Beispiel 7.107 1-5), 7.176), 7.96 1-3)

1)

Das Einatmen lässt sich im Bereich von [0, 2] Sekunden anhand des Funktionsgraphen feststellen. Bei x=2s lässt sich die maximale Atemgeschwindigkeit feststellen. Zwischen 2 und 4 sinkt die Atemgeschwindigkeit wieder auf 0.

2)

$$v(t) := a \cdot t^2 + b \cdot t + c$$

$$v'(t) := \frac{d}{dt} v(t) \rightarrow 2 \cdot a \cdot t + b$$

$$v''(t) := \frac{d}{dt} v'(t) \rightarrow 2 \cdot a$$

$$\begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} v(2) = 0.6 \\ v'(2) = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, b, c} \begin{bmatrix} -0.15 & 0.6 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$v(t) := a \cdot t^2 + b \cdot t + c \rightarrow -0.15 \cdot t^2 + 0.6 \cdot t$$

Die Fließrate v lässt sich durch die obige Funktion v(t) ermitteln.

3)

$$L(t) := \int v(t)\, dt \xrightarrow{parfrac} -0.05 \cdot t^3 + 0.3 \cdot t^2$$

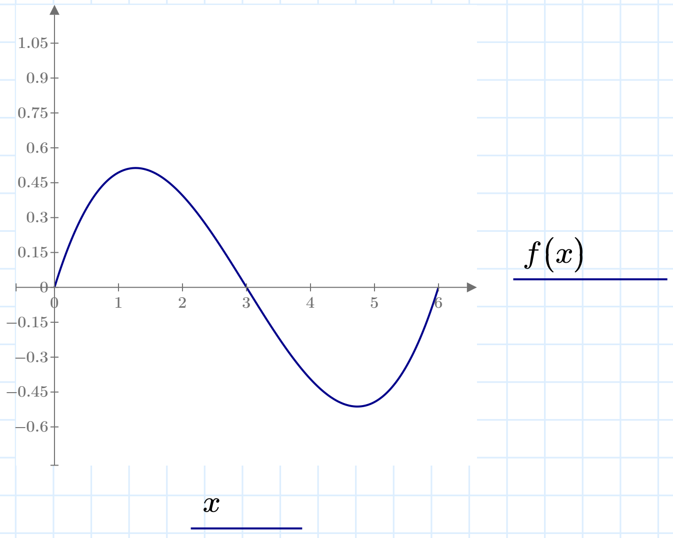
4)

clear (a, b, c, d)

$$f(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} f(3) = 0 \\ f(1.5) = 0.5 \\ f(0) = 0 \\ f(6) = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{solve, a, b, c, d \\ float, 4}} \begin{bmatrix} 0.04938 & -0.4444 & 0.8889 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$f(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \rightarrow 0.04938 \cdot x^3 - 0.4444 \cdot x^2 + 0.8889 \cdot x$$



5)

$$L_1 := \int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x \xrightarrow{float,2} 0.69$$

$$L_2 := \int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_3^4 f(x)\,\mathrm{d}x \xrightarrow{float,2} 0.42$$

Der Patient atmet im Intervall1 eine Luftmenge von 0.69 L aus. Und im Intervall2 0.42 L.

$\mathbf{clear}\,(f, a, b, d)$

7.176)

$$f(t) := -0.0037 \cdot t^4 + 0.237 \cdot t^3 - 5.91 \cdot t^2 + d \cdot t$$

$a := 5$

$b := 25$

$$d := \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t = 220 \xrightarrow[]{\substack{solve,d\\ float,4}} 63.51$$

Die Konstante d beträgt 63.51 °C/min.

$\mathbf{clear}\,(a, b, c, t, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, k, r, s, t, v)$

7.96)

1)

Die negative Geschwindigkeit bedeutet, dass zurückgefahren wird.

