# 第七章　离散系统的时域分析

# 第七章 离散时间系统的时域分析

*本章的重点

离散信号描述与运算

离散系统的数学模型

差分方程的初值—起始样值与初始样值

如何求差分方程的特解

离散信号卷积运算的几种求法

系统模拟

## §7.1引言

### 一. 信号的分类:

1.按时间特性
- 连续:用全体实数(t).
- 离散:用特定实数(整数t).

2.按幅值特性
- 幅度连续:
- 幅度量化:

a.量化 :时间连续 ,幅值量化
b.模拟 :时间 ,幅度都连续
(a、b:连续)

c.抽样 :时间离散 ,幅值连续
d.数字 :时间离散 ,幅值量化
(c、d:离散)

# 二连续时间系统与离散时间系统的类比

| 连续系统 | 离散系统 |
| --- | --- |
| 微分方程 | 差分方程 |
| 卷积积分 | 卷积和 |
| 拉氏变换 | Z变换 |
| 连续傅立叶变换 | 离散傅立叶变换 |
| 卷积定理 | 卷积定理 |

## 三.数字化系统的主要优点

1.易于实现大规模(LSI)集成

2.可靠性高,环境变化影响小

3.系统参数精度高

4.存储器使系统具有更加灵活的应用功能

5.易消除噪声干扰

6.易处理频率很低的信号

7.多维信号处理技术的实现日趋成熟

8.可编程技术的应用使电子系统的面貌焕然一新

# 混合系统举例

- 软件无线电 链接

## §7.2　离散时间信号（1）

### 一、序列的概念及运算律

#### 1、序列的概念

(1)离散信号的定义

定义一：仅在某些离散时刻nT(n为整数）上才有定义（确切函数值）的信号称为离散时间信号，简称离散信号，常用x(n)表示。

定义二：连续时间信号f(t)经过抽样后所得的信号通常也称为离散信号。

(2)序列：离散信号x(n)的函数值构成的一个有顺序，有规律的排列，称为序列，记为{x(n)}。一般x(n)与{x(n)}等同看待。序列是离散信号的表现形式。

#### 2、序列的运算律

（1）相加：序列中同序号的数值逐项对应相加。

$$z(n) = x(n) + y(n) + \ldots$$

## §7.2　离散时间信号（2）

（2）相乘：序列中同序号的数值逐项对应相乘。

$$z(n)=x(n)y(n)\ldots$$

（3）移序：函数序号的增减。$x(n)\xrightarrow{\text{移序}}x(n\pm k)$

增序：$x(n)\longrightarrow x(n+k)$，$k>0$为增序（向左移）

减序：$x(n)\longrightarrow x(n-k)$，$k>0$为减序（向右移）

（4）反褶：$x(n)\xrightarrow{\text{反褶}}x(-n)$

（5）尺度变换：

$$x(n)\rightarrow\begin{cases}x(an) & a>1\text{压缩}\\ x(\frac{n}{a}) & a>1\text{扩展}\end{cases}$$

(例P5)

（6）差分：相邻相减

前向差分：$\Delta x(n)=x(n+1)-x(n)$

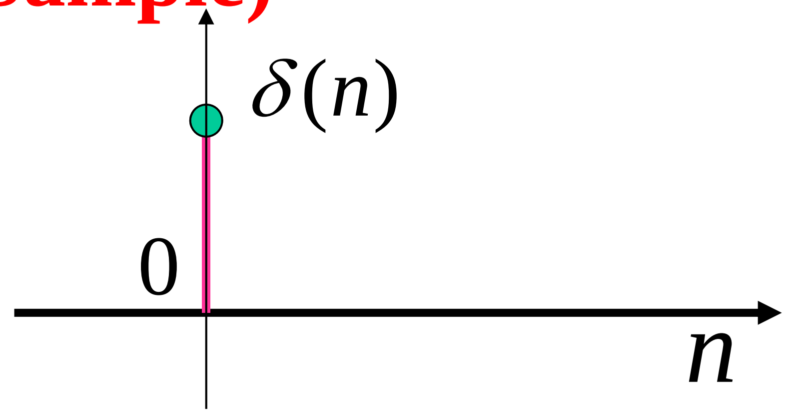
后向差分：$\nabla x(n)=x(n)-x(n-1)$

# §7.2　离散时间信号（3）

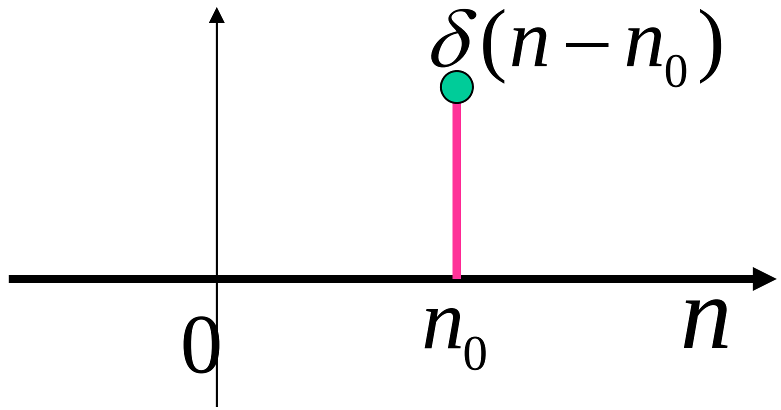
三、常用典型信号举例

- **单位样值信号（Unit Sample)**

$$\delta(n)=\begin{cases}1 & (n=0)\\ 0 & (n\neq 0)\end{cases}$$



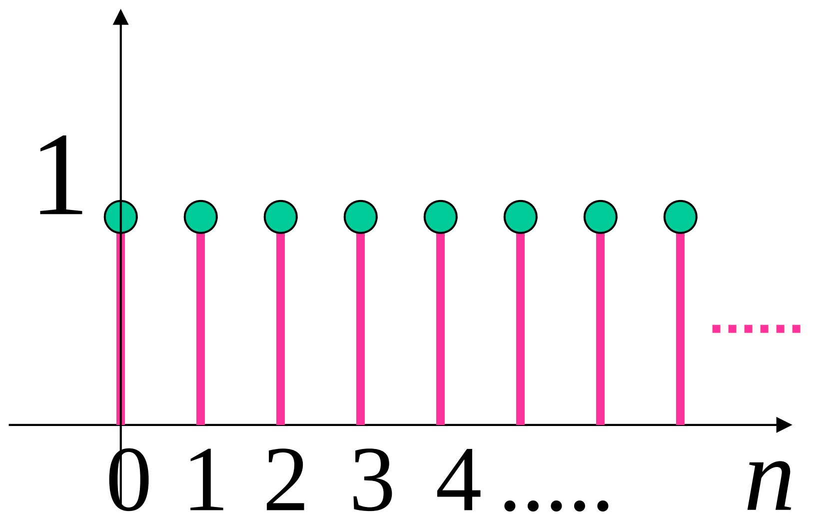

$$\delta(n-n_0)=\begin{cases}1 & (n=n_0)\\ 0 & (n\neq n_0)\end{cases}$$




与δ(***t***)得区别？

- 离散单位阶跃信号

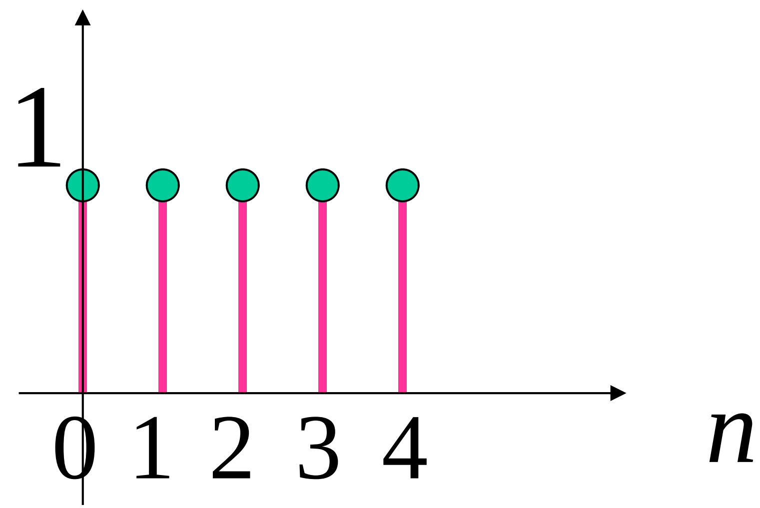
$$u(n)=\begin{cases}1 & (n\geq 0)\\ 0 & (n\neq 0)\end{cases}$$




