

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 1
Вариант 51

Студент
XXX XXX XXX
P31XX

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию $C = A * B$ (C — 5 бит, A — 3 бита, B — 2 бита, $B \neq 0$).

Таблица истинности

№	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
0	0	0	0	0	0	d	d	d	d	d
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0	d	d	d	d	d
5	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
6	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
7	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
8	0	1	0	0	0	d	d	d	d	d
9	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
10	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
11	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0
12	0	1	1	0	0	d	d	d	d	d
13	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
14	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
15	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
16	1	0	0	0	0	d	d	d	d	d
17	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
18	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
19	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0
20	1	0	1	0	0	d	d	d	d	d
21	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
22	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0
23	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
24	1	1	0	0	0	d	d	d	d	d
25	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
26	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0
27	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0
28	1	1	1	0	0	d	d	d	d	d
29	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1
30	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0
31	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1

Минимизация булевых функций на картах Карно

		$b_1 b_2$			
		00	01	11	10
$a_2 a_3$	00	d			
	01	d			
	11	d			
	10	d			
		$a_1 = 0$			

		$b_1 b_2$			
		00	01	11	10
$a_2 a_3$	00	d			
	01	d			
	11	d		1	
	10	d		1	
		$a_1 = 1$			

$$c_1 = a_1 a_2 b_1 b_2 \quad (S_Q = 4)$$

		$b_1 b_2$			
		00	01	11	10
$a_2 a_3$	00	d	0	0	0
	01	d	0	0	0
	11	d	0		0
	10	d	0	0	0
		$a_1 = 0$			

		$b_1 b_2$			
		00	01	11	10
$a_2 a_3$	00	d	0		
	01	d	0		
	11	d	0	0	
	10	d	0	0	
		$a_1 = 1$			

$$c_2 = b_1 (a_1 \vee a_2) (a_1 \vee a_3) (a_1 \vee b_2) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_2}) \quad (S_Q = 14)$$

		$b_1 b_2$			
		00	01	11	10
$a_2 a_3$	00	d	0	0	0
	01	d	0	0	0
	11	d	0	0	
	10	d	0		
		$a_1 = 0$			

		$b_1 b_2$			
		00	01	11	10
$a_2 a_3$	00	d			0
	01	d			0
	11	d			
	10	d		0	
		$a_1 = 1$			

$$c_3 = (a_1 \vee a_2) (a_1 \vee b_1) (a_2 \vee b_2) (a_1 \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_2}) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee a_3 \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) \quad (S_Q = 19)$$

		$b_1 b_2$						$b_1 b_2$			
		00	01	11	10			00	01	11	10
$a_2 a_3$	00	d	0	0	0			d	0	0	0
	01	d	0					d	0		
	11	d		0				d		0	
	10	d			0			d			0
		$a_1 = 0$						$a_1 = 1$			

$$c_4 = (a_2 \vee a_3) (a_2 \vee b_1) (a_3 \vee b_2) (\overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) \quad (S_Q = 14)$$

		$b_1 b_2$						$b_1 b_2$			
		00	01	11	10			00	01	11	10
$a_2 a_3$	00	d						d			
	01	d	1	1				d	1	1	
	11	d	1	1				d	1	1	
	10	d						d			
		$a_1 = 0$						$a_1 = 1$			

$$c_5 = a_3 b_2 \quad (S_Q = 2)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} c_1 = a_1 a_2 b_1 b_2 & (S_Q^{c_1} = 4) \\ c_2 = b_1 (a_1 \vee a_2) (a_1 \vee a_3) (a_1 \vee b_2) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_2} = 14) \\ c_3 = (a_1 \vee a_2) (a_1 \vee b_1) (a_2 \vee b_2) (a_1 \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_2}) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee a_3 \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_3} = 19) \\ c_4 = (a_2 \vee a_3) (a_2 \vee b_1) (a_3 \vee b_2) (\overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_4} = 14) \\ c_5 = a_3 b_2 & (S_Q^{c_5} = 2) \end{cases} \quad (S_Q = 53)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} c_1 = a_1 a_2 b_1 b_2 & (S_Q^{c_1} = 4) \\ c_2 = b_1 (a_1 \vee a_2 a_3 b_2) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_2} = 11) \\ c_3 = (a_2 \vee b_2) (a_1 \vee a_2 b_1 (\overline{a_3} \vee \overline{b_2})) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee a_3 \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_3} = 17) \\ c_4 = (a_2 \vee b_1) (a_3 \vee a_2 b_2) (\overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_4} = 13) \\ c_5 = a_3 b_2 & (S_Q^{c_5} = 2) \end{cases} \quad (S_Q = 47)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = a_1 a_2 b_2, \quad \overline{\varphi_0} = \overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_2}$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_1 a_2 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_1 = \varphi_0 b_1 & (S_Q^{c_1} = 2) \\ c_2 = b_1 (a_1 \vee a_2 a_3 b_2) \overline{\varphi_0} & (S_Q^{c_2} = 8) \\ c_3 = (a_2 \vee b_2) (a_1 \vee a_2 b_1 (\overline{a_3} \vee \overline{b_2})) (\overline{\varphi_0} \vee a_3 \vee \overline{b_1}) & (S_Q^{c_3} = 15) \\ c_4 = (a_2 \vee b_1) (a_3 \vee a_2 b_2) (\overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_4} = 13) \\ c_5 = a_3 b_2 & (S_Q^{c_5} = 2) \end{cases} \quad (S_Q = 44)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$c_5 = a_3 b_2, \quad \overline{c_5} = \overline{a_3} \vee \overline{b_2}$$

