

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 2
Вариант 111

Студент
XXX XXX XXX
Р31XX

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

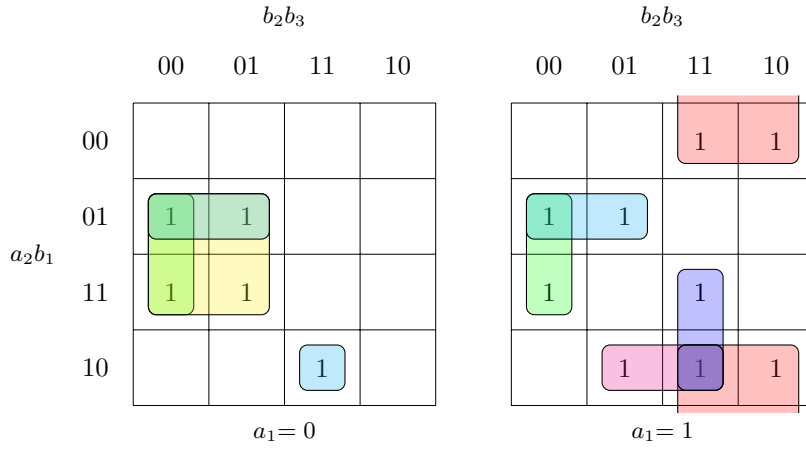
Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию $C = (A + B \bmod 6) \bmod 8$ (A — 2 бита, B — 3 бита, C — 3 бита). При переносе устанавливается бит e .

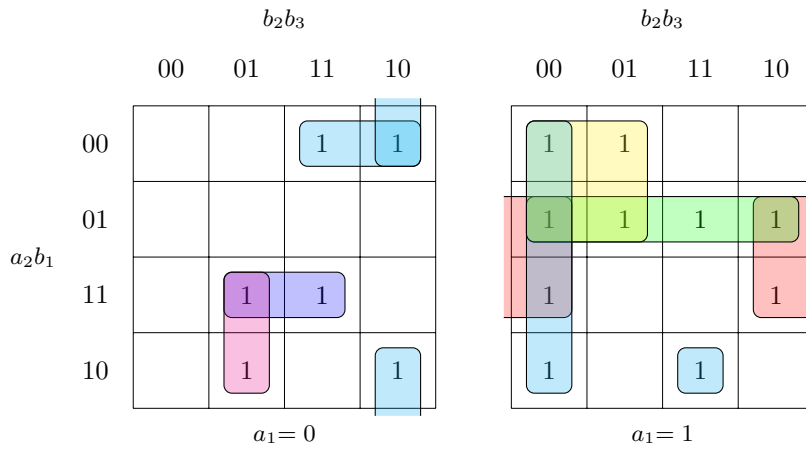
Таблица истинности

№	a_1	a_2	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2	c_3	e
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
2	0	0	0	1	0	0	1	0	0
3	0	0	0	1	1	0	1	1	0
4	0	0	1	0	0	1	0	0	0
5	0	0	1	0	1	1	0	1	0
6	0	0	1	1	0	0	0	0	0
7	0	0	1	1	1	0	0	1	0
8	0	1	0	0	0	0	0	1	0
9	0	1	0	0	1	0	1	0	0
10	0	1	0	1	0	0	1	1	0
11	0	1	0	1	1	1	0	0	0
12	0	1	1	0	0	1	0	1	0
13	0	1	1	0	1	1	1	0	0
14	0	1	1	1	0	0	0	1	0
15	0	1	1	1	1	0	1	0	0
16	1	0	0	0	0	0	1	0	0
17	1	0	0	0	1	0	1	1	0
18	1	0	0	1	0	1	0	0	0
19	1	0	0	1	1	1	0	1	0
20	1	0	1	0	0	1	1	0	0
21	1	0	1	0	1	1	1	1	0
22	1	0	1	1	0	0	1	0	0
23	1	0	1	1	1	0	1	1	0
24	1	1	0	0	0	0	1	1	0
25	1	1	0	0	1	1	0	0	0
26	1	1	0	1	0	1	0	1	0
27	1	1	0	1	1	1	1	0	0
28	1	1	1	0	0	1	1	1	0
29	1	1	1	0	1	0	0	0	1
30	1	1	1	1	0	0	1	1	0
31	1	1	1	1	1	1	0	0	0

