УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 1
Вариант 49

Студент
XXX XXX XXX
P31XX

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург, 2021 г.

Функция $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ принимает значение 1 при $4 \leq x_1x_2x_3 + x_4x_5 \leq 7$ и неопределенное значение при $x_1x_2x_3 + x_4x_5 = 3$

Таблица истинности

№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$x_1x_2x_3$	x_4x_5	$x_1x_2x_3$	x_4x_5	f
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
2	0	0	0	1	0	0	2	0	2	0
3	0	0	0	1	1	0	3	0	3	d
4	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
5	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0
6	0	0	1	1	0	1	2	1	2	d
7	0	0	1	1	1	1	3	1	3	1
8	0	1	0	0	0	2	0	2	0	0
9	0	1	0	0	1	2	1	2	1	d
10	0	1	0	1	0	2	2	2	2	1
11	0	1	0	1	1	2	3	2	3	1
12	0	1	1	0	0	3	0	3	0	d
13	0	1	1	0	1	3	1	3	1	1
14	0	1	1	1	0	3	2	3	2	1
15	0	1	1	1	1	3	3	3	3	1
16	1	0	0	0	0	4	0	4	0	1
17	1	0	0	0	1	4	1	4	1	1
18	1	0	0	1	0	4	2	4	2	1
19	1	0	0	1	1	4	3	4	3	1
20	1	0	1	0	0	5	0	5	0	1
21	1	0	1	0	1	5	1	5	1	1
22	1	0	1	1	0	5	2	5	2	1
23	1	0	1	1	1	5	3	5	3	0
24	1	1	0	0	0	6	0	6	0	1
25	1	1	0	0	1	6	1	6	1	1
26	1	1	0	1	0	6	2	6	2	0
27	1	1	0	1	1	6	3	6	3	0
28	1	1	1	0	0	7	0	7	0	1
29	1	1	1	0	1	7	1	7	1	0
30	1	1	1	1	0	7	2	7	2	0
31	1	1	1	1	1	7	3	7	3	0

Аналитический вид

Каноническая ДНФ:

$$
\begin{aligned}
f = {} & \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,x_3\,x_4\,x_5 \vee \overline{x_1}\,x_2\,\overline{x_3}\,x_4\,\overline{x_5} \vee \overline{x_1}\,x_2\,\overline{x_3}\,x_4\,x_5 \vee \overline{x_1}\,x_2\,x_3\,\overline{x_4}\,x_5 \vee \overline{x_1}\,x_2\,x_3\,x_4\,\overline{x_5} \vee \overline{x_1}\,x_2\,x_3\,x_4\,x_5 \vee \\
& \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}\,\overline{x_5} \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}\,x_5 \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,x_4\,\overline{x_5} \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,x_4\,x_5 \vee x_1\,\overline{x_2}\,x_3\,\overline{x_4}\,\overline{x_5} \vee x_1\,\overline{x_2}\,x_3\,\overline{x_4}\,x_5 \vee \\
& \vee x_1\,\overline{x_2}\,x_3\,x_4\,\overline{x_5} \vee x_1\,x_2\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}\,\overline{x_5} \vee x_1\,x_2\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}\,x_5 \vee x_1\,x_2\,x_3\,\overline{x_4}\,\overline{x_5}
\end{aligned}
$$

Каноническая КНФ:

$$
\begin{aligned}
f = {} & (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)\,(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5})\,(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5)\,(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) \\
& (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5})\,(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)\,(\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})\,(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) \\
& (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})\,(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5})\,(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5)\,(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})
\end{aligned}
$$

Минимизация булевой функции методом Квайна–Мак-Класки

Кубы различной размерности и простые импликанты

$K^0(f)$		
m_{16}	10000	✓
m_{10}	01010	✓
m_{17}	10001	✓
m_{18}	10010	✓
m_{20}	10100	✓
m_{24}	11000	✓
m_3	00011	✓
m_6	00110	✓
m_9	01001	✓
m_{12}	01100	✓
m_7	00111	✓
m_{11}	01011	✓
m_{13}	01101	✓
m_{14}	01110	✓
m_{19}	10011	✓
m_{21}	10101	✓
m_{22}	10110	✓
m_{25}	11001	✓
m_{28}	11100	✓
m_{15}	01111	✓

