Departamento de Matemáticas. Universidade de Vigo.
Análise Matemática. Grao en Enxenería Informática.
Curso 2022-2023.

Entrega 1: semana del 19 al 23 de septiembre.

1. Probar, usando el principio de inducción, la fórmula para la suma de una progresión geométrica de razón $r \neq 1$:

$$1 + r + r^2 + \ldots + r^n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r} \quad \text{para todo } n \in \mathbb{N}.$$

2. Representar los siguientes conjuntos en la recta real y calcular, si existen, sus cotas superiores e inferiores, su supremo, ínfimo, máximo y mínimo:

   a) $F = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 < 9\}$.

   b) $G = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4 \geq 0\}$.

3. Calcular el valor de los siguientes límites (sin usar la Regla de L'Hôpital):

   a) $\lim_{n\to\infty} \sqrt{4n^2 + 3n + 1} - \sqrt{4n^2 + 3}$

   b) $\lim_{n\to\infty} \frac{(n+2)!}{3\,(2n+1)\,(n!)}$

   c) $\lim_{n\to\infty} \cos\left(n^3\right) \ln\left(\frac{2n^2+3}{(n+1)(2n+3)}\right)$

   d) $\lim_{n\to\infty} \frac{\ln(2n^4)}{\ln(4n^2)}$

   Nota: Recuerda que $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ y por tanto $n! = n \cdot (n-1)!$

4. Decide, de forma razonada, sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

   a) Toda sucesión monótona decreciente es convergente.

   b) Si $\{x_n\}$ es una sucesión de números irracionales que converge a $x \in \mathbb{R}$ entonces x también es un número irracional.