

Conceptos básicos sobre filtros con una respuesta infinita a un impulso:

- Los **filtros ideales** son sistemas que cumplen lo siguiente:

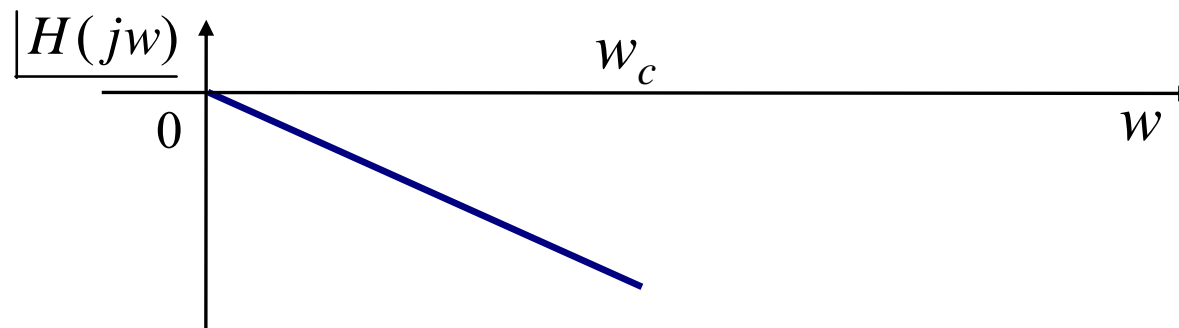
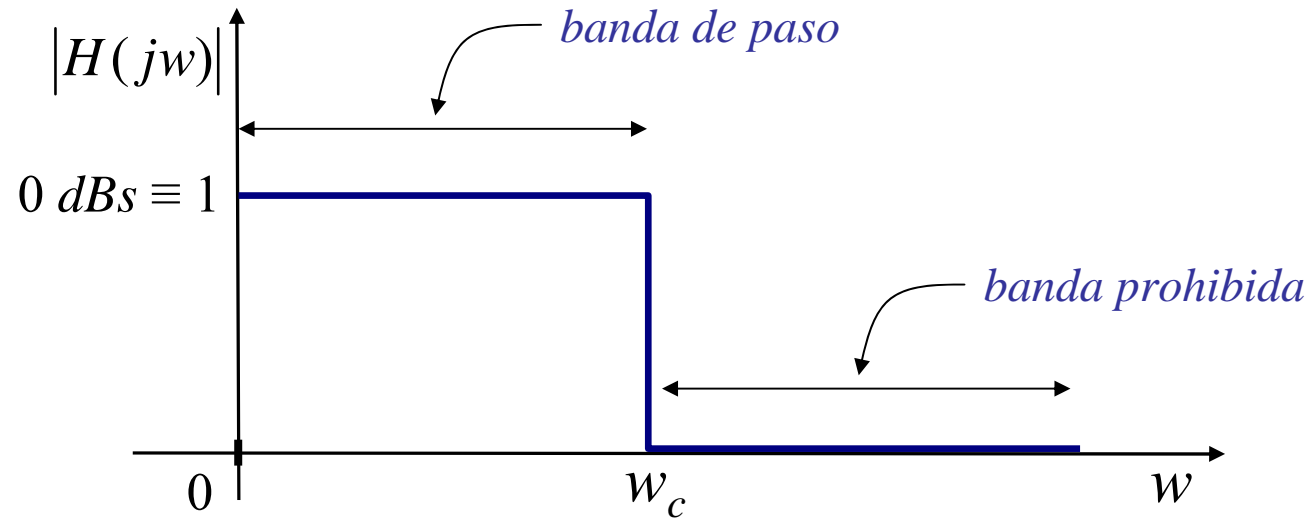
- _ Sólo dejan pasar parte del contenido en frecuencia de la señal aplicada (presente) en su entrada (ver *desarrollo en serie de Fourier* para señales periódicas y *transformada de Fourier* para señales no periódicas).

- _ La magnitud de la respuesta en frecuencia de un filtro ideal tiene forma rectangular mientras que la fase de su respuesta en frecuencia varía linealmente con la frecuencia (ver siguientes diapositivas).

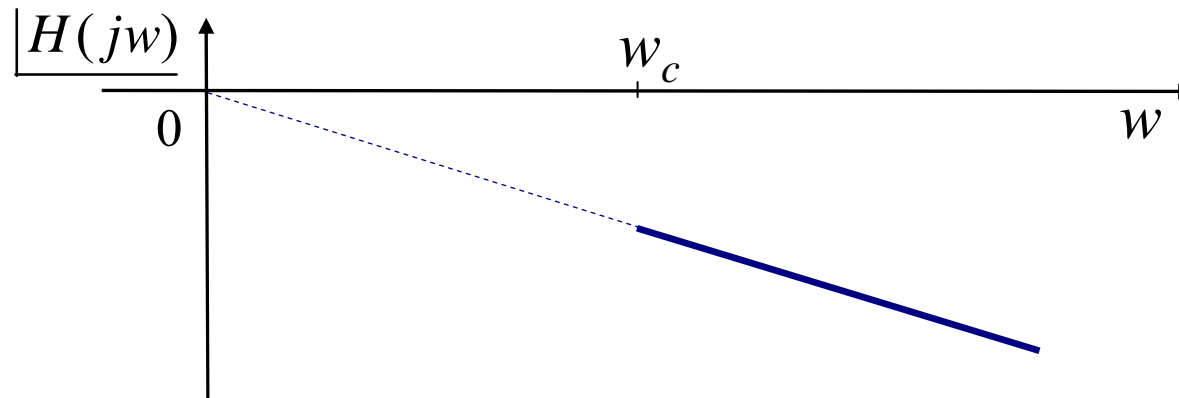
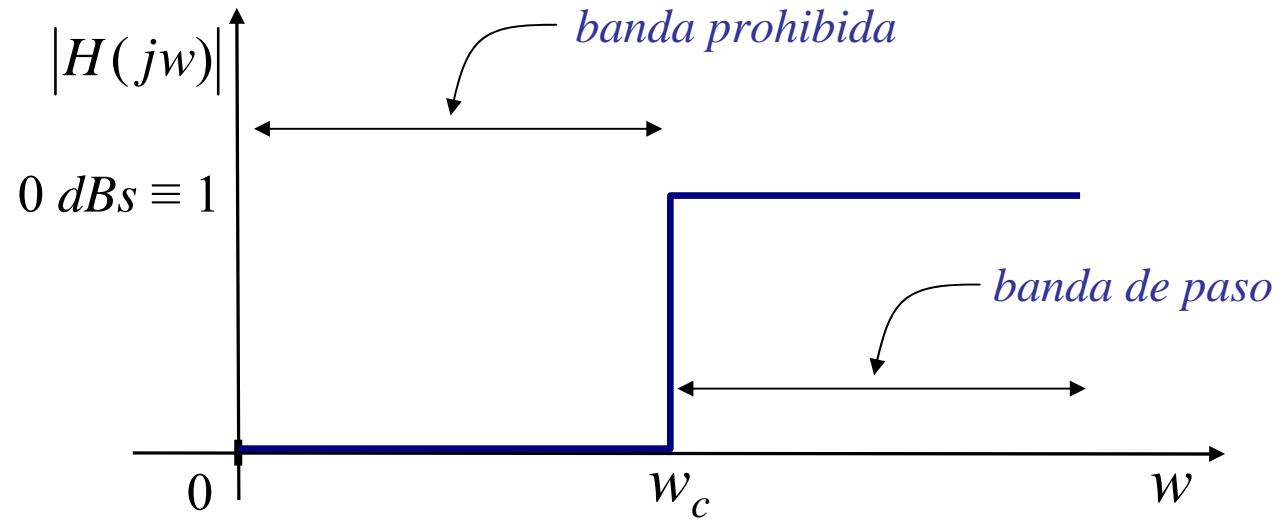
- _ Se define la *banda de paso* de un filtro como el conjunto de frecuencias que pueden atravesar el filtro sin distorsión (ni de amplitud ni de fase).