$K^1(f)$		
m_{16}-m_{17}	1000X	✓
m_{16}-m_{18}	100X0	✓
m_{16}-m_{20}	10X00	✓
m_{16}-m_{24}	1X000	✓
m_6-m_7	0011X	✓
m_3-m_7	00X11	✓
m_{10}-m_{11}	0101X	✓
m_9-m_{11}	010X1	✓
m_{12}-m_{13}	0110X	✓
m_{12}-m_{14}	011X0	✓
m_9-m_{13}	01X01	✓
m_{10}-m_{14}	01X10	✓
m_3-m_{11}	0X011	✓
m_6-m_{14}	0X110	✓
m_{18}-m_{19}	1001X	✓
m_{17}-m_{19}	100X1	✓
m_{20}-m_{21}	1010X	✓
m_{20}-m_{22}	101X0	✓
m_{17}-m_{21}	10X01	✓
m_{18}-m_{22}	10X10	✓
m_{24}-m_{25}	1100X	✓
m_{24}-m_{28}	11X00	✓
m_{17}-m_{25}	1X001	✓
m_{20}-m_{28}	1X100	✓
m_3-m_{19}	X0011	
m_6-m_{22}	X0110	
m_9-m_{25}	X1001	
m_{12}-m_{28}	X1100	
m_{14}-m_{15}	0111X	✓
m_{13}-m_{15}	011X1	✓
m_{11}-m_{15}	01X11	✓
m_7-m_{15}	0X111	✓

$K^2(f)$	
m_{16}-m_{17}-m_{18}-m_{19}	100XX
m_{16}-m_{17}-m_{20}-m_{21}	10X0X
m_{16}-m_{18}-m_{20}-m_{22}	10XX0
m_{16}-m_{17}-m_{24}-m_{25}	1X00X
m_{16}-m_{20}-m_{24}-m_{28}	1XX00
m_{12}-m_{13}-m_{14}-m_{15}	011XX
m_{10}-m_{11}-m_{14}-m_{15}	01X1X
m_9-m_{11}-m_{13}-m_{15}	01XX1
m_6-m_7-m_{14}-m_{15}	0X11X
m_3-m_7-m_{11}-m_{15}	0XX11

$Z(f)$
X0011
X0110
X1001
X1100
100XX
10X0X
10XX0
1X00X
1XX00
011XX
01X1X
01XX1
0X11X
0XX11

Таблица импликант

Вычеркнем строки, соответствующие существенным импликантам (это те, которые покрывают вершины, не покрытые другими импликантами), а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Затем вычеркнем импликанты, не покрывающие ни одной вершины.

Простые импликанты		0-кубы															
		0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
		1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
		1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
		1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
		7	10	11	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	24	25	28
A	X0011										X						
B	X0110													X			
C	X1001															X	
D	X1100																X
E	100XX							X	X	X	X						
	~~10X0X~~							~~X~~	~~X~~			~~X~~	~~X~~				
F	10XX0							X		X		X		X			
G	1X00X							X	X						X	X	
H	1XX00							X				X			X		X
I	011XX				X	X	X										
	~~01X1X~~		~~X~~	~~X~~		~~X~~	~~X~~										
J	01XX1			X	X		X										
K	0X11X	X				X	X										
L	0XX11	X		X			X										

Ядро покрытия:

$$T = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \end{Bmatrix}$$

Получим следующую упрощенную импликантную таблицу:

Простые импликанты		0-кубы							
		0	0	1	1	1	1	1	1
		0	1	0	0	0	1	1	1
		1	1	0	0	1	0	0	1
		1	0	1	1	1	0	0	0
		1	1	0	1	0	0	1	0
		7	13	18	19	22	24	25	28
A	X0011				X				
B	X0110					X			
C	X1001							X	
D	X1100								X
E	100XX			X	X				
F	10XX0			X		X			
G	1X00X						X	X	
H	1XX00						X		X
I	011XX		X						
J	01XX1		X						
K	0X11X	X							
L	0XX11	X							

