese que la correlación de una variable consigo misma es siempre 1.

Ejemplo 7.2. En el mismo archivo del ejemplo anterior, existen dos variables factor *ERP_codif* y *CACH_codif* que categorizan la Eficiencia y Memoria Caché en 3 y 5 categorías, respectivamente.

a) Calcula la tabla de frecuencias absoluta de la variable bidimensional (CACH_agrup,ERP_agrup) (*Estadística Básica/Estadística Descriptiva/Tabla de doble entrada*)

```
##
## Frequency table:
##            ERP_agrup
## CACH_agrup  ALTA BAJA MEDIA
##   (-Inf,12]    6   70    46
##   (12,32]     26    1    21
##   (160,256]    2    0     0
##   (32,65]     22    0     2
##   (65,160]    13    0     0
```

b) Calcula la tabla de frecuencias relativas de la variable bidimensional (en la pestaña de Estadísticos marcar en Porcentajes totales) (*CACH_agrup,ERP_agrup*).

```
##
## Frequency table:
##          CACH_agrup
## ERP_agrup (-Inf,12] (12,32] (160,256] (32,65] (65,160]
##     ALTA          6      26         2      22       13
##     BAJA         70       1         0       0        0
##     MEDIA        46      21         0       2        0
##
## Total percentages:
##       (-Inf,12] (12,32] (160,256] (32,65] (65,160] Total
## ALTA        2.9    12.4         1    10.5      6.2    33
## BAJA       33.5     0.5         0     0.0      0.0    34
## MEDIA      22.0    10.0         0     1.0      0.0    33
## Total      58.4    23.0         1    11.5      6.2   100
```

Al pedir porcentajes totales, por defecto también calcula la tabla de frecuencias absoluta.

El porcentaje de ordenadores con Eficiencia Alta y Memoria caché menor o iguala 32 es 12.4+2.9= 15.3.

El porcentaje de ordenadores con eficiencia media y memorai entre 12 y 32 es de un 10%.

c) Calcula la distribución de la memoria Caché agrupada condicionada a que la eficiencia es ALTA. En el mismo menú (*Estadística Básica/Estadística Descriptiva/Tabla de doble entrada*) seleccionar en el botón estadísticos porcentaje por filas o por columnas según el orden seleccionado para las variables.

```
##
## Frequency table:
##          CACH_agrup
## ERP_agrup (-Inf,12] (12,32] (160,256] (32,65] (65,160]
##     ALTA          6      26          2      22       13
##     BAJA         70       1          0       0        0
##     MEDIA        46      21          0       2        0
##
## Row percentages:
##          CACH_agrup
## ERP_agrup (-Inf,12] (12,32] (160,256] (32,65] (65,160] Total Count
##     ALTA        8.7    37.7       2.9    31.9     18.8   100    69
##     BAJA       98.6     1.4       0.0     0.0      0.0   100    71
##     MEDIA      66.7    30.4       0.0     2.9      0.0   100    69
```

Aquí podemos ver la distribución de CACH_agrup condicionada a cada uno de los valores de ERP_agrup. Dado el enunciado, nos interesa la fila correspondiente a ERP_agrup=ALTA. Nótese que para esa distribución el total de ordenadores es de 69 y la suma de porcentajes de esa fila es 100.

Análogamente se podrían alcular los porcentajes por columnas, sin más que seleccionar en el menu de Estadísticos *Porcentajes por columnas*:

```
##
## Frequency table:
##          CACH_agrup
## ERP_agrup (-Inf,12] (12,32] (160,256] (32,65] (65,160]
##     ALTA          6      26          2      22       13
##     BAJA         70       1          0       0        0
##     MEDIA        46      21          0       2        0
##
## Column percentages:
##          CACH_agrup
## ERP_agrup (-Inf,12] (12,32] (160,256] (32,65] (65,160]
##     ALTA        4.9    54.2       100    91.7      100
##     BAJA       57.4     2.1         0     0.0        0
##     MEDIA      37.7    43.8         0     8.3        0
##     Total     100.0   100.1       100   100.0      100
##     Count     122.0    48.0         2    24.0       13
```

