# Contents



---

output: pdf_document: toc: yes html_document: default —

# Choix de la fenetre :

Déja on se ramene a la question du choix de h (choix de la fenetre) parceque a la base on cherchais a minimiser le risque R de l'estimateur $\hat{f}$ pour l'estimation f.
On veut que le risque $\mathcal{R}$ tend vers zero quand le nombre des observation tend vers l'infini
On a pour on introduit deux methodes d'estimation :
Pour la methode a noyau :
Ce qui rend cette méthode interessante est le fait que la convolution $K_h * f$ tend vers f sur $L^2$ quand h tend vers 0
On peut donx approximer la vrai densité f par le produit de convolution $K_h * f$ qui satisfait $K_h * f(x) = E_f[k_h(x - X_1)]$.
Ce qui nous raméne a l'expression suivante de l'estimateur a noyau de f pour un paramétre h>0 fixé :
$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{n}\sum_1^n K_h(x - X_i)$

Ensuite ; On a que : $E_f[\hat{f}_h] = K_h * f$
Et :
$\mathcal{R}(\hat{f}_h, f) = E_f[||\hat{f}_h - f||^2$
De plus
$E_f||\hat{f} - f||^2 = E_f[||\hat{f} + E_f(\hat{f}) - (E_f(\hat{f}) - f)||]^2$

$E_f||\hat{f} - f||]^2 = E_f||\hat{f} + E_f(\hat{f})||^2 + E_f||E_f(\hat{f}) - f||^2 - 2E_f(< \hat{f} - E_f(\hat{f}); E_f(\hat{f}) - f >)$
Comme $\hat{f} est$ déterministe :
$2E_f(< \hat{f} - E_f(\hat{f}); E_f(\hat{f}) - f >) = 2 < 0, E_f(\hat{f}) - f >= 0$ Ainsi $||E_f(\hat{f}) - f||$ est déterministe :
On obtient :
$R(\hat{f}, f) = E_f[||\hat{f} - f||^2] = ||f - K_h * f||^2 + E_f[||\hat{f} - K_h * f||^2]$
.
$E_f[||\hat{f}_h - K_h * f||^2] = \int Var_f(\hat{f}_h(x))dx < \frac{1}{n}\int E_f[K_h^2(x - X_1)]dx$
Et comme $||K_h||^2 = ||K||^2/h$
$E_f[||\hat{f}_h - K_h * f||^2]<||K||^2/nh$
Ca nous raméne donc a :
$\mathcal{R}(\hat{f}_h, f) < ||f - K_h * f||^2 = ||K||^2/nh$
On voit donc bien que pour minimiser le risque le biais tend vers 0 quand h tend vers 0 mais plus h est ptit plus la variance devient grande .
Il fautr donc chercher le meilleur compromis entre ces deux
Remarque : le choix de h est beaucoup plus crucial que celui de la noyau
Pour répondre a ce probléme on va introduire la méthode de Goldenshluger-Lepski :
L'idée est d'estimer le biai du risque avec des fenetres fixées
Soit $(\hat{f}_h)_{h\in\mathcal{H}_\setminus}$
On va choisir
$\hat{h} = argmin_{h\in\mathcal{H}_\setminus}(A(h) + V(h))$
Avec V est le terme de pénalisation qui estime l'erreur stochastique .
V(h)=$\|' \frac{||K||_1^2||K||^2}{nh}$, et A(h) = $max_{h'\in\mathcal{H}_\setminus}(||\hat{f}_{h'} - \hat{f}_{h,h'}||^2 - V(h'))_+$