- 离散矩形序列

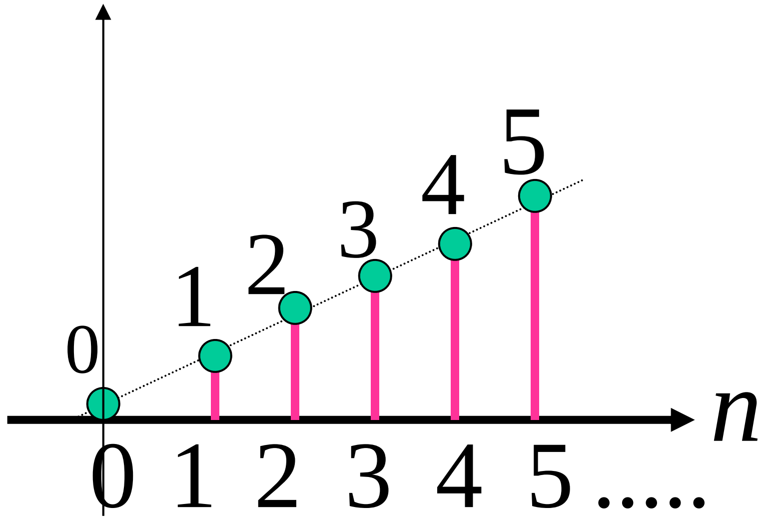
$$G_N(n)=\begin{cases}1 & (0\leq n\leq N-1)\\ 0 & (n<0\, or\, n\geq N)\end{cases}$$

$$=u(n)-u(n-n_0)$$

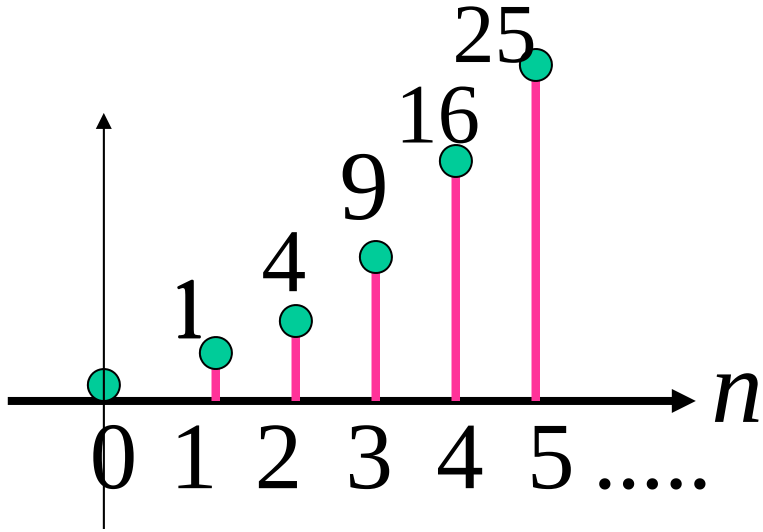


- 斜变序列

$$R(n)=nu(n)$$



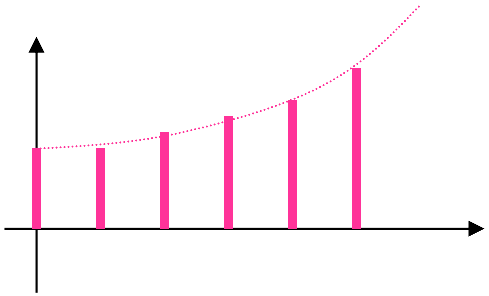

$$r(n)=n^2u(n)$$



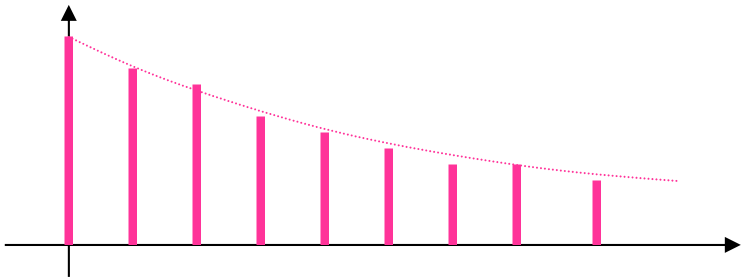
- **指数序列**

$$x(n) = a^n u(n)$$

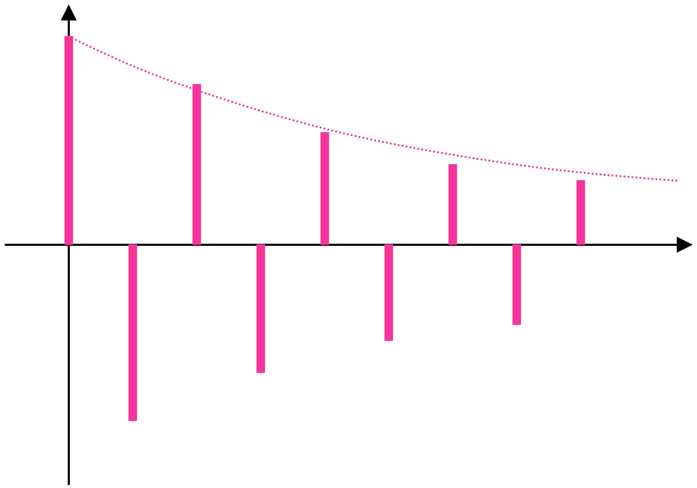
$a > 1$



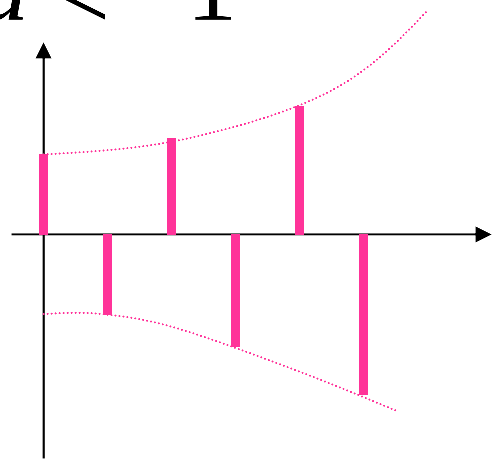
$0 < a < 1$



$-1 < a < 0$

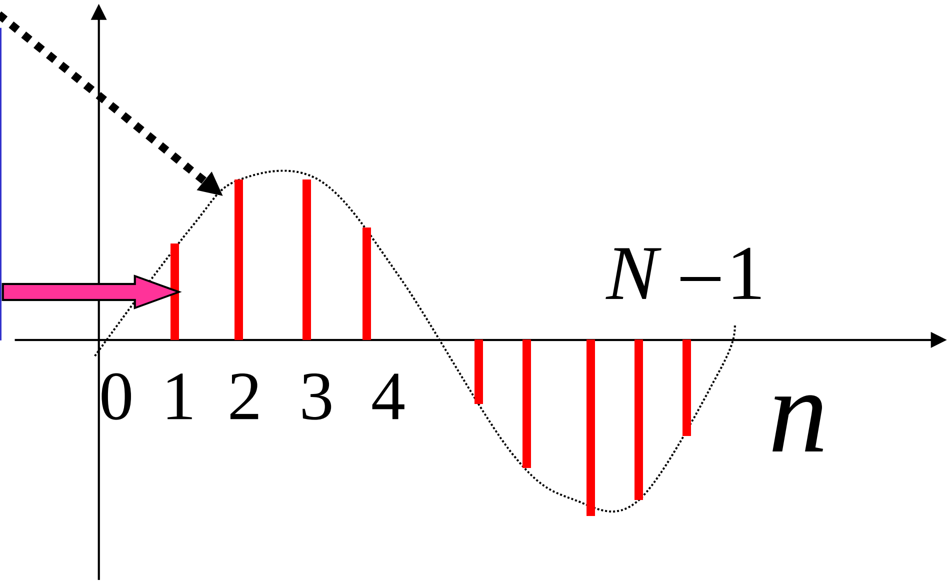


$a < -1$



- 正弦序列

$$f(t) = A\sin\Omega_0 t$$




$$\boxed{\begin{aligned} x(n) &= A\sin(\Omega_0 nT_s) \\ &= A\sin(n\omega_0) \end{aligned}}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{N} = \Omega_0 T_s = \frac{\Omega_0}{f_s}$$