Метод Петрика:

Запишем булево выражение, определяющее условие покрытия всех вершин:

$Y = (K \vee L)\ (I \vee J)\ (E \vee F)\ (A \vee E)\ (B \vee F)\ (G \vee H)\ (C \vee G)\ (D \vee H)$

Приведем выражение в ДНФ:

$Y = A\,C\,F\,H\,I\,K \vee A\,C\,F\,H\,I\,L \vee A\,C\,F\,H\,J\,K \vee A\,C\,F\,H\,J\,L \vee A\,D\,F\,G\,I\,K \vee A\,D\,F\,G\,I\,L \vee A\,D\,F\,G\,J\,K \vee A\,D\,F\,G\,J\,L \vee A\,F\,G\,H\,I\,K \vee A\,F\,G\,H\,I\,L \vee A\,F\,G\,H\,J\,K \vee A\,F\,G\,H\,J\,L \vee B\,C\,E\,H\,I\,K \vee B\,C\,E\,H\,I\,L \vee B\,C\,E\,H\,J\,K \vee B\,C\,E\,H\,J\,L \vee B\,D\,E\,G\,I\,K \vee B\,D\,E\,G\,I\,L \vee B\,D\,E\,G\,J\,K \vee B\,D\,E\,G\,J\,L \vee B\,E\,G\,H\,I\,K \vee B\,E\,G\,H\,I\,L \vee B\,E\,G\,H\,J\,K \vee B\,E\,G\,H\,J\,L \vee C\,E\,F\,H\,I\,K \vee C\,E\,F\,H\,I\,L \vee C\,E\,F\,H\,J\,K \vee C\,E\,F\,H\,J\,L \vee D\,E\,F\,G\,I\,K \vee D\,E\,F\,G\,I\,L \vee D\,E\,F\,G\,J\,K \vee D\,E\,F\,G\,J\,L \vee E\,F\,G\,H\,I\,K \vee E\,F\,G\,H\,I\,L \vee E\,F\,G\,H\,J\,K \vee E\,F\,G\,H\,J\,L$

Возможны следующие покрытия:

$$C_1 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ H \\ I \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0011 \\ X1001 \\ 10XX0 \\ 1XX00 \\ 011XX \\ 0X11X \end{Bmatrix} \quad C_2 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ H \\ I \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0011 \\ X1001 \\ 10XX0 \\ 1XX00 \\ 011XX \\ 0XX11 \end{Bmatrix} \quad C_3 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ H \\ J \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0011 \\ X1001 \\ 10XX0 \\ 1XX00 \\ 01XX1 \\ 0X11X \end{Bmatrix}$$

$S_1^a = 26$ $S_1^b = 34$ $S_2^a = 26$ $S_2^b = 34$ $S_3^a = 26$ $S_3^b = 34$

$$C_4 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ H \\ J \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0011 \\ X1001 \\ 10XX0 \\ 1XX00 \\ 01XX1 \\ 0XX11 \end{Bmatrix} \quad C_5 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ D \\ F \\ G \\ I \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0011 \\ X1100 \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 011XX \\ 0X11X \end{Bmatrix} \quad C_6 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ D \\ F \\ G \\ I \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0011 \\ X1100 \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 011XX \\ 0XX11 \end{Bmatrix}$$

$S_4^a = 26$ $S_4^b = 34$ $S_5^a = 26$ $S_5^b = 34$ $S_6^a = 26$ $S_6^b = 34$

$$C_7 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ D \\ F \\ G \\ J \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0011 \\ X1100 \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 01XX1 \\ 0X11X \end{Bmatrix} \quad C_8 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ D \\ F \\ G \\ J \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0011 \\ X1100 \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 01XX1 \\ 0XX11 \end{Bmatrix} \quad C_9 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ F \\ G \\ H \\ I \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0011 \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ 011XX \\ 0X11X \end{Bmatrix}$$

