

1)

a)

$$x_1(t) = 2 \cdot \cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$H_1(t) = \frac{1}{1 + j\omega \cdot C \cdot R} = \frac{1}{1 + 0.1 \cdot 100 \text{ mF} \cdot 10 \text{ k}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$y_1(t) = H_1(t) \cdot x_1(t) = 2 \cdot \cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right)$$

b)

$$x_2(t) = 4 \cdot \sin\left(10^3 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$H_2(t) = \frac{1}{1 + 2 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^4} = \frac{1}{20000} = 5 \cdot 10^{-5}$$

$$y_2(t) = H_2(t) \cdot x_2(t) = 5 \cdot 10^{-5} \cdot 4 \cdot \sin\left(10^3 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

c)

$$\omega_1 = 2\pi \cdot f_1 = 1 \text{ rad/s} \rightarrow f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \text{ Hz}$$

frecuencia de la señal  $x_1(t)$   
 $y_1(t)$  tiene la misma frecuencia que la señal de entrada.

d)

$$\omega_2 = \frac{10^7}{2\pi} = 1591549.4309 \text{ rad/s}$$

frecuencia de la señal  $x_2(t)$

$y_2(t)$  tiene la misma frecuencia que  $x_2(t)$

e)

Ambas señales tienen la misma frecuencia.

f)

$$x_3(t) = 5$$

$$H_3(t) = \frac{1}{1 + 0} = 1$$

$$y_3(t) = H_3(t) \cdot x_3(t) = 5$$

La frecuencia será 5 Hz

2)

$$x(t) = \sin(10^3 t) + \cos(10^6 t) \rightarrow y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$y_1(t) = |H(\omega)| \cdot \sin(10^3 t + \angle H(\omega)) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin\left(10^3 t + \left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$\angle H(\omega) = -\omega \text{ctg}(10^5 \cdot 10^{-7} \cdot 10^4) = -\omega \text{ctg}(1) = -\frac{\pi}{4}$$

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (10^3 \cdot 10^{-7} \cdot 10^4)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x_2(t) = 10^{-3} \cdot \cos(10^6 t - 5.67)$$

$$|H(\omega)| = -\omega \tan(10^6 \cdot 10^{-7} \cdot 10^4) = -\omega \tan(10^3) = 5.67$$

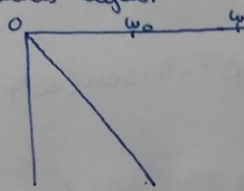
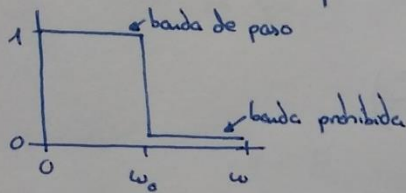
$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (10^6 \cdot 10^{-7} \cdot 10^4)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 10^6}}$$

③

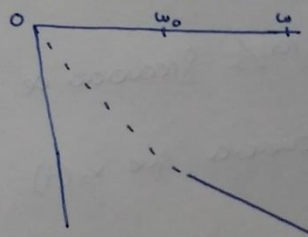
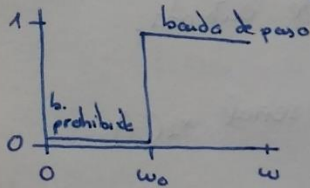
a) Sería la misma señal desplazada.

b)

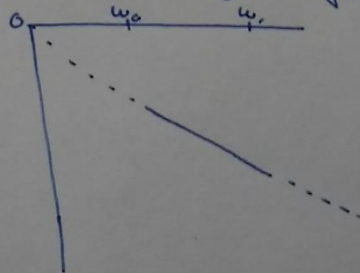
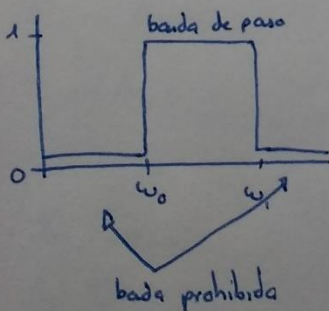
Paso bajo: Permite pasar frecuencias bajas.



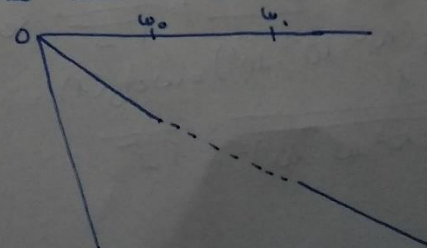
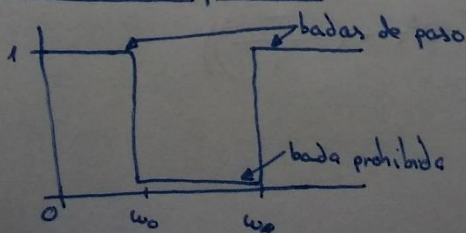
Paso alto: Permite pasar frecuencias altas.



