光学 cheating paper
2200011650 仇是

北京大学 PEKING UNIVERSITY

第一章. 电磁理论及光态波. ※ $\lambda=\frac{c}{f}$, $f=\frac{c}{\lambda}$

平面电磁波 $\vec{E}(r,t)=\vec{E_0}\cos(\omega t-k\cdot r+\varphi_E)$.

$\vec{H}(r,t)=\vec{H_0}\cos(\omega t-kr+\varphi_H)$. k(波矢) $=\sqrt{\varepsilon\mu}\cdot\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,\omega$

$\omega dt=kdr \Rightarrow v=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$, $n=\sqrt{\varepsilon\mu}$, $k=\frac{2\pi}{\lambda}$

※ n 可为负 (超材料材料 隐身 透镜);

$\sqrt{\mu\mu_0}H_0=\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E_0$. $\varphi_H=\varphi_E$. 两两正交 // $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$

$I=\bar{S}=\frac{1}{2}E_0H_0=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}E_0^2\propto E_0^2$

※ 光与物质只有 $\vec{E}$ 起作用 $\left(\frac{q\cdot v\times B}{q\cdot E}=\frac{v}{c}\sim10^{-5}\right)$. 取 $\vec{E}$. $\vec{k}$ 为偏振面.

几种偏振态: ① 线偏振光. 分解为 E_{0x} 与 E_{0y}. $E'=E\cos(\omega t-kr)$ ← 对应方向

② 圆/椭圆. $E_x=E_{0x}\cos(\omega t-kr)$, $E_y=E_{0y}\cos(\omega t-kr+\Delta\varphi)$.

$\begin{cases}\Delta\varphi=\frac{\pi}{2}/\frac{3\pi}{2}\\E_{0x}=E_{0y}\end{cases}$ 时为圆偏振光; 其他除 $k\pi$ 外为椭圆偏振光

③ 自然/部分偏振光: 表达式同上. 自然光 $I_x=I_y$; 部分则不等.

起偏原理 ~ 导电线栅. 理想条件下自然光 $I'=\frac{1}{2}I_0$ (除了/圆一样)

马吕斯定律: $I=I_0\cos^2\alpha$

$\theta_0=\arccos\frac{2(I_{0y}-I_{0x})}{\sqrt{4(I_{0y}-I_{0x})^2+I_{0x}I_{0y}\cos^2\Delta\varphi}}$ $(\alpha=\frac{1}{2}\theta_0,\ \frac{1}{2}\theta_0+\pi)$.

※ 椭圆偏振光透过, $I_M=\frac{1}{2}(I_{0x}+I_{0y})+\frac{1}{2}\sqrt{I_{0x}^2+I_{0y}^2+2I_{0x}I_{0y}\cos2\Delta\varphi}$;

$I_m=\frac{1}{2}(I_{0x}+I_{0y})-\frac{1}{2}\sqrt{I_{0x}^2+I_{0y}^2+2I_{0x}I_{0y}\cos2\Delta\varphi}$; 以出射最大方向为 y 轴,

$I_p=I_M\cos^2\alpha+I_m\sin^2\alpha$. 引入 $P=\frac{I_M-I_m}{I_0}$

※ 琼斯矩阵. (归一化的形式) $P=\frac{1}{\sqrt{E_{0x}^2+E_{0y}^2}}\begin{bmatrix}E_{0x}\\E_{0y}e^{-i\Delta\varphi}\end{bmatrix}$. $\Delta\varphi$ 为超前量.

(如 45°: $E=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$; 左旋圆 $P=\frac{1}{\sqrt2}\begin{bmatrix}1\\e^{-i\frac{\pi}{2}}\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt2}\begin{bmatrix}1\\i\end{bmatrix}$; 右旋 $P=\frac{1}{\sqrt2}\begin{bmatrix}1\\-i\end{bmatrix}$)

※ $P_L+P_R=\sqrt2\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ 合为线偏振光. ; $P_2=JP_1$ 称 J 为琼斯矩阵

$\frac{1}{4}$ 波晶片 $J_{qx}=\begin{bmatrix}1&0\\0&-i\end{bmatrix}$; $J_{qy}=\begin{bmatrix}1&0\\0&i\end{bmatrix}$

Stokes 参量 $\begin{bmatrix}S_0\\S_1\\S_2\\S_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2I_0\\2I_1-2I_0\\2I_2-2I_0\\2I_3-2I_0\end{bmatrix}$ (I_1 水平透偏, I_2 45°向透偏, I_3 只许左光透偏) $=\begin{bmatrix}\langle E_x^2\rangle+\langle E_y^2\rangle\\\langle E_x^2\rangle-\langle E_y^2\rangle\\\langle 2E_{0x}E_{0y}\cos\Delta\varphi\rangle\\\langle 2E_{0x}E_{0y}\sin\Delta\varphi\rangle\end{bmatrix}$

定态光波、频率与振源相同, 扰动振幅恒定 (波列无限长),

一般自发辐射 $\frac{\tau}{T}\sim10^6$ 可视作定态波.

