

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 2
Вариант 87

Студент
XXX XXX XXX
P31XX

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

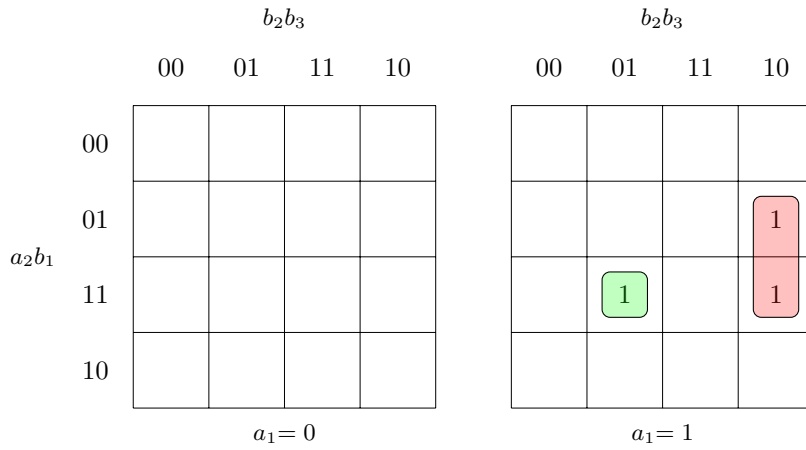
Задание

Построить комбинационную схему, реализующую функцию $C = A + B \bmod 7$ (A — 2 бита, B — 3 бита, C — 4 бита).

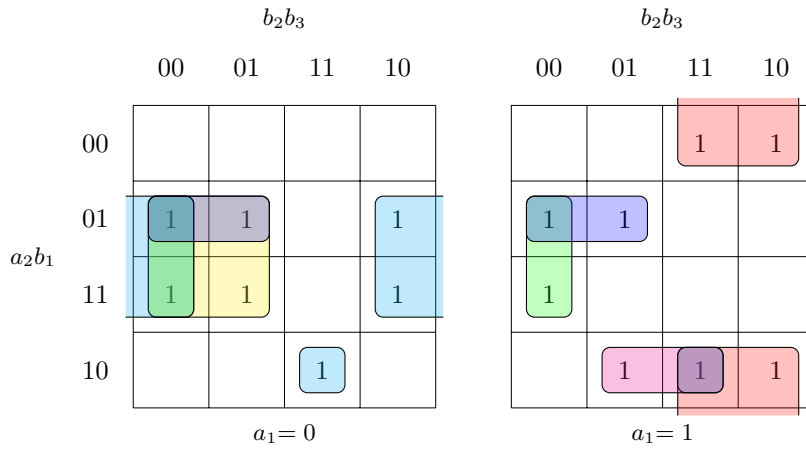
Таблица истинности

№	a_1	a_2	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2	c_3	c_4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1	0	0	1	1
4	0	0	1	0	0	0	1	0	0
5	0	0	1	0	1	0	1	0	1
6	0	0	1	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	1	1	0	0	0	0
8	0	1	0	0	0	0	0	0	1
9	0	1	0	0	1	0	0	1	0
10	0	1	0	1	0	0	0	1	1
11	0	1	0	1	1	0	1	0	0
12	0	1	1	0	0	0	1	0	1
13	0	1	1	0	1	0	1	1	0
14	0	1	1	1	0	0	1	1	1
15	0	1	1	1	1	0	0	0	1
16	1	0	0	0	0	0	0	1	0
17	1	0	0	0	1	0	0	1	1
18	1	0	0	1	0	0	1	0	0
19	1	0	0	1	1	0	1	0	1
20	1	0	1	0	0	0	1	1	0
21	1	0	1	0	1	0	1	1	1
22	1	0	1	1	0	1	0	0	0
23	1	0	1	1	1	0	0	1	0
24	1	1	0	0	0	0	0	1	1
25	1	1	0	0	1	0	1	0	0
26	1	1	0	1	0	0	1	0	1
27	1	1	0	1	1	0	1	1	0
28	1	1	1	0	0	0	1	1	1
29	1	1	1	0	1	1	0	0	0
30	1	1	1	1	0	1	0	0	1
31	1	1	1	1	1	0	0	1	1

