

Práctica 3. Interpolación

Análise Matemática. Grao en Enxeñaría Informática.

E.S.E.I Ourense. Universidade de Vigo.

Para realizar esta practica necesitamos cargar el paquete "interpol". Para mas informacion sobre las funciones implementadas en este paquete consultar las paginas 103-106 del Tutorial de Maxima.

```
(%i1) load(interpol);
(%o1) /Applications/Maxima.app/Contents/Resources/maxima/share/maxima/5.25.1/share/numeric/interpol.mac
```

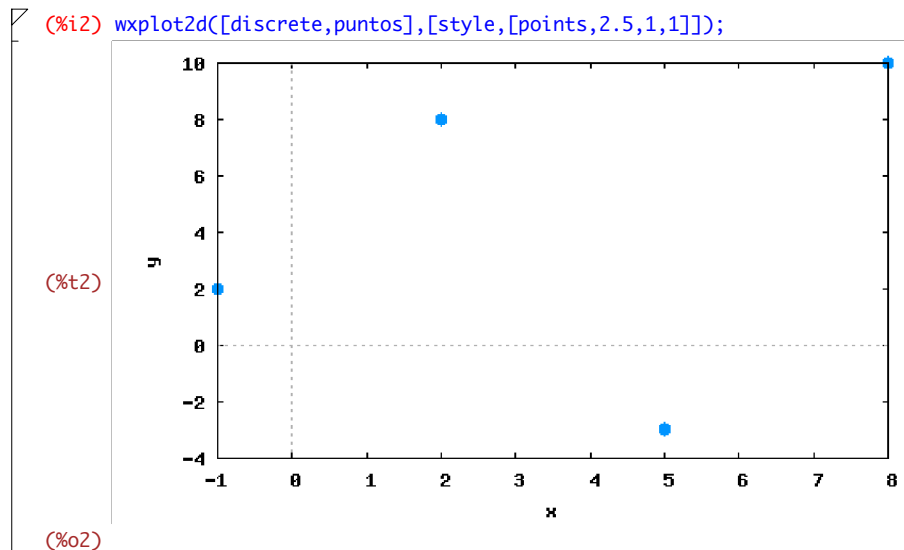
1 Interpolacion polinomial

1.1 Ejemplo: Calcular el polinomio que interpola al conjunto de datos $[[-1,2],[2,8],[5,-3],[8,10]]$

Definimos los puntos

```
(%i2) kill(all);
      puntos:[[-1,2],[2,8],[5,-3],[8,10]];
(%o0) done
(%o1) [[-1,2],[2,8],[5,-3],[8,10]]
```

y los representamos:



Buscamos un polinomio de grado menor o igual que $n-1$ que pase por los n puntos. Para ello usamos la instruccion "lagrange" del paquete "interpol" que previamente debemos haber cargado:

```
(%i3) load(interpol);
      lagrange(puntos);
(%o3) /Applications/Maxima.app/Contents/Resources/maxima/share/maxima/5.25.1/share/numeric/interpol.mac
(%o4) 
$$\frac{5(x-5)(x-2)(x+1)}{81} + \frac{(x-8)(x-2)(x+1)}{18} + \frac{4(x-8)(x-5)(x+1)}{27} - \frac{(x-8)(x-5)(x-2)}{81}$$

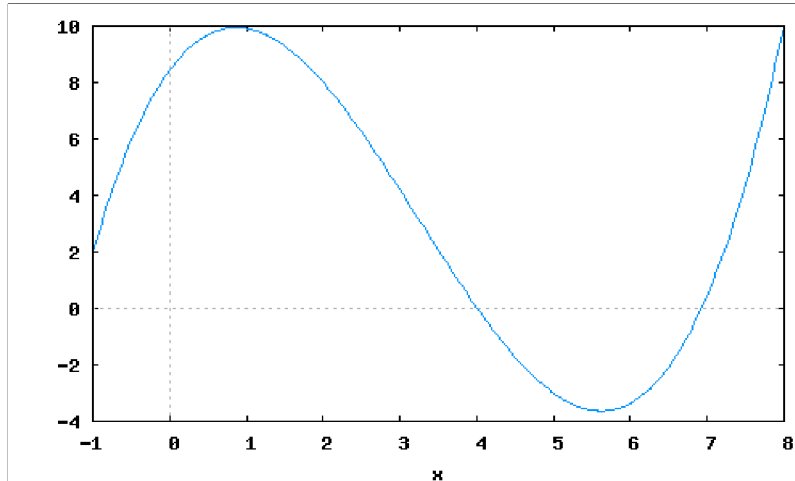
(%i5) expand(%);
(%o5) 
$$\frac{41}{162}x^3 - \frac{133}{54}x^2 + \frac{100}{27}x + \frac{682}{81}$$