Se define la *banda prohibida* de un filtro como el conjunto de frecuencias que no atraviesan el filtro (su amplitud es nula).

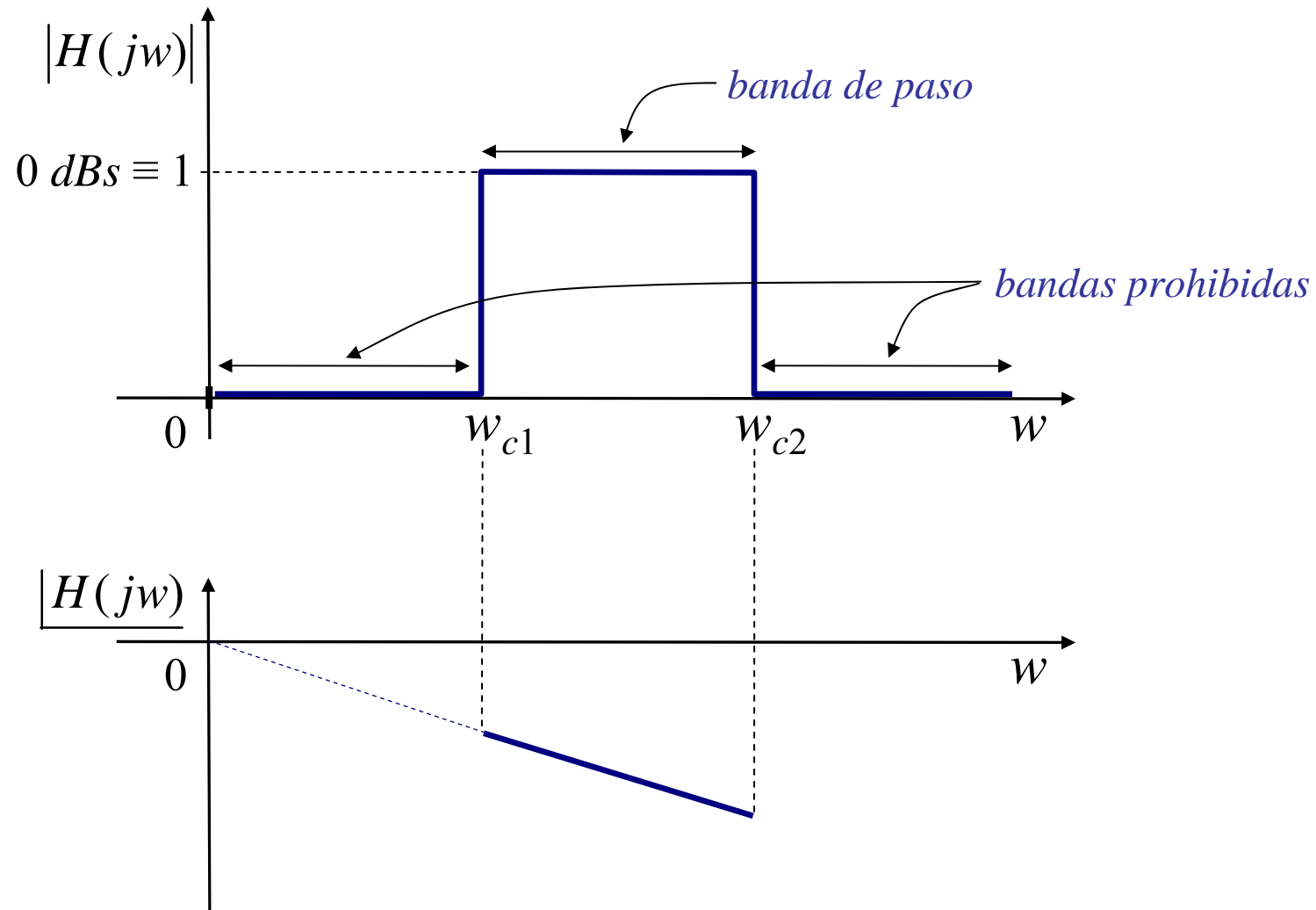
- Características de un *filtro paso bajo ideal*



