Departamento de Matemáticas. Universidade de Vigo.
Análise Matemática. Grao en Enxenería Informática.
Curso 2021-2022.

Entrega 1: semana del 20 al 24 de septiembre.

1. Probar, usando el principio de inducción, que
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \text{para todo } n \in \mathbb{N}.$$

2. Representar los siguientes conjuntos en la recta real y calcular, si existen, sus cotas superiores e inferiores, su supremo, ínfimo, máximo y mínimo:

   a) $F = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 < 9\}$.

   b) $G = \{x \in \mathbb{R} : |x - \pi| = 1\} \cup \{x \in \mathbb{R} : 54 - 2x^3 < 0\}$.

3. Calcular el valor de los siguientes límites (sin usar la Regla de L'Hôpital):

   a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{2n+3} - \sqrt{3n+1}$

   b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+2)!}{4n^2(n!)}$

   c) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos\left(n^2+1\right) \ln\left(\dfrac{3n^2+7}{(n+4)(3n+2)}\right)$

   d) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\ln(5n^3)}{\ln(3n^2)}$

   Nota: Recuerda que $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ y por tanto $n! = n \cdot (n-1)!$

4. Decide, de forma razonada, sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

   a) Toda sucesión convergente es monótona.

   b) Si $\{x_n\}$ es una sucesión de números racionales que converge a $x \in \mathbb{R}$ entonces x también es un número racional.