平面波 $\tilde{U}(r,t)=Ae^{i(k_xx+k_yy+k_zz)}e^{-i\omega t}e^{-i\varphi_0}$

球面 $\tilde{U}=\frac{A}{r}\cos(\omega t-kr+\varphi_0)=\frac{A}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}e^{i(\vec{e_k}\cdot\vec{e_r})k\sqrt{x^2+y^2+z^2}}e^{-i\omega t}e^{-i\varphi_0}$

柱面 $\tilde{U}=\frac{A}{\sqrt{r}}\cos(\omega t-kr+\varphi_0)=\frac{A}{\sqrt{x^2+y^2}}e^{i(\vec{e_k}\cdot\vec{e_r})k\sqrt{x^2+y^2}}e^{-i\omega t}e^{-i\varphi_0}$

平面波 (k_x,k_y,k_z) 为传播方向; 振幅为常数. $k=\frac{2\pi}{\lambda}$.

发散球面波 $\propto e^{ikr}$; 会聚 $\propto e^{-ikr}$ ($\vec{e_k}/\vec{e_r}$ 反向).

$I=\tilde{U}\cdot\tilde{U}^*=A^2$ // (波前: 写出 U, 代入条件 (如面 $z=0$ // $r=k$ 等))

傍轴. 远场条件. 傍轴 $z_0\gg\rho$. $\tilde{U}\approx\frac{A}{z_0}e^{ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}}\cdot e^{ikz_0}$

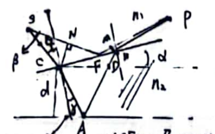
远场: $z_0\lambda\gg\rho^2$: $\because\tilde{U}=\frac{A}{r}e^{i\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cdot r}$ $\left(k\frac{x^2+y^2}{2z_0}=\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\rho^2}{2z_0}\ll\pi\right)$

$\therefore\tilde{U}(x,y)=\frac{A}{z_0+\frac{x^2+y^2}{2z_0}}e^{ikz_0}$. 两者满足 $\Rightarrow\tilde{U}=\frac{A}{z_0}e^{ikz_0}$

发散中心 $(x_0,y_0,z_0)\Rightarrow\tilde{U}=\frac{A}{z_0}e^{ik\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2z_0}}\cdot e^{ikz_0}$

其他.

薄膜干涉.



$\Delta_p=-n_1(\overline{FN}+\overline{FM})+n_2(\overline{AC}+\overline{AB})$

$\angle CFN=\frac{\pi}{2}-(\theta+\beta)$.

$\overline{FN}+\overline{FM}=\overline{CB}\sin(\theta+\beta)$, $\overline{AC}=\overline{AD}=\frac{d}{\cos(\gamma+\alpha)}\Rightarrow$

$\Delta=n_2\left[\frac{2d}{\cos(\gamma+\alpha)}+\frac{2d\tan(\gamma+\alpha)\sin\alpha}{\cos(\gamma+2\alpha)}\right]-n_1\left[\frac{2d\tan(\gamma+\alpha)\cos(\gamma+\alpha)}{\cos(\gamma+2\alpha)}\sin(\theta+\beta)\right]$

$=2d\left(\frac{n_2}{\cos\gamma}-\frac{\sin\gamma}{\cos\gamma}n_1\sin\theta\right)=2n_2d\cos\gamma$. $\left(\frac{\sin\theta}{\sin\gamma}=\frac{n_2}{n_1}\right)$

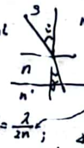
$n_1>n_2<n_3$ 或 $n_1<n_2>n_3$, 突变 π. $\delta=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta+\pi=\frac{4\pi}{\lambda}n_2d\cos\gamma+\pi$

$n_1>n_2>n_3$ 或 $n_1<n_2<n_3$: $\delta=\frac{4\pi}{\lambda}n_2d\cos\gamma$. $(\theta<i_B)$

点光源照明 ⇒ 非定域干涉; 扩展光源 (前提 $b\beta<\lambda$, $\beta<\frac{\lambda}{b}$)

※ 等倾干涉  $\Delta=2nd\cos\gamma+\frac{\lambda}{2}$ $b\to\infty$, $\beta=0$ ✓

$\delta\Delta=-\lambda\Rightarrow\delta\gamma=\frac{\lambda}{2nd\sin\gamma}\to r_k=f\tan i$



$\delta r=\frac{f\lambda\cos\gamma}{2dn'\cos^3i\cdot\sin\gamma}$.

※ 等厚干涉. $i\approx\gamma=0$; $\Delta=2nd+\frac{\lambda}{2}$; $\Delta d=\frac{\lambda}{2n}$; $\Delta l=\frac{\Delta d}{\alpha}=\frac{\lambda}{2n\alpha}$

⇒ $D=\Delta d+\frac{\Delta d}{2}$ // 凹陷 $h=\frac{a\Delta d}{\Delta l}$

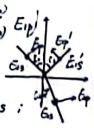
牛顿环

$h=R-\sqrt{R^2-r^2}\approx\frac{r^2}{R^2}$. $\Delta=2nh+\frac{\lambda}{2}$

中心暗; $R=\frac{r_{k+m}^2-r_k^2}{m\lambda}$

第二章. 界面光学

※ 菲涅耳公式. $E_p'=\frac{n_2\cos i_1-n_1\cos i_2}{n_2\cos i_1+n_1\cos i_2}=\frac{\tan(i_1-i_2)}{\tan(i_1+i_2)}E_{1p}$



$E_{2p}=\frac{2n_1\cos i_1}{n_2\cos i_1+n_1\cos i_2}E_{1p}$.

