Universidad de Chile
Departamento de Física
FI3104-1 - Métodos Numéricos

Tarea 3

Profesor: Andrés Meza
Auxiliar: Javiera Ahumada, Víctor Navarro

Fecha entrega: 3 junio (antes de las 23:59 horas)

- En esta tarea se corregirán sólo 2 problemas.
- La tarea debe subida a u-cursos como un solo archivo en formato .ipynb, .html o .pdf antes de la fecha y hora indicada.
- **No se aceptarán atrasos ni se recibirán archivos en los correos del profesor o los auxiliares.**
- La solución de los problemas debe contener breves comentarios y explicaciones que faciliten su comprensión, especialmente de los códigos empleados.

P1. Se busca comparar dos métodos para generar puntos uniformemente distribuidos en un círculo de radio 1.

El primer método consiste en usar el teorema del cambio de variable. Para eso se debe generar una distribución de puntos (x, y) con una densidad de probabilidad uniforme $\rho_{xy}(x, y) = 1/\pi$, es decir, dada por el área del círculo unitario. Para aplicar el teorema del cambio de variable en dos dimensiones, se escribe el diferencial de probabilidad y se hace un cambio de variables a coordenadas polares.

$$\begin{aligned}\rho_{xy}(x, y) dx\, dy &= \frac{1}{\pi} dx\, dy \\ &= \frac{1}{\pi} r\, dr\, d\phi \\ &= 2r\, dr\, \frac{1}{2\pi} d\phi\end{aligned}$$

Por lo tanto, la densidad de probabilidad de r es $\rho_r(r) = 2r$, mientras que la densidad de probabilidad de ϕ es uniforme en $[0, 2\pi)$.

Escriba un algoritmo que a partir de pares de números (y_1, y_2) uniformes en $[0, 1)$, genere puntos uniformes en el círculo unitario. Para eso debe generar r y ϕ de acuerdo a sus distribuciones de probabilidad y luego se calculan x e y usando coordenadas polares.

El otro método llamado método de Monte Carlo, consiste en generar puntos (x, y) uniformes en $[-1, 1]$, de los cuales se descartan los que están fuera del círculo. La ventaja de este método es que no necesita calcular cosenos y senos. El algoritmo, esquemáticamente es

```
while True:
    x <- U[-1,1]
    y <- U[-1,1]
    if(x**2+y**2<=1):
        break
```

Utilice ambos métodos y grafique los primeros 200 puntos generados por cada uno de ellos.

Compare la rapidez de los métodos. Para eso genere al menos 10^6 o más puntos, de manera que el tiempo de ejecución sea de al menos 10 segundos. Entregue una tabla con el tiempo de ejecución de cada algoritmo en función del número de puntos usados.

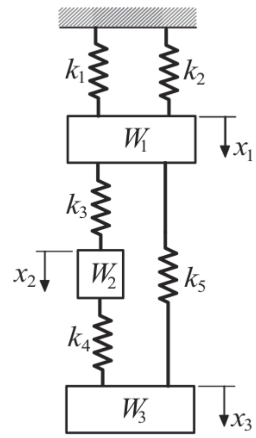
P2. Resuelva el siguiente problema de borde usando alguno de los métodos de shooting revisados en clases.

$$y''+2y'+3y^2 = 0 \quad \text{con} \quad y(0) = 0 \quad \text{y} \quad y(2) = -1.$$

P3. Un proyectil de masa $m = 20$ kg experimenta una fuerza de arrastre debido al roce con el aire dada por $F_d = cv^2$, donde v es la velocidad y $c = 3{,}2 \times 10^{-4}$ kg/m es una constante.

Si el proyectil impacta un blanco ubicado sobre el suelo a una distancia de 8 km del punto de disparo, luego de 10 s de vuelo, implemente un código que use el método de shooting para determinar la velocidad y el ángulo de lanzamiento del proyectil. Suponga que $g = 9{,}81$ m/s^2.

P4. Escriba las ecuaciones para los desplazamientos del sistema de masas y resortes de la figura. Suponga que los desplazamientos x_1, x_2, x_3 se miden con respecto a los resortes en su largo natural.



Escriba un programa que resuelva este sistema de ecuaciones y aplíquelo para el caso

$$k_1 = k_3 = k_4 = 1000 \quad \text{N/m}$$

$$k_2 = k_5 = 2000 \quad \text{N/m}$$

$$W_1 = W_3 = 80 \quad \text{N}$$

$$W_2 = 40 \quad \text{N}$$

donde W es el peso de cada masa.