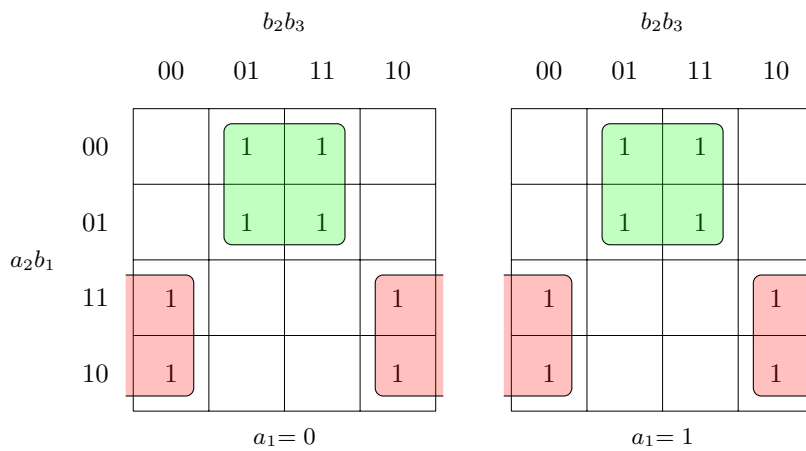
Минимизация булевых функций на картах Карно



$$c_1 = a_1 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \vee b_1 \bar{b}_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 a_2 b_2 b_3 \vee a_1 a_2 \bar{b}_1 b_3 \vee a_2 \bar{b}_1 b_2 b_3 \quad (S_Q = 31)$$



$$c_2 = a_1 b_1 \bar{b}_3 \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{b}_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 b_3 \vee \bar{a}_1 a_2 \bar{b}_2 b_3 \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 \vee \bar{a}_1 \bar{b}_1 b_2 \bar{b}_3 \vee a_1 a_2 \bar{b}_1 b_2 b_3 \quad (S_Q = 42)$$



$$c_3 = a_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_2 b_3 \quad (S_Q = 6)$$

		$b_2 b_3$						$b_2 b_3$			
		00	01	11	10			00	01	11	10
$a_2 b_1$	00										
	01										
	11										
	10										
		$a_1 = 0$						$a_1 = 1$			

$$e = a_1 a_2 b_1 \bar{b}_2 b_3 \quad (S_Q = 5)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} c_1 = a_1 \bar{b}_1 b_2 \vee b_1 \bar{b}_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 a_2 b_2 b_3 \vee a_1 a_2 \bar{b}_1 b_3 \vee \\ \vee a_2 \bar{b}_1 b_2 b_3 \\ c_2 = a_1 b_1 \bar{b}_3 \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{b}_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 b_3 \vee \bar{a}_1 a_2 \bar{b}_2 b_3 \vee \\ \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 \vee \bar{a}_1 \bar{b}_1 b_2 \bar{b}_3 \vee a_1 a_2 \bar{b}_1 b_2 b_3 \\ c_3 = a_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_2 b_3 \\ e = a_1 a_2 b_1 \bar{b}_2 b_3 \end{cases} \begin{matrix} (S_Q^{c_1} = 31) \\ (S_Q^{c_2} = 42) \\ (S_Q^{c_3} = 6) \\ (S_Q^e = 5) \end{matrix}$$

$$(S_Q = 84)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} c_1 = b_1 \bar{b}_2 (\bar{a}_1 \vee \bar{a}_2 \vee \bar{b}_3) \vee \bar{b}_1 b_2 (a_1 \vee a_2 b_3) \vee a_1 a_2 b_3 (\bar{b}_1 \vee b_2) \\ c_2 = (b_1 \vee \bar{b}_2) (a_1 \bar{a}_2 \vee a_1 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_1 a_2 b_3) \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 \vee \bar{a}_1 \bar{b}_1 b_2 \bar{b}_3 \vee a_1 a_2 \bar{b}_1 b_2 b_3 \\ c_3 = a_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_2 b_3 \\ e = a_1 a_2 b_1 \bar{b}_2 b_3 \end{cases} \begin{matrix} (S_Q^{c_1} = 22) \\ (S_Q^{c_2} = 31) \\ (S_Q^{c_3} = 6) \\ (S_Q^e = 5) \end{matrix}$$

$$(S_Q = 64)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = a_1 a_2 b_3, \quad \bar{\varphi}_0 = \bar{a}_1 \vee \bar{a}_2 \vee \bar{b}_3$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_1 a_2 b_3 \\ c_1 = \varphi_0 (\bar{b}_1 \vee b_2) \vee \bar{\varphi}_0 b_1 \bar{b}_2 \vee \bar{b}_1 b_2 (a_1 \vee a_2 b_3) \\ c_2 = (b_1 \vee \bar{b}_2) (a_1 \bar{a}_2 \vee a_1 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_1 a_2 b_3) \vee \varphi_0 \bar{b}_1 b_2 \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 \vee \bar{a}_1 \bar{b}_1 b_2 \bar{b}_3 \\ c_3 = a_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_2 b_3 \\ e = \varphi_0 b_1 \bar{b}_2 \end{cases} \begin{matrix} (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ (S_Q^{c_1} = 17) \\ (S_Q^{c_2} = 29) \\ (S_Q^{c_3} = 6) \\ (S_Q^e = 3) \end{matrix}$$