$E_{1s}'=\frac{n_1\cos i_1-n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1+n_2\cos i_2}E_{1s}=\frac{\sin(i_2-i_1)}{\sin(i_1+i_2)}E_{1s}$;

$E_{2s}=\frac{2n_1\cos i_1}{n_1\cos i_1+n_2\cos i_2}E_{1s}=\frac{2\cos i_1\sin i_2}{\sin(i_1+i_2)}E_{1s}$

成立条件. 绝缘 各向同性. 光学线性介质

反射振幅比 $\tilde{r}_p=\frac{E_{1p}'}{E_{1p}}$. $\tilde{r}_s=\frac{E_{1s}'}{E_{1s}}$. $\tilde{t}_p=\frac{E_{2p}}{E_{1p}}$. $\tilde{t}_s=\frac{E_{2s}}{E_{1s}}$

光强 $R_p=r_p^2$. $R_s=r_s^2$. $T_p=\frac{n_2}{n_1}t_p^2$, $T_s=\frac{n_2}{n_1}t_s^2$

光功率 $W=I\Delta S$. $\frac{\Delta S_1}{\Delta S_2}=\frac{\cos i_1}{\cos i_2}\Rightarrow\mathcal{R}_p=R_p$. $\mathcal{R}_s=R_s$. $\mathcal{T}_p=\frac{\cos i_2}{\cos i_1}T_p$. $\mathcal{T}_s=\frac{\cos i_2}{\cos i_1}T_s$

$\mathcal{R}_s+\mathcal{T}_s=\mathcal{R}_p+\mathcal{T}_p=1$ $\begin{cases}n_2\cos i_B=n_1\cos i_2\Rightarrow\cos i_B=\sin i_2\\n_1\sin i_B=n_2\sin i_2\end{cases}$

布儒斯特角 $\tan i_B=\frac{n_2}{n_1}$ ※ 以 i_B 入射时. $\tilde{r}_p=0\to t_s=\frac{2n_1^2}{n_1^2+n_2^2}$. $t_p=\frac{n_1}{n_2}$.

※ 玻片堆 (只透 p 型) $\frac{I_{2s}}{I_{2p}}=\frac{4n_1^2n_2^2}{(n_1^2+n_2^2)^2}$. $P_1=\frac{(n_1^2-n_2^2)^2}{(n_1^2+n_2^2)^2+4n_1^2n_2^2}\Rightarrow P_N=\frac{1-(t_st_s')^N}{1+(t_st_s')^N}$

$\left(t_s'=\frac{2n_2^2}{n_1^2+n_2^2}\right)$

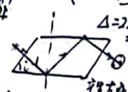
※ Stokes 倒逆: $\tilde{r}=-\tilde{r}'$; $\tilde{t}\tilde{t}'+\tilde{r}^2=1$ ⇒ [(t',r') 为 n_2 向 n_1]

反射光相位, $\tilde{r}_p=r_pe^{i\delta_p'}$. $\tilde{r}_s=r_se^{i\delta_s'}$. $\delta_{p/s}=\varphi_{1p/s}'-\varphi_{1p/s}$

$n_1<n_2$. δ_p': π (i_B, $\frac{\pi}{2}$); δ_s': π ($\frac{\pi}{2}$); $n_1>n_2$ 时. $i>i_c$(全反) 时 $\begin{cases}i<i_B,\ \delta_p=\delta_s=\pi\\i_B<i<i_c\begin{cases}\delta_p=0\\\delta_s=\pi\end{cases}\end{cases}$

$\tan\frac{\delta_p'}{2}=\frac{n_1}{n_2}\frac{\sqrt{(\frac{n_1}{n_2}\sin i_1)^2-1}}{\cos i_1}$, $\tan\frac{\delta_s'}{2}=\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\tan\frac{\delta_p'}{2}$

$\Delta=\delta_p'-\delta_s'$. 例: $n=1.51$, $i=54°37'$.



$\Delta=2\Delta'=90°$

产生右旋

※ 相位突变; 正入射 $n_1<n_2$ 突变 π: $n_1>n_2$ 无. 掠射必有;

正入射 左右旋必互换; i_B 入射 则 反射 s 偏振光:

$i>i_c$. 入射 非 s/p 的线偏振. 反射 为椭圆偏振.

※ 表达式: $\Delta L=\Delta L_0+\frac{\lambda}{2}$

隐失波. 扫描显微镜 $(k_2=n_2k_0)=n_2\cdot\frac{2\pi}{\lambda_0}$

$\cos i_2=\frac{i}{n_2}\sqrt{n_1^2\sin^2i_1-n_2^2}$, $k_{2z}=i\frac{k_2}{n_2}\sqrt{\sim}=ik_0\sqrt{\sim}=ik_{2z}'$

$\Rightarrow\tilde{E}_2=\tilde{E}_{20}e^{-k_{2z}'z}e^{i(k_{2x}x-\omega t)}$; 穿透深度 $d=\frac{1}{k_{2z}'}=\frac{\lambda_0}{2\pi\sqrt{\sim}}$

$V_{2x}=\frac{v_1}{\sin i_1}$. $\lambda_{2x}=\frac{\lambda_1}{\sin i_1}$ // $\frac{\tilde{E}_{0x}}{\tilde{E}_{0z}}=-i\frac{\sqrt{n_1^2\sin^2i_1-n_2^2}}{n_1\sin i_1}$ $\Delta\delta=\frac{\pi}{2}$ (纵、横场成分都有)

$\langle S_z\rangle=\langle E\times H\rangle=\frac{1}{\mu\mu_0\omega}\left(k_{2z}'E_{0y}^2-\frac{k^2}{k_{2z}}E_{0x}\right)\frac{1}{T}\int_0^T\cos(\omega t)\cos(\omega t+\frac{\pi}{2})dt=0$

古斯-哈恩森位移 $x_s=\frac{\lambda_1\tan i}{\pi\sqrt{\sin^2i-n^2}}$ $x_p=\frac{\lambda_1n^2(1-n^2)\tan i}{\pi(n^4\cos^2i+\sin^2i-n^2)\sqrt{\sin^2i-n^2}}$.