2)

$$v_1(t) := \frac{60-0}{\frac{1}{60}-0} \cdot t \rightarrow 3600 \cdot t \qquad 0 \le t \le \frac{1}{60}$$

$$v_2(t) := 60 \qquad \frac{1}{60} \le t \le \frac{5}{60} \qquad \frac{5}{60} \le t \le \frac{6}{60}$$

$$v_3(t) := k \cdot t + d$$

$$[k \;\; d] := \begin{bmatrix} v_3\left(\frac{5}{60}\right) = 60 \\ v_3\left(\frac{6}{60}\right) = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve,k,d} [-3600 \;\; 360]$$

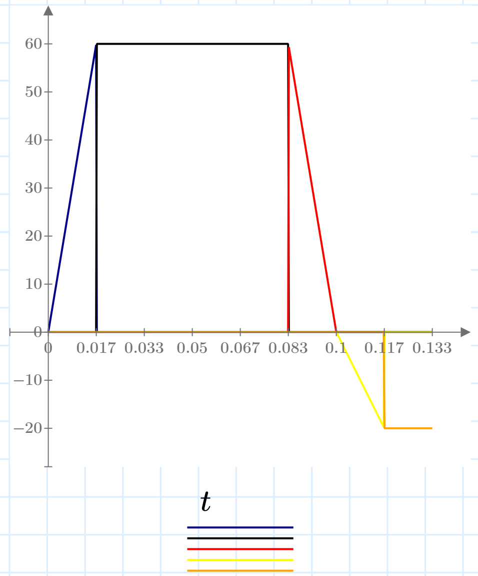
$$v_3(t) := k \cdot t + d \rightarrow -(3600 \cdot t) + 360$$

$$v_4(t) := h \cdot t + p \qquad \frac{6}{60} \le t \le \frac{7}{60}$$

$$[h \;\; p] := \begin{bmatrix} v_4\left(\frac{6}{60}\right) = 0 \\ v_4\left(\frac{7}{60}\right) = -20 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve,h,p} [-1200 \;\; 120]$$

$$v_4(t) := h \cdot t + p \rightarrow -(1200 \cdot t) + 120$$

$$v_5(t) := -20 \qquad \frac{7}{60} \le t \le \frac{8}{60}$$



$v_1(t)\ \left(0 \le t \le \frac{1}{60}\right)$

$v_2(t)\ \left(\frac{1}{60} \le t \le \frac{5}{60}\right)$

$v_3(t)\ \left(\frac{5}{60} \le t \le \frac{6}{60}\right)$

$v_4(t)\ \left(\frac{6}{60} \le t \le \frac{7}{60}\right)$

$v_5(t)\ \left(\frac{7}{60} \le t \le \frac{8}{60}\right)$

2) mittlere Geschwindigkeit v_m

$$v_m := \frac{\int_0^{\frac{1}{60}} v_1(t)\,\mathrm{d}t + \int_{\frac{1}{60}}^{\frac{5}{60}} v_2(t)\,\mathrm{d}t + \int_{\frac{5}{60}}^{\frac{6}{60}} v_3(t)\,\mathrm{d}t - \int_{\frac{6}{60}}^{\frac{7}{60}} v_4(t)\,\mathrm{d}t - \int_{\frac{7}{60}}^{\frac{8}{60}} v_5(t)\,\mathrm{d}t}{\frac{8}{60}} \rightarrow \frac{165}{4} = 41.25$$

Die mittlere Geschwindigkeit über die gesamte Strecke beträgt 41.25 km/h.

$$s_G := \frac{8}{60} \cdot v_m \rightarrow 5.5$$

$$s_E := \int_0^{\frac{1}{60}} v_1(t)\,\mathrm{d}t + \int_{\frac{1}{60}}^{\frac{5}{60}} v_2(t)\,\mathrm{d}t + \int_{\frac{5}{60}}^{\frac{6}{60}} v_3(t)\,\mathrm{d}t + \int_{\frac{6}{60}}^{\frac{7}{60}} v_4(t)\,\mathrm{d}t + \int_{\frac{7}{60}}^{\frac{8}{60}} v_5(t)\,\mathrm{d}t \rightarrow \frac{9}{2} = 4.5$$

Das Auto hat 5.5km zurückgelegt und ist 4.5km vom Ausgangspunkt entfernt.