$$\boxed{x(n) = A\cos n\omega_0}$$

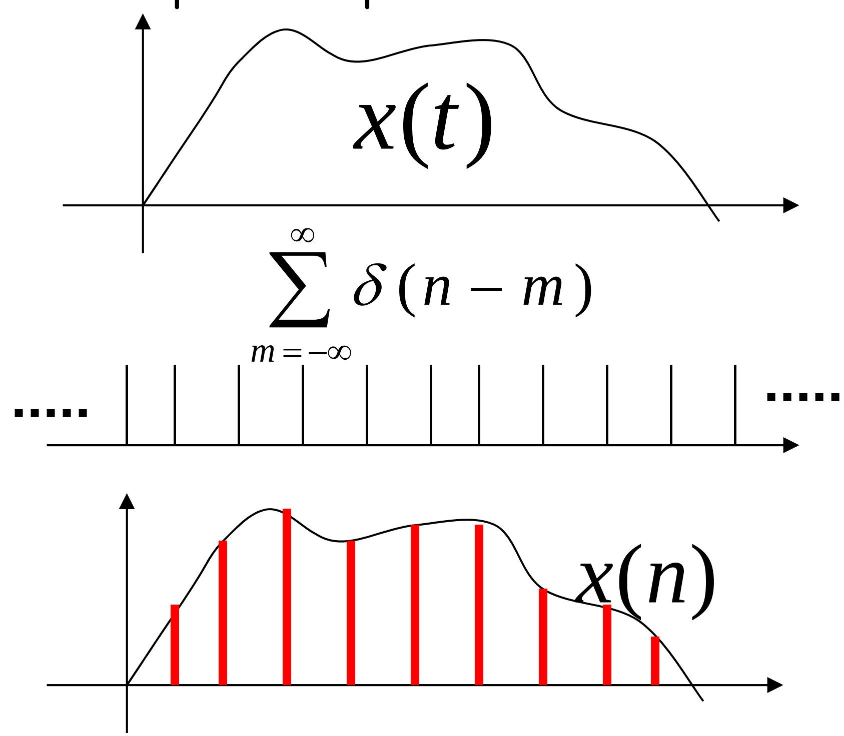
- 复指数序列

$$x(n) = A\cos n\omega_0 + jB\sin n\omega_0$$
$$= |x(n)|e^{j\arg[x(n)]} = |x(n)|e^{j(n\omega_0+\varphi)}$$

- 任意离散序列

$$x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m)$$

加权表示



# §7.3 离散时间系统数学模型

- 离散线性时不变系统
- 离散系统的数学模型
- 从常系数微分方程得到差分方程
- 已知网络结构建立离散系统数学模型

# 一、离散线性时不变系统

- 线性：

$$x_i(n) \longrightarrow \boxed{h(n)} \longrightarrow y_i(n)$$

1。可加性：$\boxed{\sum_{i=0}^{M} x_i(n)}$ ⇒ $\boxed{\sum_{i=0}^{M} y_i(n)}$

2。均匀性：$\boxed{\sum_{i=0}^{M} a_i x_i(n)}$ ⇒ $\boxed{\sum_{i=0}^{M} a_i y_i(n)}$

- 时不变性 $\boxed{x_i(n-m)}$ ⇒ $\boxed{y_i(n-m)}$

# 连续系统的数学模型

$$C_0\frac{d^n r(t)}{dt^n}+C_1\frac{d^{n-1}r(t)}{dt^{n-1}}+\ldots C_{n-1}\frac{dr(t)}{dt}+C_n r(t)$$
$$=E_0\frac{d^m e(t)}{dt^m}+E_1\frac{d^{m-1}e(t)}{dt^{m-1}}+\ldots E_{m-1}\frac{de(t)}{dt}+E_m e(t)$$

基本运算：各阶导数，系数乘，相加

# 二、离散系统的数学模型

- 输入是离散序列及其时移函数

  $x(n), x(n-1), x(n-2),....$

- 输出是离散序列及其时移函数

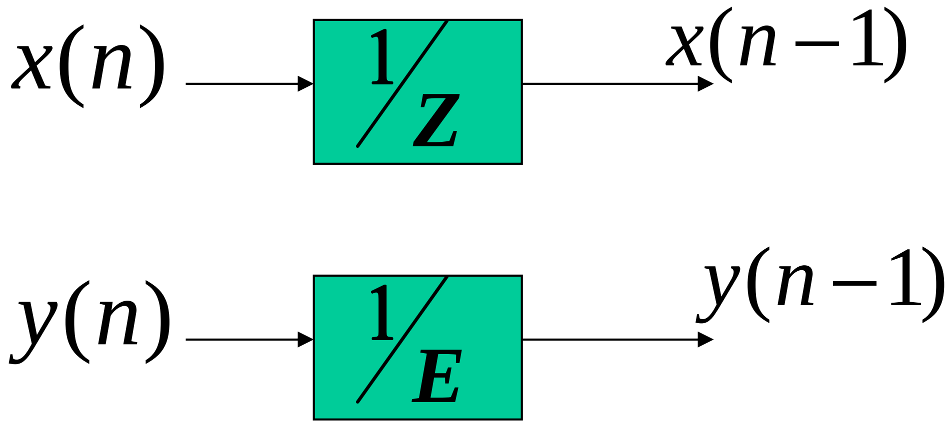
  $y(n), y(n-1), y(n-2),....$

- 系统模型是输入输出的线性组合(差分方程描述)

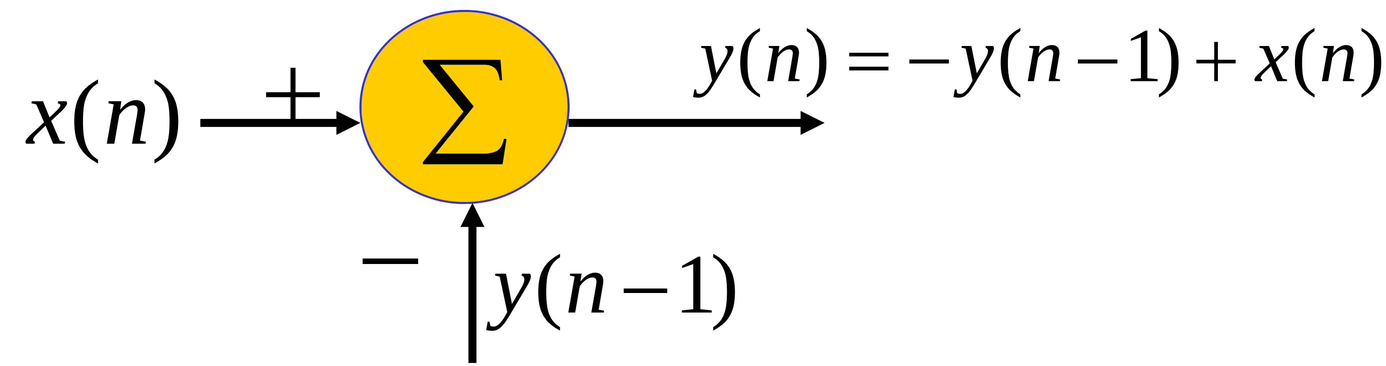
  系数乘，相加，延时单元

$$y(n) = -\sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k) + \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r)$$

