Universida de Vigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Grao en Enxeñaría Informática
Campus de Ourense
E-32004 Ourense

Tel. 988 368 766
cotos@uvigo.es

Boletín de Contraste de Hipótesis

Materia - Estatística. 2º Curso

1. Un fabricante afirma que por lo menos el 20% del público prefiere su producto frente al de la competencia. Se toma una muestra de 100 personas para verificar su afirmación. Si la proporción muestral fuese $\hat{p} = 0.33$ se aceptaría H_0 sin dudar pero, con un nivel de significación $\alpha = 0.05$, ¿se puede aceptar también H_0 si se obtuviera $\hat{p} = 0.15$? ¿Cuán pequeño debe ser el porcentaje muestral $\hat{p}$ para poder rechazar la afirmación del fabricante?

   Solución: Se desea realizar el *contraste unilateral*

$$H_0 : p \geq 0.2$$
$$H_1 : p < 0.2$$

   con p la proporción de público que prefiere su producto. Para $n = 100$, $\hat{p} = 0.33$ es decir, 33 prefiere su producto y 100-33 no.

```
Contraste de Hipótesis para una proporción
- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
Muestra: Nº éxitos = 33 -- Nº intentos = 110
Distribución: Normal(0,1)
Valor del estadístico de contraste: 2.622022
p-valor: 0.99563
Hipótesis alternativa: Proporción poblacional es menor que 0.2
Estimador muestral: proportion 0.3
```

   Para $\hat{p} = 0.15$ tendríamos que

```
Contraste de Hipótesis para una proporción
- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
Muestra: Nº éxitos = 15 -- Nº intentos = 100
Distribución: Normal(0,1)
Valor del estadístico de contraste: -1.25
p-valor: 0.10565
Hipótesis alternativa: Proporción poblacional es menor que 0.2
Estimador muestral: proportion 0.15
```

   Por lo tanto no se puede rechazar H_0.

   En el contrate la medida de discrepancia viene dada por:

$$\frac{\widehat{p} - 0.2}{\sqrt{\dfrac{0.2\,(1-0.2)}{n}}} \underset{H_0}{\sim} N\,(0,1)$$

   o equivalentemente, para un contraste unilateral por la izquierda:

Contraste	H. nula	H. alternativa	R. de aceptación
Unilateral izda.	$H_0: \ p \geq p_0$	$H_1: \ p < p_0$	$(-z_{1-\alpha}, \infty)$

$$\widehat{p} - 0.2 \leq -z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{0.2\,(1-0.2)}{n}}$$

□

Universidade Vigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Grao en Enxeñaría Informática
Campus de Ourense
E-32004 Ourense

Tel. 988 368 766
cotos@uvigo.es

2. Se considera una variable aleatoria $X \sim N(\mu, 5)$. Se desea contrastar la hipótesis $H_0 : \mu = 12$ frente a la alternativa $H_0 : \mu \neq 12$ a partir de una muestra de tamaño 25 de la población. Determinar entre qué valores deberá estar comprendida la media muestral para poder aceptar la hipótesis nula a un nivel de significación $\alpha = 0.02$.

3. Cuando las ventas medias en miles de euros por establecimiento autorizado de una marca de procesadores caen por debajo de los 170.000 euros mensuales, se considera razón suficiente para lanzar una campaña publicitaria que active las ventas. Para conocer la evolución de las ventas, el departamento de marketing realiza una encuesta a 51 establecimientos autorizados, seleccionados aleatoriamente, que facilitan la cifra de ventas del último mes en relojes de esa marca. A partir de esas cifras, se obtienen los siguientes cálculos:

$$\sum_{i=1}^{51} x_i = 8640 \text{miles de euros, y } \sum_{i=1}^{51} x_i^2 = 1517600 \text{miles de euros} \tag{1}$$

Suponiendo que las ventas mensuales por establecimiento se distribuyen normalmente:

(a) Con un nivel del 5% y en vista de la situación reflejada en los datos, ¿se considerará oportuno lanzar una campaña publicitaria?

(b) ¿Podría decirse que la desviación típica de las ventas del último mes es igual a 20.000 euros?

4. El gasto diario, en miles de euros, en electricidad de la Universidad es una variable aleatoria $N(\mu, 1)$. Se desea contrastar, con un nivel de significación del 5%, la hipótesis de que es de 3.000 euros frente a que dicho gasto es menor. Para ello se toma una muestra aleatoria de 10 días en los que el gasto en euros fue: 2.950, 2.930, 3.050, 3.150, 2.910, 2.990, 3.010, 3.100, 3.150, 3.000

(a) ¿Cuál es la hipótesis aceptada?

