

Numerik für Informatiker - Übungsblatt 1

Aufgabe 2:

Die folgende Tabelle gibt die Reparaturkosten m (in Euro) einer Maschine in Abhängigkeit von der Anzahl der Arbeitsstunden t_1 (in Hundert) und dem Alter t_2 (in Jahren) an.

| | | | | | | | | | |
|-------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| t_1 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 18 | 19 |
| t_2 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| m | 96 | 189 | 283 | 373 | 467 | 553 | 647 | 733 | 832 |

- (a) Stellen Sie für die Ansatzfunktion

$$m = x_1 + x_2 t_1 + x_3 t_2$$

ein lineares Gleichungssystem in der Form $Ax = b$ mit $x = (x_1, x_2, x_3)^T$ auf.

- (b) Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem $Bx = c$ zur Lösung des vorgegebenen Ausgleichsproblems auf.

Lösung:

- (a) Setzt man alle in der Tabelle gegebenen Werte t_1 , t_2 und m in die Ansatzfunktion $x_1 + x_2 t_1 + x_3 t_2 = m$ ein, so erhält man folgende Gleichungen:

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & 6x_2 & & = & 96 \\ x_1 & + & 7x_2 & + & x_3 & = & 189 \\ x_1 & + & 9x_2 & + & 2x_3 & = & 283 \\ & & \dots & & & & \\ x_1 & + & 19x_2 & + & 8x_3 & = & 832 \end{array}$$

Dabei handelt es sich um ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem $Ax = m$ mit $x = (x_1, x_2, x_3)^T$, welches keine Lösung besitzt.

- (b) Um den minimalen Fehler einer Näherungslösung zu erhalten, nutzen wir die Vorgehensweise aus der Vorlesung.

Man multipliziert also das Gleichungssystem auf beiden Seiten mit der Matrix A^T und erhält das lineare Gleichungssystem $A^T A x = A^T m$, welches eine reguläre Matrix $B = A^T A$ enthält:

$$\begin{array}{rclcl} 9x_1 & + & 115x_2 & + & 36x_3 & = & 4173 \\ 115x_1 & + & 1655x_2 & + & 565x_3 & = & 62916 \\ 36x_1 & + & 565x_2 & + & 204x_3 & = & 22176 \end{array}$$