隐失波应用. 隐失波也能分段变成行波的能流分配.

近场光学显微镜. 光纤探针, 等间距 (安全不易损坏. 产生时间统一 + 光学图)

第四章. 几何光学

惠更斯原理, 光传播波面上每一点都可看作新的扰动点, 称为次波源. 下一时刻的波面即大量次波面的公切面(包络面). 次波中心与其次波面上切点连线方向即光的传播方向 / 不足: 不能回答光相位/光振幅的传播问题.

费马原理: 光线沿光程为平稳值的路径传播. $L=\int n(r)ds$; $\delta L=0$ (极值光程和实) / 成像. 严格成像 ⇔ 严格等光程; 近似成像 ⇔ 近似等光程. 评述: 是几何光学之理论基础; 开创"路径积分. 变分原理"表述规律的新思维.

成像 ⇒ 球面齐明点 $\overline{QC}=\frac{n'}{n}r$, $\overline{Q'C}=\frac{n}{n'}r$

迈克尔孙实验, 光源 → 光屏, 电极半透板, 顶端有刻 喷嘴 ⇒ 电场的作用

迈克耳孙干涉仪, 补偿板 [redacted] 作用? → 消除色散. 产生等倾干涉条件.

$\Delta L=2nl=N\lambda\Rightarrow l=N\cdot\frac{\lambda}{2n}$ OCT: $\delta d=\frac{c\tau}{2}$

相对以太的速度 $=0$ ⇒ 迈克耳孙-莫雷实验

/ 时间相干性: 准单色光 $\Delta k\ll k_0$; 两臂光程差 $l\Rightarrow\delta=2l$.

$\delta=\frac{2l}{\lambda}\cdot2\pi=2lk\Rightarrow$

$I(l)=A^2\left[1+\frac{\sin(l\Delta k)}{l\Delta k}\cos(2k_0l)\right]$ $(k=\frac{2\pi}{\lambda})$ $\Rightarrow\gamma=\left|\frac{\sin(l\Delta k)}{l\Delta k}\right|$ $\left\{\Delta L_0=2l_m=\frac{2\pi}{\Delta k}\right.$

由 $\Delta k\sim\frac{2\pi\Delta\lambda}{\lambda_0^2}\Rightarrow l\sim\frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$ // Gauss 分布下 $\gamma=e^{-\frac{1}{2}(l\Delta k)^2}$

人眼 $\gamma_{min}\approx0.2$, $l\sim\frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$ 为相干长度 // 薄膜干涉 $c\tau_0=\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$ $\begin{cases}\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\approx\frac{\Delta\nu}{\nu}\\\nu=\frac{c}{\lambda}\end{cases}\to\tau_0\Delta\nu\approx1$

$\gamma=\left|\frac{\sin\pi\frac{\Delta L}{L_0}}{\pi\frac{\Delta L}{L_0}}\right|$ 或 $\left|\frac{\sin\pi\frac{\tau}{\tau_0}}{\pi\frac{\tau}{\tau_0}}\right|$ ($\Delta L=2nd\cos\gamma$ 也同上)

多光束干涉 & F-P 仪: $\Delta L=2nh\cos i$. $\delta=\frac{4\pi nh\cos i}{\lambda}$, h 为板厚度, i 为折射角

等比数列 $\tilde{U}_T=\frac{At_1t_2}{1-r_{23}r_{21}e^{i\delta}}$ $I_T=\frac{I_0}{1+\frac{4R\sin^2(\frac{\delta}{2})}{(1-R)^2}}$. $I_R=I_0-I_T$

$(R=r_{21}^2=r_{23}^2=r_{12}^2)$

F-P 仪.

δ. I_T 同上; 半值相位 $I_T(\delta_k\pm\frac{\varepsilon}{2})=\frac{1}{2}I_0\Rightarrow\varepsilon\approx\frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$.

$\Delta\theta_k\approx\frac{\lambda}{2\pi nh\sin\theta_k}\cdot\frac{1-R}{\sqrt{R}}$. 对不同 λ, $\delta\theta=\theta_{\lambda_1}-\theta_{\lambda_2}=\frac{k\delta\lambda}{2nh\sin\theta_k}$

$\delta\theta=\Delta\theta_k$ 恰好可分辨, $\delta\lambda_m=\frac{\lambda}{\pi k}\frac{1-R}{\sqrt{R}}$

记 $R_c=\frac{\lambda}{\delta\lambda_m}=\pi k\frac{\sqrt{R}}{1-R}$, 其中 k 取 $\frac{2nh\cos i}{\lambda}$ (此处 k~干涉级数)