$$(S_Q = 59)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_1 a_2 b_3 \\ c_1 = \varphi_0 (\bar{b}_1 \vee b_2) \vee \bar{\varphi}_0 b_1 \bar{b}_2 \vee \bar{b}_1 b_2 (a_1 \vee a_2 b_3) \\ c_2 = \bar{b}_1 b_2 (\varphi_0 \vee \bar{a}_1 (\bar{a}_2 \vee \bar{b}_3)) \vee (b_1 \vee \bar{b}_2) (a_1 \bar{a}_2 \vee a_1 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_1 a_2 b_3) \\ c_3 = a_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_2 b_3 \\ e = \varphi_0 b_1 \bar{b}_2 \end{cases} \begin{matrix} (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ (S_Q^{c_1} = 17) \\ (S_Q^{c_2} = 25) \\ (S_Q^{c_3} = 6) \\ (S_Q^e = 3) \end{matrix}$$

$$(S_Q = 55)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_1 = a_2 b_3, \quad \overline{\varphi_1} = \overline{a_2} \vee \overline{b_3}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varphi_1 = a_2 b_3 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = \varphi_1 a_1 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_1 = \varphi_0 (\overline{b_1} \vee b_2) \vee \overline{\varphi_0} b_1 \overline{b_2} \vee \overline{b_1} b_2 (\varphi_1 \vee a_1) & (S_Q^{c_1} = 15) \\ c_2 = (b_1 \vee \overline{b_2}) (\varphi_1 \overline{a_1} \vee a_1 \overline{a_2} \vee a_1 \overline{b_3}) \vee \overline{b_1} b_2 (\varphi_0 \vee \overline{\varphi_1} \overline{a_1}) & (S_Q^{c_2} = 22) \\ c_3 = a_2 \overline{b_3} \vee \overline{a_2} b_3 & (S_Q^{c_3} = 6) \\ e = \varphi_0 b_1 \overline{b_2} & (S_Q^e = 3) \end{array} \right.$$

$$(S_Q = 52)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_2 = b_1 \overline{b_2}, \quad \overline{\varphi_2} = \overline{b_1} \vee b_2$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varphi_2 = b_1 \overline{b_2} & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_1 = a_2 b_3 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = \varphi_1 a_1 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_1 = \varphi_0 \overline{\varphi_2} \vee \overline{\varphi_0} \varphi_2 \vee \overline{b_1} b_2 (\varphi_1 \vee a_1) & (S_Q^{c_1} = 12) \\ c_2 = (b_1 \vee \overline{b_2}) (\varphi_1 \overline{a_1} \vee a_1 \overline{a_2} \vee a_1 \overline{b_3}) \vee \overline{b_1} b_2 (\varphi_0 \vee \overline{\varphi_1} \overline{a_1}) & (S_Q^{c_2} = 22) \\ c_3 = a_2 \overline{b_3} \vee \overline{a_2} b_3 & (S_Q^{c_3} = 6) \\ e = \varphi_0 \varphi_2 & (S_Q^e = 2) \end{array} \right.$$

$$(S_Q = 51)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_3 = \varphi_1 \vee a_1, \quad \overline{\varphi_3} = \overline{\varphi_1} \overline{a_1}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varphi_2 = b_1 \overline{b_2} & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_1 = a_2 b_3 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = \varphi_1 a_1 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_3 = a_2 \overline{b_3} \vee \overline{a_2} b_3 & (S_Q^{c_3} = 6) \\ e = \varphi_0 \varphi_2 & (S_Q^e = 2) \\ \varphi_3 = \varphi_1 \vee a_1 & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ c_1 = \varphi_0 \overline{\varphi_2} \vee \overline{\varphi_0} \varphi_2 \vee \varphi_3 \overline{b_1} b_2 & (S_Q^{c_1} = 10) \\ c_2 = (b_1 \vee \overline{b_2}) (\varphi_1 \overline{a_1} \vee a_1 \overline{a_2} \vee a_1 \overline{b_3}) \vee \overline{b_1} b_2 (\varphi_0 \vee \overline{\varphi_3}) & (S_Q^{c_2} = 20) \end{array} \right.$$