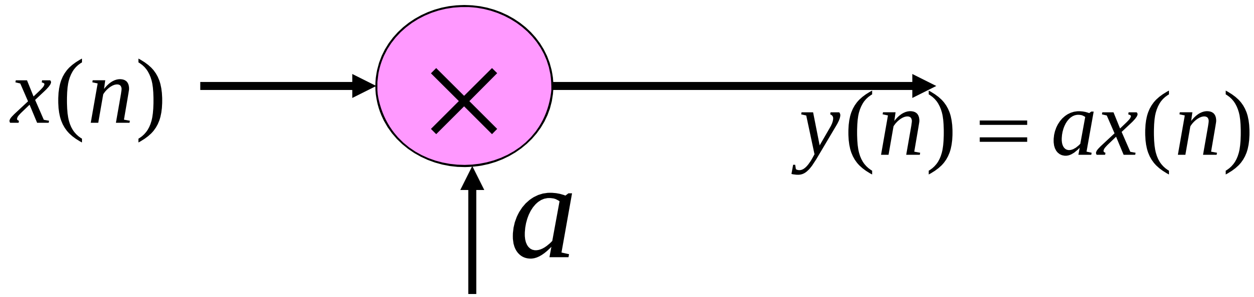
延时器




加法器

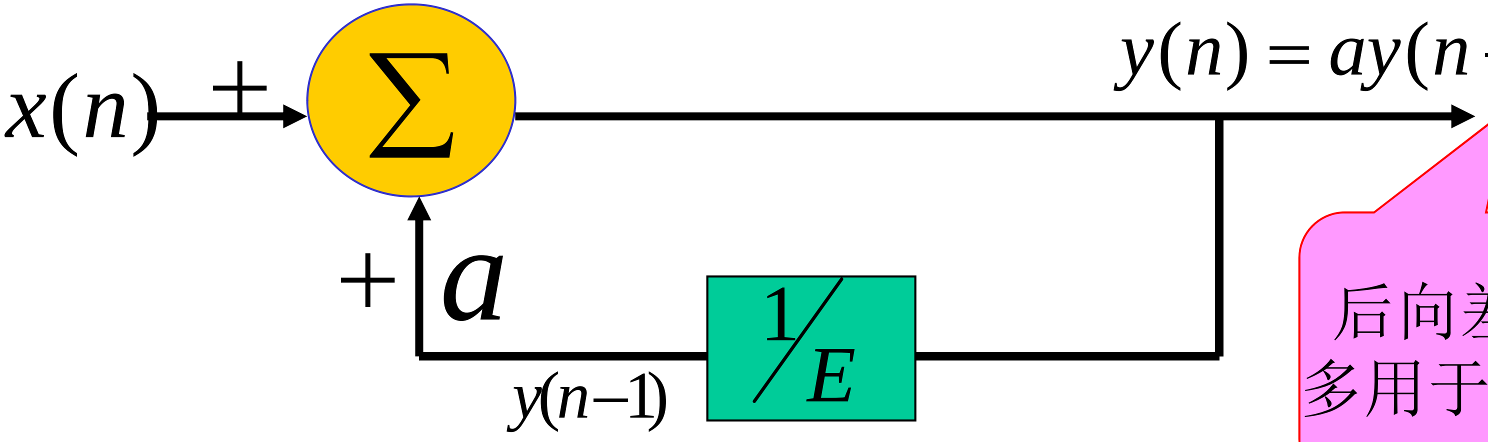



乘法器



例1：

$$y(n)=x(n)+ay(n-1)$$



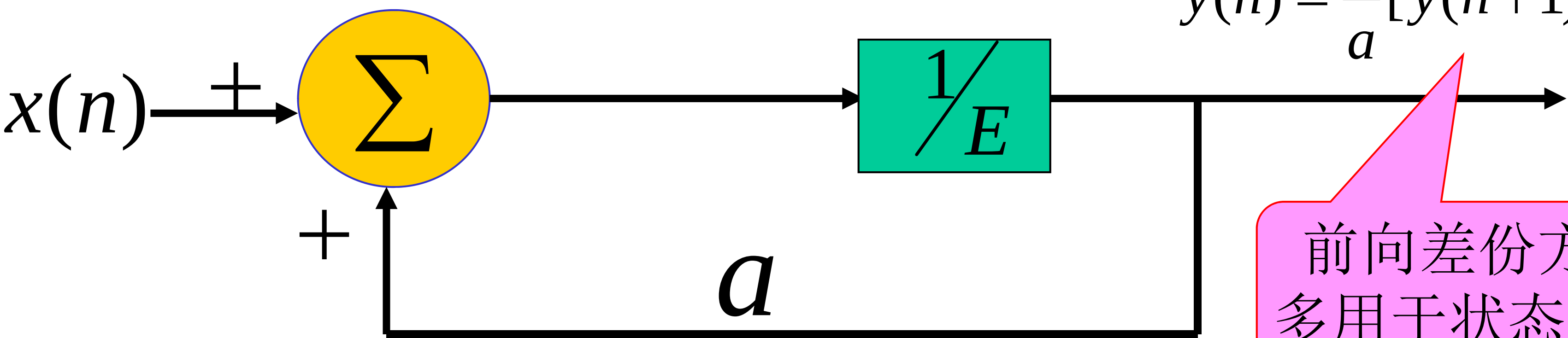

$$y(n)=ay(n-1)+x(n)$$

后向差分方程
多用于因果系统

例2：

$$y(n+1)=ay(n)+x(n)$$

$$y(n)=\frac{1}{a}[y(n+1)-x(n)]$$




前向差份方程
多用于状态方程

# 三、微分方程与差分方程的关联

## 1、数学形式上

$$一阶微分系统: y'(t) = Ay(t) + x(t) \quad ★$$

$$一阶差分系统: y(n+1) = ay(n) + x(n)$$

$$y(t)与y(n);\ x(t)与x(n);\ y'(t)与y(n+1)相当$$

## 2、由微分到差分

以周期T对连续时间函数y(t)抽样，于t=nT各点取得样值y(nT),若T足够小，则：

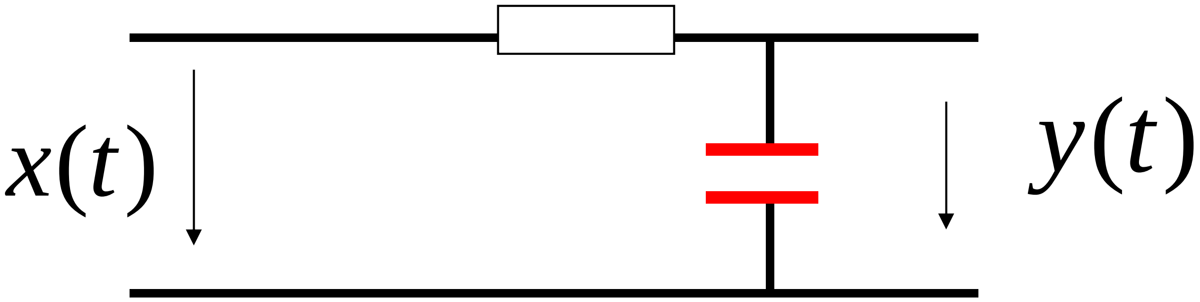
$$\frac{dy(t)}{dt} \Leftrightarrow \frac{y[(n+1)T] - y(nT)}{(n+1)T - nT} = \frac{y[(n+1)T] - y(nT)}{T}$$

由此，式 ★ 写为：

$$\frac{y(n+1) - y(n)}{T} = Ay(n) + x(n)$$

$$\therefore y(n+1) = (1 + AT)y(n) + Tx(n) --- 差分方程$$

即：微分方程在一定的条件下可由差分方程来近似。可以用差分方程近似处理微分方程的问题。




$$RC\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=x(t)$$

取近似： $y(t)\approx y(n)$ $\quad RC\frac{dy(t)}{dt}\approx\frac{RC}{T_s}[y(n+1)-y(n)]$

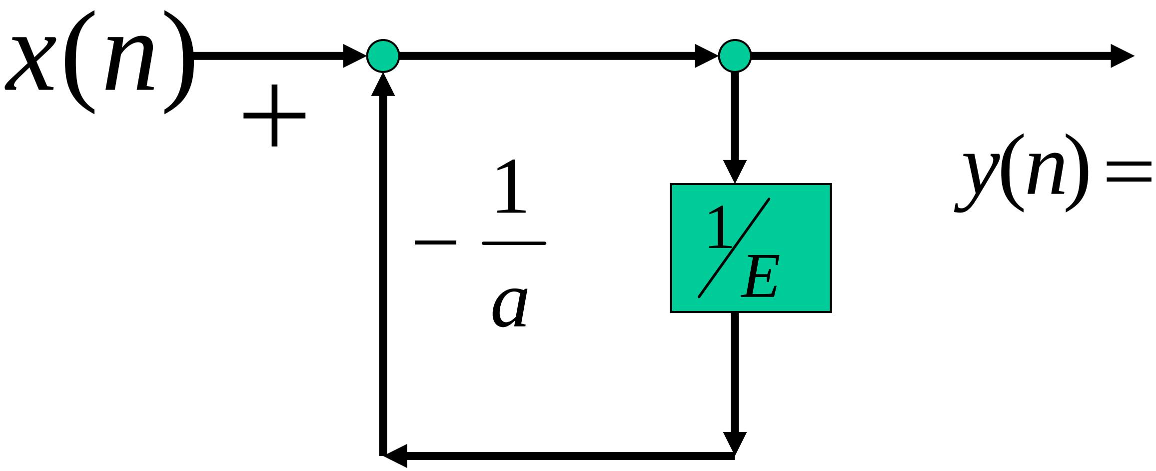
$$\frac{RC}{T_s}[y(n+1)-y(n)]+y(n)=x(n)$$

$$y(n+1)=(1-\frac{T}{RC})y(n)+\frac{T}{RC}x(n)$$

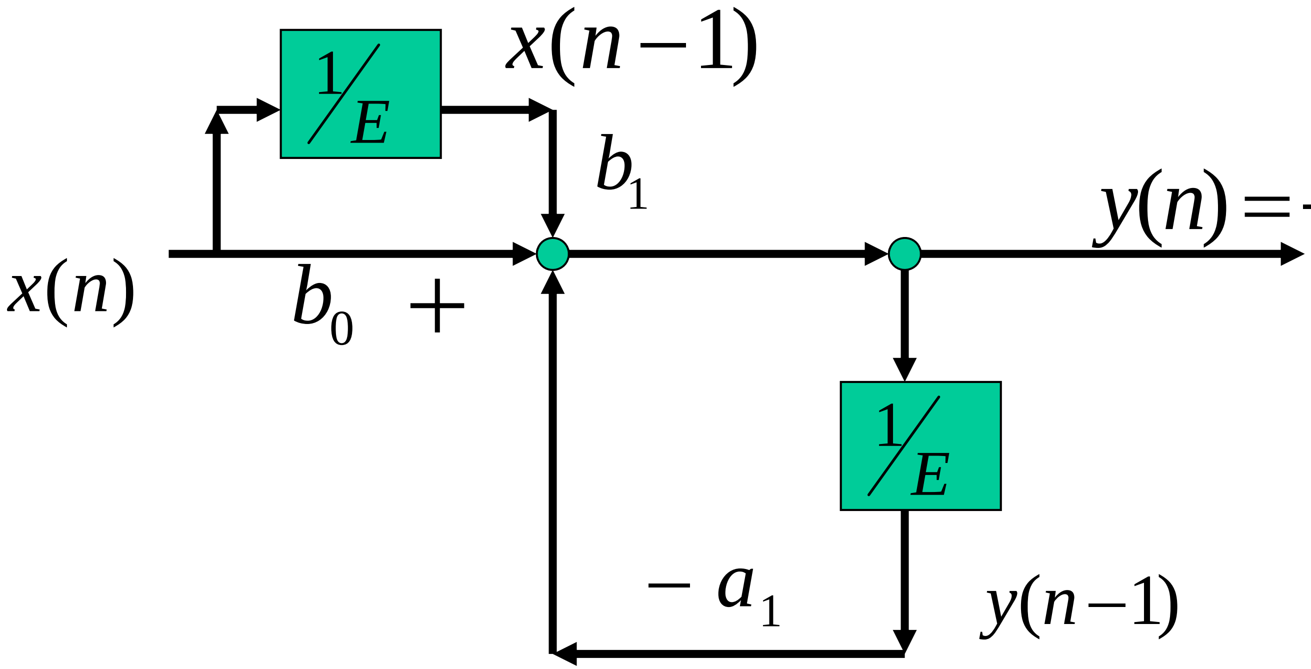
用求解差分方程的方法求出其响应y(t).便于计算机处理，但，若不采取补偿措施，必然存在误差。