对 $k\lambda_M=(k+1)\lambda_m\Rightarrow\lambda_M-\lambda_m\approx\frac{\lambda^2}{2nh}$ // 峰值对应 $\delta_k=2k\pi$, $\lambda_k=\frac{2nh}{k}$

谱线宽 $\Delta\nu_k\approx\frac{c}{2\pi nh}\frac{1-R}{\sqrt{R}}$; $\Delta\lambda_k\approx\frac{\lambda_k^2}{2\pi nh}\frac{1-R}{\sqrt{R}}$. $\begin{cases}\nu_k=k\frac{c}{2nh}\\\Delta\nu=\frac{c}{2nh}\end{cases}$

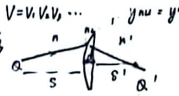
※ $\nu=\frac{c}{\lambda}\Rightarrow\Delta\nu=\frac{c\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$

单球面成像、$\frac{n}{s}+\frac{n'}{s'}=\frac{n'-n}{r}$，$f=\frac{n}{n'-n}r$，$f'=\frac{n'}{n'-n}r \Rightarrow \frac{f}{s}+\frac{f'}{s'}=1$

反射成像 $\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$，$f=\frac{r}{2}$（凸 $+\frac{r}{2}$，凹 $-\frac{r}{2}$） 放大率 $V=-\frac{ns'}{n's}=-\frac{fs'}{f's}$

逐次成像 $V=V_1V_2V_3\cdots$，$ynu=y'n'u'$ 左→右，逆时针 u 取正

薄透镜成像



$d \ll f, f', s, s'$　故 $f=\frac{f_1f_2}{f_1'+f_2}$，$f'=\frac{f_1'f_2'}{f_1'+f_2}$

而 $f=\frac{n}{n'-n}r \Rightarrow f=\frac{n}{\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_2}}$；$f'=\frac{n'}{\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_2}}$　一般 $f=f'=\frac{1}{(n_L-1)(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2})}$

※规定 $s=x+f$，$s'=x'+f'$ $\Rightarrow xx'=ff'$，$V=-\frac{f}{x}=-\frac{x'}{f'}$

密接透镜组 $\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$，记 $P=\frac{1}{f} \Rightarrow P=P_1+P_2$，度数 $=P\times100$

※理想光具组 基点基面 —两对焦点焦面 —两对主点主面 $\Rightarrow V=+1$

例：$\Delta=F_1F_2$，$f=-\frac{f_1f_2}{\Delta}$，$X_H=\frac{f_1d}{\Delta}$，$X_{H'}=\frac{f_2d}{\Delta}$

角放大率 $W=\frac{\tan u'}{\tan u}=-\frac{s}{s'}$　$f=f' \Rightarrow VW=\frac{f}{f'}=1$

常用ABCD矩阵：$\begin{bmatrix}y_2\\ \theta_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A&B\\C&D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y_1\\ \theta_1\end{bmatrix}$

单球面 $M=\begin{bmatrix}1&0\\ \frac{n_1-n_2}{n_2R}&\frac{n_1}{n_2}\end{bmatrix}$ 平面 $\begin{bmatrix}1&0\\0&\frac{n_1}{n_2}\end{bmatrix}$ 均匀介质 $\begin{bmatrix}1&d\\0&1\end{bmatrix}$

多个光具 $M=M_m\cdots M_2M_1$，如薄透镜 $M=\begin{bmatrix}1&s'\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cdot&\cdot\\ \cdot&\cdot\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cdot&\cdot\\ \cdot&\cdot\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&s\\0&1\end{bmatrix}$

厚透镜 $M=\begin{bmatrix}1+\frac{n_1-n_2}{n_2R_1}d & \frac{n_1}{n_2}d\\ \frac{n_2-n_3}{n_3R_2}+\frac{n_1-n_2}{n_3R_1}+\frac{n_1-n_2}{n_3R_1}\cdot\frac{n_2-n_3}{n_2R_2}d & \frac{n_1}{n_3}\left(\frac{n_2-n_3}{n_2R_2}d+1\right)\end{bmatrix}$　$\begin{bmatrix}1&0\\-\frac{1}{f}&1\end{bmatrix}$

两个面 $M=\begin{bmatrix}1&0\\C&AD-BC\end{bmatrix}$　$d=\frac{(A-1)D}{C}-B$，$d'=\frac{1-A}{C}$，$f=\frac{AD-BC}{C}$，$f'=-\frac{1}{C}$

（$M_{HH'}=\begin{pmatrix}1&d'\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}A&B\\C&D\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&d\\0&1\end{pmatrix}$ 再用 $y_2=y_1$ 求解）

※明视距离 $s_0\sim25\,cm$，放大镜 $W=-\frac{y'}{s_0}$，$w'=-\frac{y}{f}$ 放大率 $M\approx\frac{s_0}{f}$（$S=\frac{s_0f}{s_0+f}$）

复式显微镜　$M=\frac{W'}{W}=-\frac{s_0\Delta}{f_0'f_e}$，$\begin{cases}V_0=\frac{y'}{y}=-\frac{\Delta}{f_0'}\\ M_e=\frac{s_0}{f_e}\end{cases}$

开普勒望远镜（成倒立像）$\begin{cases}w=-\frac{y}{f_0}\\ w'=\frac{y}{f_e}\\ M=-\frac{f_0}{f_e}\end{cases}$　伽利略 $\Delta=-2f_e$（f_e 负值，成正像）