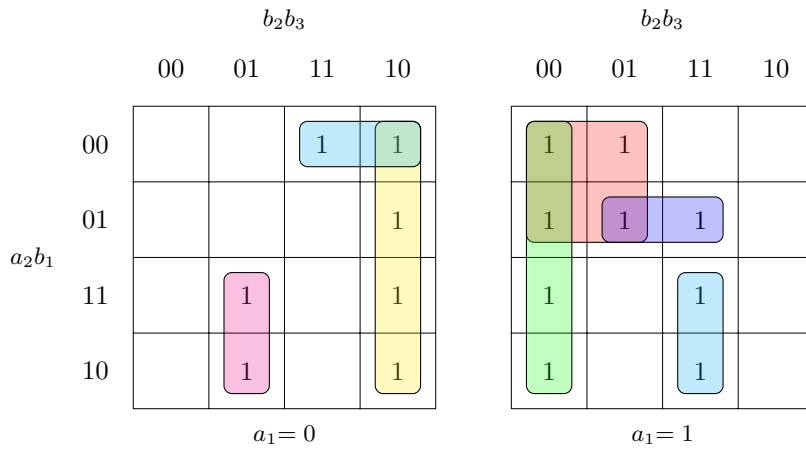
Минимизация булевых функций на картах Карно



$$c_1 = a_1 b_1 b_2 \bar{b}_3 \vee a_1 a_2 b_1 \bar{b}_2 b_3 \quad (S_Q = 11)$$



$$c_2 = a_1 \bar{b}_1 b_2 \vee b_1 \bar{b}_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_2 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 a_2 \bar{b}_1 b_3 \vee a_2 \bar{b}_1 b_2 b_3 \quad (S_Q = 30)$$



$$c_3 = a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{b}_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_1 b_2 \bar{b}_3 \vee a_1 a_2 b_2 b_3 \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_3 \vee \bar{a}_1 a_2 \bar{b}_2 b_3 \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 \quad (S_Q = 32)$$

		$b_2 b_3$						$b_2 b_3$			
		00	01	11	10			00	01	11	10
$a_2 b_1$	00		1	1					1	1	
	01		1						1		
	11	1		1	1			1		1	1
	10	1						1			1
		$a_1 = 0$						$a_1 = 1$			

