信号与系统

主讲: 苏永新

课程主要目的

信号与系统分析的一个目的是研究系统对给定输入信号所产生的输出响应。





另一个目的是研 究为了使给定输入信 号经过系统后,其输 出响应符合人们的希 望或要求,系统应该 具有什么样的特性, 进而设计出该系统。

专业基础课、考研必考课

课程基本信息

- 1.课程名称:信号与系统I(Signal and System I)
- 2.课程编码: 021301002296
- 3. 学时与学分: 72学时(理论64+实验8), 4.5学分
- 4. 适用专业: 电子信息工程
- 5.课程性质与属性: 学科基础课/必修
- 6.先修课程: 高等数学I1、高等数学I2、电路分析基础等
- 7.课程管理单位:信息工程学院
- 8.课程负责人: 苏永新

工程教育专业认证标准中的毕业要求

- **1.工程知识:** 能够将数学、自然科学、工程基础和专业知识用于解决复杂工程问题。
- **2.问题分析:** 能够应用数学、自然科学和工程科学的基本原理,识别、表达、并通过文献研究分析复杂工程问题,以获得有效结论。
- 3.设计/开发解决方案:能够设计针对复杂工程问题的解决方案,设计满足特定需求的系统、单元(部件)或工艺流程,并能够在设计环节中体现创新意识,考虑社会、健康、安全、法律、文化以及环境等因素。
- **4.研究:** 能够基于科学原理并采用科学方法对复杂工程问题进行研究,包括设计实验、分析与解释数据、并通过信息综合得到合理有效的结论。
- **5.使用现代工具:**能够针对复杂工程问题,开发、选择与使用恰当的技术、资源、现代工程工具和信息技术工具,包括对复杂工程问题的预测与模拟,并能够理解其局限性。

- **6.工程与社会:** 能够基于工程相关背景知识进行合理分析,评价专业工程实践和复杂工程问题解决方案对社会、健康、安全、法律以及文化的影响,并理解应承担的责任。
- **7.环境和可持续发展:** 能够理解和评价针对复杂工程问题的工程实践对环境、社会可持续发展的影响。
- **8.职业规范:**具有人文社会科学素养、社会责任感,能够在工程实践中理解并遵守工程职业道德和规范,履行责任。
- **9.个人和团队:**能够在多学科背景下的团队中承担个体、团队成员以及负责人的角色。
- **10.沟通:** 能够就复杂工程问题与业界同行及社会公众进行有效沟通和交流,包括撰写报告和设计文稿、陈述发言、清晰表达或回应指令。并具备一定的国际视野,能够在跨文化背景下进行沟通和交流。
- **11.项目管理:**理解并掌握工程管理原理与经济决策方法,并能在多学科环境中应用。
- **12.终身学习:**具有自主学习和终身学习的意识,有不断学习和适应发展的能力。

课程简介

本课程为电子信息工程专业本科生的学科基础课(必修)。本课程主要研究确定信号的特性, 线性时不变系统的特性, 信号通过线性时不变系统的基本分析方法, 信号与系统分析方法在工程领域的应用, 以及数字信号处理的基础知识, 为适应信息科学与技术的飞速发展及在相关专业领域的深入学习打下坚实的基础。

课程目标

- 1. 理解常用典型信号和系统模型的物理意义和数学描述 ,掌握确定信号分析及线性时不变系统分析的基本理论和 方法,能建立简单电路系统的数学模型,并对模型求解。 掌握连续信号与连续系统的时域分析、频域分析和复频域 分析方法,掌握离散信号和离散系统的时域和Z域分析方 法,以及系统的状态变量分析,为后续专业基础课和专业 课的学习打下扎实的基础。
- 2. 能够针对复杂电子信息工程问题应用信号、系统分析的基本原理及方法进行物理定性描述和数学定量计算,并通过文献研究,识别、表达、分析复杂电子信息工程问题,进行合理性、可行性论证分析,使学生具备将数学、自然科学、工程基础和专业知识用于解决通信、信号处理领域的复杂工程问题的能力。

课程对培养方案中"毕业要求"的支撑

- 1. 工程知识: 能够将数学、自然科学、工程基础和专业知识用于解决复杂通信工程、电子信息工程问题。
- 1-1能将数学知识和方法用于复杂电子信息工程问题的建模和求解。
- 2. 问题分析: 能够应用数学、自然科学和工程科学的基本原理, 识别、表达、并通过文献研究分析复杂电子信息工程问题, 以获得有效结论。
- 2-3.能运用基本原理,对复杂电子信息工程问题进行综合分析,得出合理性和可行性结论。

课程管理

- 总则: 结合工程认证的规则进行课程管理
- 课堂相关: 出勤, 纪律, 练习, 作业
- 实验相关(0.5学分,不可单独给学分)
- 考试相关(考试70%, 平时成绩30%)

学习指导

- 1.数学基础,如果此前学过<u>复变函数</u>,积分变换再来学 这门课会轻松一些,先熟悉常见变换对。
- 2.信号的三种表征方式——时域,频域,复域,不能死背公式,而要从该公式所表征信号的物理意义入手,还有这三种表征方式的联系。
- 3.在此基础上学习采样定理,把连续和离散两类信号联 系起来,还有就是调制解调基本原理,为学习通信原理 打下基础。
- 4.从理论到实践要靠Matlab仿真,这是进一步理解信号系统,通信原理到的有效手段,多参考上机的书籍,网上也有很多成熟的代码。

前导与后启

- 一、前导知识
 - 1、一元微积分学
 - 2、电路理论
 - 3、复变函数

$$4、 欧拉公式:
\begin{cases}
\cos \theta = \frac{1}{2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\
j \sin \theta = \frac{1}{2} (e^{j\theta} - e^{-j\theta})
\end{cases}$$

