2) 5) 6), Buchbeispiele: 1.23), 1.78), 1.81)

2)

$$ellipse(x) := 3 \cdot x^2 + 5 \cdot y^2 = 120 \xrightarrow{solve, y} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{-(15 \cdot x^2) + 600}}{5} \\ \frac{-\sqrt{-(15 \cdot x^2) + 600}}{5} \end{bmatrix}$$

$$P_1 := \begin{bmatrix} 5 \\ ellipse(5)_0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

so kommt man auf a und b:

hier nimmt man die allgemeine ellipsengleichung: x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1

$$a_{el} := \sqrt{\frac{120}{3}} \qquad b_{el} := \sqrt{\frac{120}{5}}$$

$$e_{el} := \sqrt{a_{el}^2 - b_{el}^2} \rightarrow 4$$

Bedingungen

$$[a \;\; b] := \begin{bmatrix} \frac{5^2}{a^2} - \frac{3^2}{b^2} = 1 \\ 4^2 = a^2 + b^2 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{assume, a = real \\ assume, b = real \\ assume, a > 0 \\ assume, b > 0}]{solve, a, b} \begin{bmatrix} \sqrt{10} & \sqrt{6} \end{bmatrix}$$

$$hyperbel(x) := \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \xrightarrow{solve, y} \begin{bmatrix} \frac{-\sqrt{15 \cdot x^2 - 150}}{5} \\ \frac{\sqrt{15 \cdot x^2 - 150}}{5} \end{bmatrix}$$

5)

$P := \begin{bmatrix} x \\ 2 \end{bmatrix}$ $\quad parabel(x) := y^2 = 2 \cdot x \xrightarrow{solve, y} \begin{bmatrix} \sqrt{2 \cdot x} \\ -\sqrt{2 \cdot x} \end{bmatrix}$

$g(x) := -0.5 \cdot x + d$ $\quad parabel(x)_0 = 2 \xrightarrow{solve, x} 2$

$P := \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

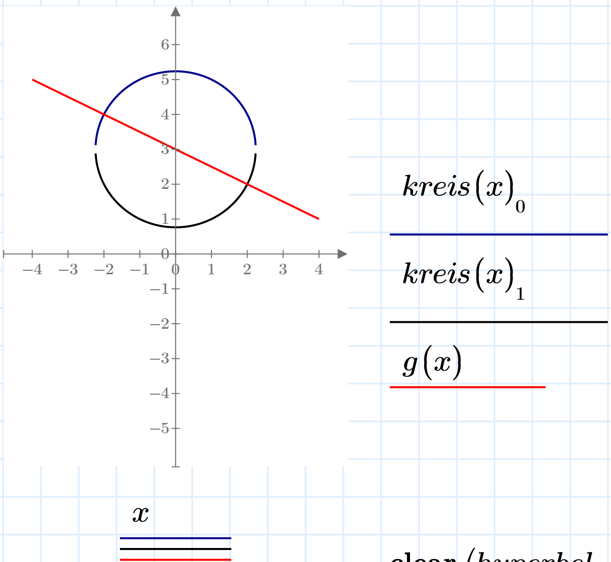
$d := g(2) = 2 \xrightarrow{solve, d} 3.0$

$g(x) := -0.5 \cdot x + d \rightarrow -0.5 \cdot x + 3.0$

$(x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 = r^2$ $\quad (2-0)^2 + (2-3)^2 = r^2 \xrightarrow{solve, r} \begin{bmatrix} -\sqrt{5} \\ \sqrt{5} \end{bmatrix}$

$r := (2-0)^2 + (2-3)^2 = r^2 \xrightarrow[]{\substack{solve, r \\ assume, r>0}} \sqrt{5}$

$kreis(x) := (x-0)^2 + (y-3)^2 = r^2 \xrightarrow{solve, y} \begin{bmatrix} \sqrt{-x^2+5}+3 \\ -\sqrt{-x^2+5}+3 \end{bmatrix}$



clear $(hyperbel, kreis, g, y, x, r, hyp, e, a_{hyp}, b_{hyp})$

6)

$hyperbel(x) := 9 \cdot x^2 - 16 \cdot y^2 = 36$ $\quad M := \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{25}{8} \end{bmatrix}$