$$c_4 = a_2 \bar{b}_3 \vee a_2 b_1 b_2 \vee \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_3 \vee \bar{a}_2 \bar{b}_2 b_3 \quad (S_Q = 15)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} c_1 = a_1 b_1 b_2 \bar{b}_3 \vee a_1 a_2 b_1 \bar{b}_2 b_3 & (S_Q^{c_1} = 11) \\ c_2 = a_1 \bar{b}_1 b_2 \vee b_1 \bar{b}_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_2 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 a_2 \bar{b}_1 b_3 \vee a_2 \bar{b}_1 b_2 b_3 & (S_Q^{c_2} = 30) \\ c_3 = a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{b}_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_1 b_2 \bar{b}_3 \vee a_1 a_2 b_2 b_3 \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_3 \vee \bar{a}_1 a_2 \bar{b}_2 b_3 \vee \\ \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 & (S_Q^{c_3} = 32) \\ c_4 = a_2 \bar{b}_3 \vee a_2 b_1 b_2 \vee \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_3 \vee \bar{a}_2 \bar{b}_2 b_3 & (S_Q^{c_4} = 15) \end{cases} \quad (S_Q = 88)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = a_2 b_3$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_2 b_3 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_1 = \varphi_0 a_1 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 b_1 b_2 \bar{b}_3 & (S_Q^{c_1} = 10) \\ c_2 = \varphi_0 a_1 \bar{b}_1 \vee \varphi_0 \bar{b}_1 b_2 \vee a_1 \bar{b}_1 b_2 \vee b_1 \bar{b}_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_2 b_1 \bar{b}_2 & (S_Q^{c_2} = 28) \\ c_3 = \varphi_0 a_1 b_2 \vee \varphi_0 \bar{a}_1 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{b}_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_1 b_2 \bar{b}_3 \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_3 \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 & (S_Q^{c_3} = 30) \\ c_4 = a_2 \bar{b}_3 \vee a_2 b_1 b_2 \vee \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_3 \vee \bar{a}_2 \bar{b}_2 b_3 & (S_Q^{c_4} = 15) \end{cases} \quad (S_Q = 85)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_2 b_3 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_1 = a_1 b_1 (\varphi_0 \bar{b}_2 \vee b_2 \bar{b}_3) & (S_Q^{c_1} = 9) \\ c_2 = b_1 \bar{b}_2 (\bar{a}_1 \vee \bar{a}_2 \vee \bar{b}_3) \vee \varphi_0 \bar{b}_1 (a_1 \vee b_2) \vee a_1 \bar{b}_1 b_2 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_3 & (S_Q^{c_2} = 21) \\ c_3 = a_1 (\varphi_0 b_2 \vee \bar{b}_2 (\bar{a}_2 \vee \bar{b}_3) \vee \bar{a}_2 b_1 b_3) \vee \varphi_0 \bar{a}_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 b_2 (\bar{b}_3 \vee \bar{a}_2 \bar{b}_1) & (S_Q^{c_3} = 27) \\ c_4 = a_2 \bar{b}_3 \vee \bar{a}_2 b_3 (\bar{b}_1 \vee \bar{b}_2) \vee a_2 b_1 b_2 & (S_Q^{c_4} = 13) \end{cases} \quad (S_Q = 72)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = a_2 b_3, \quad \overline{\varphi_0} = \overline{a_2} \vee \overline{b_3}$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_2 b_3 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_1 = a_1 b_1 (\varphi_0 \overline{b_2} \vee b_2 \overline{b_3}) & (S_Q^{c_1} = 9) \\ c_2 = \varphi_0 \overline{b_1} (a_1 \vee b_2) \vee a_1 \overline{b_1} b_2 \vee b_1 \overline{b_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{a_1}) \vee \overline{a_1} b_1 \overline{b_3} & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_3 = a_1 (\varphi_0 b_2 \vee \overline{\varphi_0} \overline{b_2} \vee \overline{a_2} b_1 b_3) \vee \varphi_0 \overline{a_1} \overline{b_2} \vee \overline{a_1} b_2 (\overline{b_3} \vee \overline{a_2} \overline{b_1}) & (S_Q^{c_3} = 25) \\ c_4 = a_2 \overline{b_3} \vee a_2 b_1 b_2 \vee \overline{a_2} b_3 (\overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_4} = 13) \end{cases} \quad (S_Q = 70)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_2 b_3 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_1 = a_1 b_1 (\varphi_0 \overline{b_2} \vee b_2 \overline{b_3}) & (S_Q^{c_1} = 9) \\ c_2 = b_1 (\overline{a_1} \overline{b_3} \vee \overline{b_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{a_1})) \vee \varphi_0 \overline{b_1} (a_1 \vee b_2) \vee a_1 \overline{b_1} b_2 & (S_Q^{c_2} = 21) \\ c_3 = a_1 (\varphi_0 b_2 \vee \overline{\varphi_0} \overline{b_2} \vee \overline{a_2} b_1 b_3) \vee \overline{a_1} (\varphi_0 \overline{b_2} \vee b_2 (\overline{b_3} \vee \overline{a_2} \overline{b_1})) & (S_Q^{c_3} = 26) \\ c_4 = a_2 (\overline{b_3} \vee b_1 b_2) \vee \overline{a_2} b_3 (\overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_4} = 13) \end{cases} \quad (S_Q = 72)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_1 = b_3 (\overline{b_1} \vee \overline{b_2}), \quad \overline{\varphi_1} = \overline{b_3} \vee b_1 b_2$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = b_3 (\overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\ \varphi_0 = a_2 b_3 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_1 = a_1 b_1 (\varphi_0 \overline{b_2} \vee b_2 \overline{b_3}) & (S_Q^{c_1} = 9) \\ c_2 = b_1 (\overline{a_1} \overline{b_3} \vee \overline{b_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{a_1})) \vee \varphi_0 \overline{b_1} (a_1 \vee b_2) \vee a_1 \overline{b_1} b_2 & (S_Q^{c_2} = 21) \\ c_3 = a_1 (\varphi_0 b_2 \vee \overline{\varphi_0} \overline{b_2} \vee \overline{a_2} b_1 b_3) \vee \overline{a_1} (\varphi_0 \overline{b_2} \vee b_2 (\overline{b_3} \vee \overline{a_2} \overline{b_1})) & (S_Q^{c_3} = 26) \\ c_4 = \varphi_1 \overline{a_2} \vee \overline{\varphi_1} a_2 & (S_Q^{c_4} = 6) \end{cases} \quad (S_Q = 70)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_2 = \varphi_0 \overline{b_2}$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = b_3 (\overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\ \varphi_0 = a_2 b_3 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_2 = b_1 (\overline{a_1} \overline{b_3} \vee \overline{b_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{a_1})) \vee \varphi_0 \overline{b_1} (a_1 \vee b_2) \vee a_1 \overline{b_1} b_2 & (S_Q^{c_2} = 21) \\ c_4 = \varphi_1 \overline{a_2} \vee \overline{\varphi_1} a_2 & (S_Q^{c_4} = 6) \\ \varphi_2 = \varphi_0 \overline{b_2} & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ c_1 = a_1 b_1 (\varphi_2 \vee b_2 \overline{b_3}) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ c_3 = a_1 (\varphi_0 b_2 \vee \overline{\varphi_0} \overline{b_2} \vee \overline{a_2} b_1 b_3) \vee \overline{a_1} (\varphi_2 \vee b_2 (\overline{b_3} \vee \overline{a_2} \overline{b_1})) & (S_Q^{c_3} = 24) \end{cases} \quad (S_Q = 68)$$

