

1. Медведь Михайло-Потапыч уснул в берлоге и ему снится сон про n -мерное пространство. Особенно ярко ему снится вектор $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ и вектор $e = (1, 1, 1, \dots, 1)$.
 - а) Изобразите векторы X и e в n -мерном пространстве;
 - б) Изобразите проекцию X на $\text{Lin}\{e\}$, обозначим её \hat{X} ;
 - в) Изобразите проекцию X на $\text{Lin}^\perp\{e\}$, обозначим её \hat{X}^\perp ;
 - г) Выпишите явно вектора \hat{X} и \hat{X}^\perp , и найдите их длины;
 - д) Сформулируйте теорему Пифагора для нарисованного прямоугольного треугольника;
 - е) Изобразите на рисунке такой угол α , что обычная t -статистика, используемая при построении доверительного интервала для μ , имела бы вид $t = \sqrt{n-1} \cdot \text{ctg } \alpha$.
2. Исследователь Михаил предполагает, что все виды медведепришельцев встречаются равновероятно. Отправившись на охоту в район Малой Медведицы Михаил поймал двух лиловых кальмаромедведей, одного двурога медведеспинного и одного медведезавра ящероголового.
Помогите Михаилу оценить общее количество видов медведепришельцев с помощью метода максимального правдоподобия.
3. Помотавшись по просторам Вселенной Михаил изменил своё мнение. Никто кроме кальмаромедведей, двурогов и медведезавров не попадает, однако попадают они явно с разной вероятностью. Из 300 отловленных пришельцев оказалось 150 кальмаромедведей, 100 двурогов и 50 медведезавров. Михаил считает, что медведепришельцы встречаются независимо, p_1 — вероятность встретить кальмаромедведя, p_2 — двурога.
 - а) Оцените вектор $p = (p_1, p_2)$ методом максимального правдоподобия;
 - б) Оцените ковариационную матрицу $\text{Var}(\hat{p})$;
 - в) Оцените дисперсию $\text{Var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)$;
 - г) Постройте доверительный интервал для разницы долей $p_1 - p_2$.
4. Винни-Пух лично измерил количество мёда (в кг) на 100 деревьях и обнаружил, что $\bar{X} = 10$ и $\hat{\sigma}^2 = 4$. По мнению Кролика, состоятельная оценка для параметра α правильности мёда имеет вид $\hat{\alpha} = \bar{X} + \sqrt{\bar{X}} + 6$.
 - а) «Халява, сэр!» Найдите точечную оценку параметра α ;
 - б) Найдите 95%-ый доверительный интервал для α , симметричный относительно $\hat{\alpha}$.
5. Фотографы Андрей и Белла независимо друг от друга пытаются фотографировать кадьяков. Андрею удаётся сфотографировать одного кадьяка в неделю с вероятностью 0.5, а Белле — с вероятностью p , независимо друг от друга и от прошлого. За 100 недель они вместе сфотографировали 130 кадьяков.
 - а) Оцените p и постройте 95%-ый доверительный интервал для p ;
 - б) Оцените p и постройте 95%-ый доверительный интервал для p , если дополнительно известно, что один фотограф опередил другого на 10 фото.

Просто красивая задачка. Эту задачу не нужно решать на кр :)

Медведю Мишутке никак не удаётся заснуть в берлоге, и потому он подбрасывает правильную монетку n раз. Обозначим вероятность того, что ни разу не идёт двух решек подряд буквой q_n .

- а) Найдите $2^8 q_8$ и назовите это число;
- б) Найдите $\lim 2q_{n+1}/q_n$ и назовите это число.