$$(S_Q = 49)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_4 = \overline{b_1} b_2, \quad \overline{\varphi_4} = b_1 \vee \overline{b_2}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varphi_4 = \overline{b_1} b_2 & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ \varphi_2 = b_1 \overline{b_2} & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_1 = a_2 b_3 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = \varphi_1 a_1 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_3 = a_2 \overline{b_3} \vee \overline{a_2} b_3 & (S_Q^{c_3} = 6) \\ e = \varphi_0 \varphi_2 & (S_Q^e = 2) \\ \varphi_3 = \varphi_1 \vee a_1 & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ c_1 = \varphi_0 \overline{\varphi_2} \vee \varphi_3 \varphi_4 \vee \overline{\varphi_0} \varphi_2 & (S_Q^{c_1} = 9) \\ c_2 = \varphi_4 (\varphi_0 \vee \overline{\varphi_3}) \vee \overline{\varphi_4} (\varphi_1 \overline{a_1} \vee a_1 \overline{a_2} \vee a_1 \overline{b_3}) & (S_Q^{c_2} = 17) \end{array} \right.$$

$$(S_Q = 48)$$

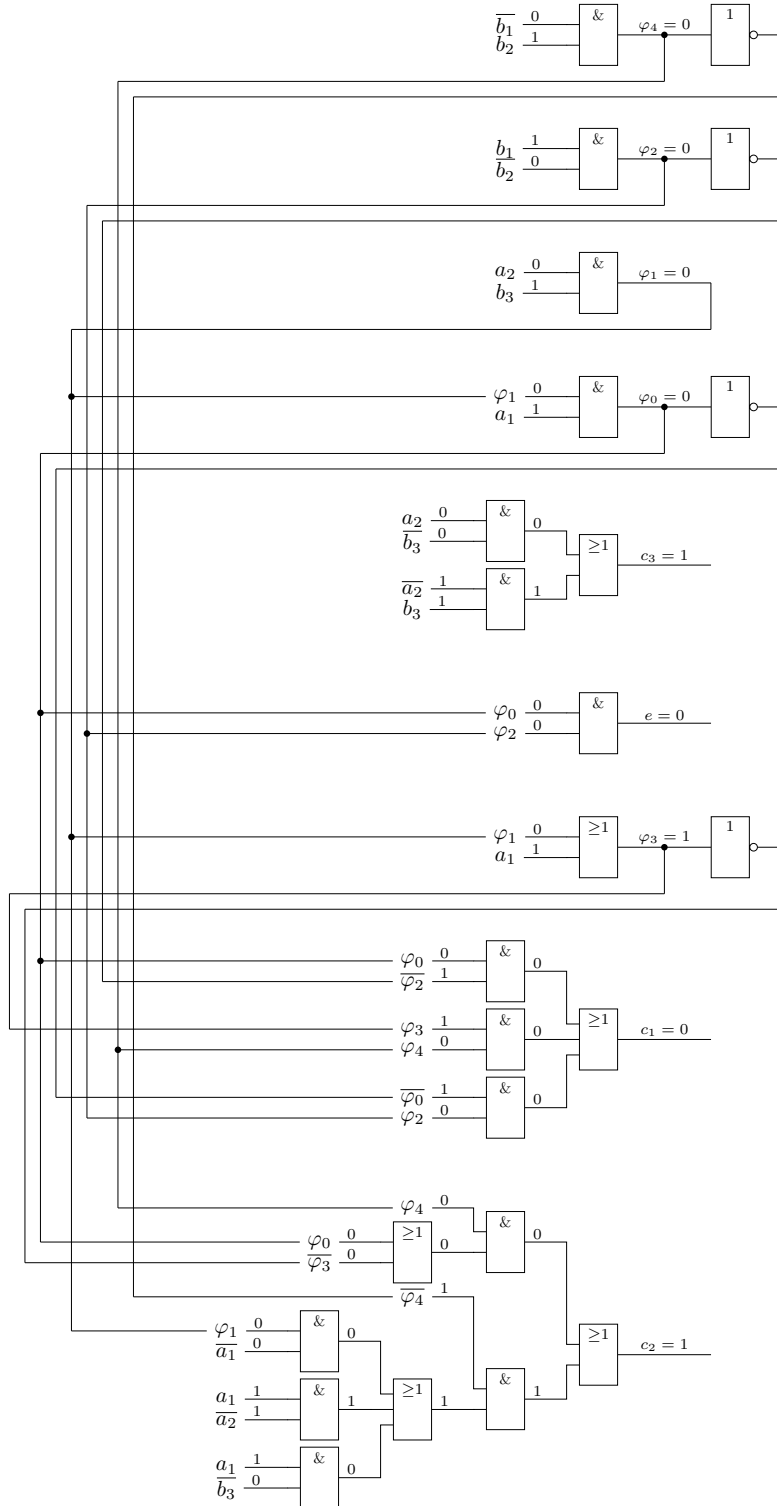
Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 1, a_2 = 0, b_1 = 1, b_2 = 1, b_3 = 1$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$c_1 = 0, c_2 = 1, c_3 = 1, e = 0$$



Цена схемы: $S_Q = 48$. Задержка схемы: $T = 6\tau$.