$S_7^a = 26$ $S_7^b = 34$ $S_8^a = 26$ $S_8^b = 34$ $S_9^a = 25$ $S_9^b = 33$

$$C_{10} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ F \\ G \\ H \\ I \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0011 \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ 011XX \\ 0XX11 \end{Bmatrix} \quad C_{11} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ F \\ G \\ H \\ J \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0011 \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ 01XX1 \\ 0X11X \end{Bmatrix} \quad C_{12} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ F \\ G \\ H \\ J \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0011 \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ 01XX1 \\ 0XX11 \end{Bmatrix}$$

$S_{10}^a = 25$ $S_{10}^b = 33$ $S_{11}^a = 25$ $S_{11}^b = 33$ $S_{12}^a = 25$ $S_{12}^b = 33$

$$C_{13} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ H \\ I \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0110 \\ X1001 \\ 100XX \\ 1XX00 \\ 011XX \\ 0X11X \end{Bmatrix} \quad C_{14} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ H \\ I \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0110 \\ X1001 \\ 100XX \\ 1XX00 \\ 011XX \\ 0XX11 \end{Bmatrix} \quad C_{15} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ H \\ J \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0110 \\ X1001 \\ 100XX \\ 1XX00 \\ 01XX1 \\ 0X11X \end{Bmatrix}$$

$S_{13}^a = 26$ $S_{13}^b = 34$ $S_{14}^a = 26$ $S_{14}^b = 34$ $S_{15}^a = 26$ $S_{15}^b = 34$

$$C_{16} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ H \\ J \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0110 \\ X1001 \\ 100XX \\ 1XX00 \\ 01XX1 \\ 0XX11 \end{Bmatrix}$$

$S^a_{16} = 26$
$S^b_{16} = 34$

$$C_{17} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ G \\ I \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0110 \\ X1100 \\ 100XX \\ 1X00X \\ 011XX \\ 0X11X \end{Bmatrix}$$

$S^a_{17} = 26$
$S^b_{17} = 34$

$$C_{18} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ G \\ I \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0110 \\ X1100 \\ 100XX \\ 1X00X \\ 011XX \\ 0XX11 \end{Bmatrix}$$

$S^a_{18} = 26$
$S^b_{18} = 34$

$$C_{19} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ G \\ J \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0110 \\ X1100 \\ 100XX \\ 1X00X \\ 01XX1 \\ 0X11X \end{Bmatrix}$$

$S^a_{19} = 26$
$S^b_{19} = 34$

$$C_{20} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ G \\ J \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0110 \\ X1100 \\ 100XX \\ 1X00X \\ 01XX1 \\ 0XX11 \end{Bmatrix}$$

$S^a_{20} = 26$
$S^b_{20} = 34$

$$C_{21} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ E \\ G \\ H \\ I \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0110 \\ 100XX \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ 011XX \\ 0X11X \end{Bmatrix}$$

$S^a_{21} = 25$
$S^b_{21} = 33$

$$C_{22} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ E \\ G \\ H \\ I \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0110 \\ 100XX \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ 011XX \\ 0XX11 \end{Bmatrix}$$

$S^a_{22} = 25$
$S^b_{22} = 33$

$$C_{23} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ E \\ G \\ H \\ J \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0110 \\ 100XX \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ 01XX1 \\ 0X11X \end{Bmatrix}$$

$S^a_{23} = 25$
$S^b_{23} = 33$

$$C_{24} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ E \\ G \\ H \\ J \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X0110 \\ 100XX \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ 01XX1 \\ 0XX11 \end{Bmatrix}$$

$S^a_{24} = 25$
$S^b_{24} = 33$

$$C_{25} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ E \\ F \\ H \\ I \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X1001 \\ 100XX \\ 10XX0 \\ 1XX00 \\ 011XX \\ 0X11X \end{Bmatrix}$$

$S^a_{25} = 25$
$S^b_{25} = 33$

$$C_{26} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ E \\ F \\ H \\ I \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X1001 \\ 100XX \\ 10XX0 \\ 1XX00 \\ 011XX \\ 0XX11 \end{Bmatrix}$$