## 四、已知网络结构建立离散系统数学模型

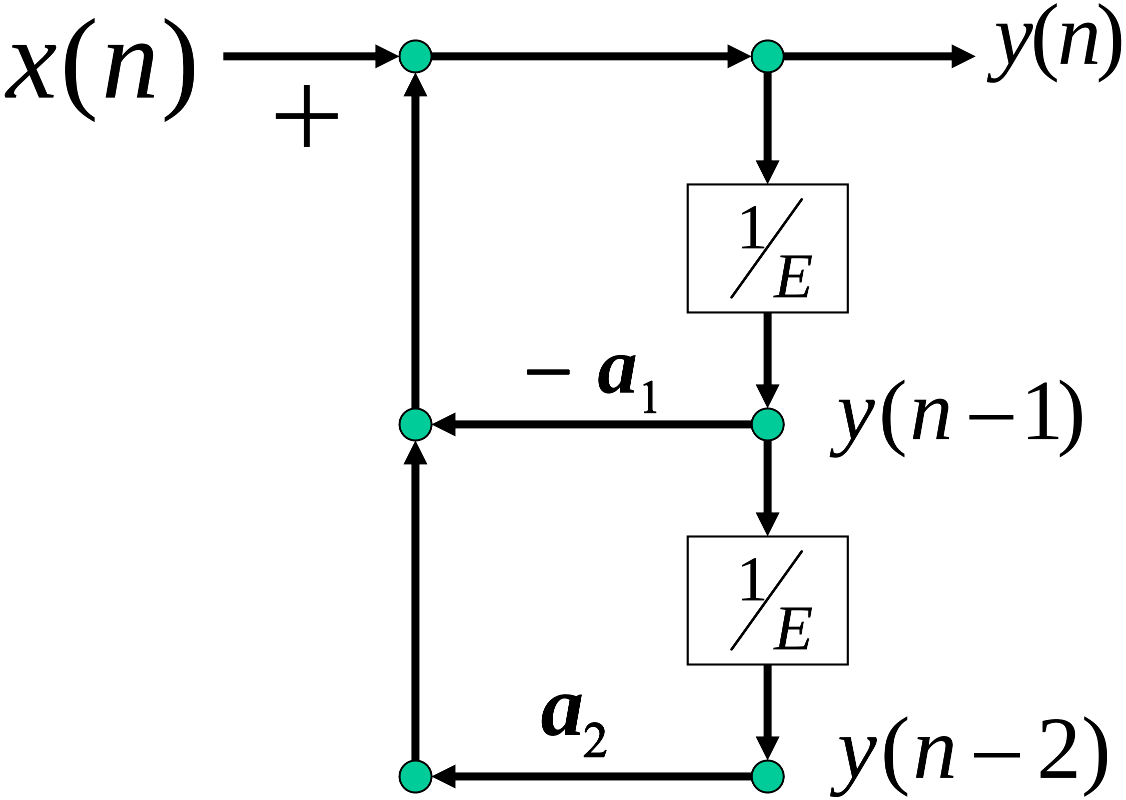
网络结构图：




$$y(n) = -\frac{1}{a}y(n-1) + x(n)$$

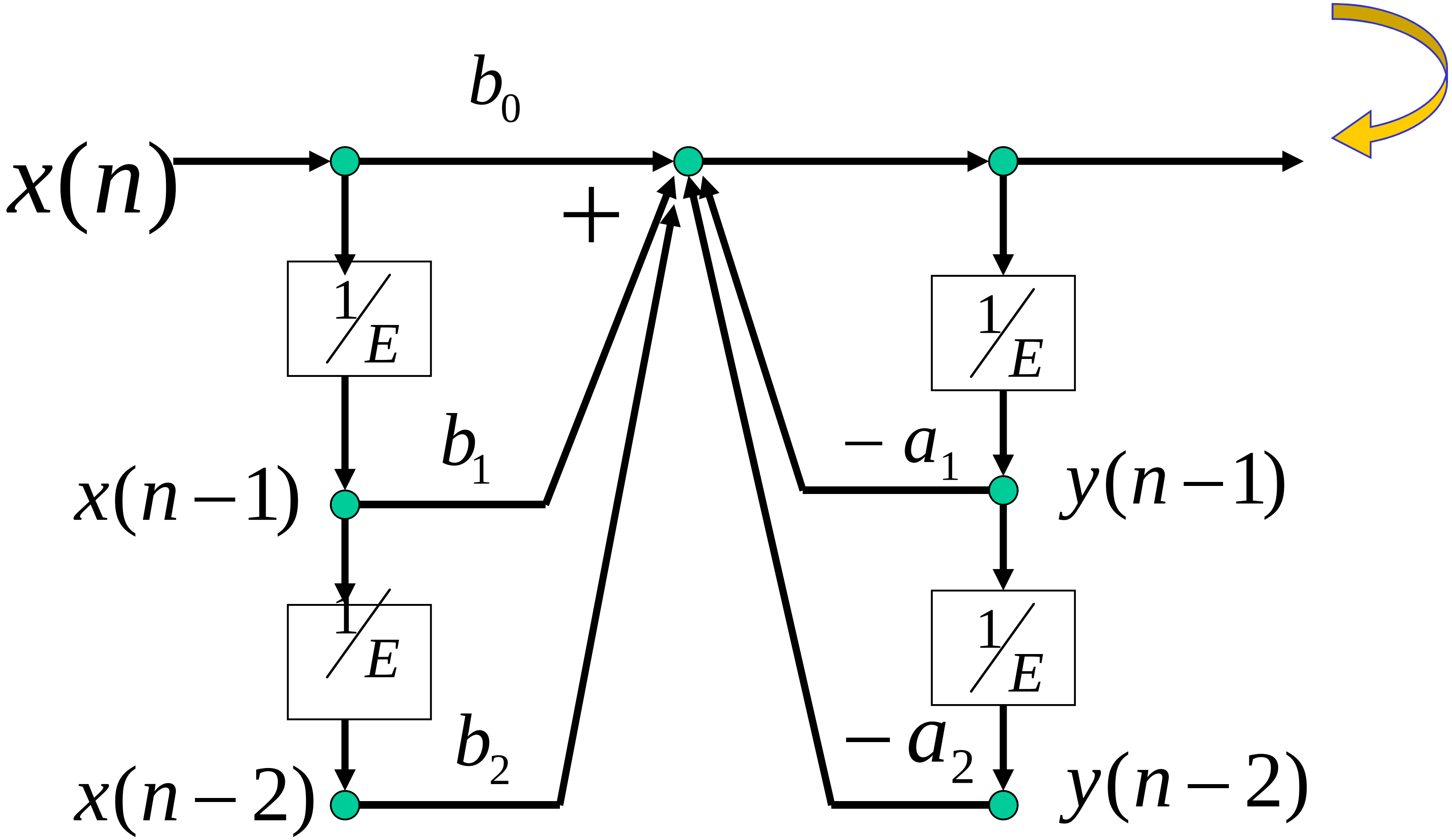



$$y(n) = -a_1 y(n-1) + b_0 x(n) + b_1 x(n-1)$$

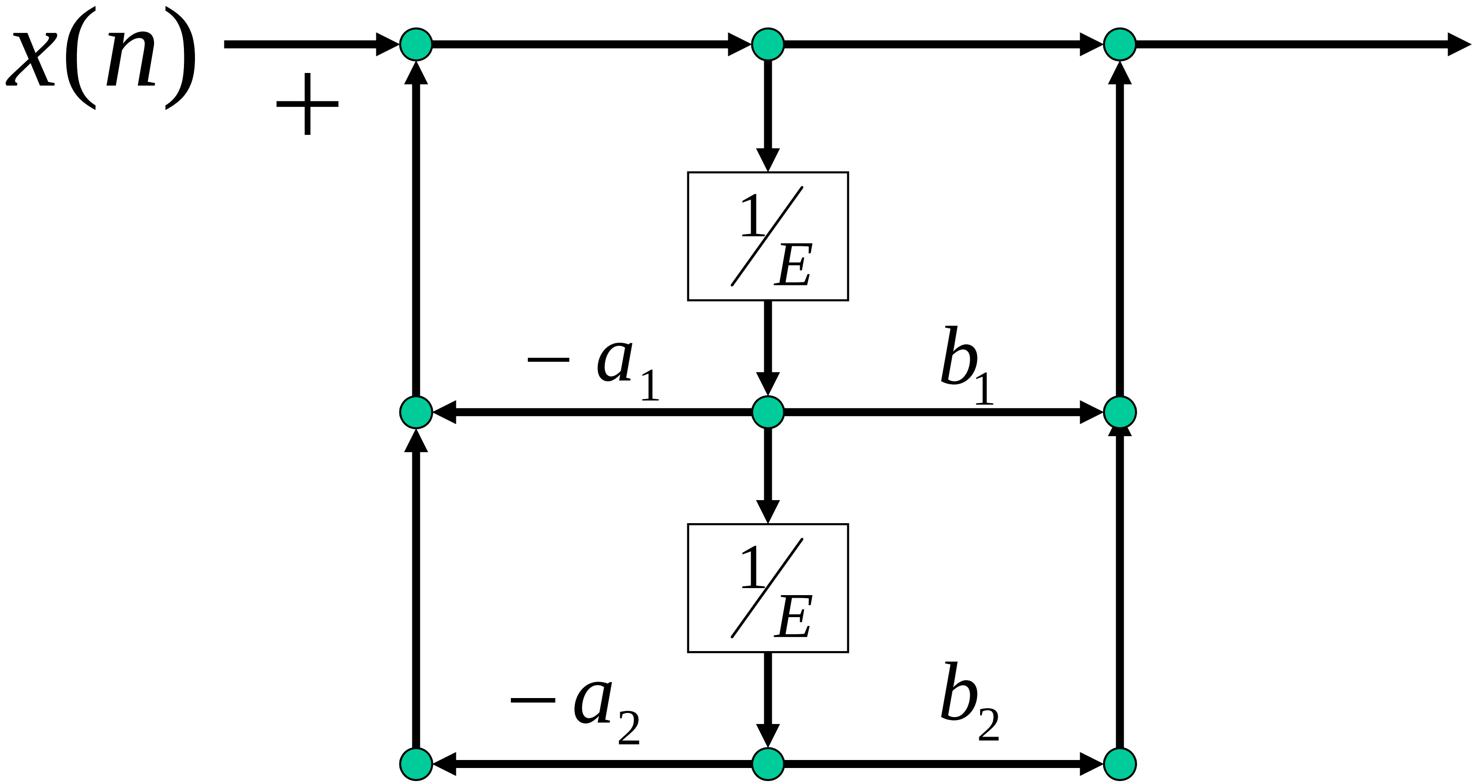



$$y(n) = -a_1 y(n-1) + a_2 y(n-2) + x(n)$$

$$y(n) = -a_1 y(n-1) - a_2 y(n-2) + b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + b_2 x(n-2)$$



$$y(n) = -a_1 y(n-1) - a_2 y(n-2) + x(n) + b_1 x(n-1) + b_2 x(n-2)$$



# §7.4　常系数差分方程的求解

- 迭代法
- 时域经典法
- 离散卷积法：利用齐次解得零输入解，再利用卷积和求零状态解。
- ★ 变换域法（Z变换法）
- 状态变量分析法

# 一、迭代法

- 当差分方程阶次较低时常用此法

$$y(n) = ay(n-1) + x(n) \qquad x(n) = \delta(n)$$

$$n = 0 \quad y(0) = ay(-1) + x(0) = 0 + \delta(n) = 1$$

$$n = 1 \quad y(1) = ay(0) + x(1) = a + 0 = a$$

$$n = 2 \quad y(2) = ay(1) + x(2) = a.a + 0 = a^2$$

$$\vdots$$

$$n = n \quad y(n) = ay(n-1) + x(n) = a^n$$

$$\therefore \quad y(n) = a^n u(n)$$

# 二、时域经典法

- 差分方程 $$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r)$$
- 特征根：$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = 0$ 有N个特征根 $\alpha_k$
- 齐次解：
  - 非重根时的齐次解 $$y(n) = \sum_{k=0}^{N} C_k \alpha_k^n$$
  - L次重根时的齐次解 $$y(n) = \sum_{k=1}^{l} C_k n^{l-k} \alpha_k^n$$
  - 共轭根时的齐次解 $$C_1(\alpha + j\beta)^n + C_2(\alpha - j\beta)^n$$

- 特解：
  - 自由项为 $n^k$ 的多项式

    则特解为 $\boldsymbol{D_1 n^k + D_2 n^{k-1} + \cdots + D_{k+1}}$
  - 自由项含有 $a^n$ 且 $a$ 不是齐次根，则特解 $Da^n$
  - 自由项含有 $a^n$ 且 $a$ 是单次齐次根，

    则特解 $(D_1 n + D_2)a^n$
  - 自由项含有 $a^n$ 且 $a$ 是**K**重齐次根

    则特解 $\boldsymbol{(D_1 n^k + D_2 n^{k-1} + \cdots + D_{k+1})a^n}$