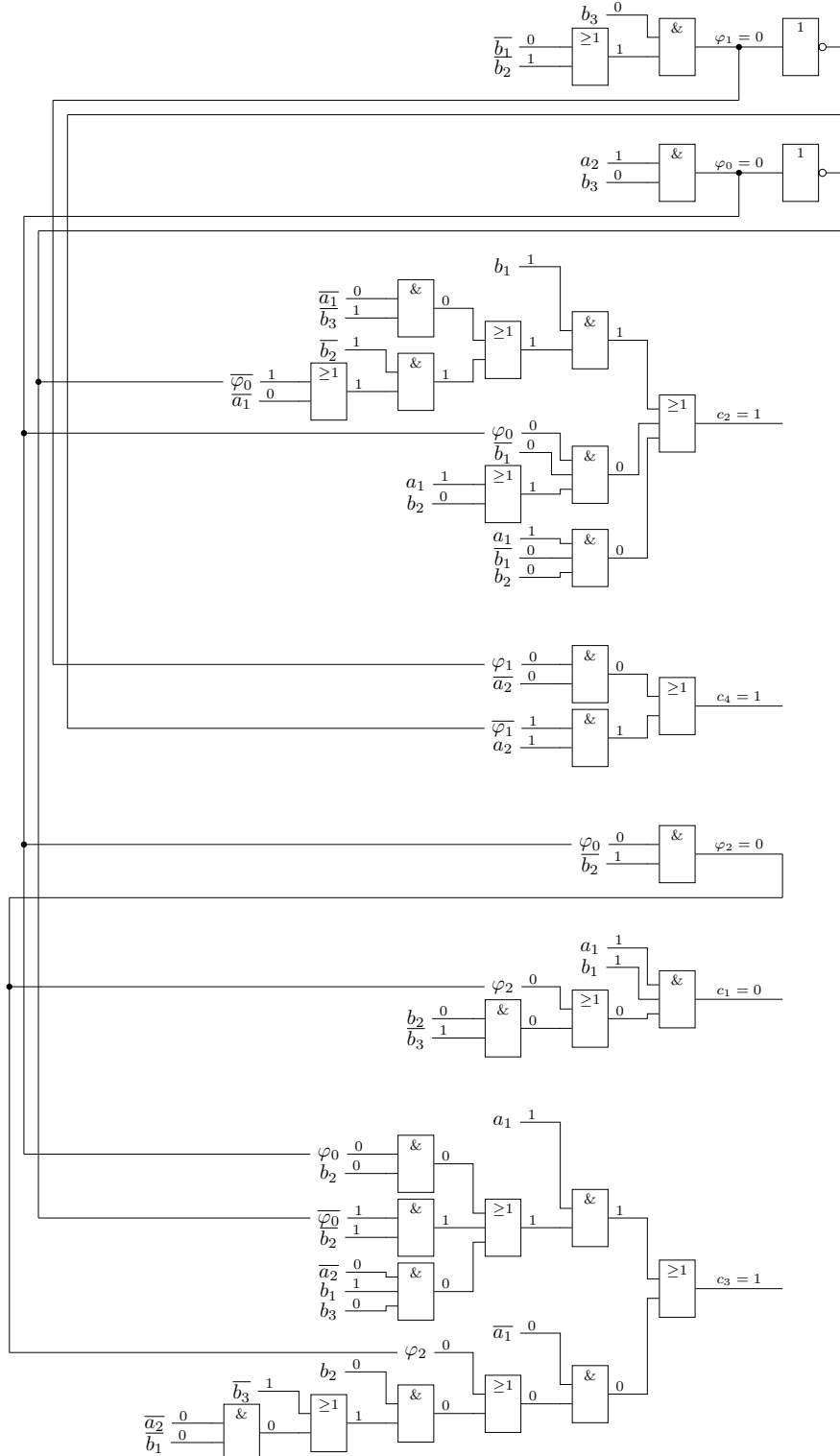
Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 1, a_2 = 1, b_1 = 1, b_2 = 0, b_3 = 0$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$c_1 = 0, c_2 = 1, c_3 = 1, c_4 = 1$$



Цена схемы: $S_Q = 68$. Задержка схемы: $T = 7\tau$.