$S^a_{26} = 25$
$S^b_{26} = 33$

$$C_{27} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ E \\ F \\ H \\ J \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X1001 \\ 100XX \\ 10XX0 \\ 1XX00 \\ 01XX1 \\ 0X11X \end{Bmatrix}$$

$S^a_{27} = 25$
$S^b_{27} = 33$

$$C_{28} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ E \\ F \\ H \\ J \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X1001 \\ 100XX \\ 10XX0 \\ 1XX00 \\ 01XX1 \\ 0XX11 \end{Bmatrix}$$

$S^a_{28} = 25$
$S^b_{28} = 33$

$$C_{29} = \begin{Bmatrix} T \\ D \\ E \\ F \\ G \\ I \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X1100 \\ 100XX \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 011XX \\ 0X11X \end{Bmatrix}$$

$S^a_{29} = 25$
$S^b_{29} = 33$

$$C_{30} = \begin{Bmatrix} T \\ D \\ E \\ F \\ G \\ I \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X1100 \\ 100XX \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 011XX \\ 0XX11 \end{Bmatrix}$$

$S^a_{30} = 25$
$S^b_{30} = 33$

$$C_{31} = \begin{Bmatrix} T \\ D \\ E \\ F \\ G \\ J \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X1100 \\ 100XX \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 01XX1 \\ 0X11X \end{Bmatrix} \qquad C_{32} = \begin{Bmatrix} T \\ D \\ E \\ F \\ G \\ J \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ X1100 \\ 100XX \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 01XX1 \\ 0XX11 \end{Bmatrix} \qquad C_{33} = \begin{Bmatrix} T \\ E \\ F \\ G \\ H \\ I \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ 100XX \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ 011XX \\ 0X11X \end{Bmatrix}$$

$$S_{31}^a = 25 \quad S_{31}^b = 33 \qquad S_{32}^a = 25 \quad S_{32}^b = 33 \qquad S_{33}^a = 24 \quad S_{33}^b = 32$$

$$C_{34} = \begin{Bmatrix} T \\ E \\ F \\ G \\ H \\ I \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ 100XX \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ 011XX \\ 0XX11 \end{Bmatrix} \qquad C_{35} = \begin{Bmatrix} T \\ E \\ F \\ G \\ H \\ J \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ 100XX \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ 01XX1 \\ 0X11X \end{Bmatrix} \qquad C_{36} = \begin{Bmatrix} T \\ E \\ F \\ G \\ H \\ J \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ 100XX \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ 01XX1 \\ 0XX11 \end{Bmatrix}$$

$$S_{34}^a = 24 \quad S_{34}^b = 32 \qquad S_{35}^a = 24 \quad S_{35}^b = 32 \qquad S_{36}^a = 24 \quad S_{36}^b = 32$$

Рассмотрим следующее минимальное покрытие:

$$C_{\min} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ 100XX \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ 011XX \\ 0X11X \end{Bmatrix}$$

$$S^a = 24$$
$$S^b = 32$$

Этому покрытию соответствует следующая МДНФ:

$$f = \overline{x_1}\,x_2\,x_4 \lor x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_4} \lor x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \lor x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_5} \lor x_1\,\overline{x_3}\,\overline{x_4} \lor x_1\,\overline{x_4}\,\overline{x_5} \lor \overline{x_1}\,x_2\,x_3 \lor \overline{x_1}\,x_3\,x_4$$

Минимизация булевой функции на картах Карно

Определение МДНФ

$x_1 = 0$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00			d	
01			1	d
11	d	1	1	1
10		d	1	1

$x_1 = 1$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1		1
11	1			
10	1	1		

$$C_{\min} = \begin{Bmatrix} 01X1X \\ 10X0X \\ 100XX \\ 10XX0 \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ 011XX \\ 0X11X \end{Bmatrix}$$

$S^a = 24$
$S^b = 32$

$$f = \overline{x_1}\,x_2\,x_4 \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_4} \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_5} \vee x_1\,\overline{x_3}\,\overline{x_4} \vee x_1\,\overline{x_4}\,\overline{x_5} \vee \overline{x_1}\,x_2\,x_3 \vee \overline{x_1}\,x_3\,x_4$$