•特解：

- 自由项为正弦或余弦表达式

  则特解为 $D(n) = D_1 \sin n\omega_0 + D_2 \cos n\omega_0$

- $n^k$ 是差分方程的特征方程的**m**次重根时，

  则特解是 $(D_1 n^k + D_2 n^{k-1} + \cdots + D_{k+1}) n^k$

- 完全解=齐次解+特解

- 代入边界条件求出待定系数$C_i$,于是

得到完全解的闭式

例：
$$y(n)+2y(n-1)=x(n)-x(n-1)$$
$$x(n)=n^2 \qquad y(-1)=-1$$

解： $\alpha=-2$ $\qquad \therefore \quad y(n)=C_1(-2)^n$ 齐次解

$$right=n^2-(n-1)^2=2n-1$$

$$y(n)=D_0 n+D_1$$ 特解的形式

$$D_0 n+D_1+2D_0(n-1)+2D_1=2n-1$$ 代入差分方程
$$3D_0 n+3D_1-2D_0=2n-1$$
$$D_0=\frac{2}{3} \qquad D_1=\frac{1}{9}$$
$$y(n)=\frac{2}{3}n+\frac{1}{9}$$ 特解

完全解=齐次解+特解 $y(n)=C_1(-2)^n+\frac{2}{3}n+\frac{1}{9}$

代入边界条件求出待定系数 $C_1$ ，

$$y(-1)=C_1(-2)^{-1}+\frac{2}{3}(-1)+\frac{1}{9}=-1$$

$$C_1=\frac{8}{9}$$

得到完全解的闭式

$$y(n)=\frac{8}{9}(-2)^n+\frac{2}{3}n+\frac{1}{9}$$

例 $y(n)+2y(n-1)+2y(n-2)=\sin\frac{n\pi}{2} \quad y(0)=1, y(-1)=0$

$$\alpha_{1,2}=-1\pm j=-\sqrt{2}e^{\mp j\frac{\pi}{4}},$$

齐次解

$$y(n)=\left(-\sqrt{2}\right)^n\left(A_1\cos\frac{n\pi}{4}+A_2\sin\frac{n\pi}{4}\right)$$

$$D(n)=D_1\sin\frac{n\pi}{2}+D_2\cos\frac{n\pi}{2}$$

$$\left(2D_2-D_1\right)\sin\frac{n\pi}{2}-\left(2D_2+D_1\right)\cos\frac{n\pi}{2}=\sin\frac{n\pi}{2} \qquad D_1=-\frac{1}{5} \quad D_2=\frac{2}{5}$$

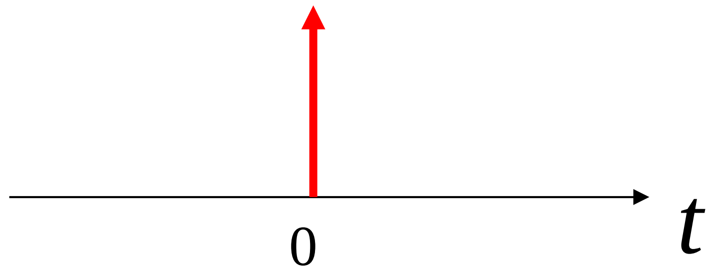
$$y(0)=1, \quad y(-1)=0, \quad \therefore A_1=\frac{3}{5} \quad A_2=\frac{1}{5}$$

$$y(n)=\left(-\sqrt{2}\right)^n\left(\frac{3}{5}\cos\frac{n\pi}{4}+\frac{1}{5}\sin\frac{n\pi}{4}\right)-\frac{1}{5}\sin\frac{n\pi}{2}+\frac{2}{5}\cos\frac{n\pi}{2}$$