(b) ¿Cuál habría sido la probabilidad de aceptar que el gasto medio diario en euros es 3.000 si realmente el gasto medio diario fuese un 5% inferior a la cifra supuesta en la hipótesis nula?

Solución: Se desea realizar el *contraste unilateral por la izquierda*

$$H_0 : \mu = 3$$
$$H_1 : \mu < 3$$

```
x <- c(2.950, 2.930, 3.050, 3.150, 2.910, 2.990, 3.010, 3.100, 3.150, 3.000)
x <- as.data.frame(x)

Contraste de Hipótesis para la media con varianza conocida = 1
- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
Variable: x
Distribución: N(0,1)
Valor del estadístico de contraste: 0.07589466
p-valor: 0.53025
Hipótesis alternativa: Media poblacional es menor que 3
Estimador muestral: mean of x$x 3.024
```

Si $X \sim N(3 - 0.15, \sigma)$ entonces la distribución del estadístico es:

$$\frac{\bar{X} - 2.85}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

y por lo tanto la probabilidad pedida es realizar el test con 2.4, dando un p-valor aproximadamente de 0.99993

Universidade Vigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Grao en Enxeñaría Informática
Campus de Ourense
E-32004 Ourense

Tel. 988 368 766
cotos@uvigo.es

```
Contraste de Hipótesis para la media con varianza desconocida
- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
Variable: x
Distribución: t con 9 grados de libertad
Valor del estadístico de contraste: 6.356407
p-valor: 0.99993
Hipótesis alternativa: Media poblacional es menor que 2.85
Estimador muestral: mean of x 3.024
```

□

5. El importe de la factura eléctrica mensual de un determinado tipo de empresas se distribuye normalmente con $\sigma = 127.4$ euros. El Ministerio de Energía sostiene que el gasto medio mensual de estas empresas no es inferior a 600 euros y que sería conveniente elaborar un plan de ahorro energético para las mismas. Seleccionada una m.a.s. de 100 empresas, se obtiene un gasto medio mensual de 515 euros.

   (a) ¿Es admisible, con un nivel de significación $\alpha = 0.02$ la hipótesis del Ministerio?

   (b) ¿Cuántas empresas sería necesario seleccionar para que el test anterior detectara un gasto medio mensual de 585 euros con probabilidad 0.95?

Solución: Se desea realizar el *contraste unilateral por la izquierda*

$$H_0 : \mu \geq 600$$
$$H_1 : \mu < 600$$

La medida de discrepancia es:

$$\frac{515 - 600}{127.4/\sqrt{100}} = -6.6719$$

La región de aceptación es: $(-2.0537, \infty)$, por lo tanto se rechaza la H_0. Hay dif. significativas

Ahora deseamos que el test detecte un gasto medio mensual de 585 con probabilidad $1 - \alpha = 0.95$, es decir,

$$\frac{585 - 600}{127.4/\sqrt{n}} = -1.644854$$

Resolviendo obtenemos que tene que ser un entero $n > 127.4 * *2/15 * *2 * 1.644854 * *2 = 195.1691$

□

6. Una empresa láctea anunció que el 90% de los compradores de un nuevo producto bajo en calorías que ha sacado al mercado están satisfechos con él. La compañía quiere verificar si ese porcentaje ha bajado. Desea un nivel $\alpha = 0.01$ para el contraste de hipótesis. Si realmente el porcentaje poblacional ha disminuido a 85%, la compañía quiere sólo un 10% de probabilidad de aceptar la hipótesis falsa de que ese porcentaje es en realidad 90%. ¿Qué tamaño muestral debe seleccionar la compañía?

7. Una compañía compró una gran cantidad de cable de acero. El proveedor asegura que el cable tiene una fuerza de tensión media de 80 libras o más. La compañía prueba una muestra de 13 piezas de cable y encuentra que la fuerza de tensión media es 78.64 libras y la desviación típica 4 libras. ¿Debe la compañía impugnar la aseveración sobre la fuerza de tensión media con arreglo a esta evidencia al nivel de significación de 0.05?

8. La velocidad media de un cierto procesador en una fábrica debe ser de 200 MHz. Si una muestra aleatoria simple de 8 procesadores da las siguientes velocidades
$210, 195, 197.4, 199, 198, 202, 196, 195.5$ ¿Puede concluirse que, con un nivel de significación del 5%, que la velocidad media es de 200 MHz?, ¿y si el nivel de significación es del 10%?