相机景深：f，物距 s，光圈直径 D，胶片分辨率 δ，

$h=\frac{2D\delta fs(s-f)}{(D\delta f)^2-\delta^2}\approx\frac{2\delta(s-f)}{D\delta f}$，难怪镜头的手机景深大。（$\frac{\delta x'}{\delta x}=-\frac{f^2}{x^2}$ 像移动 物移动）

像差：球面像差 $L_{sa}=\sum A_ih^{2i}$，A 与 n，r_1，r_2 有关。

可用大小曲径消球差，$A_1=-A_2h_m^2 \Rightarrow L_{SA}=A_1h^2\left[1-\left(\frac{h}{h_m}\right)^2\right]$，$L_{max}\sim\frac{1}{4}A_1\left(\frac{h}{h_m}\right)^2$。

正负透镜组合消球差，非球面 $z(h)=\frac{h^2}{R\left(1+\sqrt{1-(1+k)\frac{h^2}{R^2}}\right)}+a_1h^2+a_2h^4\cdots$ 球面、抛物、椭圆 ...→ 椭圆；

慧差，傍轴光束不会聚；与球差混在一起。

阿贝正弦条件，$n_0y_0\sin u_0=ny\sin u$（已消球差之前提）可用对称镜头消除。

色像差，将一对凸凹（不同材质）透镜黏合 可对两种波长消色差。

$P_1=(n_1-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)=(n_1-1)K_1$，$P_2=(n_2-1)\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)=(n_2-1)K_2$

$P=P_1+P_2$，选取两光 C.F 使 $P_F-P_C=(n_{1F}-n_{1C})K_1+(n_{2F}-n_{2C})K_2=0$

且若给定焦距 $\Rightarrow$ $P_D=(n_{1D}-1)K_1+(n_{2D}-1)K_2$ 可解出 K_1，K_2。

目镜由相同材质薄透镜组成 $\Rightarrow$ $P=\frac{1}{f}=-\frac{\Delta}{f_1f_2}=P_1+P_2-P_1P_2d$。

$\frac{\partial P}{\partial n}=0 \Rightarrow d=\frac{f_1+f_2}{2}$ // 光纤，数值孔径，$NA=n\sin\theta_{0\,max}=\sqrt{n_1^2-n_2^2}\approx n_1\sqrt{2\Delta}$，$\Delta=\frac{n_1-n_2}{n_1}$

$NA=\sqrt{n_1^2-n_2^2\left(\frac{R+r}{R-r}\right)^2}$　$\sin\varphi_1\geq\frac{n_2}{n_1}\frac{R+r}{R-r}$

变折射率：$n\sin\theta=n_0\sin\theta_0 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\sqrt{\frac{n^2(y)}{n_0^2\sin^2\theta_0}-1}$ // $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=\frac{n^2(y)}{n_0^2\sin^2\theta_0}$

$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{1}{2n_0^2\sin^2\theta_0}\frac{d(n^2)}{dy}$。※三维中 $\frac{d}{ds}\left(n\frac{d\vec{r}}{ds}\right)-\nabla n=0$。

梯度折射率 $n(r)=n_0\left(1-\frac{1}{2}ar^2\right)$，$n^2(r)\sim n_0^2(1-ar^2)$（$\frac{d}{ds}n\frac{dx_i}{ds}-\frac{\partial n}{\partial x_i}=0$）

$\Rightarrow r(x)=C\cos\left(\frac{\sqrt{a}}{\sin\theta_0}x+\varphi_0\right)$，$L=\frac{2\pi\cos u_0}{\sqrt{a}}=\frac{2\pi\sin\theta_0}{\sqrt{a}}$　傍轴 $L\sim\frac{2\pi}{\sqrt{a}}$　$NA=\sqrt{n^2(0)-n^2(r_0)}$

第五章 光的干涉　$I(P)=I_1(P)+I_2(P)+\Delta I(P)$ 干涉项

稳定干涉条件，有振动方向一致的平行分量，频率相同，稳定相位差。

$\delta(P)=\frac{2\pi}{\lambda}(L_{S_1P}-L_{S_2P})-[\varphi_{10}(t)-\varphi_{20}(t)]$，同一光源则后项为 0

$I(P)=I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta(P)$。

获得相干光，① 分波前干涉（同一波面的不同部分产生次级波相干）。 杨氏~

② 分振幅，利用反射、折射 将同一光束分成振幅较小的两束相干光。 薄膜~

衬比度 $\gamma=\frac{I_M-I_m}{I_M+I_m}=\frac{2\sqrt{I_1I_2}}{I_1+I_2}\overset{I\propto A^2}{=\!=}\frac{2\cdot\frac{A_1}{A_2}}{1+\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2}$　※偏光 $m=\left|\frac{E_1}{E_2}\right|$　$\gamma=\frac{\sqrt{m}(1+\cos\alpha)}{m+1}$

$I=I_0(1+\gamma\cos\delta(P))$，$I_0=I_1+I_2$

// 平行光干涉，$\tilde{U}_1=A_1e^{i(k\sin\theta_1x-\varphi_{10})}$　$\tilde{U}_2=A_2e^{i(-k\sin\theta_2-\varphi_{20})}$

$I(x,y)=(\tilde{U}_1+\tilde{U}_2)\cdot(\tilde{U}_1+\tilde{U}_2)^*=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos[k(\sin\theta_1x+\sin\theta_2x)-(\varphi_{10}-\varphi_{20})]$