# §7.5 离散系统单位样值响应

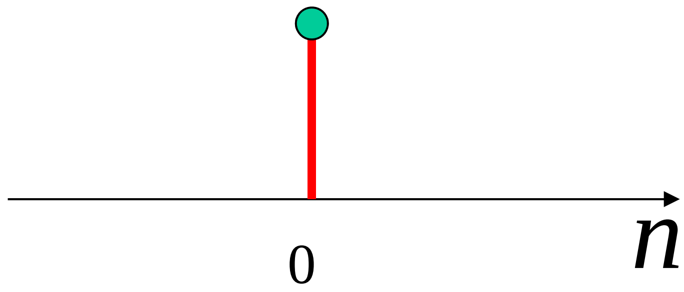
- $\delta(t)$和 $\delta(n)$ 的定义的区别
- $\delta(t)$的定义

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$$




- $\delta(n)$ 的定义

$$\delta(n)=\begin{cases}1 & n=0\\ 0 & n\neq 0\end{cases}$$



# 一、求系统单位样值响应（1）

- 一般时域经典方法求h(n)
- 将$\delta(n)$转化为起始条件，于是齐次解，即零输入解就是单位样值响应　$h(n)$。
- 在 $n=0$时，接入的激励转化为起始条件
- 在 $n\neq 0$时，接入的激励用线性时不变性来进行计算。

例 $y(n)-3y(n-1)+3y(n-2)-y(n-3)=x(n)$

三重根

$\alpha=1$

$$y(n)=(C_1n^2+C_2n+C_3)(+1)^n$$

齐次解

$$x(0)=1,\quad x(-1)=0,\quad x(-2)=0,\cdots$$

确定初始条件

$$h(0)=1,\quad h(-1)=0,\quad h(-2)=0,\cdots$$

$$C_1=\frac{1}{2}\quad C_2=\frac{3}{2}\quad C_3=1$$

$$\boxed{h(n)=\frac{1}{2}(n^2+3n+2)u(n)}$$

例 $$y(n)-5y(n-1)+6y(n-2)=x(n)-3x(n-2)$$

只考虑 $x(n)$ 激励

$$\alpha_1 = 2 \quad \alpha_2 = 3 \qquad h_1(n)=C_1 2^n + C_2 3^n$$

$$h(0)=1, \quad h(-1)=0, \cdots \qquad C_1 = -2, \quad C_2 = 3$$

$$h_1(n) = (2^{n+1} - 3^{n+1})\ u(n)$$

只考虑 $-3x(n-2)$ 激励

$$\begin{aligned} h_2(n) &= -3h_1(n-2) \\ &= -3[3^{n-1} - 2^{n-1}]u(n-2) \end{aligned}$$

利用LTI

$$\begin{aligned} h(n) &= h_1(n) + h_2(n) \\ &= (3^{n+1} - 2^{n+1})u(n) - 3(3^{n-1} - 2^{n-1})u(n-2) \end{aligned}$$

# 求系统单位样值响应（2）

- **利用已知的阶跃响应求单位冲激响应h(n)**

例：已知因果系统是一个二阶常系数差分方程，并已知当x(n)=u(n) 时的响应为：

$$g(n)=(2^n+3\times 5^n+10)u(n)$$

（1）求系统单位样值响应

（2）若系统为零状态，求此二阶差分方程

解 设此二阶系统的差分方程的一般表达式为：

$$y(n)+a_1y(n-1)+a_2y(n-2)=\sum_{r=0}^{2}b_rx(n-r)$$

$$\alpha^2+a_1\alpha+a_2=0$$

$$g(n)=(2^n+3\times5^n+10)u(n)$$

$$\because\ \delta(n)=u(n)-u(n-1)$$

由 g(n) 求h(n)

$$\therefore\ h(n)=g(n)-g(n-1)$$

$$=14\delta(n)+(\frac{1}{2}\times2^n+\frac{12}{5}\times5^n)u(n-1)$$

特征根： $\alpha_1=2\quad \alpha_2=5$

$$\alpha^2+a_1\alpha+a_2=(\alpha-2)(\alpha-5)=\alpha^2+7\alpha+10$$

$$\therefore\ a_1=-7\qquad a_2=10$$

$$h(n)-h(n-1)+10h(n-2)=b_0\delta(n)+b_1\delta(n-1)+b_2\delta(n-2)$$

$$h(n)=14\delta(n)+(\frac{1}{2}\times 2^n+\frac{12}{5}\times 5^n)u(n-1)$$

$$h(0)=14 \quad h(1)=13 \quad h(2)=62$$

$$n=0 \quad h(0)=14 \quad b_0=14$$

$$n=1 \quad h(1)=13 \quad b_1=-98+13=-85$$

$$n=2 \quad h(n)=62 \quad b_3=63-7\times 13+10\times 14=111$$

$$\boxed{\begin{aligned}\therefore\quad & y(n)-7y(n-1)+10y(n-2)\\ & =14x(n)-85x(n-1)+111x(n-2)\end{aligned}}$$

## 二、根据单位样值响应分析系统的因果性和稳定性

- 因果性：输入变化不领先于输出变化

  必要条件

  $$n < 0 \quad h(n) = 0$$

- 稳定性：输入有界则输出必定有界

  充分条件

  $$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| h(n) \right| < \infty$$

例：已知某系统的 $h(n) = a^n u(n)$

问：它是否是因果系统？是否是稳定系统？

$$n<0, u(n)=0, \therefore h(n)=a^n u(n)=0$$

是因果系统

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}|h(n)| = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a^n u(n) = \begin{cases} |a|<1 & \dfrac{1}{1-a} \\ |a|>1 & \dfrac{1-a^{n+1}}{1-a} \end{cases}$$

有界稳定

发散
不稳定

例 $$y(n)+\frac{1}{5}y(n-1)=x(n)+2x(n-1)+3x(n-2)$$

- 求系统单位样值响应 **h(n)**
- 判断系统稳定性

解： $$\alpha=-\frac{1}{5} \qquad h(n)=C(-\frac{1}{5})^n \quad n\geq 2$$

$$h(0)=1, \quad h(1)=\frac{9}{5} \quad h(2)=\frac{66}{25} \qquad C=66$$

$$h(n)=\delta(n)+\frac{9}{5}\delta(n-1)+66\left(-\frac{1}{5}\right)^n u(n-2)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left|h(n)\right|=1+\frac{9}{5}+\sum_{n=2}^{\infty}\left|66(-0.2)^n\right|<\infty$$

稳定系统

# §7.6 卷积和（1）

一、用卷积和求解离散系统的零状态响应的基本思路：将信号分解成冲激序列，然后令每个冲激函数作用于系统，再将每个冲激函数对系统的响应叠加，得到零状态响应。由于离散信号本身不连续，故求总响应时，表现为卷积和。

二、卷积和的导出：

由 $\delta(n)$的定义有： $\begin{cases} \delta(n-k)=1, n=k \\ \delta(n-k)=0, n\neq k \end{cases}$

激励信号$x(n)$可写为：

$$x(n)=\ldots+x(-1)\delta(n+1)+x(0)\delta(n)+x(1)\delta(n-1)+\ldots=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)\delta(n-m)$$

则：$$y_{zs}(n)=\ldots+x(-1)h(n+1)+x(0)h(n)+x(1)h(n-1)+\ldots=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m)$$

卷积和

于是：

$$y(n)=x(n)*h(n)=h(n)*x(n)$$

## §7.6　　卷积和（2）

三、卷积和的性质

1、卷积和满足交换律、结合律、分配律

2、卷积和求和：

$$\sum_{i=-\infty}^{k}[f_1(i)*f_2(i)]=[\sum_{i=-\infty}^{k}f_1(i)]*f_2(i)=[\sum_{i=-\infty}^{k}f_2(i)]*f_1(i)$$

3、$f(n)$与$\delta(n)$的卷积和

$$a.\ f(n)*\delta(n)=f(n) \qquad b.\ f(n)*\delta(n\pm k)=f(n\pm k)$$

$$c.\ f(n-n_1)*\delta(n-n_2)=f(n-n_1-n_2)$$

4、$f(n)$与$u(n)$的卷积和

$$a.\ f(n)*u(n)=\sum_{i=-\infty}^{n}f(i) \qquad b.\ f(n)*u(n-k)=\sum_{i=-\infty}^{n-k}f(i)=\sum_{i=-\infty}^{n}f(i-k)$$