Определение МКНФ

$x_1 = 0$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	0	0	d	0
01	0	0		d
11	d			
10	0	d		

$x_1 = 1$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00				
01			0	
11		0	0	0
10			0	0

$$C_{\min} = \begin{Bmatrix} 00X0X \\ 11X1X \\ 000XX \\ 0X00X \\ 1X111 \\ 111X1 \end{Bmatrix}$$

$S^a = 20$
$S^b = 26$

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_4)\,(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4})\,(x_1 \vee x_2 \vee x_3)\,(x_1 \vee x_3 \vee x_4)\,(\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})\,(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5})$$

Преобразование минимальных форм булевой функции

Факторизация и декомпозиция МДНФ

$f = \overline{x_1}\,x_2\,x_4 \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_4} \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_5} \vee x_1\,\overline{x_3}\,\overline{x_4} \vee x_1\,\overline{x_4}\,\overline{x_5} \vee \overline{x_1}\,x_2\,x_3 \vee \overline{x_1}\,x_3\,x_4$ $\quad S_Q = 32 \quad \tau = 2$

$f = x_1\,(\overline{x_2} \vee \overline{x_4})\,(\overline{x_3} \vee \overline{x_5}) \vee \overline{x_1}\,x_3\,(x_2 \vee x_4) \vee \overline{x_1}\,x_2\,x_4 \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_4}$ $\quad S_Q = 22 \quad \tau = 3$

$\varphi = x_2\,x_4$

$\overline{\varphi} = \overline{x_2} \vee \overline{x_4}$

$f = x_1\,\overline{\varphi}\,(\overline{x_3} \vee \overline{x_5}) \vee \overline{x_1}\,x_3\,(x_2 \vee x_4) \vee \varphi\,\overline{x_1} \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_4}$ $\quad S_Q = 22 \quad \tau = 4$

Декомпозиция нецелесообразна

$f = x_1\,(\overline{x_2} \vee \overline{x_4})\,(\overline{x_3} \vee \overline{x_5}) \vee \overline{x_1}\,x_2\,(x_3 \vee x_4) \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_4} \vee \overline{x_1}\,x_3\,x_4$ $\quad S_Q = 22 \quad \tau = 3$

Факторизация и декомпозиция МКНФ

$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_4)\ (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4})\ (x_1 \vee x_2 \vee x_3)\ (x_1 \vee x_3 \vee x_4)\ (\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})\ (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 26 \quad \tau = 2$

$f = (x_1 \vee x_3 \vee x_2\, x_4)\ (x_1 \vee x_2 \vee x_4)\ (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4})\ (\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5} \vee \overline{x_2}\,\overline{x_4}) \quad S_Q = 21 \quad \tau = 3$

$\varphi = x_2\, x_4$

$\overline{\varphi} = \overline{x_2} \vee \overline{x_4}$

$f = (x_1 \vee x_3 \vee \varphi)\ (x_1 \vee x_2 \vee x_4)\ (\overline{\varphi} \vee \overline{x_1})\ (\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5} \vee \overline{x_2}\,\overline{x_4}) \quad S_Q = 21 \quad \tau = 4$

Декомпозиция нецелесообразна

$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3\, x_4)\ (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4})\ (x_1 \vee x_3 \vee x_4)\ (\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5} \vee \overline{x_2}\,\overline{x_4}) \quad S_Q = 21 \quad \tau = 3$

Синтез комбинационных схем

Будем анализировать схемы на следующих наборах аргументов:

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 0$$
$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 1]) = 0$$
$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1, x_5 = 1]) = 1$$
$$f([x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 0]) = 1$$

Булев базис

Схема по упрощенной МДНФ:

$$f = x_1\ (\overline{x_2} \vee \overline{x_4})\ (\overline{x_3} \vee \overline{x_5}) \vee \overline{x_1}\, x_2\ (x_3 \vee x_4) \vee x_1\, \overline{x_2}\, \overline{x_4} \vee \overline{x_1}\, x_3\, x_4 \quad (S_Q = 22, \tau = 3)$$

