

Volúmenes

Definiciones:

- **Ángulo Diedro:** El ángulo diedro es la figura geométrica que forman dos semiplanos determinados por una misma recta y dicha recta.
- **Medida del ángulo diedro:** Para hallar la medida de un ángulo diedro debe trazarse desde un punto cualquiera de la arista, dos perpendiculares levantadas, cada una contenida en una de las caras del ángulo, dichas perpendiculares son rayos con el mismo origen, es decir que forman un ángulo. La medida del ángulo diedro es la misma medida del ángulo que forman dichos rayos.
- Dos ángulos diedros son congruentes si sus medidas son iguales.
- **Poliedro:** Un poliedro es una figura tridimensional cerrada (sólido), formada por la unión de refones poligonales que se intersecan únicamente en sus lados. Las regiones poligonales se denominan caras, las intersecciones de dos de las caras, aristas y las intersecciones de más de dos caras, vértices. Puede decirse entonces que un poliedro es un sólido de caras planas.
- **Poliedro regular:** Un poliedro regular es aquel cuyas caras son polígonos regulares congruentes y los ángulos diedros también son congruentes.
- **Tetraedro regular:** poliedro regular de cuatro caras (triángulos equiláteros), seis aristas y cuatro vértices que generan ángulos triedros (de tres caras). Representa el fuego.
- **Hexaedro regular o cubo:** poliedro regular de seis caras cuadradas, doce aristas y ocho vértices que generan ángulos triedros. Representa el aire.
- **Dodecaedro regular:** poliedro regular de doce caras pentagonales, 30 aristas y 20 vértices que generan ángulos triedros. Representa el cielo.
- **Icosaedro regular:** Poliedro regular de 20 caras triangulares, 30 aristas y doce vértices que generan ángulos pentaedros. Representa el agua.
- **Prisma:** Un prisma es un poliedro con dos caras congruentes y paralelas llamadas bases y cuyas otras caras laterales son paralelogramos. La altura del prisma es el segmento perpendicular a la bases y cuyos extremos pertenecen a las bases o a los planos que las contienen.
- **Piámide:** Una pirámide es un poliedro que tiene una cara como base, y el resto de sus caras son triángulos que comparten un vértice llamado vértice de la pirámide. La altura de la pirámide es el segmento

perpendicular a la base (o al plano que la contiene que tiene un extremo en el vértice de la pirámide y el otro pertenece a la base (o al plano que la contiene)).

- El área superficial de un poliedro (o área de la superficie) es igual a la suma de las áreas de las regiones poligonales que conforman sus caras.
- El área superficial de un prisma es la suma de las áreas de sus caras laterales más el doble producto del área de su base.
- **Esfera:** Una esfera es el conjunto de todos los puntos en el espacio que se obtienen al hacer girar un semicírculo alrededor de su diámetro.
- **Cilindro:** Un cilindro es el sólido formado por todos los puntos del espacio limitados por dos círculos paralelos y congruentes y la figura obtenida al hacer girar un segmento que va de circunferencia a circunferencia, alrededor de esta. El segmento que une los centros de los círculos se llama eje y el segmento que gira es la generatriz.
- **Cilindro recto:** Un cilindro recto es aquel en el que la generatriz es perpendicular a las bases.
- La altura de un cilindro es el segmento perpendicular a las bases (y su medida) y cuyos puntos extremos pertenecen a los planos que contienen a las bases.
- **Cono:** Un cono es el sólido limitado por un círculo y todos los segmentos que parten de cada uno de los puntos de la circunferencia y van a un único punto, no coplanar con el círculo, llamdo vértice.
- **Cono recto:** Un cono recto es aquel en el que el segmento que va del vértice al centro del círculo, es perpendicular a éste.
- La altura de un cono es el segmento perpendicular a la base (y su medida), que parte del vértice y su otro punto extremo pertenece al plano que contiene a la base.

Teoremas:

- El volumen de una pirámide inscrita en un prisma es igual a la tercera parte del volumen del prisma.
- El volumen de un cono inscrito en un cilindro es igual a la tercera parte del volumen de dicho cilindro. $V_{cono} = \frac{1}{3}(V_{cilindro})$
 $V_{cono} = \frac{1}{3}(h\pi r^2)$
- El volumen de una esfera es igual al producto de los cuatro tercios de π por el cubo del radio. $V_{Esfera} = \frac{4}{3}(\pi r^3)$

Postulados:

- A todo sólido se le asocia un número real no negativo llamado volumen.
- Un cubo cuyas aristas miden uno tiene un volumen igual a una unidad cúbica.
- **Adición de volúmenes:** Si la intersección de dos sólidos es una región poligonal, un segmento, un punto o vacía entonces el volumen de la unión de los sólidos es igual a la suma de los volúmenes de dichos sólidos.