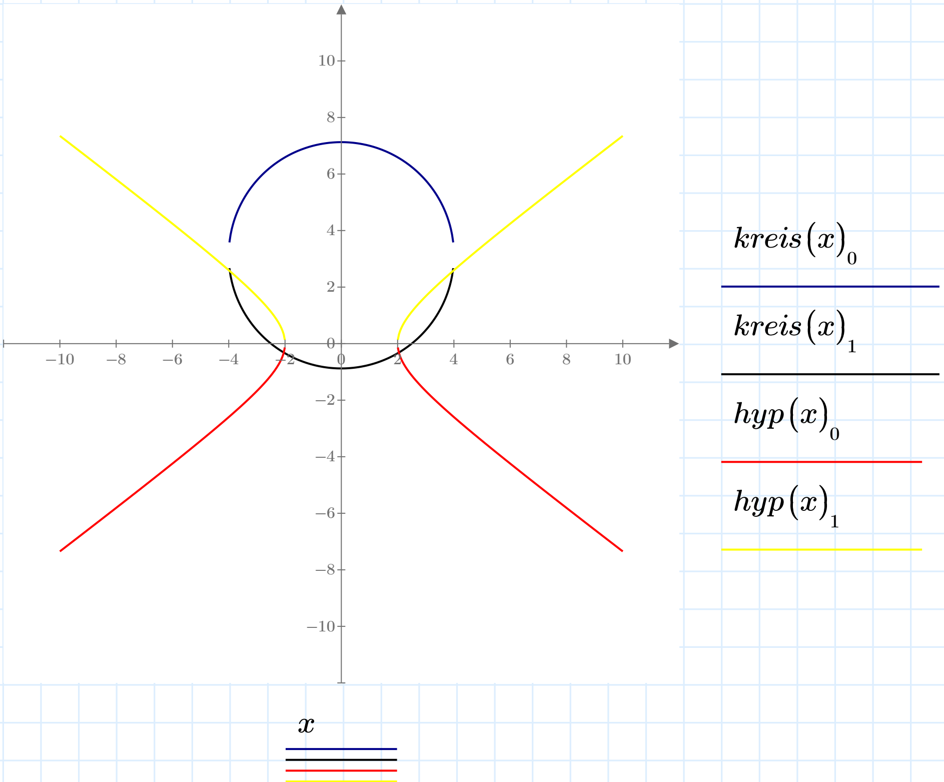
$a_{hyp} := \sqrt{\frac{36}{9}}$ $\quad b_{hyp} := \sqrt{\frac{36}{16}}$

$$e := \sqrt{a_{hyp}^{\ 2} + b_{hyp}^{\ 2}} \rightarrow \frac{5}{2}$$

$$r := \left(0 - \frac{25}{8}\right)^2 + (0-e)^2 = r^2 \xrightarrow[]{\substack{solve, r \\ assume, r>0}} \frac{5 \cdot \sqrt{41}}{8}$$

$$kreis(x) := (x-0)^2 + \left(y - \frac{25}{8}\right)^2 = r^2 \xrightarrow{solve, y} \begin{bmatrix} \dfrac{\sqrt{-(64 \cdot x^2) + 1025} + 25}{8} \\ \dfrac{-\sqrt{-(64 \cdot x^2) + 1025} + 25}{8} \end{bmatrix}$$

$$hyp(x) := hyperbel(x) \xrightarrow{solve, y} \begin{bmatrix} \dfrac{-\sqrt{144 \cdot x^2 - 576}}{16} \\ \dfrac{\sqrt{144 \cdot x^2 - 576}}{16} \end{bmatrix}$$



$$f_{asymptote}(x) := \begin{bmatrix} \dfrac{-b_{hyp}}{a_{hyp}} x \\ \dfrac{b_{hyp}}{a_{hyp}} x \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{-(3 \cdot x)}{4} \\ \dfrac{3 \cdot x}{4} \end{bmatrix}$$

$$S_x := kreis(x)_1 = f_{asymptote}(x)_0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$S_{x1} := kreis(x)_1 = f_{asymptote}(x)_1 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$S_1 := \begin{bmatrix} S_{x_0} \\ kreis\left(S_{x_0}\right)_1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$S_2 := \begin{bmatrix} S_{x_1} \\ kreis\left(S_{x_1}\right)_1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

$$S_3 := \begin{bmatrix} S_{x1_0} \\ kreis\left(S_{x1_0}\right)_1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

$$S_4 := \begin{bmatrix} S_{x1_1} \\ kreis\left(S_{x1_1}\right)_1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{clear}(c, a, b)$$

1.23), 1.78), 1.81)

$x_0 := 5 \qquad t_p(x) := -x + 7$

$y(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c \qquad t_p(3) \rightarrow 4$

$$y'(x) := \frac{d}{dx} y(x) \rightarrow 2 \cdot a \cdot x + b$$

$$\begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} y(5) = 0 \\ y(3) = 4 \\ y'(3) = -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, b, c} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 2 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

$$y(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c \rightarrow -\frac{x^2}{2} + \frac{5}{2} + 2 \cdot x$$

$$y'(x) := \frac{d}{dx} y(x) \rightarrow -x + 2$$

$y'(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} 2$ $S := \begin{bmatrix} 2 \\ y(2) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ \frac{9}{2} \end{bmatrix}$