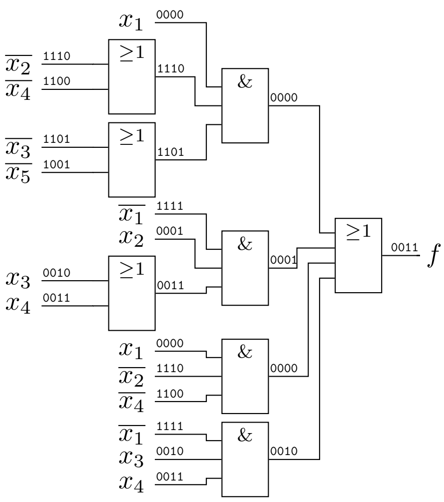
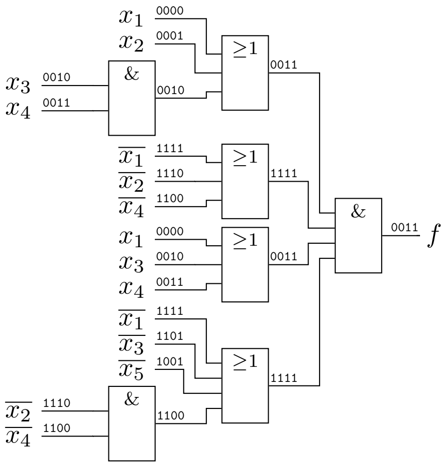


Схема по упрощенной МКНФ:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3\, x_4)\ (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4})\ (x_1 \vee x_3 \vee x_4)\ (\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5} \vee \overline{x_2}\, \overline{x_4}) \quad (S_Q = 21, \tau = 3)$$



Сокращенный булев базис (И, НЕ)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{x_1\, \overline{\varphi}\, \overline{x_3\, x_5}}\ \overline{\overline{x_1}\, x_3\, \overline{\overline{\overline{x_2}\, \overline{x_4}}}}\ \overline{\varphi\, \overline{x_1}}\ \overline{x_1\, \overline{x_2}\, \overline{x_4}}} \quad (S_Q = 29, \tau = 6)$$

$$\varphi = x_2\, x_4$$

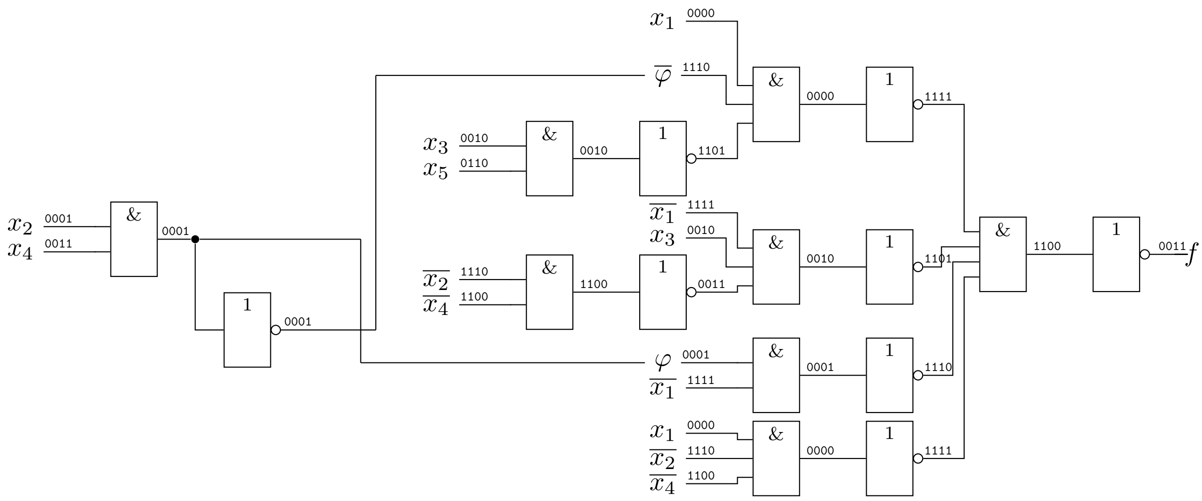
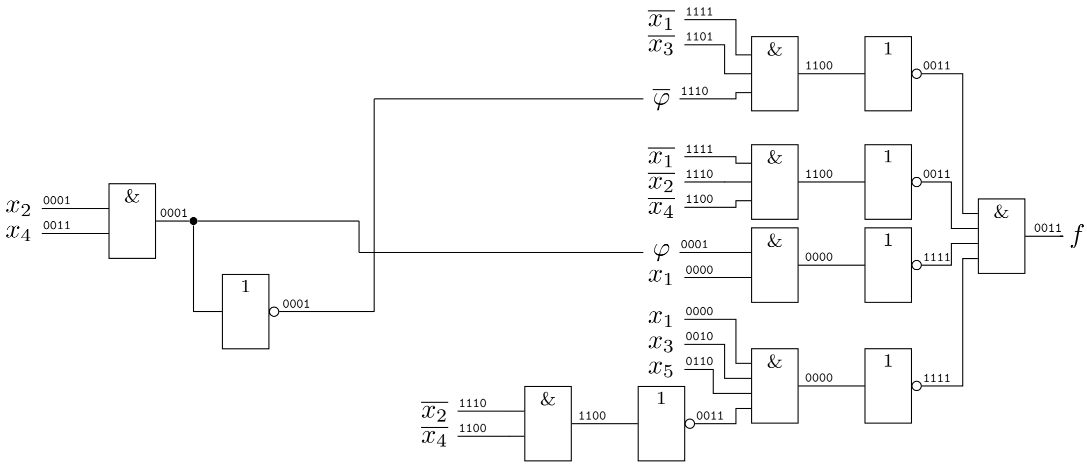