- 二、后启课程
 - 1、通信原理
 - 2、数字信号处理
 - 3、高频电路(通信电路)
 - 4、自动控制原理

参考书目

奥本海姆公开课:

http://open.163.com/special/opencourse/signals.html

书籍:

- 1.A.V奥本海姆著,刘树堂译《信号与系统》及其习题解答
- 2.管致中等著《信号与线性系统分析》
- 3.吴大正等著《信号与线性系统分析》
- 4.高教版,李瀚逊著《电路分析基础》(上、中、下册)
- 5.MATLAB从入门到精通(实验工具,用6.5以上版本,重要科研、工程工具)
- 6.考研的同学,针对报考学校,另外做一些习题集及往年考 研试题

信号与系统概论

§ 1.1 信号与系统

信号与系统是一对统一的概念,脱离系统的信号是没有意义的,同样,没有信号的系统也是没有意义的。

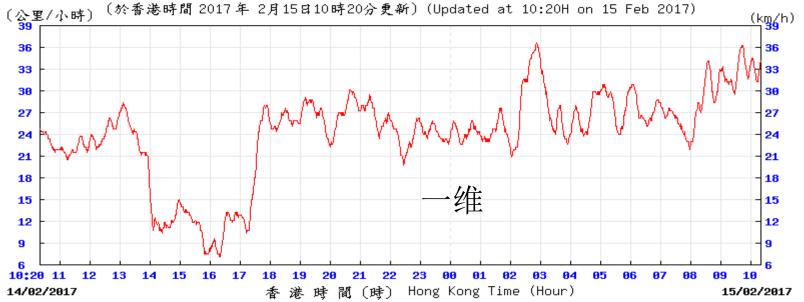




信号与系统概论

- § 1.2 信号的概念
 - 一、信号的定义 信号是随时间或空 间变化的物理量或物理 现象。





二维

信号与系统概论

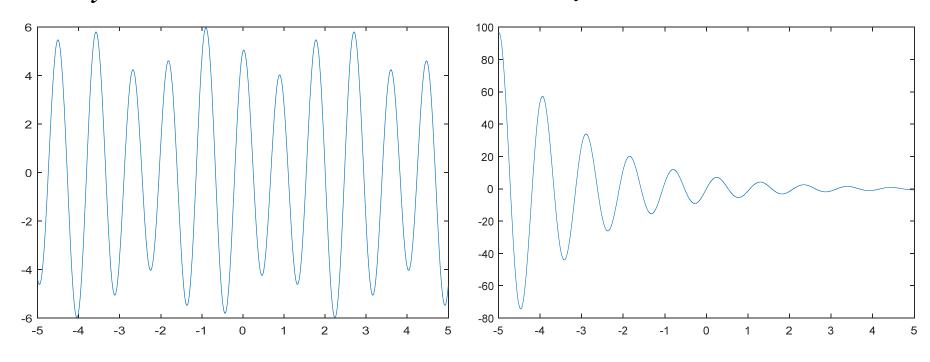
二、信号的描述

1: 函数表达式 f(t),F(S),F(Z),F(W): 精确

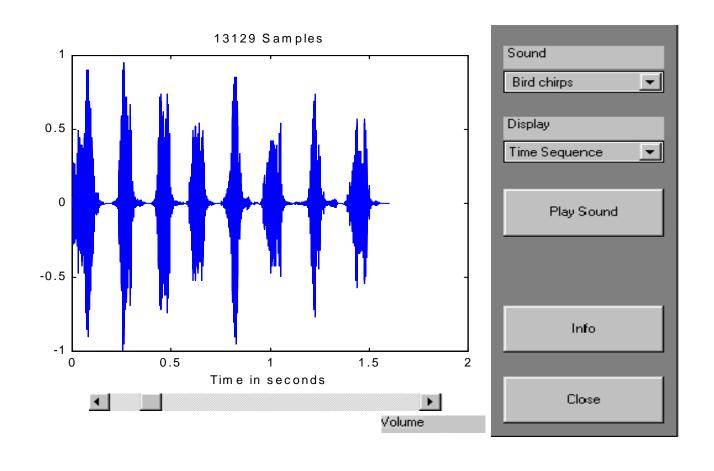
2: 函数图象: 直观

$$y = \sin 5t + 5\cos 7t$$

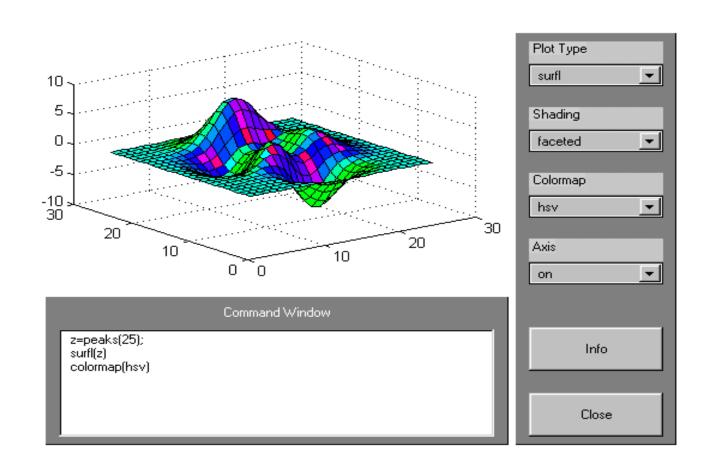
$$y = 8e^{-0.5t} \sin 6t$$



一段鸟鸣的声音的时域波形



波形的三维描述

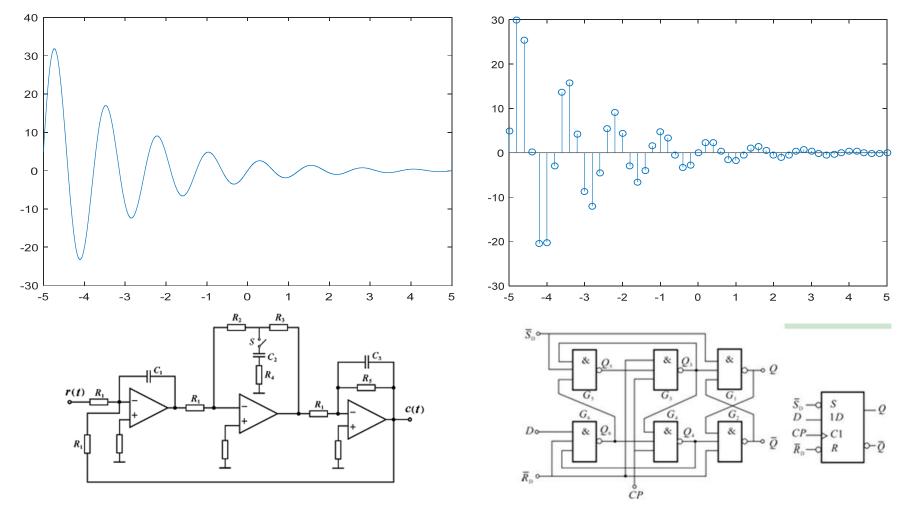


三、信号的分类

1、连续信号、离散信号

连续信号是时间上连续或仅有有限个间断点的信号。

离散信号是时间上不连续的信号,分为抽样信号和数字信号。

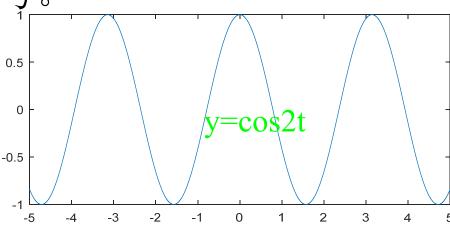


2、确定性信号与随机信号

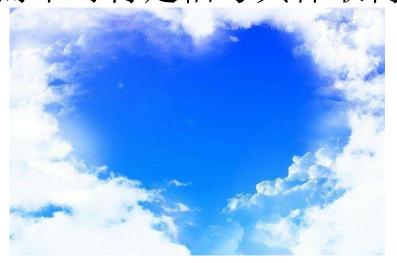
确定性信号表示成确切的时间函数,给出确切的时间值,信号大小唯一确定的信号。