5、$f_1(n)*f_2(n-k)=f_1(n-k)*f_2(n)$

$$f_1(n)*f_2(n+k)=f_1(n+k)*f_2(n)$$

## §7.6　卷积和（3）

### 三、卷积和的计算

#### 1、图解法

例：求 $y(n) = x(n) * h(n)$

$y(0) = 0 \times 1 = 0$

$y(1) = 1 \times 1 + 2 \times 0 = 1$

$y(2) = 2 \times 1 + 1 \times 2 + 0 \times 2 = 4$

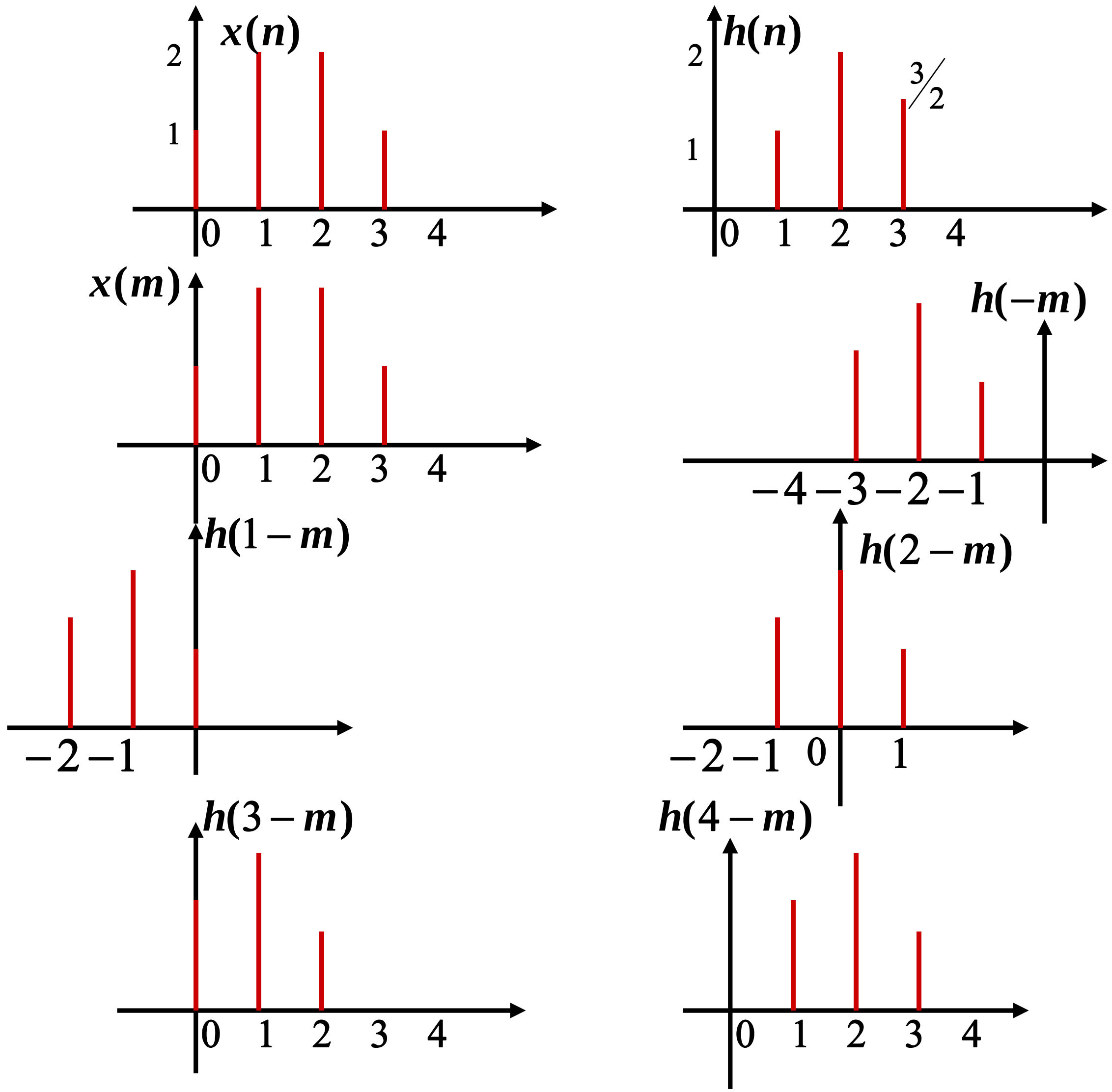
$y(3) = \frac{3}{2} \times 1 + 2 \times 2 + 1 \times 2 = \frac{15}{2}$

$y(4) = \frac{3}{2} \times 2 + 2 \times 2 + 1 \times 1 = 8$

$y(5) = \frac{3}{2} \times 2 + 2 \times 1 = 5$

$y(6) = \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$

$n > 6, y(n) = 0$



# §7.6 卷积和（4）

## 2、序列表格法

例： $x(n)=\begin{cases}3, n=0\\2, n=1\\1, n=2\\0, 其他\end{cases}$ $h(n)=\begin{cases}(\frac{1}{2})^n, 0\le n\le 5\\0, n为其他\end{cases}$ $y(n)=x(n)*h(n)$

解：用序列表格法

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{16}$ | $\frac{1}{32}$ | 0 |
| 3 | 3 | $\frac{3}{2}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{16}$ | $\frac{3}{32}$ | 0 |
| 2 | 2 | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{16}$ | 0 |
| 1 | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{16}$ | $\frac{1}{32}$ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$y(0)=3$

$y(1)=2+\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$

$y(2)=1+1+\frac{3}{4}=\frac{11}{4}$

$y(3)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{3}{8}=\frac{11}{8}$

$y(4)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{3}{16}=\frac{11}{16}$

$y(5)=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{3}{32}=\frac{11}{32}$

$y(6)=\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=\frac{1}{8}$

$y(7)=0+\frac{1}{32}=\frac{1}{32}$

上两种运算不可得出闭式解

## §7.6 卷积和（5）

3、解析法

1中例：$x(n)=\delta(n)+2\delta(n-1)+2\delta(n-2)+\delta(n-3)$

$$h(n)=\delta(n-1)+2\delta(n-2)+\frac{3}{2}\delta(n-3)$$

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m)=x(n)*h(n)$$

$$y(n)=[\delta(n)+2\delta(n-1)+2\delta(n-2)+\delta(n-3)]*[\delta(n-1)+2\delta(n-2)+\frac{3}{2}\delta(n-3)]$$

$$=\delta(n-1)+4\delta(n-2)+\frac{15}{2}\delta(n-3)+8\delta(n-4)+5\delta(n-5)+\frac{3}{2}\delta(n-6)$$

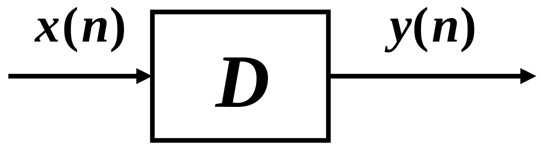
## §7.7 解卷积（略）

# §7.6　离散时间系统的模拟（1）

一、基本的运算部件：加法器、标量乘法器、延时器。

其中加法器、标量乘法器与连续时间系统相同。

延时器：时间上向后移序的器件，将输入信号延迟一个时间“T”,它是一个具有记忆的系统单元。

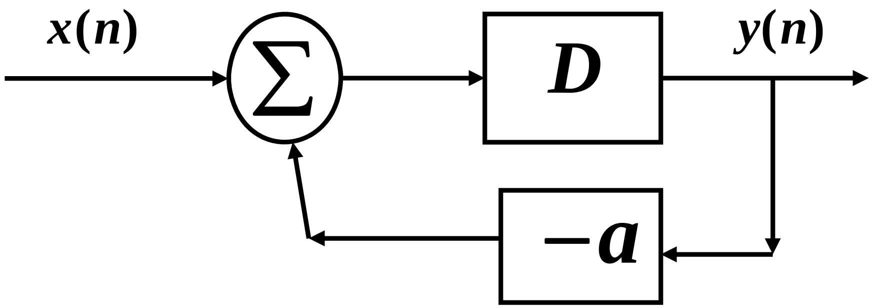



$$y(n)=x(n-1)$$

二、系统的模拟

1、一阶差分系统：$y(n+1)+ay(n)=x(n)$

由上方程有：$y(n+1)=-ay(n)+x(n)$



## §7.8　离散时间系统的模拟（2）

2、一般的差分系统：

$$y(n+k)+a_{k-1}y(n+k-1)+\ldots+a_0y(n)=b_mx(n+m)+b_{m-1}x(n+m-1)+\ldots+b_0x(n)$$

令：$q(n+k)+a_{k-1}q(n+k-1)+\ldots+a_0q(n)=x(n)$

有：$y(n)=b_mq(n+m)+b_{m-1}q(n+m-1)+\ldots+b_0q(n)$