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{x_1}\,\overline{x_3}\,\overline{\varphi}}\;\overline{\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_4}}\;\overline{\varphi\, x_1}\;\overline{x_1\, x_3\, x_5\, \overline{\overline{x_2}\,\overline{x_4}}} \quad (S_Q = 26, \tau = 5)$$

$$\varphi = x_2\, x_4$$



Универсальный базис (И-НЕ, 2 входа)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{\overline{x_1\,\overline{\overline{\overline{x_2\, x_4}\;\overline{x_3\, x_5}}\;\overline{\overline{x_2}\,\overline{x_4}}}}\;\overline{\overline{x_1}\,\overline{\overline{x_2\,\overline{\overline{x_3}\,\overline{x_4}}}\;\overline{x_3\, x_4}}}} \quad (S_Q = 24, \tau = 5)$$

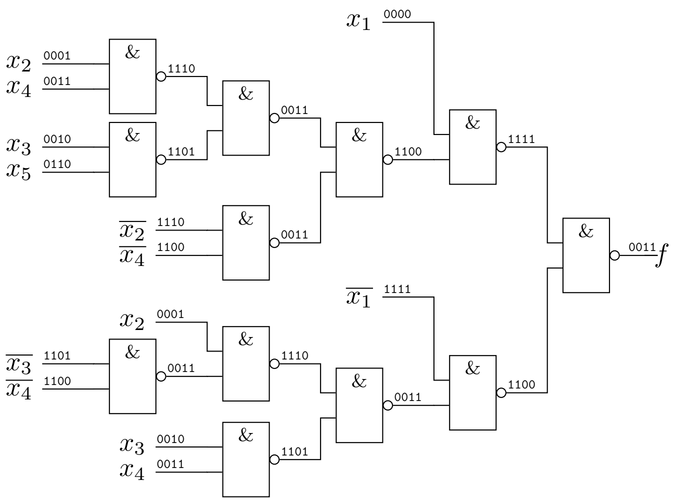


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{\overline{\overline{\overline{x_1}\,\overline{\overline{\overline{x_2}\,\overline{x_3\,x_4}}\,\overline{\overline{x_3}\,\overline{x_4}}}}\;\overline{x_1\,\overline{\overline{x_2\,x_4}\,\overline{x_3\,\overline{\overline{x_5\,\overline{\overline{x_2}\,\overline{x_4}}}}}}}}} \quad (S_Q = 28, \tau = 8)$$