$=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta(x,y)$ $\Rightarrow$ $\Delta\delta=2\pi \Leftrightarrow k(\sin\theta_1+\sin\theta_2)\Delta x=2\pi$

代入 $k=\frac{2\pi}{\lambda}$，$\Delta x=\frac{\lambda}{\sin\theta_1+\sin\theta_2}$，引入空间频率 $f=\frac{1}{\Delta x}$，$I=I_0(1+\gamma\cos(2\pi fx+\varphi_0))$

大角度 $\Rightarrow$ 高 f 小角度 $\Rightarrow$ 小 f

// 分波前干涉，杨氏干涉

此时 $\delta\approx\frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{D}x$，$\delta=2k\pi \Rightarrow$ 亮条纹；$\delta=(2k+1)\pi$，暗条纹（$x=\frac{D}{d}(k+\frac{1}{2})\lambda$）

（$\Delta x=\frac{D}{d}\lambda$），$I=4I_0\cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda D}x\right)$，当 $I_1=I_2=I_0$ 时。

白光干涉看现象 暗纹以外的分隔：$\Delta x=\frac{D}{d}\lambda$，$n\Delta x_2-n\Delta x_1=\lambda_1$（$n\geq\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$）

S 若偏移 中心上移 $\Rightarrow$ $\delta\approx\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{d}{R}\xi+\frac{d}{D}x\right)$　$x_0=-\frac{D}{R}\xi$，$\Delta x=\frac{D}{d}\lambda$。　$\Delta L=k\Delta\lambda\leq\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$ $\Delta\lambda$ 为谱宽

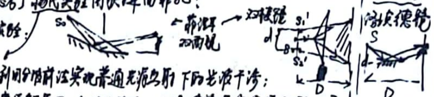
$I_0=$ 光源强度 $b \Rightarrow dI(x)=4\alpha I_0\frac{d\xi}{b}\cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda D}\left(x+\frac{D}{R}\xi\right)\right)$，

$dI_1(\xi)=dI_2(\xi)=\alpha I_0\frac{d\xi}{b}$

$\Rightarrow I(x)=4\alpha I_0\left(1+\frac{1}{u}\sin u\cdot\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda D}x\right)\right)$，$u=\frac{\pi db}{\lambda R}$，故 $\gamma=\left|\frac{\sin u}{u}\right|$

※第一次衬比度降为 0 的光源宽度 → 极限宽度。$\frac{\pi d}{\lambda R}b_0=\pi \Rightarrow b_0=\frac{\lambda R}{d}$ // 同理 $d_0=\frac{\lambda R}{b_0}$

※［思考］杨氏实验用狭缝而非孔？



意义：利用分波前法实现普通光源条件下的光波干涉；

证实惠更斯原理 次波的存在；证明波前各次波源相干性。展开对光场空间相干性讨论。

空间相干性。$d_0=\frac{\lambda R}{b}\Rightarrow b=\lambda\cdot\frac{R}{d_0}\Rightarrow$；$\Delta\theta_0\approx\frac{d_0}{R}\Rightarrow$ $b\cdot\Delta\theta_0\approx\lambda\Rightarrow$　$0\leftarrow\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}\rightarrow1$，$1\leftarrow\gamma\rightarrow0$

$u=\pi\frac{d}{R}\cdot\frac{b}{\lambda}$　$b\Delta\theta_0=\lambda$，$\Delta\theta=\frac{d}{R}$　$\pi\cdot\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}$ $\Rightarrow$ $\gamma\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}\right)=\frac{\sin\pi\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}}{\pi\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}}$

同理 $(\Delta\beta=\frac{b}{R})$　$d_0\Delta\beta\approx\lambda$　$\begin{cases}d<d_0 & 相干\\ d>d_0, & \gamma\approx0\end{cases}$

用 $d_0\Delta\beta=\lambda$ 可测星地距 → 迈克耳孙星体干涉仪。

$\Delta x=\frac{f\lambda}{d}\sim mm$（$d\sim m$）：

$\Delta\beta=\frac{\lambda}{d'}\sim10^{-7}\,rad$

其他：

分层媒质：$Q_0=MQ$，$M_s=\begin{bmatrix}\cos(nk_0\cos\theta\cdot z) & -\frac{i}{p}\sin(nk_0\cos\theta\cdot z)\\ -ip\sin(nk_0\cos\theta\cdot z) & \cos(nk_0\cos\theta\cdot z)\end{bmatrix}$

其 $p=\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}\cos\theta$　$M_p=$（记 $nk_0\cos\theta z=\beta$）$\begin{bmatrix}\cos\beta & -\frac{i}{q}\sin\beta\\ -iq\sin\beta & \cos\beta\end{bmatrix}$

其中 $q=\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}\cos\theta$。S光 $\tilde{r}=\frac{(m_{11}+m_{12}p_\ell)p_1-(m_{21}+m_{22}p_\ell)}{(m_{11}+m_{12}p_\ell)p_1+(m_{21}+m_{22}p_\ell)}$

（记 $p_\ell=\sqrt{\frac{\varepsilon_\ell\varepsilon_0}{\mu_\ell\mu_0}}\cos\theta=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}n_\ell\cos\theta$）