Universida de Vigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Grao en Enxeñaría Informática
Campus de Ourense
E-32004 Ourense

Tel. 988 368 766
cotos@uvigo.es

9. El número de aprobados en el examen de Febrero del curso 2016-2017 de la asignatura Estadística fue de 7 sobre 17 presentados y en el examen de Junio del curso 2017-2018 de la asignatura fue de 14 sobre 17. ¿Puede suponerse, con un nivel de significación del 10%, que la dificultad de aprobar en ambos exámenes es la misma en ambos cursos?. (Calcular el p-valor del contraste).

10. Los errores aleatorios de dos aparatos de medida siguen una distribución $N(0, \sigma_1)$ y $N(0, \sigma_2)$. Se han detectado los siguientes errores:
1º Aparato: 0.3, 0.7, -1.1, 2.0, 1.7, -0.8, -0.5
2º Aparato: 1.6, -1.9, -2.8, 3.1, 4.2, -1.0, 2.1
Se desea saber si los dos aparatos tienen la misma precisión. (Nivel de significación 5%). Calcular el p-valor.

11. Con el fin de chequear la velocidad (MHz) de cierto procesador (antiguo), se obtuvo una m.a. de tamaño 5 de una v.a. que mide tal característica, calcular el Intervalo de Confianza al 95% para la media poblacional. ¿Se puede suponer ($\alpha = 5\%$ de error) que la velocidad es de 133 MHz? (Suponer normalidad en los datos). 123, 144, 130, 105, 99.

12. Se quiere determinar un intervalo de confianza al 90% para la diferencia de tiempo medio diario de utilización de dos impresoras en una empresa. Para ello se controló el tiempo, en horas, de funcionamiento de ambas impresoras en una serie de días elegidos al azar, y se obtuvieron los siguientes resultados:
Impresora I 3.2 2.1 2.7 3.4 1.9 4.2 3.8 2.6 5.2 4
Impresora II 3.4 3.3 2.5 4.6 2.8 3.6 4.3
Supuesto que el tiempo de utilización de cada impresora sigue una distribución normal, determinar el intervalo de confianza deseado suponiendo, (a) que las varianzas de cada una de las impresoras es 1.1 y 0.7, y (b) son desconocidas e iguales. (c) bajo el apartado (a) dar el máximo nivel de significación del test de hipótesis por el cual se aceptaría la igualdad de medias.

13. Un fabricante de hardware está estudiando la calidad de un nuevo chip más barato para el montaje en uno de sus productos. En una muestra de 200 de los nuevos chips 6 resultaron defectuosos mientras que en una muestra de 300 chips antiguos únicamente 3 resultaron defectuosos. Considerando un nivel de significación del 5%,
   (a) ¿hay en los datos evidencias suficientes para sostener que la proporción de defectuosos es mayor con el nuevo chip?.
   (b) Obtener el nivel crítico (p-valor) del contraste.

14. Una empresa constructora de fibra óptica está pensando en modificar su sistema de calentamiento para la obtención de fibra. Usar el calentamiento con láser de dióxido de carbono en lugar del actual horno de carbón. Procederá al cambio de su ciclo productor si la proporción de fallos entre ambos sistema se reduce en más de 0.02. De 100 fibras de prueba que se producen con el horno de carbón, fallan cinco, mientras que de 100 con láser falla únicamente una.
   (a) Estimar los intervalos de confianza para la proporción de fallos con el horno de carbón y láser (nivel de confianza del 90%).
   (b) ¿Se recomendaría que la empresa cambiase el método de producción?. Especificar las hipótesis, y resolver usando y sin usar el p-valor. (nivel de significación 5%).

   Solución: Se desea realizar el *contraste unilateral*

$$H_0 : p_c - p_l \leq 0.02$$
$$H_1 : p_c - p_l > 0.02$$

   con p_c y p_l las proporciones de fallo entre el horno de carbón y el de láser.

```
Contraste de hipótesis para diferencia de proporciones
- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
```

Departamento de Estatística e Investigación Operativa
Grao en Enxeñaría Informática
Campus de Ourense
E-32004 Ourense
Tel. 988 368 766
cotos@uvigo.es

```
Muestra 1: Nº éxitos = 5 -- Nº intentos = 100
Muestra 2: Nº éxitos = 1 -- Nº intentos = 100
Distribución: Normal(0,1)
Valor del estadístico de contraste: 0.8290267
p-valor: 0.20354
Hipótesis alternativa: Diferencia poblacional es mayor que 0.02
Estimadores muestrales: proportion in Group 1 0.05 , proportion in Group 2 0.01
```

□