```

Representamos el polinomio

(%i6) `wxplot2d([lagrange(puntos)], [x,-1,8])$`

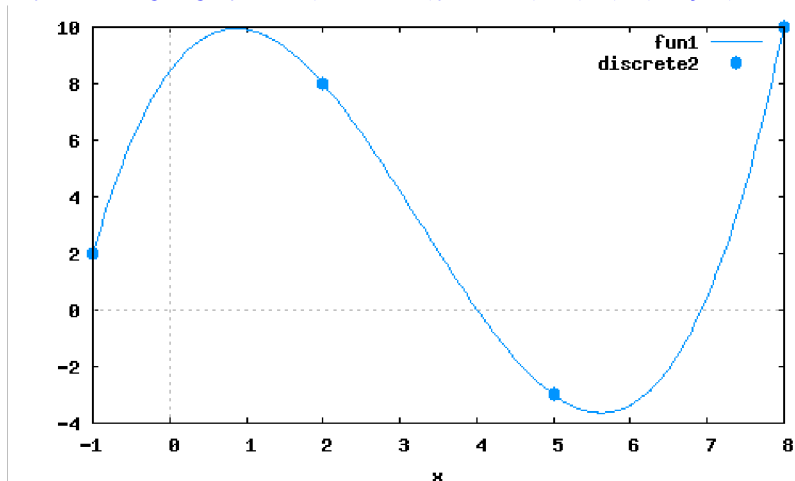
(%t6)



y ahora comprobamos graficamente que es el polinomio interpolador:

(%i7) `wxplot2d([lagrange(puntos),[discrete,puntos]], [x,-1,8],[style,lines,[points,2.5,1,1]]);`

(%t7)



(%o7)

1.2 Los datos siguientes estan relacionados con la esperanza de vida de los ciudadanos de dos regiones europeas:

	1975	1980	1985	1990
Europa Occidental	72.8	74.2	75.2	76.4
Europa Oriental	70.2	70.2	70.3	71.2

Usar el polinomio interpolador de grado 3 para estimar la esperanza de vida en 1983 en cada una de las regiones.

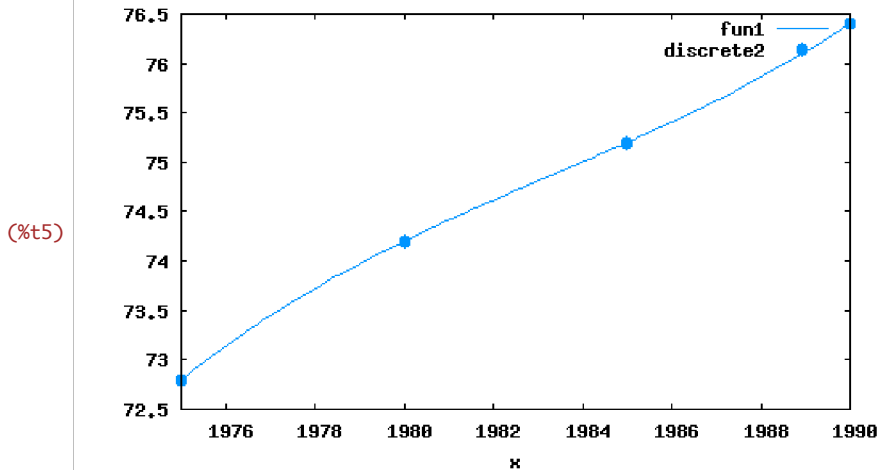
Europa Occidental:

(%i8) `kill(all);`
`puntos: [[1975,72.8],[1980,74.2],[1985,75.2],[1990,76.4]];`
 (%o0) `done`
 (%o1) `[[1975, 72.8], [1980, 74.2], [1985, 75.2], [1990, 76.4]]`

```
(%i2) load(interpol);
lagrange(puntos);
(%o2) /Applications/Maxima.app/Contents/Resources/maxima/share/maxima/5.25.1/share/numeric/interpol.mac
(%o3) .1018666666666667 (x - 1985) (x - 1980) (x - 1975) - 0.3008 (x - 1990) (x - 1980) (x - 1975) + 0.2968 (x - 1990) (x - 1985)
(x - 1975) - .09706666666666666 (x - 1990) (x - 1985) (x - 1980)
```

```
(%i4) expand(%);
(%o4) 8.00000000000009 10-4 x3 - 4.760000000000105 x2 + 9440.85999999987 x - 6241638.2000000167
```

```
(%i5) wxplot2d([lagrange(puntos),[discrete,puntos]], [x,1975,1990],[style,lines,[points,2.5,1,1]]);
```



Usamos el polinomio interpolador para aproximar la esperanza de vida en 1983 en Europa Occidental.

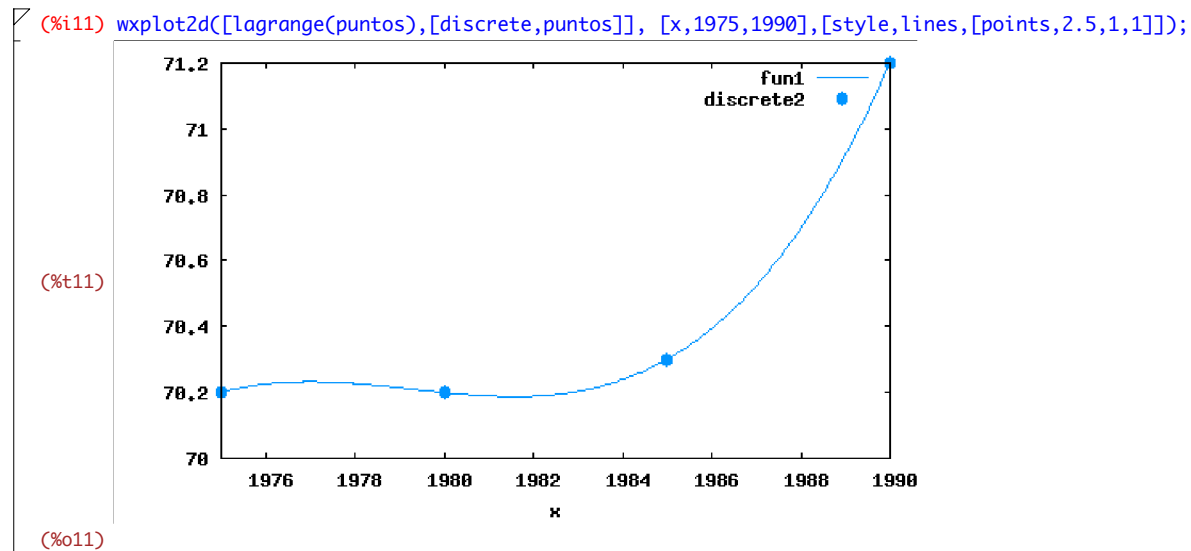
```
(%i6) subst(1983,x,lagrange(puntos));
(%o6) 74.80959999999999
```