太阳每天升起



随机信号指给出确切的时间,仅知信号取某值的<mark>概率</mark>, 而不可肯定信号具体取何值的信号。



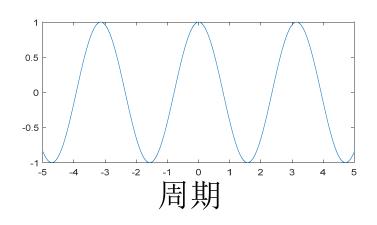
3219.59 + +1.67 (+0.05%)

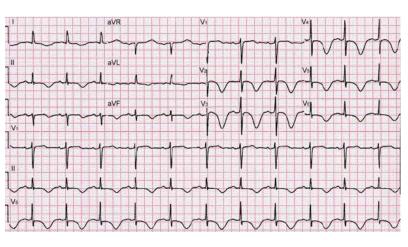
2017/02/15 11:05:45 1分钟前更新(北京时间) 3230.07



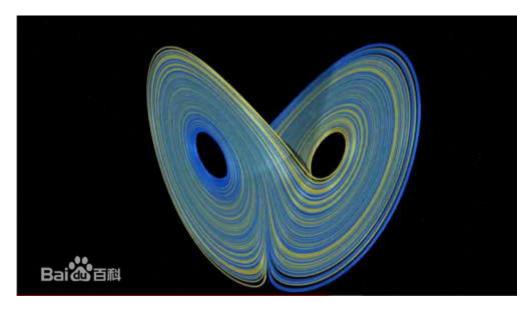
3、周期信号与非周期信号

周期信号是无始无终,周而复始的信号。(伪周期信号:混沌信号?)





伪周期



混沌

周期信号加减合成的新信号的周期性判定及其周期的求法:

A: 合成信号为周期信号的条件: 各信号周期之比为有理数

B: 新的周期为各信号周期的最小公倍数

例: 求下信号是否周期信号, 若是, 指出其周期

$$f(t)=Asin4t+Bcos7t$$
 (AB>0)

$$T_1 = \frac{\pi}{2} \qquad T_2 = \frac{2\pi}{7}$$

故两者周期之比为7:4(有理数),f(t)为周期信号

$$T=2\pi$$

(T=分子最小公倍数:分母最大公约数)

4.能量信号与功率信号

信号能量: $w = \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t) dt$ 考察过去、现在、将来

 $w < \infty$, f(t)为能量信号

w无穷,为功率信号,
$$p = \frac{w}{t}$$

例:下信号是否功率信号,若是,求p

$$f(t) = \cos 5\pi t + 2\cos 2\pi^2 t$$





功率

$$\widetilde{R} : \overline{p} = \lim_{k \to \infty} \frac{\int_{-k}^{k} f^{2}(t)dt}{2k} = \lim_{k \to \infty} \frac{10k}{4k} = 2.5(w)$$



能量

§ 1.3 信号的运算

- 1、位移、反褶与尺度
- 2、微分和积分
- 3、两信号相加或相乘

§ 1.4 阶跃信号与冲激信号(重点)

