 12.01.2023

Bsp's 5.76a, 5.75, 5.79 1-4)

5.76a)

$$f(x) := \frac{(a \cdot x)}{x^2 + b} \qquad f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow \frac{-(a \cdot x^2) + a \cdot b}{x^4 + 2 \cdot b \cdot x^2 + b^2}$$

$$f''(x) := \frac{d}{dx} f'(x) \rightarrow \frac{2 \cdot a \cdot x^3 - 6 \cdot a \cdot b \cdot x}{x^6 + 3 \cdot b \cdot x^4 + 3 \cdot b^2 \cdot x^2 + b^3}$$

Bedingungen:
I:f"(4)=0
II:f(4)=5

$$\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} f''(4) = 0 \\ f(4) = 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, b} \begin{bmatrix} \frac{80}{3} & \frac{16}{3} \end{bmatrix}$$

$$f(x) := \frac{(a \cdot x)}{x^2 + b} \xrightarrow{expand} \frac{80 \cdot x}{3 \cdot x^2 + 16}$$

$$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow \frac{-(240 \cdot x^2) + 1280}{9 \cdot x^4 + 96 \cdot x^2 + 256}$$

$$f''(x) := \frac{d}{dx} f'(x) \rightarrow \frac{1440 \cdot x^3 - 23040 \cdot x}{27 \cdot x^6 + 432 \cdot x^4 + 2304 \cdot x^2 + 4096}$$

Definitonsmenge:

D=R, stetig,ungerade,keine Polstellen,keine Lücken

Wendepunkte:

$$W := f''(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$W_1 := \begin{bmatrix} W_0 \\ f(W_0) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad W_2 := \begin{bmatrix} W_1 \\ f(W_1) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \qquad W_3 := \begin{bmatrix} W_2 \\ f(W_2) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \end{bmatrix}$$

Wendetangenten

$$k_1 := f'(W_{1_0}) \rightarrow 5 \qquad k_2 := f'(W_{2_0}) \rightarrow -\frac{5}{8} \qquad k_3 := f'(W_{3_0}) \rightarrow -\frac{5}{8}$$

$$d_1 := W_{1_1} = k_1 \cdot W_{1_0} + d_1 \xrightarrow{solve, d_1} 0 \qquad d_2 := W_{2_1} = k_2 \cdot W_{2_0} + d_2 \xrightarrow{solve, d_2} \frac{15}{2}$$

$$d_3 := W_{3_1} = k_3 \cdot W_{3_0} + d_3 \xrightarrow{solve, d_3} -\frac{15}{2}$$

$$t_1(x) := k_1 \cdot x + d_1 \rightarrow 5 \cdot x \qquad t_2(x) := k_2 \cdot x + d_2 \rightarrow -\frac{5 \cdot x}{8} + \frac{15}{2}$$

12.01.2023

$$t_3(x) := k_3 \cdot x + d_3 \rightarrow -\frac{5 \cdot x}{8} - \frac{15}{2}$$

Verhalte im Unendlichen

$$\lim_{x \to \infty} f(x) \rightarrow 0 \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) \rightarrow 0$$

Nullstellen

$$f(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} 0 \qquad N := \begin{bmatrix} 0 \\ f(0) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Extremstellen

$$E := f'(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} \frac{-(4 \cdot \sqrt{3})}{3} \\ \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.309 \\ 2.309 \end{bmatrix}$$

$$P_1 := f''\left(E_0\right) \xrightarrow{float} 1.0825317547305485307 \qquad P_2 := f''\left(E_1\right) \xrightarrow{float} -1.0825317547305485307$$

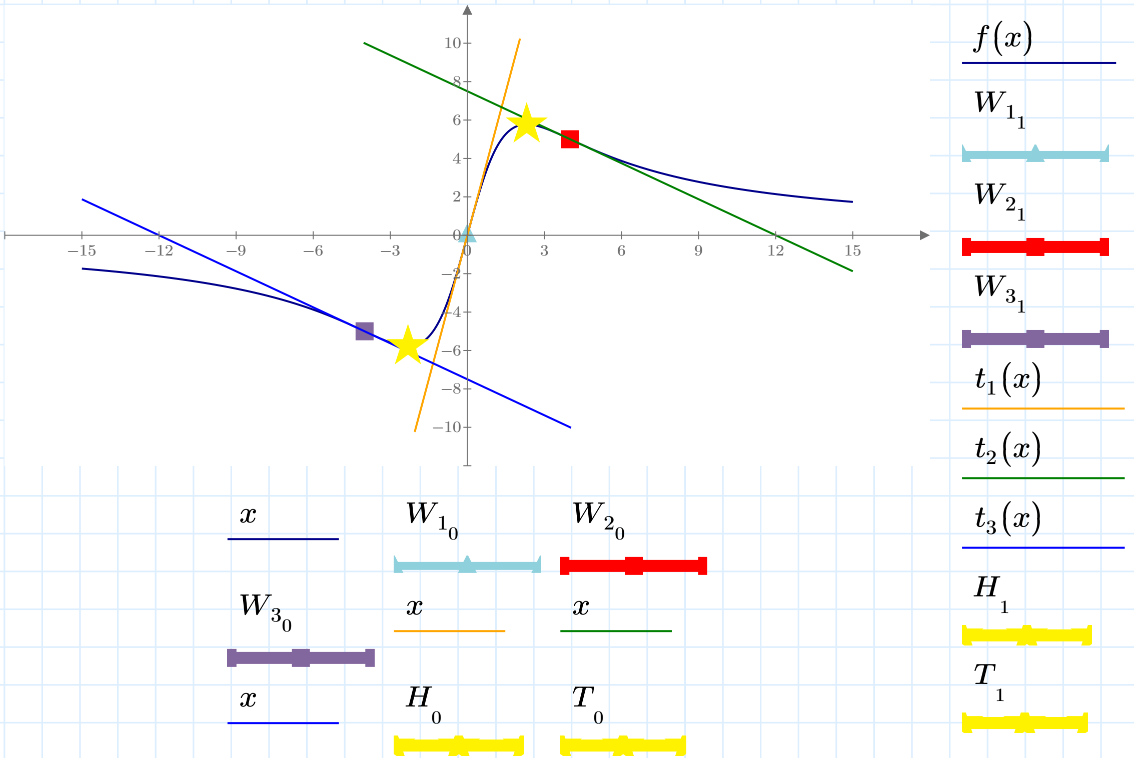
$$T := \begin{bmatrix} E_0 \\ f\left(E_0\right) \end{bmatrix} \xrightarrow{float, 3} \begin{bmatrix} -2.31 \\ -5.77 \end{bmatrix} \qquad H := \begin{bmatrix} E_1 \\ f\left(E_1\right) \end{bmatrix} \xrightarrow{float, 3} \begin{bmatrix} 2.31 \\ 5.77 \end{bmatrix}$$