Europa Oriental:

```
(%i7) puntos:[[1975,70.2],[1980,70.2],[1985,70.3],[1990,71.2]];
(%o7) [[1975, 70.2], [1980, 70.2], [1985, 70.3], [1990, 71.2]]
```

```
(%i8) load(interpol);
lagrange(puntos);
(%o8) /Applications/Maxima.app/Contents/Resources/maxima/share/maxima/5.25.1/share/numeric/interpol.mac
(%o9) .09493333333333333 (x - 1985) (x - 1980) (x - 1975) - 0.2812 (x - 1990) (x - 1980) (x - 1975) + 0.2808 (x - 1990)
(x - 1985) (x - 1975) - 0.0936 (x - 1990) (x - 1985) (x - 1980)
```

```
(%i10) expand(%);
(%o10) 9.333333333332999 10-4 x3 - 5.541999999999916 x2 + 10969.18666666676 x - 7236961.799999952
```



Usamos el polinomio interpolador para aproximar la esperanza de vida en 1983 en Europa Oriental.

```
(%i12) subst(1983,x,lagrange(puntos));
```

(%o12) 70.2032

2 Interpolacion con splines cubicos

- 2.1 Calcular el spline cubico que interpola a la funcion $f(x)=\ln(x)$ en los puntos que resulta de dividir el intervalo $[1,4]$ en 3 partes iguales.

Definimos primero los puntos donde queremos interpolar

```
(%i13) kill(all);
f(x):=log(x);
a:1;
b:4;
n:3;
h:(b-a)/n;
puntos:makelist([a+k*h,f(a+k*h)], k, 0, n);
```

(%o0) done

(%o1) $f(x) := \log(x)$

(%o2) 1

(%o3) 4

(%o4) 3

(%o5) 1

(%o6) $[[1, 0], [2, \log(2)], [3, \log(3)], [4, \log(4)]]$

Calculamos el spline cubico que interpola en los puntos anteriores:

```
(%i7) load(interpol);
cspline(puntos);
```

```
(%o7) /Applications/Maxima.app/Contents/Resources/maxima/share/maxima/5.25.1/share/numeric/interpol.mac
```

```
(%o8) 
$$\left( -\frac{\log(4)x^3}{15} + \frac{2\log(3)x^3}{5} - \frac{3\log(2)x^3}{5} + \frac{\log(4)x^2}{5} - \frac{6\log(3)x^2}{5} + \frac{9\log(2)x^2}{5} - \frac{2\log(4)x}{15} + \frac{4\log(3)x}{5} - \frac{\log(2)x}{5} - \log(2) \right)$$

```

```
charfun2(x, -∞, 2) + 
$$\left( -\frac{4\log(4)x^3}{15} + \frac{3\log(3)x^3}{5} - \frac{2\log(2)x^3}{5} + \frac{16\log(4)x^2}{5} - \frac{36\log(3)x^2}{5} + \frac{24\log(2)x^2}{5} - \frac{173\log(4)x}{15} + \right.$$

```

```

$$\frac{136\log(3)x}{5} - \frac{94\log(2)x}{5} + 13\log(4) - 32\log(3) + 24\log(2) \Big) \text{charfun2}(x, 3, \infty) + \left( \frac{\log(4)x^3}{3} - \log(3)x^3 + \log(2)x^3 - \right.$$

```

```

$$\frac{11\log(4)x^2}{5} + \frac{36\log(3)x^2}{5} - \frac{39\log(2)x^2}{5} + \frac{14\log(4)x}{3} - 16\log(3)x + 19\log(2)x - \frac{16\log(4)}{5} + \frac{56\log(3)}{5} - \frac{69\log(2)}{5} \Big)$$

```

```
charfun2(x, 2, 3)
```

Ahora representamos en la misma grafica la funcion $f(x)=\ln(x)$, los puntos donde interpolamos y el spline cubico:

```
(%i9) wxplot2d([f(x),cspline(puntos),[discrete,puntos]], [x,1,4],
[style,lines,lines,[points,2.5,1,1]])$
```

```
(%t9)
```