Paso banda: Permite pasar solo ciertos rangos de frecuencias.



Paso banda prohibida: Permite pasar todas las frecuencias excepto las de cierto rango.





c) Es el conjunto de frecuencias que pueden pasar a través del filtro sin distorsión de amplitud ni fase.

d) Es el conjunto de frecuencias que no pueden atravesar el filtro.

4)

a) La misma señal pero desplazada.

b) La fase debe variar linealmente.

c) No importa ya que el filtro no dejara pasar las frecuencias.

5)

a)

$$x(t) = A_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + A_1 \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$|H(\omega)| = 1 \text{ para todo } \omega \in \mathbb{R}$$

$$\angle H(\omega) = -\omega t_0 \text{ siendo } t_0 \text{ una constante positiva no nula y } \omega \in \mathbb{R}$$

$$y(t) = |H(\omega_0)| A \cdot \cos[\omega_0 t + \varphi + \angle H(\omega_0)]$$

$$x(t) = 1 \cdot A_0 \cdot \cos[\omega_0 t + \varphi_0 - \omega_0 t_0] + 1 \cdot A_1 \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1 - \omega_1 t_0)$$

b)  $|H(\omega)| = 1$  para todo  $\omega \in \mathbb{R}$

$$\angle H(\omega) = -k \text{ siendo } k \text{ una constante positiva, no nula y } \omega \in \mathbb{R}$$

$$x(t) = A_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + A_1 \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \rightarrow$$

$$\rightarrow y(t) = 1 \cdot A_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0 - k) + 1 \cdot A_1 \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1 - k)$$

6)

a) En hercios.

b) La frecuencia debe ser mayor o igual que el doble del ancho de banda.

c) Es un fenómeno donde 2 señales continuas parecen indistinguibles cuando se muestran digitalmente. Este fenómeno se produce cuando la frecuencia es menor a dos veces el ancho de banda. Se puede evitar con un filtro antialiasing de paso bajo.

⑧

a)

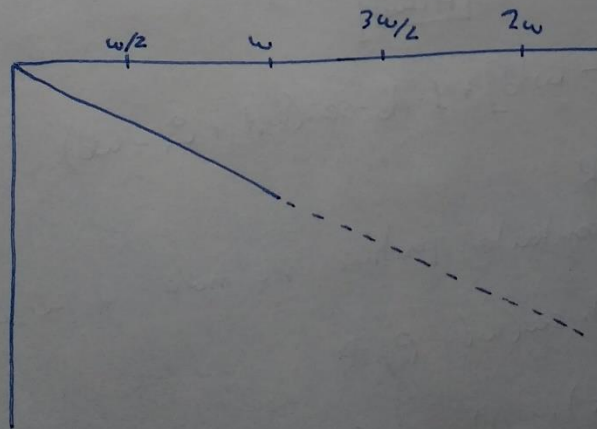
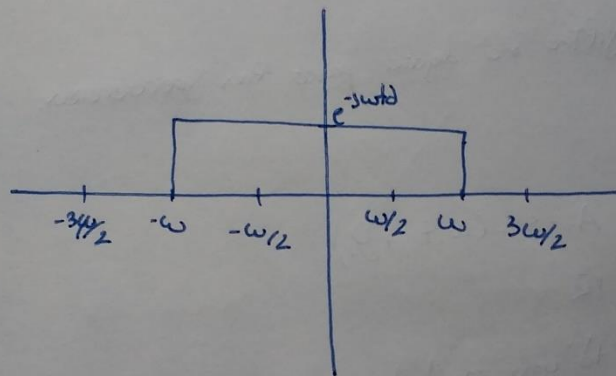
$$\omega_a = 2\pi \cdot F_a = 2\pi \cdot 4 \cdot 10^3 \text{ Hz} = 8\pi \cdot 10^3 \text{ rad/s}$$

$$\omega_a < 0.5 \omega_s \rightarrow \omega_s > 16\pi \cdot 10^3 \text{ rad/s}$$

b)

$$F_a = \frac{16\pi \cdot 10^3}{2\pi} = 8 \cdot 10^3 \text{ Hz} \quad t = \frac{1}{8 \cdot 10^3} = 0.000125 \text{ s}$$

⑦



⑨