一、单位阶跃信号

$$A: \quad \boxed{\mathbb{Z} \times}: \quad u(t) = \begin{cases} 1, t > 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$$

t=0处未定义,函数跃变

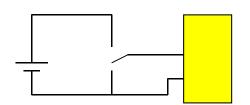
(或t=0处,规定u(0)=0.5)

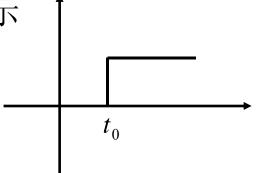
其物理意义可视为直流开关:

对该直流开关,若接入电源时间延迟至 $t = t_0$,

则模拟一个"延时的单位阶跃函数",表示

为:
$$u(t-t_0) = \begin{cases} 1, t > t_0 \\ 0, t < t_0 \end{cases}$$



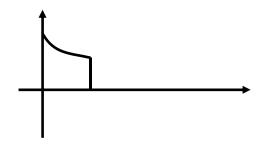


一、单位阶跃信号

B: 单位阶跃函数对其他函数的作用: 截除

如:
$$f_1(t) = (-t+1)u(t)$$
;

$$f_2(t) = e^{-t}[u(t) - u(t - t_0)]$$



$$u(t)$$
 $-t+1$
 $f_1(t)$

$$-t+1 \qquad f_1(t)$$

$$u(t)-u(t-t_0) - f_2(t)$$

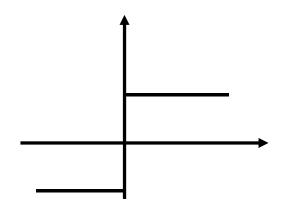
$$e^{-t} - f_2(t)$$

$$e^{-t}$$
 $t=0$ 合t= t 0分 $f_2(t)$

一、单位阶跃信号

符号函数:

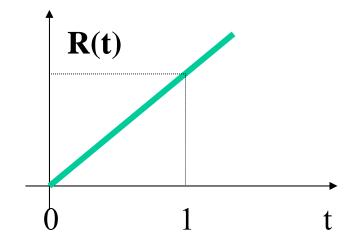
$$sgn(t) = 2u(t) - 1 = \begin{cases} 1, t > 0 \\ -1, t < 0 \end{cases}$$
$$sgn(0) = 0 或不定义$$

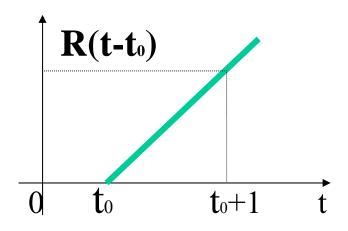


二、单位斜变信号

• 斜变信号——斜坡信号

$$t \ge 0$$
 $R(t) = t$ $t \ge t_0$ $R(t-t_0) = t - t_0$ $t < 0$ $R(t) = 0$ $t < t_0$ $R(t-t_0) = 0$





三、单位冲激信号

1、为什么引入冲击函数?

在工程实际问题中,有许多迅时物理 量不能用通常的函数形式来描述,如冲击力、 质点的质量、脉冲电压等。





对地作用力的线密度分别是多少?

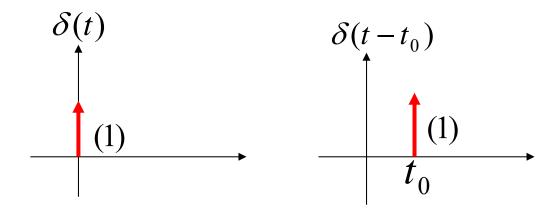
- 长度为a,质量为m 的均匀细杆放在x 轴的 [0,a] 区间上,则它的线密度函数为 $P_a(x) = \begin{cases} m/a, & 0 \le x \le a, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$
- 质量为m 的质点放置在坐标原点,则可认为它相当于细杆取 $a \rightarrow 0$ 的结果。相应地,质点的密度函数为

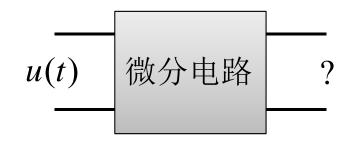
$$P(x) = \lim_{a \to 0} P_a(x) = \begin{cases} \infty, & x = 0, \\ 0, & x \neq 0. \end{cases}$$

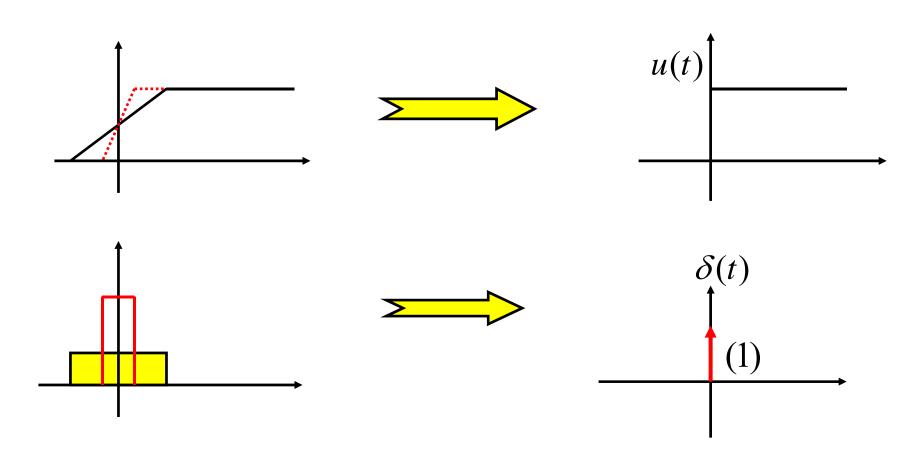
 \bullet 显然,该密度函数并没有反映出质点的任何质量信息, 还必须在此基础上附加一个条件 $\int_{-\infty}^{+\infty} P(x) dx = m$. 三、单位冲激信号(冲激信号的定义)