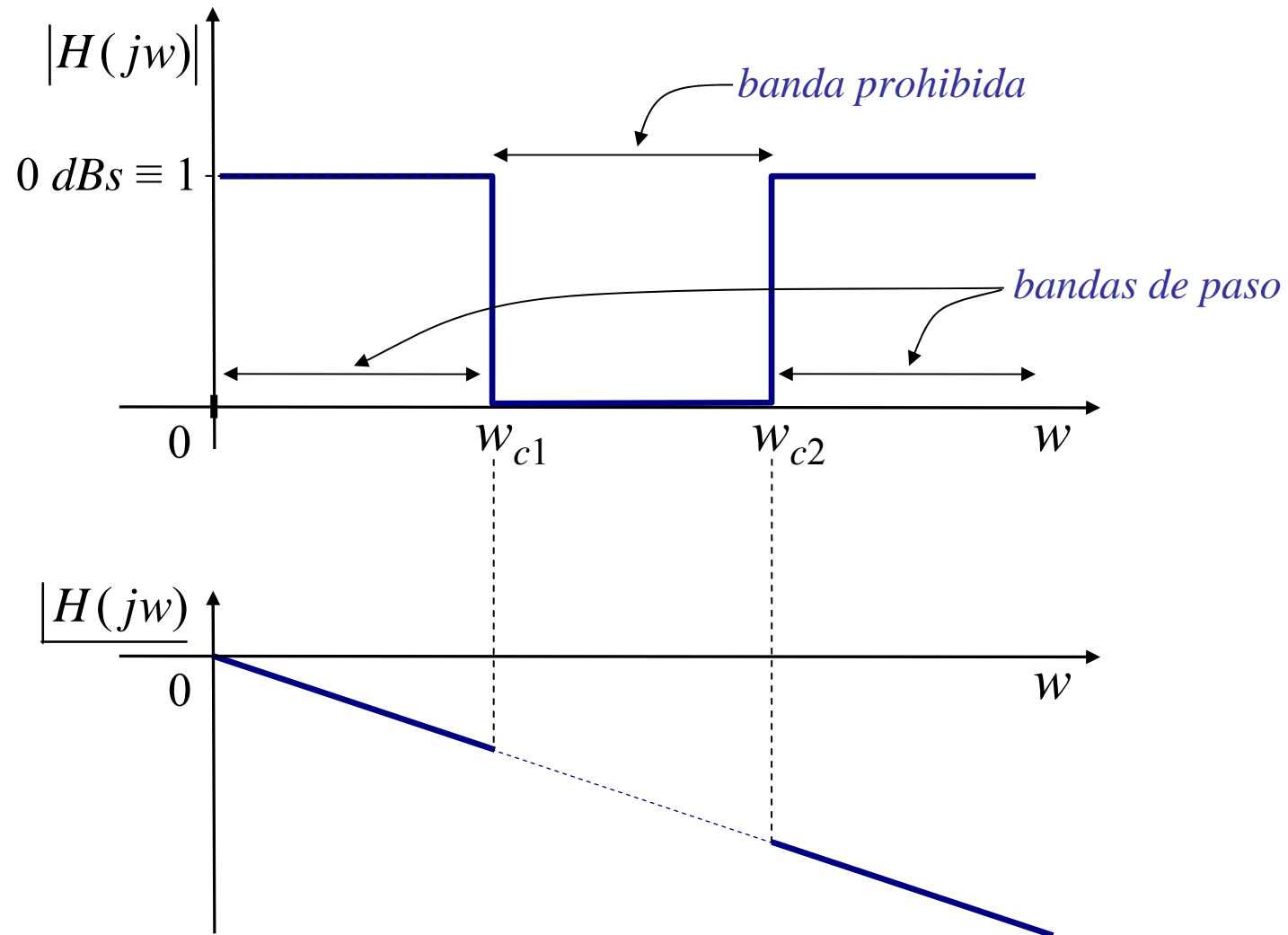
- Características de un *filtro paso alto ideal*



- Características de un *filtro paso banda ideal*



- Características de un *filtro banda prohibida ideal*



- Lamentablemente, los filtros ideales *no son causales* y, por lo tanto, no son realizables físicamente si tienen que operar en tiempo real.

Note: an all-pass filter has a constant gain across the entire frequency range, and a phase response that changes linearly with frequency. Because of these properties, all-pass filters are used in phase compensation and signal delay circuits.

- **Filtros reales**: son aproximaciones matemáticas a los filtros ideales. Se basan en el uso de diferentes aproximaciones polinómicas al comportamiento que caracteriza a los filtros ideales. En la práctica, más del 90% de los filtros se diseñan utilizando 4 aproximaciones que se conocen como filtros de tipo: *Butterworth*, *Chebyshev*, *Bessel* y *Cauer* (*elíptico*).

- Los filtros **reales** no tienen:

- __ una banda de paso de ganancia igual a 1 (0 dBs)

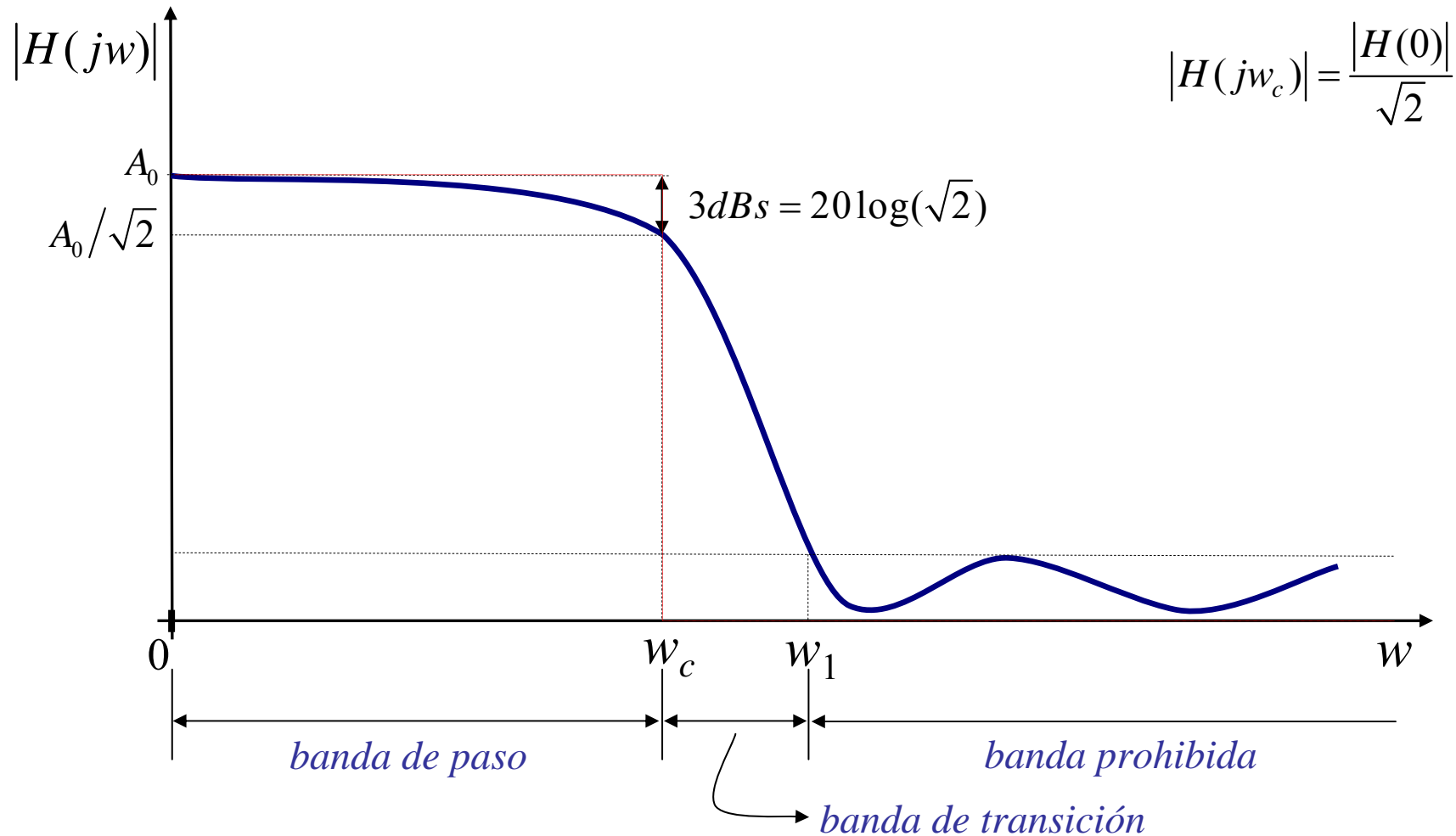
- __ una banda prohibida de ganancia igual a 0 ($-\infty$ dBs)

- __ una transición brusca (instantánea) entre la banda de paso y la banda prohibida. Tienen una banda de transición cuyo ancho depende tanto del *tipo* como del *orden* del filtro.

