Departamento de Matemáticas. Universidade de Vigo.
Análise Matemática. Grao en Enxenería Informática.
Curso 2022-2023.

Entrega 2: semana del 26 al 30 de septiembre.

1. Hallar la relación que debe existir entre a y $b \in \mathbb{R}$ para que se cumpla:

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n+a}{2n+b}\right)^n = 1.$$

2. Considérese la sucesión dada por recurrencia

$$x_1 = 4, \quad x_{n+1} = 6 - \frac{5}{x_n},\ n \in \mathbb{N},\ n \geq 1.$$

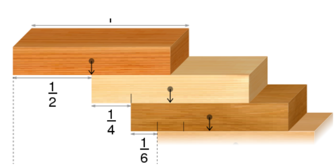
   a) Probar por inducción que x_n es creciente.

   b) Suponiendo que $\{x_n\}$ está acotada justificar que es convergente y calcular su límite.

3. Justificar el carácter (convergente o no) de las siguientes series. Cuando sea posible calcular la suma de la serie:

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{(n+1)!} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+4}{n(2n+1)}\right)^{3n} \qquad c)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+1}+3}{5^n}$$

4. Supongamos que tenemos una cantidad ilimitada de bloques, todos iguales, y los apilamos en el borde de una mesa de forma que cada bloque sobresalga cada vez más del filo de la mesa. Para que la pila no se desmorone su centro de masas debe permanecer por encima de la mesa: esto se consigue si el bloque de arriba sobresale la mitad de su longitud del segundo de abajo; y el segundo sobresale la cuarta parte de su longitud del tercero; el tercero, la sexta parte de su longitud con respecto al cuarto, etc...



¿Cuánto puede sobresalir como máximo el bloque de arriba con respecto al borde de la mesa?

Indicación: Escribe la distancia que sobresale el bloque superior en una pila de n bloques, saca factor común al primer término de la suma y relaciona el resultado con la serie armónica.