A: 狄拉克定义:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \\ \delta(t) = 0, t \neq 0 \end{cases}$$







B: 严格的定义: 若f(t)在t = 0时有意义,则 $\delta(t)$ 定义为:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) f(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) f(0) dt$$

$$= f(0) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = f(0)$$

由上式有:
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)dt = f(t_0)$$

照相曝光过程:

被摄物体持续变化 f(t)

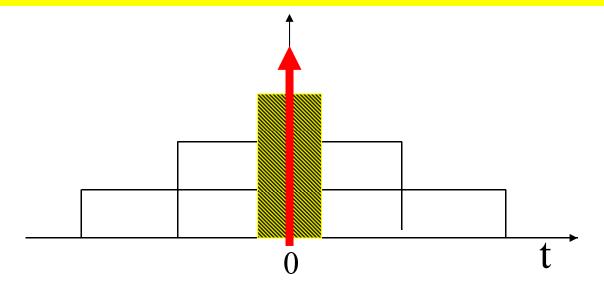
快门动作 冲激

成像 f(0)

矩形脉冲演变成冲激函数

• 定义: 矩形面积不变, 宽趋于0时的极限

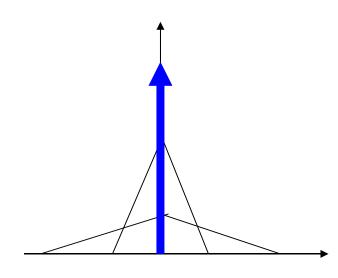
$$\delta(t) = \lim_{\tau \to 0} \frac{1}{\tau} \left[u(t + \frac{\tau}{2}) - u(t - \frac{\tau}{2}) \right]$$

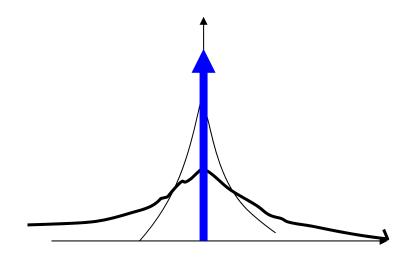


其他函数演变的冲激脉冲

• 三角脉冲的极限







$$\delta(t) = \lim_{\tau \to \infty} \left\{ \frac{1}{\tau} (1 - \frac{|t|}{\tau}) \left[u(t + \tau) - u(t - \tau) \right] \right\} \quad \delta(t) = \lim_{\tau \to \infty} \left[\frac{1}{2\tau} e^{-\frac{|t|}{\tau}} \right]$$

$$\delta(t) = \lim_{\tau \to \infty} \left[\frac{1}{2\tau} e^{-\frac{|t|}{\tau}} \right]$$

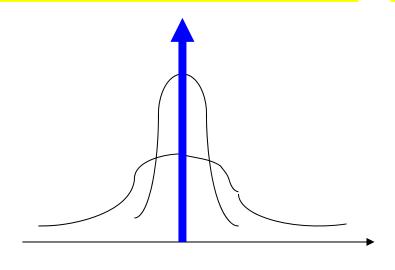
其他函数演变的冲激脉冲

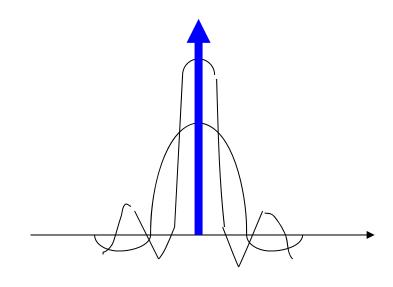
• 钟形脉冲的极限

• 抽样脉冲的极限

$$\delta(t) = \lim_{\tau \to \infty} \left[\frac{1}{\tau} e^{-\pi (\frac{t}{\tau})^2} \right]$$

$$\delta(t) = \lim_{\tau \to \infty} \left[\frac{k}{\pi} Sa(kt) \right]$$





2、冲激函数的性质

A: 冲激函数为偶函数: $\delta(t) = \delta(-t)$

证明:
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(-t)f(t)dt = \int_{+\infty}^{-\infty} \delta(\tau)f(-\tau)d(-\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau)f(0)d\tau = f(0)$$

 $\therefore \delta(t) = \delta(-t)$

能量的集聚

B: 其积分为单位阶跃函数: $\int_{-\infty}^{t} \delta(t) dt = u(t)$

同样,单位阶跃微分等于单位冲激: $\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$

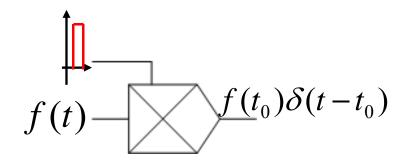
C: 抽样性: $\int_{-\infty}^{\infty} f(t+t_0)\delta(t) dt = f(t_0)$

D: 与普通函数相乘:

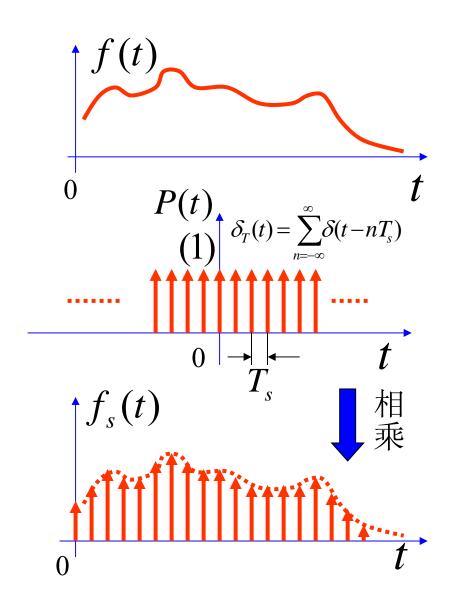
$$\delta(t - t_0) f(t) = f(t_0) \delta(t - t_0)$$