- __ una fase *lineal* con la frecuencia.

Nota: cuando se habla de *frecuencias* que '*pasan*' o que '*no pasan*' a través de un *filtro real*, a lo que se está haciendo referencia es a componentes (en frecuencia) de la señal presente en la entrada del filtro que aparecen en la salida del filtro muy atenuadas o bien que aparecen con ligeras modificaciones.

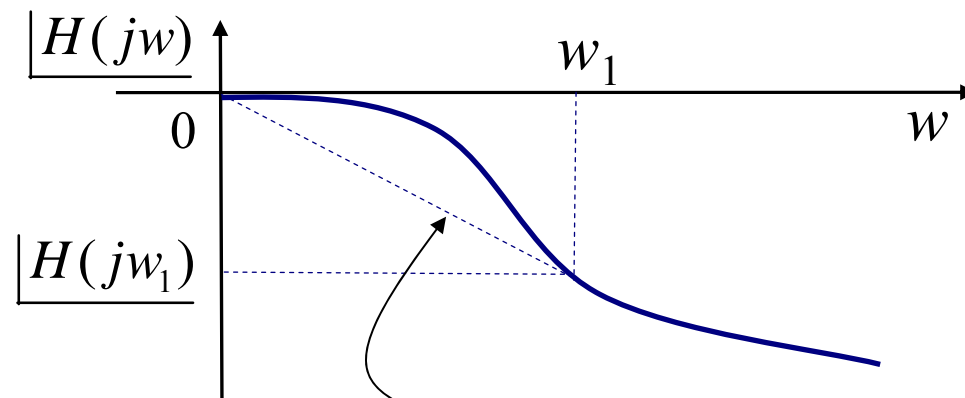
Nota: las componentes en frecuencia de una señal de entrada se pueden considerar señales senoidales o señales exponenciales complejas.



$\omega_c \equiv$ frecuencia de corte (*cutoff frequency*)

En la práctica, la definición de la frecuencia ω_1 es arbitraria. En el caso de un filtro paso bajo, normalmente indica la frecuencia más baja correspondiente a la atenuación mínima especificada en la banda prohibida.

$\tau_F(\omega) = \frac{-\angle H(\omega)}{\omega} \equiv \text{retardo de fase: su valor indica para una frecuencia } \omega = \omega_1 \text{ dada}$
 el retardo (en segundos) que presenta una componente de frecuencia ω_1 presente en la
 salida del filtro con respecto a una componente de la misma frecuencia presente en su
 entrada.



la pendiente ($-\tau_F$) de ésta recta es el retardo
 de fase a la frecuencia ω_1

$$\angle H(j\omega_1) = -\omega_1 \cdot \tau_F$$

$$y(t) = |H(\omega_1)| \cdot A \cdot \cos[\omega_1 t + \mathcal{G} + \angle H(\omega_1)] = |H(\omega_1)| \cdot A \cdot \cos[\omega_1(t - \tau_F) + \mathcal{G}]$$

$$\tau_G(\omega) = -\frac{d}{d\omega} \angle H(\omega) \equiv \text{retardo de grupo}$$

Si el *retardo de grupo* no es constante en la banda de paso del filtro, entonces la señal presente en la salida estará distorsionada con respecto a la señal de entrada (la señal de salida presentará una distorsión denominada *distorsión de fase*)

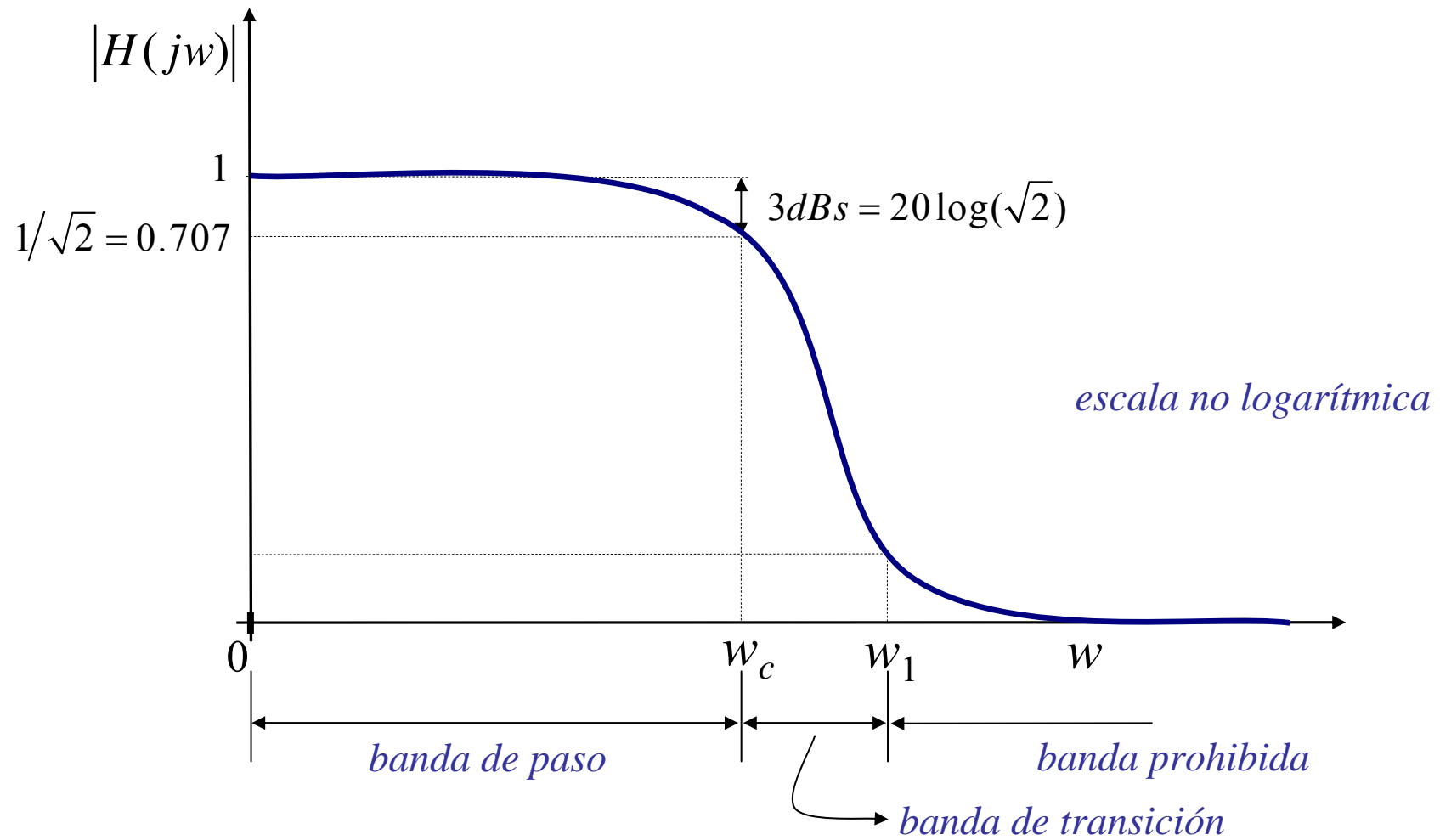
Si el espectro de fase varía linealmente con la frecuencia en la banda de paso, entonces el *retardo de grupo* es constante y la señal de salida es igual a la señal de entrada retrasada en el tiempo un valor igual al *retardo de grupo*

