Universidade Vigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Fac. CC. Económicas
e Empresariais
Campus de Vigo
E-36310 Vigo

Tel. 986 812 440
Fax 986 812 401
webs.uvigo.es/depc05
depc05@uvigo.es

Cálculo de Probabilidades y Variables aleatorias

Apelidos: **Nome:** **DNI:**

Para facilitar la corrección de la prueba, marque en la tabla la letra de la respuesta que considere correcta para cada una de las cuestiones propuestas[1].

Pregunta 1	a	b	c
Pregunta 2	a	b	c

1. *(2 puntos)* El número de mensajes que llegan a un servidor sigue una distribución de Poisson. Cada hora se registran por término medio 30 mesajes. La probabilidad de que en 20 minutos se produzcan como mínimo tres solicitudes de servicio es (redondeado a 3 decimales):

   a) 0.990

   b) 0.997

   c) 0.992

   solución b):
   Sea X_{60}=*n° de mensajes por hora* $\sim Pois(\lambda = 30)$, si consideramos tiempos disjuntos de 20 minutos la media es de mensajes es 10 y la variable X_{20}=*n° de mensajes cada 20 minutos* $\sim Pois(\lambda = 10)$.
   $P(X_{20} \geq 3) = 1 - P(X_{20} < 3) = 1 - sum(dpois(0:2, lambda = 10))$

2. *(2 puntos)* Un gestor de correo spam determina que un determinado mensaje es spam en el 99 % de los casos de los mensajes que son REALMENTE spam, y lo determina no spam en el 97 % de los casos de los mensajes que no son spam. Si la probabilidad de recibir un mensaje spam es del 20 % ¿cuál es la probabilidad de que un mensaje sea REALMENTE spam cuando el gestor de correo lo ha determinado como spam?

   a) 0.683

   b) 0.892

   c) 0.981

   Solución: $P\left(D-SPAM/SPAM\right) = 0.99$ y
   $P\left(\overline{D-SPAM}/\overline{SPAM}\right) = 0.97$
   $P\left(SPAM\right) = 0.20$
   $P\left(SPAM/D-SPAM\right) = \frac{P(D-SPAM/SPAM)*P(S}{P(D-SPAM/SPAM)*P(SPAM)+P(D-SPA}$
   $\frac{0.99*0.20}{0.99*0.20+0.03*0.80} = \frac{0.198}{0.122} = 0.891891$ □

1. *(3 puntos)* El 8 % de los días laborables se presentan fallos de funcionamiento en el sistema de cómputo de una Universidad. Estos fallos son de tres tipos: hardware, software, ó, electrónicas (alimentación, ...), y nunca se presentan más de una de estas en un día. Ahora, el sistema debe suspender el servicio 73 % de los días cuando se experimentan problemas de hardware, 12 % de las veces cuando se presentan problemas de software, y 88 % del tiempo ante fallos electrónicos. Históricamente, en mantenimiento han observado que un fallo de software es cinco veces más probable que un problema de hardware y 2.5 veces mas frecuente que un fallo electrónico.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema no suspenda su servicio en un día.

Solución:

[1] 2 respuestas incorrectas penalizan una respuesta correcta. Las preguntas en blanco no penalizan.
No se considerarán las respuestas contestadas sin su correspondiente desarrollo.

Universidad de Vigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Fac. CC. Económicas e Empresariais
Campus de Vigo
E-36310 Vigo

Tel. 986 812 440
Fax 986 812 401
webs.uvigo.es/depc05
depc05@uvigo.es

Sea los sucesos *Fallo= fallo de funcionamiento*, *Hard=fallo por hardware*, *Soft=fallo por software*, *Elec= fallo electrónico* y *Sus= suspender el servicio*. Tenemos que:
$P(Hard) + P(Soft) + P(Elec) = 1$, por lo tanto $\frac{1}{5}P(Soft) + P(Soft) + \frac{2}{5}P(Soft) = \frac{8}{5}P(Soft) = 1$, es decir, $P(Soft) = \frac{5}{8}$, $P(Hard) = \frac{1}{8}$ y $P(Elec) = \frac{1}{4}$
$P(\widehat{Sus}) = 1 - P(Sus) = 1 - \left(0.73 * \frac{1}{8} * 0.08 + 0.12 * \frac{5}{8} * 0.08 + 0.88 * \frac{2}{8} * 0.08\right) = 1 - (0.73 + 0.12 * 5 + 0.88 * 2) * 0.08/8 = 1 - 0.0309 = 0.9691$ □

b) Si el sistema ha dejado de prestar su servicio diario, ¿cuál es la causa más probable de suspensión?

Solución: Usando la regla de Bayes en cada caso tenemos:

- $P(Hard/Sus) = \frac{P(Hard \cap Sus)}{P(Sus)} = \frac{P(Sus/Hard) * P(Hard \cap Fallo)}{P(Sus)} = \frac{0.08 * 0.73 * 0.125}{0.0309} = 0.236$
- $P(Soft/Sus) = \frac{P(Soft \cap Sus)}{P(Sus)} = \frac{P(Sus/Soft) * P(Soft \cap Fallo)}{P(Sus)} = \frac{0.08 * 0.12 * 0.625}{0.0309} = 0.194$
- $P(Elec/Sus) = \frac{P(Elec \cap Sus)}{P(Sus)} = \frac{P(Sus/Elec) * P(Elec \cap Fallo)}{P(Sus)} = \frac{0.08 * 0.88 * 0.250}{0.0309} = 0.569$

La causa más probable es el de mayor valor, que en este caso es el del suceso *Elec*. □

2. *(3 puntos)* Los procesos que llegan a un servidor de cálculo lo hacen de acuerdo con una distribución de Poisson con una tasa promedio de 0.1 procesos por hora.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen como mucho 2 procesos en 2 horas?

Solución: Sea $X_t = n^o$ *de procesos recibidos en una intervalo (0,t) horas*$\sim Pois(\lambda = 0.1t)$,

$$P(X_2 \leq 2) = P(X_2 = 0) + P(X_2 = 1) + P(X_2 = 2) = sum(dpois(0:2, lambda = 0.2)) = 0.99885$$

□

b) El servidor se considera 'infrautilizado' si a lo largo del día llegan menos de 5 procesos, ¿cuál es la probabilidad de que esté infrautilizado 2 días de la semana? ¿Cuál es la probabilidad de que en los 7 días de la semana esté infrautilizado solo el sabado y domingo?

Solución: Sea X_{24} *la variable* n^o *de procesos en un día*$\sim Pois(2.4)$. Como los tiempos son disjuntos, las variables correspondientes a cada día son independientes.
Sea Y=n^o *de días de la semana que el sistema está infrautilizado*$\sim Bi(n = 7, p)$ con $p = P(X_{24} < 5) = ppois(4, lambda = 2.4) = 0.9041314$
$P(Y = 2) = \binom{7}{2}p^2(1-p)^5 = dbinom(2, size = 7, prob = 0.9041314) = 0.0001390159$
$P(\textit{Infrautilizado solo el sábado y domingo}) = p^2 * (1-p)^5 = 6.619802 * 10^{-6}$ □