特别地:

$$\delta(t)f(t) = f(0)\delta(t)$$



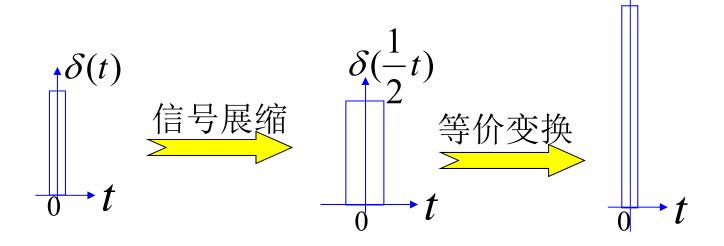
f=t0时刻合 后迅速分 f(t) $f(t_0)\delta(t-t_0)$



$$E$$
: 尺度变换: $\delta(at) = \frac{\delta(t)}{|a|}$

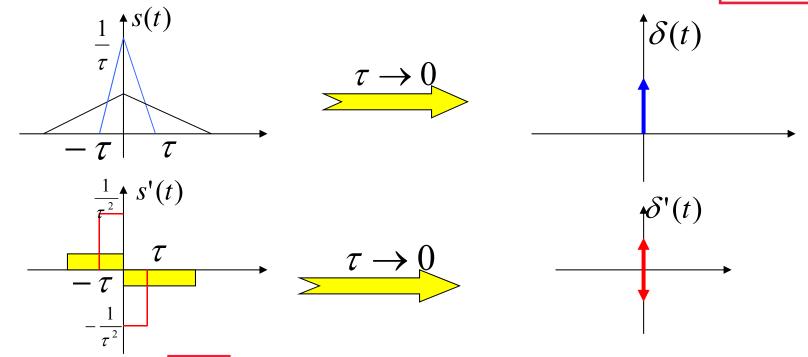
证明:
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(at) f(t) dt = \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau) f(\frac{\tau}{a}) d\tau = \frac{f(0)}{|a|}$$

$$\overrightarrow{\mathbb{m}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|a|} \delta(t) f(t) dt = \frac{f(0)}{|a|},$$
故 $\delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t)$



四、冲激偶

1、冲激函数微分将呈现正、负极性的一对冲激,称冲激偶



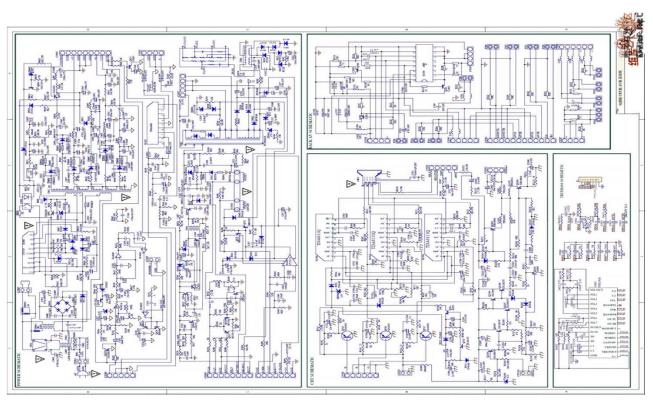
2、冲激偶的性质

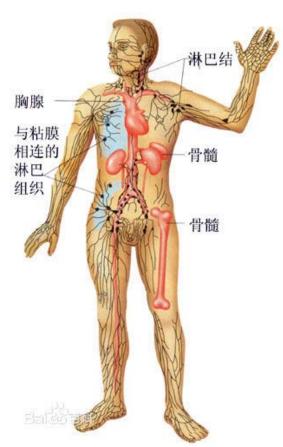
$$A: \int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) f(t) dt = -f'(0);; (\Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t - t_0) f(t) dt = -f'(t_0))$$
证明:
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) f(t) dt = f(t) \delta(t) \Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) f'(t) dt = -f'(0)$$

$$B: \int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) dt = 0; (\mathbb{E} \setminus \mathfrak{D}) \mathbb{E}[H \times \mathfrak{D}]$$

- § 1.5 信号的分解
- § 1.6 系统的概念

系统的定义:系统是一个由若干互有关联的单元组成的并有某种功能以用来达到某些特定目的的有机整体。 (系统是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。)