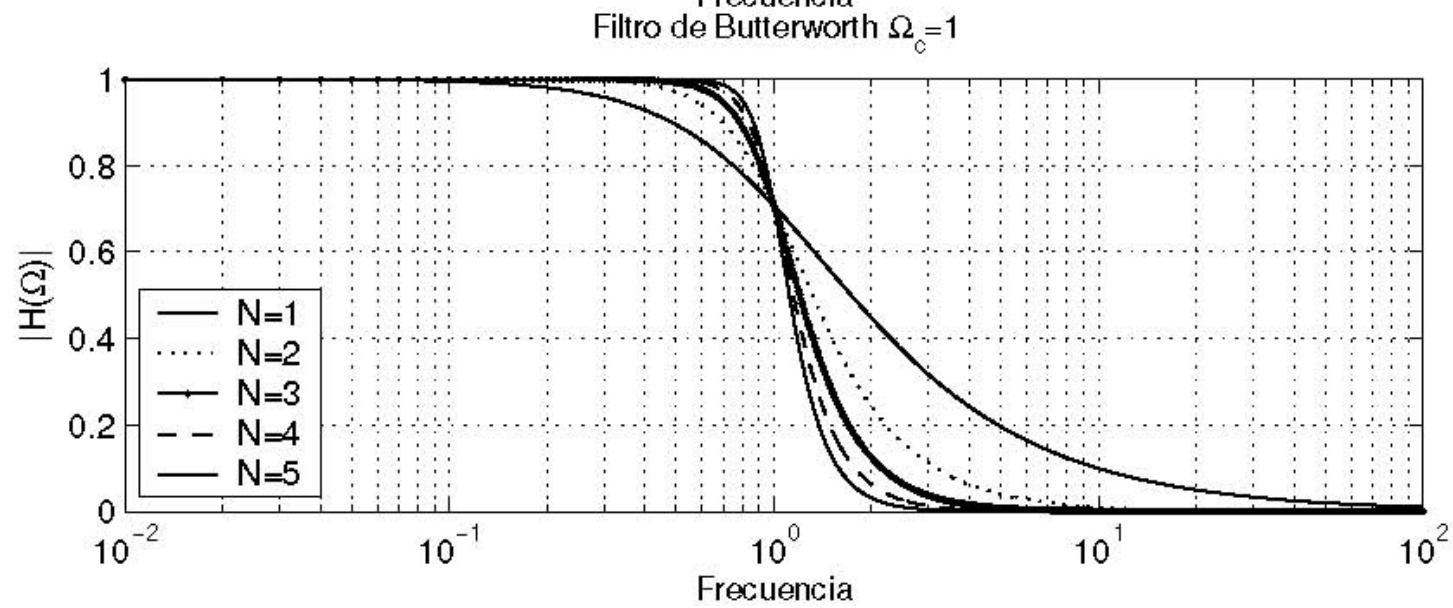
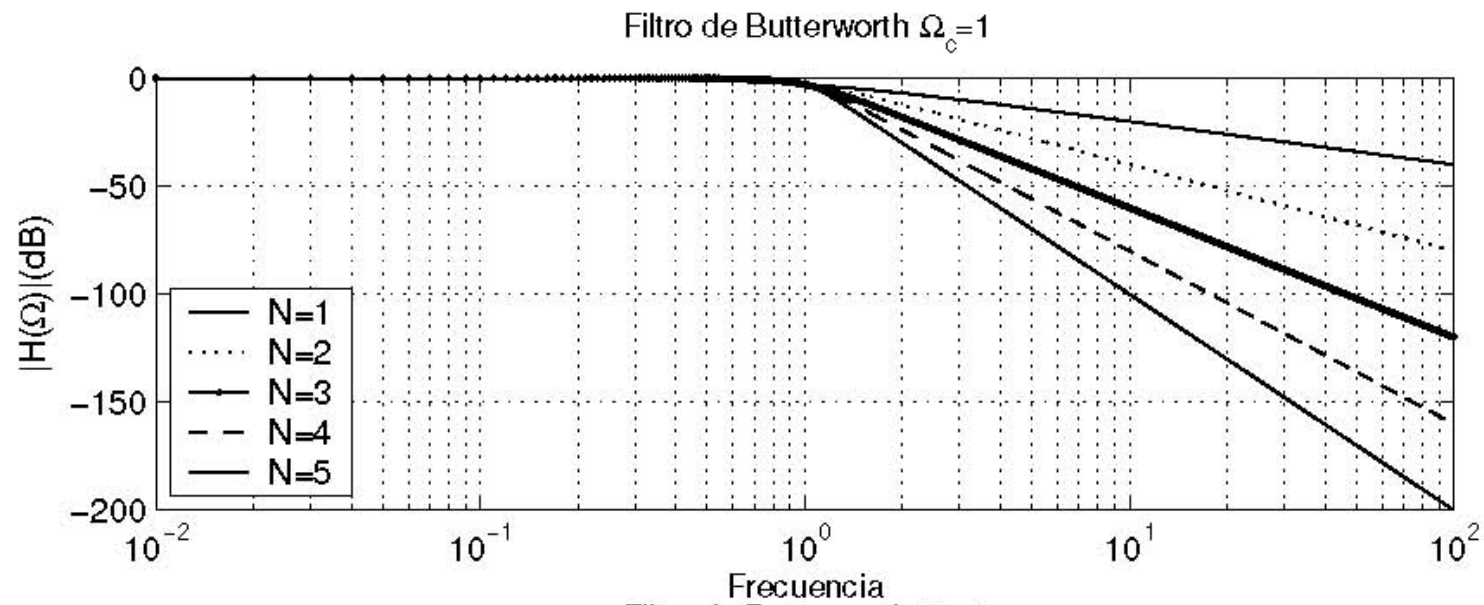
$$\angle H(\omega) = -\omega \cdot \tau_G \Rightarrow \frac{d}{d\omega} \angle H(\omega) = -\tau_G \Rightarrow y(t) = x(t - \tau_G)$$

Características de los filtros de tipo *Butterworth*

- _ La *magnitud* de su respuesta en frecuencia es plana en la banda de paso y monótona decreciente en la banda de transición y en la banda prohibida.
- _ La *fase* de su respuesta en frecuencia no es lineal (con la frecuencia) \equiv el *retardo de grupo* no es constante en la banda de paso.
- _ Son adecuados para aplicaciones de audio.
- _ En el caso de un filtro de tipo *paso bajo*, su función de transferencia sólo tendrá polos (no tendrá ceros).
- _ Cuanto mayor sea el orden del filtro, más estrecha será su banda de transición.
- _ En las aplicaciones reales, el orden n del filtro se elige de modo que se consiga una atenuación mínima dada a partir de una determinada frecuencia ω_1 .

