

Время на ответ – не более 60 минут

Формат билета:

Вопросы 1-4. Сформулировать определение/лемму/теорему (1+1+1+1 балл).

Вопрос 5. Сформулировать и доказать лемму/теорему/свойства (1+2 балла).

Вопрос 6. Решение нестандартной задачи (3 балла).

### Вопросы для подготовки к коллоквиуму.

1. Определение предельной точки. Определение предела функции по Коши (на языке « $\epsilon$ » и « $\delta$ »). Определение предела через окрестности. Определение бесконечных пределов (все возможные случаи).
2. Определение предела по Гейне. Теорема об эквивалентности определений по Коши и по Гейне (с доказательством).
3. Свойства функций, имеющих предел. Теорема о локальных свойствах функций, имеющих предел (с доказательством).
4. Теорема об арифметических свойствах пределов (с доказательством).
5. Предельный переход в неравенствах.
6. Теорема о сжатой переменной (с доказательством).
7. Определение возрастания, убывания, монотонности функции. Теорема о пределе монотонной функции (с доказательством).
8. Критерий Коши (с доказательством).
9. Определение правостороннего, левостороннего предела. Критерий существования предела через односторонние (с доказательством).
10. Определение бесконечно малой функции, бесконечно большой функции. Лемма о связи бесконечно малых и бесконечно больших функций (с доказательством). Лемма о свойствах бесконечно малых функций (с доказательством). Критерий существования конечного предела в терминах бесконечно малых (с доказательством).
11. Определение непрерывности функции. Лемма о связи непрерывности и предела (с доказательством). Определение функции, непрерывной на множестве.
12. Классификация точек разрыва. Определение точки разрыва. Лемма о непрерывности функции в терминах односторонних пределов. Определение устранимого разрыва, разрыва первого рода, разрыва второго рода.
13. Теорема о локальных свойствах непрерывных функций. Теорема о непрерывности композиции.
14. Лемма о замкнутости отрезка (с доказательством). Теорема Вейерштрасса (об ограниченности, наибольшем и наименьшем значении функции с доказательством). Первая теорема Больцано-Коши (с доказательством). Вторая теорема Больцано-Коши (с доказательством). Определение промежутка. Лемма о характеристике промежутка (с доказательством). Теорема о сохранении промежутка (с доказательством). Лемма о непрерывном образе отрезка. Критерий непрерывности монотонной функции. Теорема об обратной функции.
15. Первый замечательный предел (с доказательством).
16. Второй замечательный предел.
17. Следствия из замечательных пределов (с доказательством).