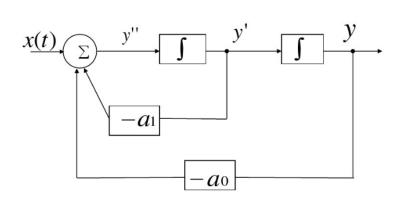


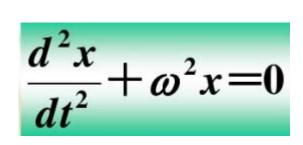


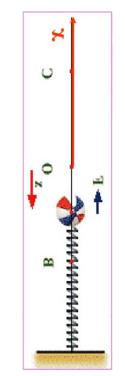
§ 1.6 系统的概念

一、系统的模型及其划分

系统模型是系统物理特性的*数学*抽象,以数学表达式或具有理想特性的符号组合图形来表征系统的特性。







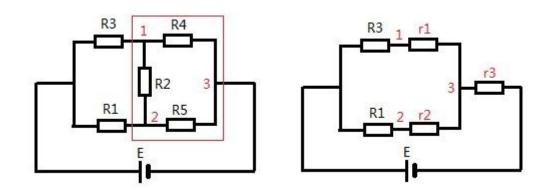
1、连续系统与离散系统

连续系统:输入输出信号均为连续信号。

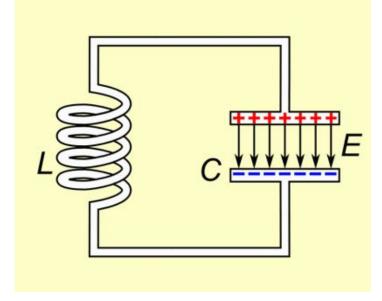
离散系统:输入输出信号均为离散信号。



2、 即时系统:输出与过去<u>无</u>关(<u>无</u>记忆),<u>代数</u>方程描述,如纯电阻网络。

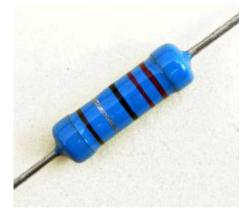


<u>动态系统</u>:输出与过去<u>有</u>关(<u>有</u>记忆),<u>微分</u>方程描述,如 LC网络



3、 <u>集总参数系统</u>: <u>仅有集总参</u>数元件组成的系统, 数学模型为<u>常</u>微分方程。

<u>分布参数系统</u>: <u>含有分布参</u>数元件组成的系统, 数学模型为偏微分方程。



$$u = RI$$
吗?

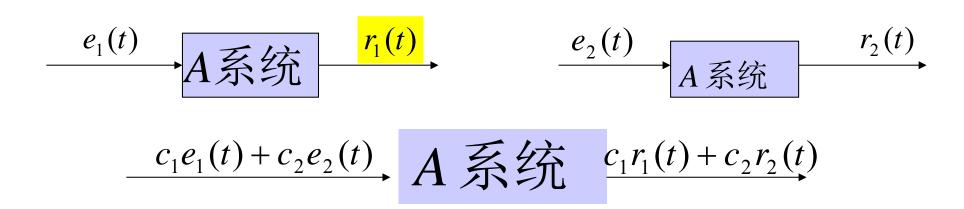
4、 线性系统: 满足叠加性与均匀性。 非线性系统: 不满足叠加性与均匀性。

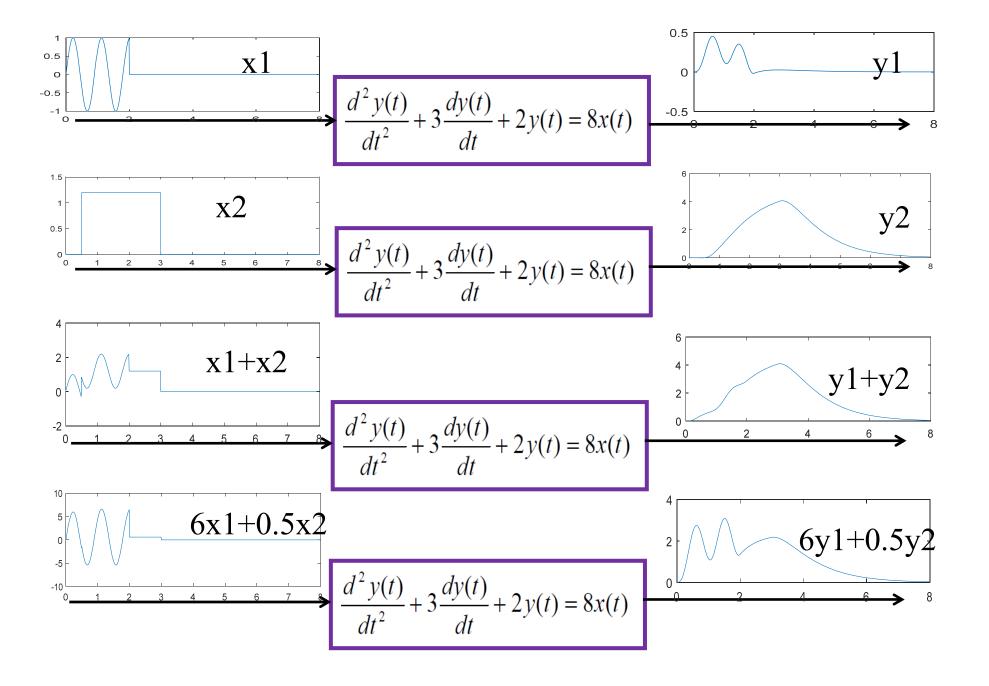
5、 时不变系统:系统的参数<u>不</u>随时间而变化。 时变系统:系统的参数随时间而变化。

- § 1.7 线性时不变系统的特性(重点) (1)
 - 1、叠加性与均匀性

叠加性:几个激励同时作用于系统时,总的输出响应等于每个激励单独作用所产生的响应之和。

均匀性: 当输入信号乘以某常数时,响应也倍乘相同常数。





§ 1.7 线性时不变系统的特性(重点) (1)

例如,某系统输入x(t)与输出y(t)的关系为: y(t)=tx(t),判定是否线性。

解:

§ 1.7 系统特性之线性(2)

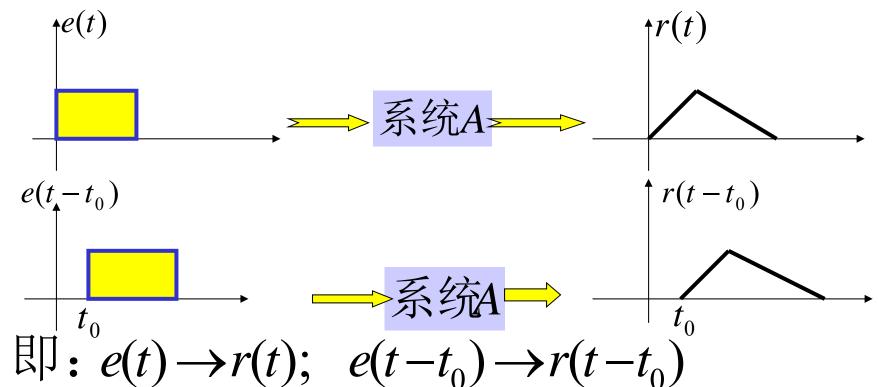
又如,某系统输入x(t)与输出y(t)满足:

$$y(t) = t^2 x^2(t)$$
; 判定系统是否线性。

注意: 用常系数线性微分方程描述的系统, 判断其是否线性时应将 外加激励信号与起始状态作用分别处理才可以得出正确的结论。

§ 1.7 系统特性之时不变性 ®

时不变性:系统响应与激励施加于系统的时刻无关。



由上两性质,有:线性时不变系统的特性:

若
$$e_1(t) \rightarrow r_1(t), e_2(t) \rightarrow r_2(t)$$

则, $k_1e_1(t-t_1)+k_2e_2(t-t_2) \rightarrow k_1r_1(t-t_1)+k_2r_2(t-t_2)$

- § 1.7 系统特性之微分特性 ⑷
- 3、微分特性:

以及:
$$\frac{d^n e(t)}{dt^n} \to \frac{d^n r(t)}{dt^n}$$
以及 $\int_0^t e(\tau)d\tau \to \int_0^t r(\tau)d\tau;...$

$$\xrightarrow{e(t)}$$
 系统 $A \xrightarrow{r(t)}$

$$e(t-\Delta t)$$
 系统A $r(t-\Delta t)$

$$e(t)-e(t-\Delta t)$$
 系统A $r(t)-r(t-\Delta t)$

$$\frac{1}{\Delta t} [e(t) - e(t - \Delta t)] \xrightarrow{\text{Λ}} \text{$\tilde{\mathcal{L}}$} [r(t) - r(t - \Delta t)]$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{e(t) - e(t - \Delta t)}{\Delta t} = \frac{de(t)}{dt} \to \lim_{\Delta t \to 0} \frac{r(t) - r(t - \Delta t)}{\Delta t} = \frac{dr(t)}{dt}$$

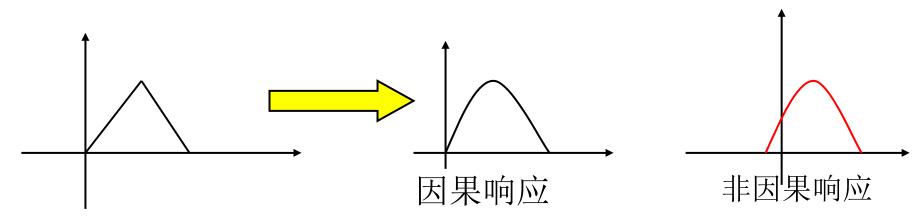
$$\xrightarrow{e'(t)} \quad \text{ if } \frac{r'(t)}{\Delta t} \to \frac{r'(t)}{\Delta t}$$

§ 1.7 系统特性之因果特性 (s)

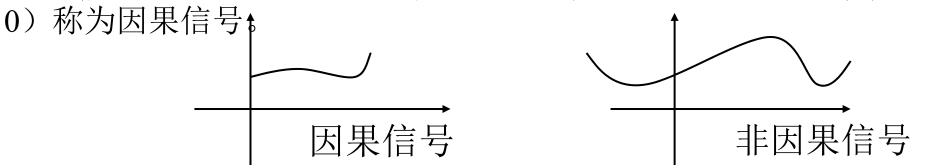
4、因果性

定义: $若t < t_0$ 时,系统的激励信号等于零,相应的输出信号在 $t < t_0$ 时也等于零,这种系统称因果系统。

因果系统没有预知未来的能力,只有加入激励后,才有响应输出。即:激励是产生响应的原因,响应是激励引起的后果。



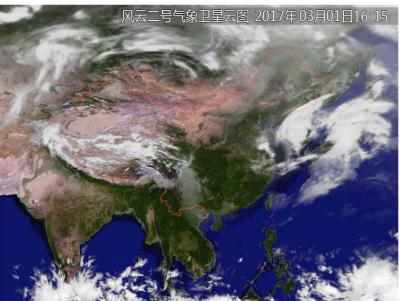
借"因果"一词,把t=0接入系统的信号(在t<0时,函数值为



因果与预测







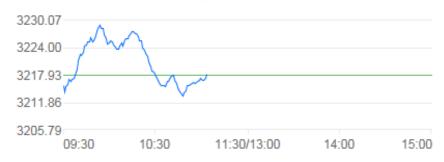
靠大数据炒股的时代来了!

2015年04月21日 09:09 作者:陈志龙 🖒 (8) 我有话说(292人参与)



3219.59 + +1.67 (+0.05%)

2017/02/15 11:05:45 1分钟前更新(北京时间)





- § 1.8 线性非时变系统的分析:
- 1、系统分析的任务
- A: 给定系统,研究系统的特性。
- B: 研究未知系统的特性(用激励——响应法)。
- 2、线性时不变系统的分析方法
- A: 建立模型方面,系统的数学描述分成两大类
 - a: 输入——输出描述法,着眼于 系统激励与响应之间的关系, 并不关心系统内部情况。
 - b: 状态变量描述法: 给出系统的响应,并提供系统内部各变量的情况。多用于复杂系统,便于计算机求解。
- B: 从系统数学模型求解方法上分,可分为两种类型:
 - a: 时域法 b: 变换域法
- 3、线性时不变系统的研究,以<u>叠加性</u>,均匀性和时不变性作 为分析一切问题的基础。时域法与变换域法并没有本质区别。 两者均为将信号分解为某种单元,以便于求解系统的响应及其他 特性。