Butterworth





Características de los filtros de tipo *Chebyshev de tipo I* (*Chebyshev*)

_ La magnitud de su respuesta en frecuencia presenta un cierto rizado de amplitud constante en la *banda de paso*. Mientras que en la *banda de transición* y en la *banda prohibida* presenta una amplitud monótona decreciente.

_ La fase de su respuesta en frecuencia no es lineal (con la frecuencia) \equiv el retardo de grupo no es constante en la banda de paso.

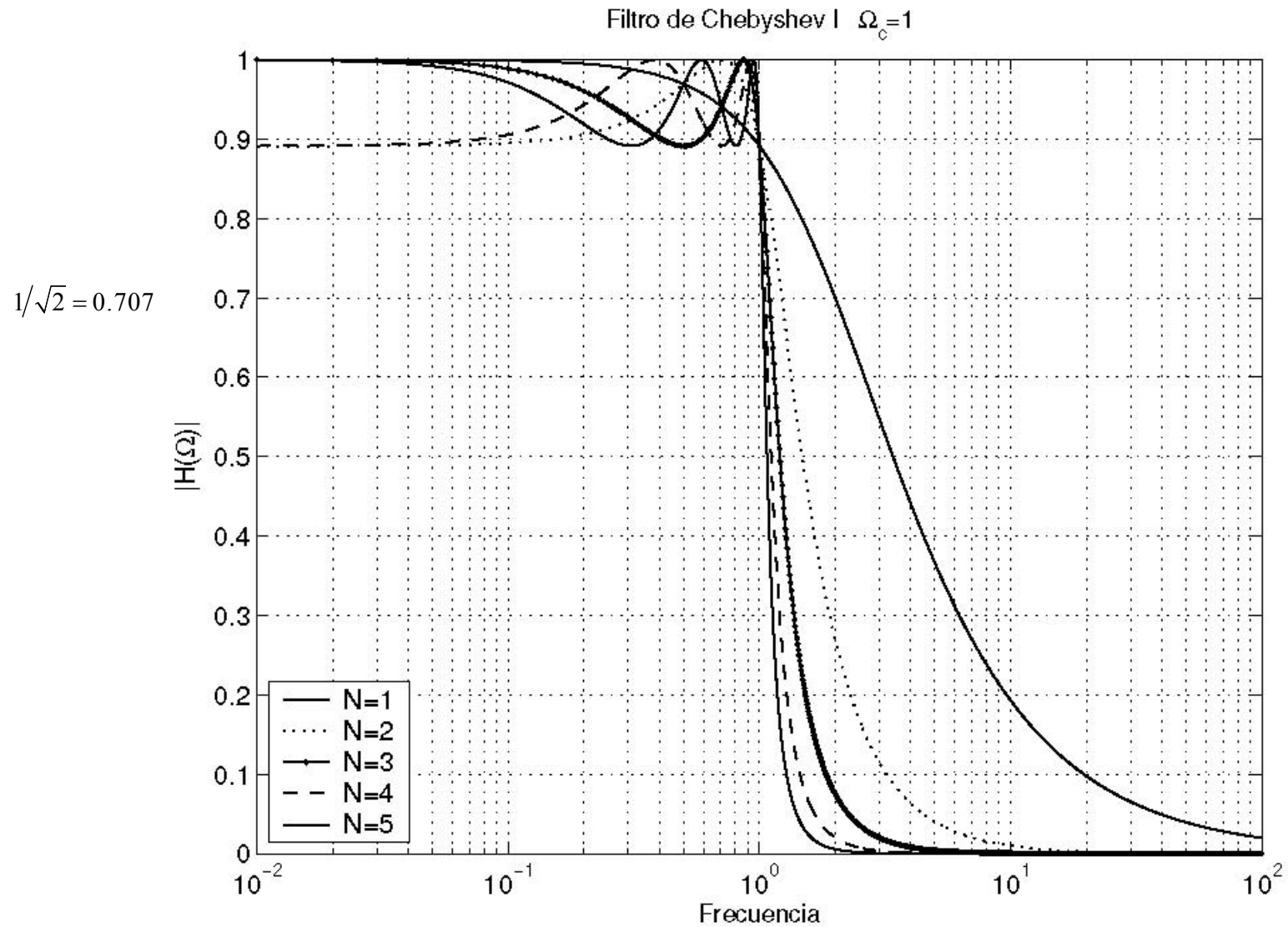
_ La banda de transición es muy estrecha.

_ No son adecuados para aplicaciones de procesamiento de audio, debido al rizado que presenta la curva de módulos en la banda de paso.

_ Son adecuados para:

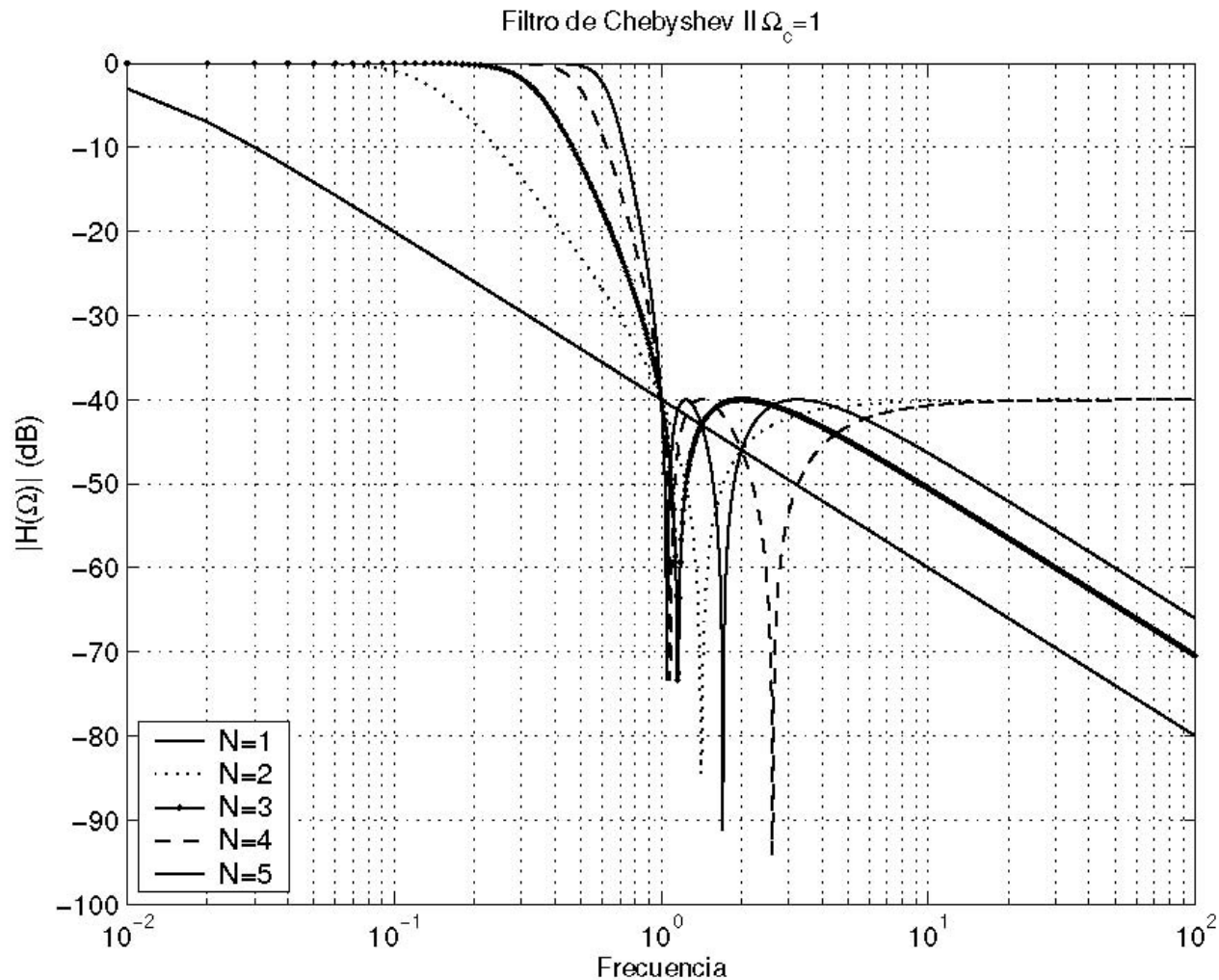
- Separar/discriminar 2 armónicos muy próximos, debido a lo estrecha que es la banda de transición.

- Generar una señal senoidal a partir de una señal rectangular ¿por qué?.
- Filtrado de armónicos.



Características de los filtros de tipo *Chebyshev de tipo II* (*Inverse Chebyshev*)

_ La magnitud de su respuesta en frecuencia es constante o monótona decreciente en la banda de paso y en la banda de transición. Mientras que en la banda prohibida presenta un rizado de amplitud constante.

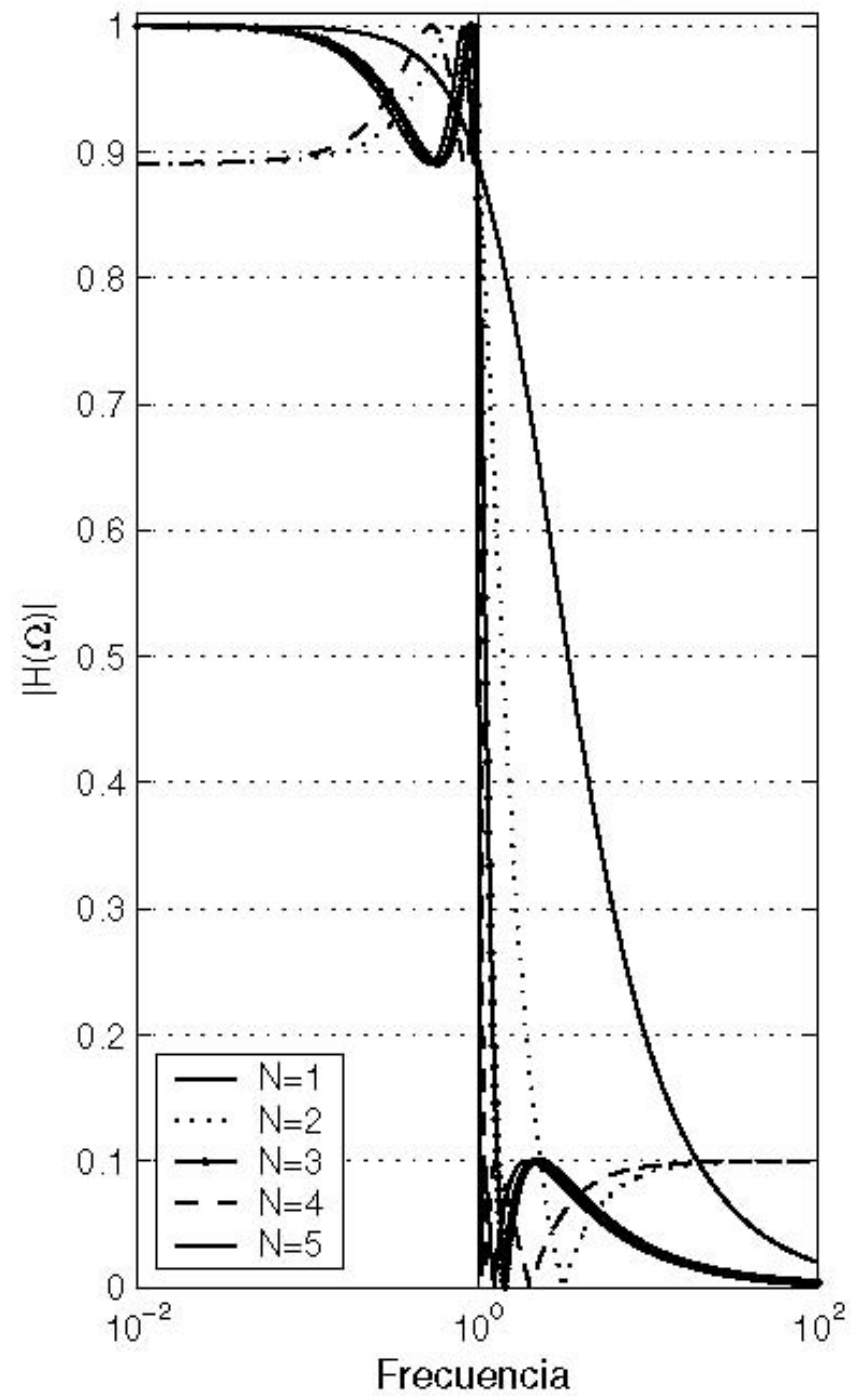


Características de los filtros de tipo *Cauer* o *elípticos*

_ Su respuesta en frecuencia presenta una banda de transición más estrecha que la de los filtros de tipo *Chebyshev* a costa de que la curva de módulos presente un cierto rizado tanto en la banda de paso como en la banda prohibida.