S光：$\tilde{t}=\frac{2p_1}{(m_{11}+m_{12}p_\ell)p_1+(m_{21}+m_{22}p_\ell)}$　$\left(\begin{matrix}R=|\tilde{r}|^2,\ S=\frac{p_\ell}{p_1}|\tilde{t}|^2.\\ R+S=1\end{matrix}\right)$

对 q：$q_j=\frac{1}{n_j}q_0$

P光，$\tilde{r}_{//}$ 和 $\tilde{t}_{//}$ 把上式 $p\rightarrow q$ 即可。$\tilde{r}=\tilde{r}_H$，$\tilde{t}=\sqrt{\frac{\varepsilon_1\mu_\ell}{\varepsilon_\ell\mu_1}}\tilde{t}_H$

单层介质膜（S光）。$n_1=\sqrt{\varepsilon_1}$，$n_2=\sqrt{\varepsilon_2}$，$n_3=\sqrt{\varepsilon_3}$：$\beta=n_2k_0\cos\theta_2\cdot h$　$p_j=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}n_j\cos\theta_j$

$\tilde{r}=\frac{r_{12}+r_{23}e^{i2\beta}}{1+r_{12}r_{23}e^{i2\beta}}$，$\tilde{t}=\frac{t_{12}t_{23}e^{i\beta}}{1+r_{12}r_{23}e^{i2\beta}}$，

（$r_{ij}=\frac{p_i-p_j}{p_i+p_j}$；$t_{ij}=\frac{2p_i}{p_i+p_j}$），$h=\frac{(2k+1)\lambda_0}{4n_2\cos\theta_2}$ $\Rightarrow$ $R_{极}=\left(\frac{p_2^2-p_1p_3}{p_2^2+p_1p_3}\right)^2$；

$\delta_r=\arctan\left[\frac{p_2-\frac{p_1p_3}{p_2}}{p_1-p_3}\tan\beta\right]-\arctan\left[-\frac{p_2+\frac{p_1p_3}{p_2}}{p_1+p_3}\tan\beta\right]$　$h=\frac{K\lambda_0}{2n_2\cos\theta_2}\Rightarrow R_{极}=\left(\frac{p_1-p_3}{p_1+p_3}\right)^2$

$\delta_t=\arctan\left[\frac{p_1+\frac{p_1p_3}{p_2}}{p_1+p_3}\tan\beta\right]$

正入射，$\theta_1=\theta_2=\theta_3=0 \Rightarrow p_1\Leftrightarrow n_1$ 可讨论。

其他：

增透膜：$h=\frac{\lambda_0}{4n_2}$　$n_2=\sqrt{n_1n_3}$

一般用 $n'=1.38$ 的 MgF_2，对敏感波长 $\lambda=550\,nm$ 消反 $\Rightarrow d\approx100\,nm$

低通滤波器、$n_2\cos\theta_2=i\sqrt{n_1^2\sin^2\theta_1-n_2^2}$，$\beta=i\frac{2\pi}{\lambda_0}h\sqrt{n_1^2\sin^2\theta_1-n_2^2}=ib$

$r_{12}=e^{i\varphi_{12}}$，$r_{23}=e^{i\varphi_{23}}$ $\Rightarrow$ $R=\frac{r_{12}^2+r_{23}^2+2r_{12}r_{23}\cos2\beta}{1+r_{12}^2r_{23}^2+2r_{12}r_{23}\cos2\beta}=\frac{e^{2b}+e^{-2b}+2\cos(\varphi_{12}-\varphi_{23})}{e^{2b}+e^{-2b}+2\cos(\varphi_{12}+\varphi_{23})}$

$S=\frac{n_3\cos\theta_3}{n_1\cos\theta_1}\frac{t_{12}^2t_{23}^2}{1+r_{12}^2r_{23}^2+2r_{12}r_{23}\cos2\beta}$

周期性分层介质膜 $M(Nh)=[M(h)]^N$

增反膜：h_2 对应 β_2、p_2；h_3 对应 β_3、p_3；

$M_2(h)=\begin{bmatrix}\cos\beta_2 & -\frac{i}{p_2}\sin\beta_2\\ -ip_2\sin\beta_2 & \cos\beta_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\beta_3 & -\frac{i}{p_3}\sin\beta_3\\ -ip_3\sin\beta_3 & \cos\beta_3\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}\cos\beta_2\cos\beta_3-\frac{p_3}{p_2}\sin\beta_2\sin\beta_3 & -\frac{i}{p_3}\cos\beta_2\sin\beta_3-\frac{i}{p_2}\sin\beta_2\cos\beta_3\\ -ip_2\sin\beta_2\cos\beta_3-ip_3\cos\beta_2\sin\beta_3 & \cos\beta_2\cos\beta_3-\frac{p_2}{p_3}\sin\beta_2\sin\beta_3\end{bmatrix}$

$M_2(Nh)=(M_2(h))^N$

对 $n_2h_2=n_3h_3=\frac{\lambda_0}{4}$，$R_{2N}=\left[\frac{1-\frac{n_\ell}{n_1}\left(\frac{n_2}{n_3}\right)^{2N}}{1+\frac{n_\ell}{n_1}\left(\frac{n_2}{n_3}\right)^{2N}}\right]^2$

$R_{2N+1}=\left[\frac{1-\frac{n_2^2}{n_1n_\ell}\left(\frac{n_2}{n_3}\right)^{2N}}{1+\frac{n_2^2}{n_1n_\ell}\left(\frac{n_2}{n_3}\right)^{2N}}\right]^2$