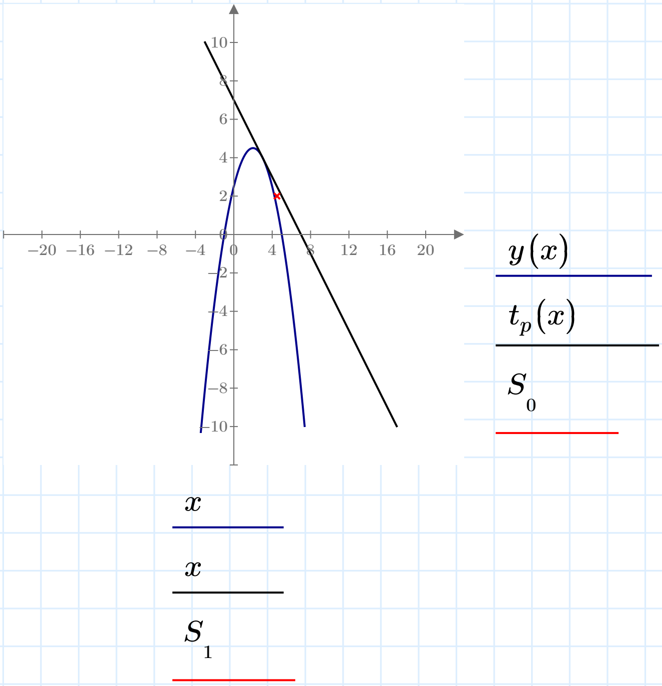
$y''(x) := \frac{d}{dx} y'(x) \rightarrow -1$

Rechtskrümmung -> nach rechts gekrümmt

$r(x) := \frac{\left(1 + y'(x)^2\right)^{1.5}}{|y''(x)|} \rightarrow \left((-1.0 \cdot x + 2.0)^2 + 1.0\right)^{1.5}$

$r(2) \rightarrow 1.0$

krümmungsradius = 1



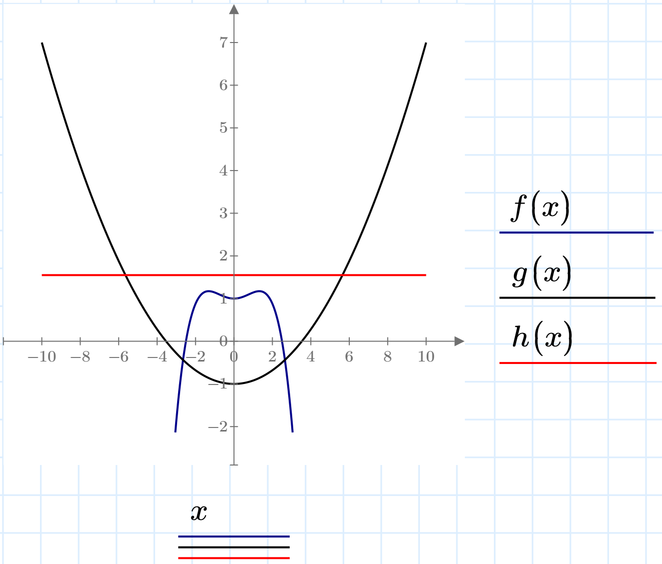
1.78)

$f(x) := -0.0576 \cdot x^4 + 0.2 \cdot x^2 + 1$ $g(x) := 0.08 \cdot x^2 - 1$

1)

unten -> g(x)
oben -> f(x)

$l := 5$ $h(x) := 1.55$



$$b := f(x) - g(x) = 1.55 \xrightarrow[\text{assume}, x = \text{real}]{\text{solve}, x} \begin{bmatrix} 2.0061271282870485724 \\ -2.0061271282870485724 \end{bmatrix}$$

Die Breite des Monitors beträgt $2 \cdot b_0 \xrightarrow{\text{float}, 3} 4.01\ \text{m}$

$$A_K := \int_{-2.5}^{2.5} f(x) - g(x)\, \mathrm{d}x \rightarrow 9.0$$

$$A_M := 1.55 \cdot 2 \cdot b_0 \rightarrow 6.2189940976898505744$$

$$\frac{A_K}{A_M} \rightarrow 1.4471793763790836536$$

Die Gesamtfläche steht im verhältnis zum monitor ~1:1.45

1.81)

1)

$$y(x) := 0.2 \cdot (x^2 + 1)^2 + 0.8$$

$$x^2 = -1 + \sqrt{\frac{y - 0.8}{0.2}}$$

2)

$$V := \pi \cdot \int_{1}^{5} \left(-1 + \sqrt{\frac{y - 0.8}{0.2}} \right) \mathrm{d}y = 27.325$$

In ein 4cm hohes Glas gehen sich 27.325 ml Flüssigkeit aus.

3)

$$V := \pi \cdot \int_{1}^{5.8} -1 + \sqrt{\frac{y - 0.8}{0.2}} \, \mathrm{d}y = 36.861$$

Nein es ist nicht möglich in das glas mit 5.8 cm 40ml zu füllen.