_ Son el tipo de filtro que presenta una fase **menos lineal** con la frecuencia.

$$1/\sqrt{2} = 0.707$$



Cauer o elíptico

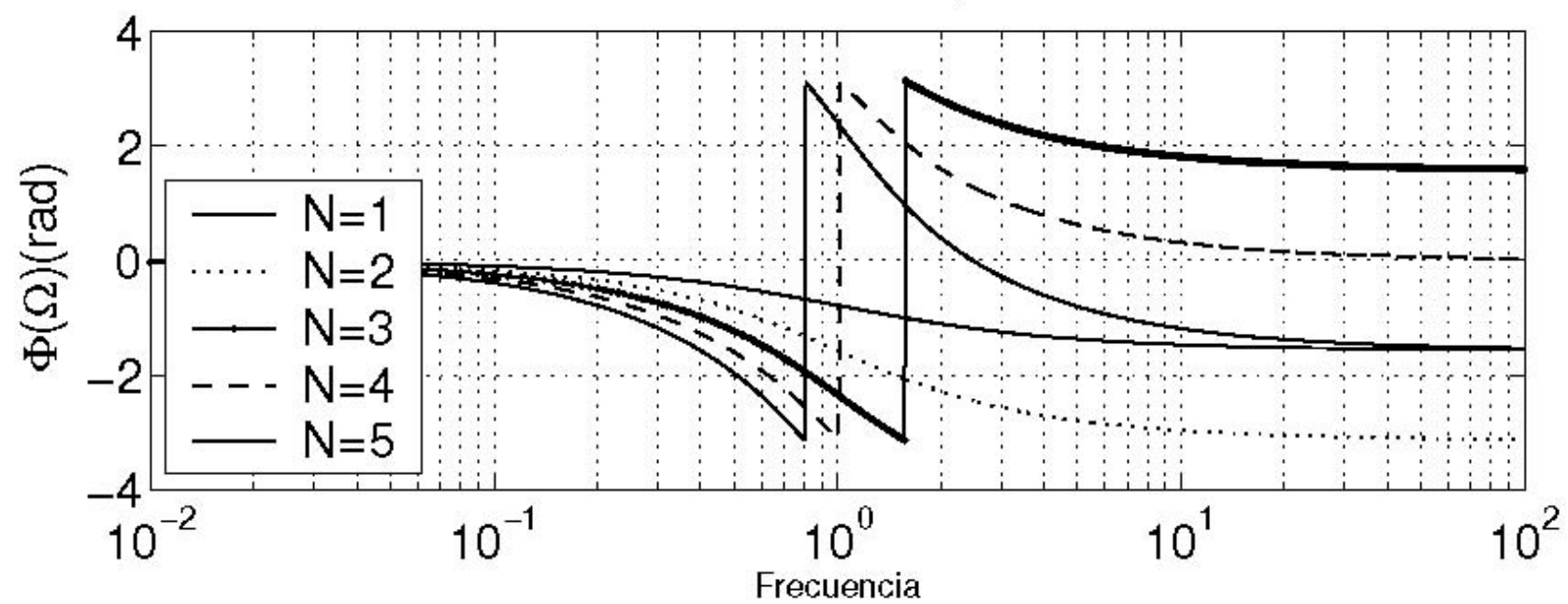
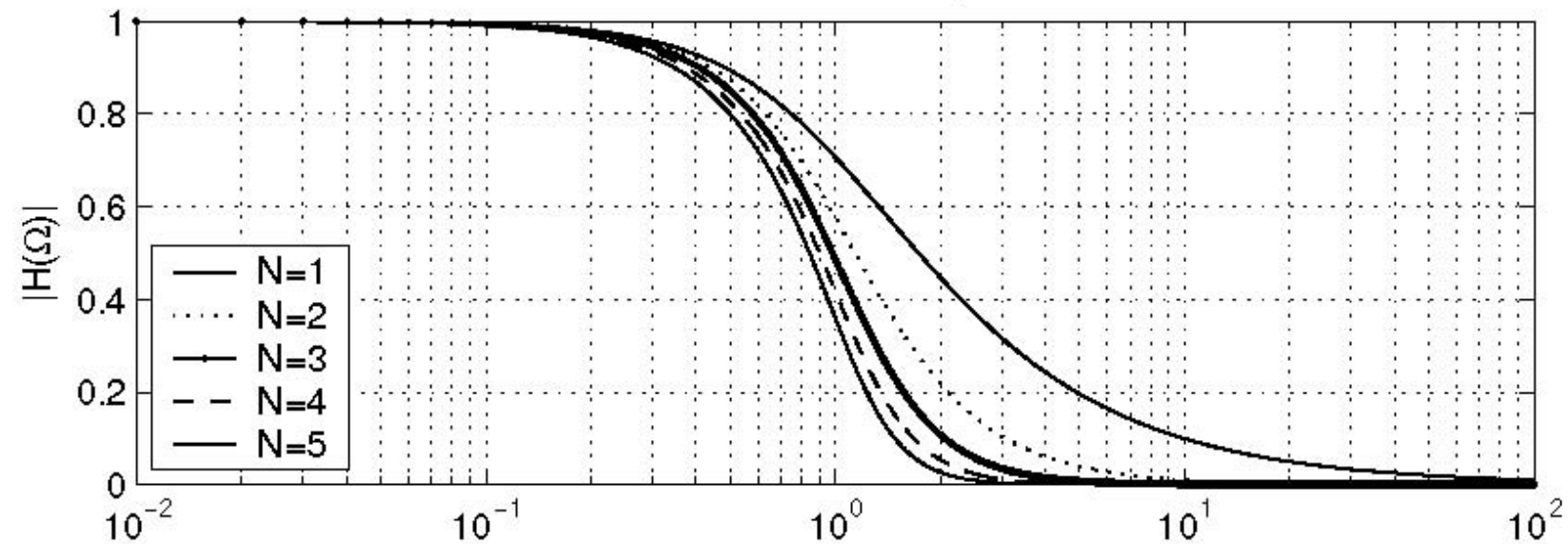
Características de los filtros de tipo *Bessel*

_ El objetivo de estos filtros no es la de minimizar el ancho de la banda de transición, sino que su objetivo es el de conseguir una *fase lineal* con la frecuencia en la banda de paso (con los demás tipos de filtros la fase, en la banda de paso, se aleja del comportamiento lineal a medida que la frecuencia se aproxima a la frecuencia de corte).

_ Este tipo de filtros deja de tener una fase lineal con la frecuencia al discretizarlos. De ahí que se hayan desarrollado los filtros discretos de tipo FIR (\equiv *finite impulse response*)

Nota: El que la fase de la respuesta en frecuencia sea lineal con la frecuencia (\equiv el retardo de grupo es constante en la banda de paso) hace que todos los armónicos cuya frecuencia esté dentro de la banda de paso sufran el mismo retraso.

Filtro de Bessel $\Omega_c = 1$



Comparación de Filtros Orden=4 $\Omega_c=1$