Monotonie

streng monoton fallend:
]$-\infty$,-2.31[und]2.31,∞[

streng monoton steigend:
]-2.31,2.31[

Grafik



5.75)

clear (a, b, c, d, f)

$y(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ $\qquad P := \begin{bmatrix} 20 \\ 16 \end{bmatrix}$ $\qquad Q := \begin{bmatrix} 50 \\ 8 \end{bmatrix}$

Bedingungen:
I: y(20)=16
II: y(50)=8
III: y'(20)=16/20

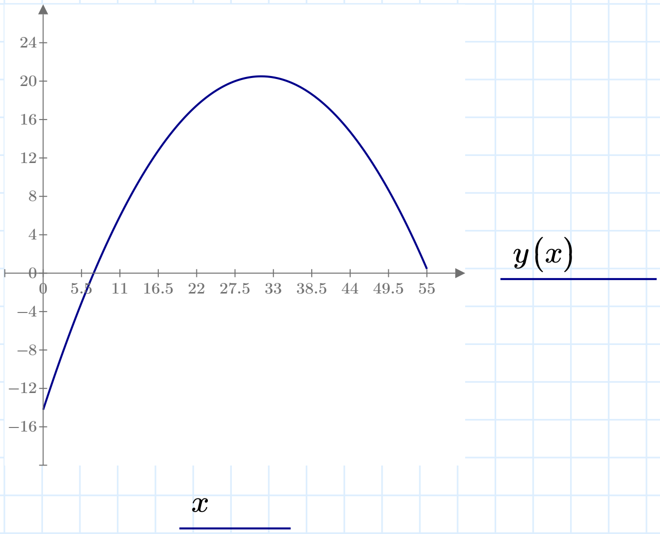
$$y'(x) := \frac{d}{dx} y(x) \rightarrow 2 \cdot a \cdot x + b$$

$$y''(x) := \frac{d}{dx} y'(x) \rightarrow 2 \cdot a$$

$$\begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} y(20) = 16 \\ y(50) = 8 \\ y'(20) = \frac{16}{20} \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, b, c, d} \begin{bmatrix} -\frac{8}{225} & \frac{20}{9} & -\frac{128}{9} & 0 \end{bmatrix}$$

$$y(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c \xrightarrow{expand} -\frac{8 \cdot x^2}{225} + \frac{20 \cdot x}{9} - \frac{128}{9}$$

Grafik



$\text{clear}(y, f, a, b, c, d)$

5.79)1-4)

$f(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

Bedingungen:
I:f(12)=3
II: f'(12)=0
III: f(0)=0
IIII: f'(0)=0

$f''(x) := \frac{d}{dx} f'(x) \rightarrow 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} f(12) = 3 \\ f'(12) = 0 \\ f(0) = 0 \\ f'(0) = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, b, c, d} \begin{bmatrix} -\frac{1}{288} & \frac{1}{16} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$f(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \xrightarrow{expand} -\frac{x^3}{288} + \frac{x^2}{16}$$

2)

$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow -\frac{x^2}{96} + \frac{x}{8}$

$10\ yd = 9.144\ m$

$f(9.144) = 2.571$

Der Ball fliegt 2.57m hoch.

3)

$$f(x) = 2 \xrightarrow[\text{}]{solve, x \atop float} \begin{bmatrix} 15.647477297488993743 \\ -5.0039195802242416881 \\ 7.3564422827352479455 \end{bmatrix}$$

Der Ball wurde aus einer Entfernung von 15.65 vor der Torlinie abgefeuert.

4)

$$f(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 18 \end{bmatrix} \qquad 18 - 15.64 \rightarrow 2.36$$

$$f'(18) \xrightarrow{float} -1.125 \qquad \alpha := \operatorname{atan}(f'(18)) = -48.366\ deg$$

Der Ball trifft den Boden mit einem Winkel von 45.36 Grad und 2.36m hinter der Torlinie.

Grafik