Universida de Vigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Fac. CC. Económicas e Empresariais
Campus de Vigo
E-36310 Vigo

Tel. 986 812 440
Fax 986 812 401
webs.uvigo.es/depc05
depc05@uvigo.es

Calculo de Probabilidades y Variables aleatorias

Apellidos: **Nombre:** **DNI:**

Para facilitar la corrección de la prueba, marque en la tabla la letra de la respuesta que considere correcta para cada una de las cuestiones propuestas[1].

Pregunta 1	a	**b**	c
Pregunta 2	a	**b**	c
Pregunta 3	a	b	**c**

1. *(2 puntos)* Se sabe que aproximadamente el 90 % de los matriculados en cierta Ingeniería son hombres. La probabilidad de que en un grupo de cinco estudiantes escogidos al azar haya alguna chica y la probabilidad de que en una clase de 40 personas, menos del 20 % sean mujeres es:

   a) 0.4095 y 0.9489

   b) 0.4095 y 0.9845

   c) 0.9999 y 0.9489

   solución: **b)** 0.4095 y 0.9845
   $P(\text{alguna chica}) = 1 - P(\text{todo chicos}) = 1 - P(Bi(5, 0.9) = 5) = 1 - \binom{5}{5}0.9^5(1-0.9)^0 = 0.4095$ // $P(Bi(40, .9) \geq 32) = sum(dbinom(32 : 40, size = 40, prob = 0.9)) = 0.9845$

2. *(2 punto)* Sea X una variable aleatoria $BN(10, 0.3)$, la $P\left(X \geq 20 | X \geq 8\right)$ (con 3 decimales) es:

   a) 0.636

   b) 0.644

   c) 0.000

   solución correcta: **b)**
   $P\left(X \geq 20 | X \geq 8\right) = \frac{P(\{X \geq 20\} \cap \{X \geq 8\})}{P(X \geq 8)} = \frac{P(X \geq 20)}{P(X \geq 8)} = \frac{1 - P(X \leq 19)}{1 - P(X \leq 7)} = \frac{1 - sum(dnbinom(0:19, size=10, prob=0.3))}{1 - sum(dnbinom(0:7, size=10, prob=0.3))} = \frac{0.6359959}{0.9873073} = 0.6441722$

3. *(2 puntos)* Suponiendo que la probabilidad de que un cliente sea atendido en un servicio telefónico es de 0.75, la probabilidad de que un cliente necesite tres llamadas para ser atendido y el número esperado de llamadas para ser atendido es:

   a) 0.0117 y 0.3333

   b) 0.0117 y 1.3333

   c) 0.0469 y 1.3333

   Solución: Sea Y=*nº de llamadas de teléfono para ser atendido*=*X+1* donde X=*nº de intentos antes de ser atendido* $\sim$ Geométrica$(p = 0.75)$

   $$P(Y = 3) = P(X = 2) = 0.25^2 0.75 = 0.046875$$

   El número esperado de llamadas es: $E(Y) = E(X) + 1 = \frac{0.25}{0.75} + 1 = 1.3333$ □

1. *(4 puntos)* Según estudios realizados por una compañía de seguros, se sabe que la probabilidad de que una mujer mayor de sesenta años sufra un accidente de circulación es del 0.001 . Sabiendo que la compañía tiene 40000 clientes de esas características, calcula la probabilidad de que tenga que soportar entre 4 y 10 siniestros de este tipo. Comparar la probabilidad exacta con la aproximación dada por la distribución normal con corrección por continuidad. Razonar detalladamente todos los pasos.

   Solución: Sea X= *Nº de accidentes de 40000 asegurados* $\sim Bi\left(n = 40000, p = 0.001\right)$. Por lo tanto la probabilidad pedida *exacta* es:

   $$P\left(4 \leq X \leq 10\right) = \sum_{i=4}^{10} \binom{40000}{i} 0.001^i 0.999^{40000-i} = sum(dbinom(4 : 10, size = 40000, prob = 0.001)) = 1.6 \times 10^{-8}$$

   Podemos usar la aproximación a la distribución normal porque $n > 30$ y $np(1-p) = 40000 \times 0.001 \times (1-p) > 5$. Entonces $X \approx Y \sim N\left(np = 40, \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{40 * 0.999}\right)$

[1] 3 respuestas incorrectas penalizan una respuesta correcta. Las preguntas en blanco no penalizan.
No se considerarán las respuestas contestadas sin su correspondiente desarrollo.

Universidade de Vigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Fac. CC. Económicas e Empresariais
Campus de Vigo
E-36310 Vigo

Tel. 986 812 440
Fax 986 812 401
webs.uvigo.es/depc05
depc05@uvigo.es

$$P(4 \leq X \leq 10) \approx P(4 - 0.5 < Y < 10 + 0.5) =$$
$$P(Y < 10.5) - P(Y < 3.5) =$$
$$pnorm(10.5, mean = 40, sd = \sqrt{39.96}) - pnorm(3.5, mean = 40, sd = \sqrt{39.96}) = 1.526 \times 10^{-06}$$

$\square$