Ejemplo 7.3. La cotización en Bolsa de dos empresas A,B durante la última semana son las siguientes

Empresa	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
A	8	7	5	7	8
B	6	4.5	4	4.5	5

Calcula el coeficiente de correlación de Pearson entre las cotizaciones de la empresa A y de la empresa B e interpreta el resultado. Calcula también el valor de la covarianza.

En primer lugar debemos introducir los datos en un conjunto nuevo de datos, recordar que cada empresa corresponde a una variable.

```
cor(bolsa[,c("A","B")], use="complete")
```

```
##           A         B
## A 1.0000000 0.8075729
## B 0.8075729 1.0000000
```

El valor del coeficiente de correlaciónes 0.8075729 lo que indica una correlación lineal positiva, ambas empresas cotizan al alza o a la baja simultáneamente.

A continuación vamos a calcular la covarianza. Dado que el coeficiente de correlación es el cociente entre la covarianza y el producto de las dos desviaciones típicas, la covarianza podemos calcularla del siguiente modo:

```
numSummary(bolsa[,c("A", "B")], statistics=c("sd"),
           quantiles=c(0,0.25,0.5,0.75,1))
```

```
##          sd n
## A 1.2247449 5
## B 0.7582875 5
```

El valor de la covarianza se obtiene de:

```
0.8075729*1.2247449*0.7582875
```

```
## [1] 0.75
```

Ejemplo 7.4. Abre el archivo cars93 del paquete *RcmdrPlugin.TeachStat*.

a) Calcula la tabla de frecuencias relativa de la variable bidimensional (*Airbags, USA*). ¿Cuál es el porcentaje de coches del archivo que son Americanos y con Airbag sólo para el pasajero?

```
##
## Frequency table:
##                     USA
## Airbags              nonUS US
##   none                  18 16
##   driver                20 23
##   driver&passenger       7  9
```

```
##
## Total percentages:
##                  nonUS   US Total
## none              19.4 17.2  36.6
## driver            21.5 24.7  46.2
## driver&passenger   7.5  9.7  17.2
## Total             48.4 51.6 100.0
```

b) Dentro de los coches americanos, ¿cuál es el porcentaje de coches con cambio manual (Variable *Manual*)?

```
##
## Frequency table:
##       USA
## Manual nonUS US
##    No      6 26
##    Yes    39 22
##
## Column percentages:
##        USA
## Manual  nonUS    US
##   No     13.3  54.2
##   Yes    86.7  45.8
##   Total 100.0 100.0
##   Count  45.0  48.0
```

La solución es: 45.8%

c) Hemos considerado sólo los coches con cambio *Manual*, qué porcentaje de los mismos no es americano

```
##
## Frequency table:
##       USA
## Manual nonUS US
##    No      6 26
##    Yes    39 22
##
## Row percentages:
##       USA
## Manual nonUS   US Total Count
##    No   18.8 81.2   100    32
##    Yes  63.9 36.1   100    61
```

La solución es: 63.9%

d) Analizar si existe algún tipo de correlación entre las variables (*MinPrice* y *MaxPrice*).

```
##           MaxPrice  MinPrice
```

```
## MaxPrice 1.0000000 0.9067561
## MinPrice 0.9067561 1.0000000
```

e) Calcula el valor de la covarianza entre las variables *MinPrice* y *MaxPrice*.

```
##              mean        sd  IQR  0%  25%  50%  75% 100%  n
## MaxPrice 21.89892 11.030457 10.6 7.9 14.7 19.6 25.3 80.0 93
## MinPrice 17.12581  8.746029  9.5 6.7 10.8 14.7 20.3 45.4 93
```

```
## [1] 87.47721
```