- 磁场中的电子（泡利顺磁性）

外磁场 $\vec{B}$ 中的电子：

$$E_{spin} = \mu_B B \sigma \rightarrow \sigma = \begin{cases} +1. & |\uparrow\rangle \\ -1. & |\downarrow\rangle \end{cases}$$

↓ 玻尔磁子. $\mu_B = \frac{|e|\hbar}{2m_e}$

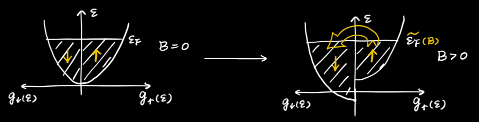
$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + \mu_B B \sigma$$

态密度

$$g(\varepsilon) = \frac{2\pi g V}{h^3}(2m)^{3/2}\varepsilon^{1/2},$$ 对于电子 $g=2$（自旋）

$$\Rightarrow g_\uparrow(\varepsilon) = g_\downarrow(\varepsilon) = \frac{2\pi V}{h^3}(2m)^{3/2}\varepsilon^{1/2}.$$

零温时：



$$N_\pm = \frac{4\pi V}{3h^3}(2m)^{3/2}\varepsilon_F^{3/2} \longrightarrow N_\downarrow - N_\uparrow = \frac{4\pi V}{3h^3}(2m)^{3/2}\left[(\tilde{\varepsilon}_F+\mu_B B)^{3/2} - (\tilde{\varepsilon}_F - \mu_B B)^{3/2}\right]$$

总粒子数：

$$N = \frac{4\pi V}{3h^3}(2m)^{3/2}(\varepsilon_F^{3/2}+\varepsilon_F^{3/2})$$

$$= \frac{4\pi V}{3h^3}(2m)^{3/2}\left[(\tilde{\varepsilon}_F+\mu_B B)^{3/2} + (\tilde{\varepsilon}_F-\mu_B B)^{3/2}\right] \Rightarrow \delta\varepsilon_F \simeq \left(\frac{\mu_B B}{\varepsilon_F}\right)^2.$$

$\mu_B \sim 10^{-5}\,eV/T$. $\mu_B B \simeq 10^{-5}\,eV$（取弱磁场）. $\varepsilon_F \simeq 1\,eV$ （$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{6\pi^2 n}{g}\right)^{2/3}$. $n \simeq 10^{30}\,m^{-3}$）

$$\frac{\mu_B B}{\varepsilon_F} \simeq 10^{-5} \ll 1.$$

故 ε_F 的变化可以忽略.

$$N_\downarrow - N_\uparrow = \frac{4\pi V}{3h^3}(2m)^{3/2}\left[(\varepsilon_F+\mu_B B)^{3/2} - (\varepsilon_F-\mu_B B)^{3/2}\right]$$

$$\simeq \frac{4\pi V}{3h^3}(2m)^{3/2}\varepsilon_F^{3/2}\cdot\frac{3}{2}\cdot 2\frac{\mu_B B}{\varepsilon_F}$$

$$= \frac{4\pi V}{h^3}(2m)^{3/2}\varepsilon_F^{1/2}\cdot(\mu_B B) = g(\varepsilon_F)\cdot(\mu_B B).$$

磁矩

$$M = \mu_B(N_\downarrow - N_\uparrow) = g(\varepsilon_F)\mu_B^2 B.$$ 只有费米面附近的电子才会被改变自旋！

磁化率

$$\chi_p = \left.\frac{\partial M}{\partial B}\right|_{B=0} = g(\varepsilon_F)\mu_B^2.$$

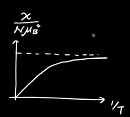
↳ 线性响应

(1) $\chi_p > 0$，顺磁

(2) $T \to 0$ 时，χ_p 趋于有限值.

(3) $T \to \infty$ 时 $\chi_c = \frac{\mu_B^2 N}{k_B T}$.（居里定律）

（导一下）



有限温：

$$e^{\beta(\varepsilon-\mu+\mu_B B\sigma)} \Rightarrow z^{-1} \to z^{-1}e^{\mu_B B\sigma}.$$

$$\chi(T) \simeq \chi(0)\left[1 - \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{k_B T}{\varepsilon_F}\right)^2\right]$$ （作业）

- 朗道抗磁性

电子轨道运动与 B 耦合

$$H = \frac{1}{2m}(\vec{p}+e\vec{A})^2.$$

经典物理中没有磁性.

量子：朗道能级

$$E_n = (n+\tfrac{1}{2})\hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}.$$ $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$，回旋频率. 简并度 $deg = \frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{B\cdot A}{h/e}$

↳ 有效质量

计算配分函数（略），得到

$$\chi_L = -\frac{1}{3}\chi_p = -\frac{1}{3}g(\varepsilon_F)\tilde{\mu}_B^2 < 0.$$

多格系统：

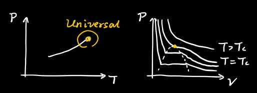
$\chi_L = -\frac{1}{3} g(\varepsilon_F) \left(\frac{m}{m^*}\right)^2 \mu_B^2$. 有时会有 $\left(\frac{m}{m^*}\right)$ 较大的情况 → 抗磁.

V 相变与临界现象

相变：热力学函数的非解析性.

只在热力学极限下出现！（李-杨的相变理论）

回顾 - 气液相变



临界指数：临界点附近的行为. 普适类.

(1) 序参量，$T \to T_c^-$ ： $(v_g - v_l) \sim (T_c - T)^{\beta}$

(2) 等温线，$T = T_c$ ： $(v - v_c) \sim (p - p_c)^{\frac{1}{\delta}}$.

(3) 响应函数，$T \to T_c^+$ ： $\kappa_T \sim (T - T_c)^{-\gamma}$.

范德瓦耳斯 ： $\beta = \frac{1}{2}$ $\delta = 3$ $\gamma = 1$

实验 ： $\beta \simeq 0.32$. $\delta = 4.8$. $\gamma = 1.2$.

长距系统：平均场理论.