Fehlerrechnung

Stevan Vegić

- Man unterscheidet zwischen 3 Arten von Fehlern
  - Daten Fehler: Daten aus Messversuchen können fehlerhaft sein
  - Verfahrens Fehler: Entstehen durch Näherungs Verfahren oder Simulations verfahren
  - Rundungs Fehler: Darstellungs Defizit → Vorhandene Stellen werden überschritten

Absoluter Fehler: $\Delta x = x - x_0$ = Istwert − Sollwert

Relativer Fehler: $\frac{\Delta x}{x_0} \approx \frac{\Delta x}{x}$

Fehler Fortpflanzung

Addition: $z = x + y$

Maximalwert: $6{,}2 + 3{,}1 = 9{,}3$

Minimalwert: $5{,}8 + 2{,}9 = 8{,}7$

$z = 3 \pm 0{,}3$

Subtraktion: $z = x - y$

Maximalwert: $6{,}2 - 2{,}9 = 3{,}3$

Minimalwert: $5{,}8 - 3{,}1 = 2{,}7$

$z = 3 \pm 0{,}3$

Allgemein gilt also:

$x = x_0 \pm \Delta x$ und $y = y_0 \pm y$ Der maximale absolute Fehler ist die Summe der Beträge der absoluten Fehler der Messwerte $z_{max} = |\Delta x| + |\Delta y|$

Multiplikation:

Maximalwert: $(6+0{,}2)\cdot(3-0{,}1) = 18 + 0{,}6 + 0{,}6 + 0{,}02 = 19{,}2$

Minimalwerte: $(6-0{,}2)\cdot(3-0{,}1) = 18 - 0{,}6 - 0{,}6 + 0{,}02 = 16{,}8$

Allgemein gilt: $|\Delta z| = |y_0 \cdot \Delta x| + |x_0 \cdot \Delta y|$

Division: $\left|\frac{\Delta z_{max}}{z_0}\right| = \left|\frac{\Delta x}{x_0}\right| + \left|\frac{\Delta y}{y_0}\right|$

Potenzieren

$z = x^n = (x_0 + |\Delta x|)^n$

$\left|\frac{\Delta z_{max}}{z_0}\right| = n \cdot \left|\frac{\Delta x}{x_0}\right|$

Beispiele

Beispiele)

2.3 a) c)

$x = 3 \pm 0{,}1 \quad y = 6 \pm 0{,}2 \quad z = 8 \pm 0{,}3$

$a = x + y - z$

absoluter Fehler:

$a_0 = 3 + 6 - 8 = 1$

relativer Fehler:

$|a| = 0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}3 = 0{,}6$

$\left|\frac{\Delta a}{a_0}\right| = \frac{0{,}6}{1} = 0{,}6 = 60\%$

c)

$c = 3 \cdot (2x - y + z)$ absoluter Fehler

$c_0 = 3 \cdot (2 \cdot 3 - 6 + 8) = 24$

relativer Fehler:

$|c| = 3 \cdot (2 \cdot 0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}3) = 2{,}1$

$\frac{|a|}{a_0} = \frac{2{,}1}{24} = 0{,}0875 = 8{,}75\%$

2.4 b) c) $x = 5 \pm 0{,}2 \quad y = 6 \pm 0{,}1 \quad b = \frac{x}{y}$

$b_0 = \frac{5}{6} =$ ← absolut

maximaler Absoluter Fehler

↓

maximaler relativer Fehler.

relativ:

$\frac{5}{6} \cdot 0{,}056 = 0{,}0472$

$|b| = \frac{0{,}2}{5} + \frac{0{,}2}{6} = 0{,}056 = 5{,}6\%$

c)

$c_0 = \frac{5 - 6^2}{5} = 6{,}2$

$\left|\frac{\Delta y^2}{y_0^2}\right| = 2\left|\frac{\Delta y}{y_0}\right| = y^2 = 2\left|\frac{\Delta y}{y_0}\right| \cdot y^2 = 2 \cdot \frac{0{,}1}{6} \cdot 36 = 1{,}2$

?

2,5) 1)

$R_1 = (270 \pm 5{,}4)\,\Omega$ $R_2 = (330 \pm 6{,}6)\,\Omega$

$R_s = 270 + 330 \rightarrow 600\,\Omega$

$|\Delta R_s| = 5{,}4 + 6{,}6 = 12\,\Omega$; $\left|\frac{12}{600}\right| = 0{,}002 = 2\%$

Maximalen relativen Fehler ist also $= 2\%$.

2) $R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_s} = \frac{270 \cdot 330}{600}$

$= \frac{5{,}4}{270} + \frac{6{,}6}{330} + \frac{2}{100} = 0{,}06 \approx 6\%$

3) $\frac{0{,}06}{0{,}02} = 3$ ~~Somit beträgt den~~

Also ist R_p das 3-Fache von R_s.