$$\begin{cases} c_5 = a_3 b_2 & (S_Q^{c_5} = 2) \\ \varphi_0 = a_1 a_2 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_1 = \varphi_0 b_1 & (S_Q^{c_1} = 2) \\ c_2 = b_1 (a_1 \vee c_5 a_2) \overline{\varphi_0} & (S_Q^{c_2} = 7) \\ c_3 = (a_2 \vee b_2) (a_1 \vee a_2 b_1 \overline{c_5}) (\overline{\varphi_0} \vee a_3 \vee \overline{b_1}) & (S_Q^{c_3} = 13) \\ c_4 = (a_2 \vee b_1) (a_3 \vee a_2 b_2) (\overline{c_5} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1}) & (S_Q^{c_4} = 12) \end{cases} \quad (S_Q = 41)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_1 = a_2 b_2$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = a_2 b_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ c_5 = a_3 b_2 & (S_Q^{c_5} = 2) \\ \varphi_0 = \varphi_1 a_1 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_1 = \varphi_0 b_1 & (S_Q^{c_1} = 2) \\ c_2 = b_1 (a_1 \vee c_5 a_2) \overline{\varphi_0} & (S_Q^{c_2} = 7) \\ c_3 = (a_2 \vee b_2) (a_1 \vee a_2 b_1 \overline{c_5}) (\overline{\varphi_0} \vee a_3 \vee \overline{b_1}) & (S_Q^{c_3} = 13) \\ c_4 = (a_2 \vee b_1) (a_3 \vee \varphi_1) (\overline{c_5} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1}) & (S_Q^{c_4} = 10) \end{cases} \quad (S_Q = 40)$$

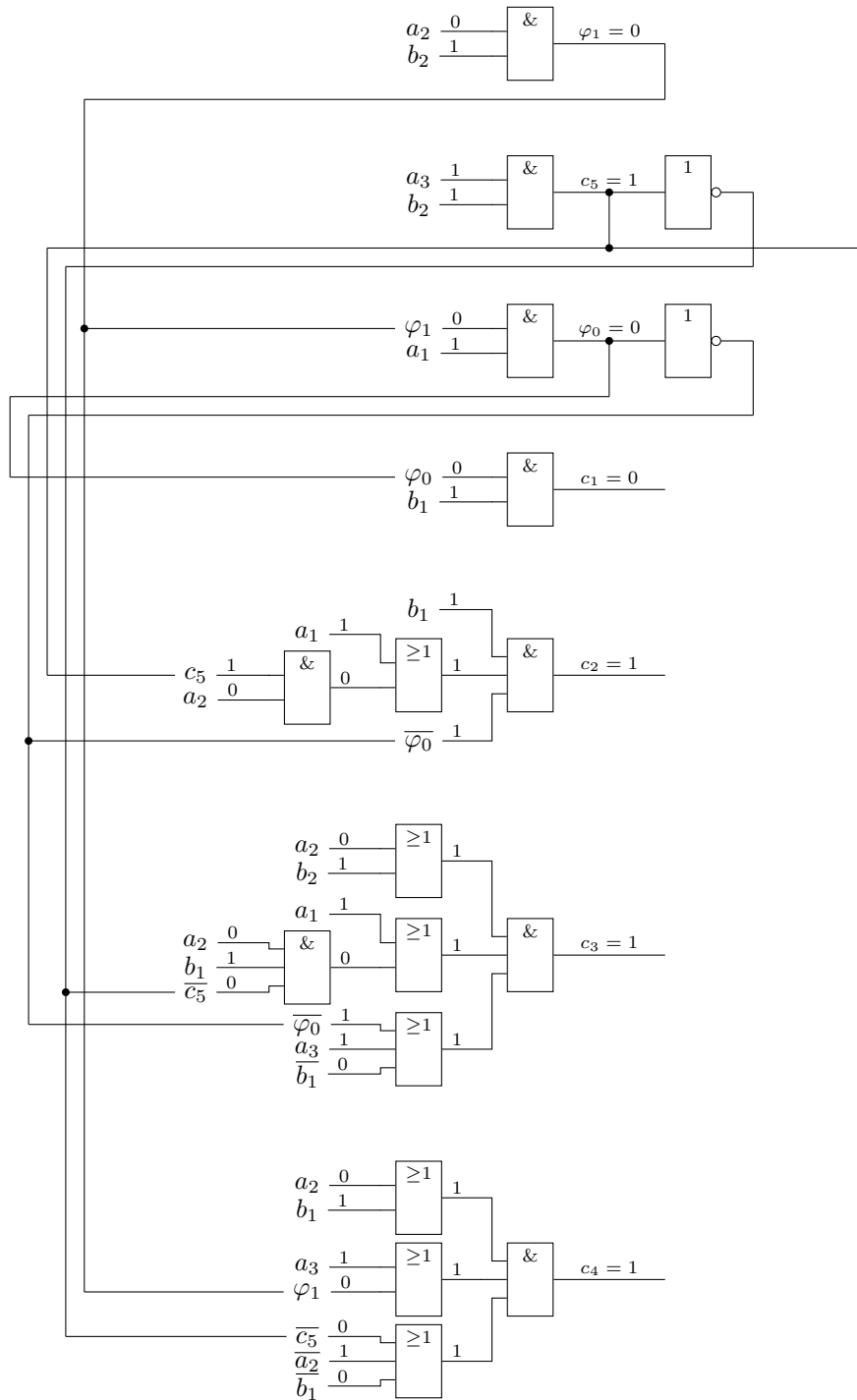
Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 1, a_2 = 0, a_3 = 1, b_1 = 1, b_2 = 1$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$c_1 = 0, c_2 = 1, c_3 = 1, c_4 = 1, c_5 = 1$$



Цена схемы: $S_Q = 40$. Задержка схемы: $T = 5\tau$.