Arbeitsblatt 2.1

Beispiele) 2d), 5e), 6e), 9)

2d) $(x^3+y^3)\,dx - 3x^2\cdot y\,dy = 0 \quad | + 3x^2\cdot y\cdot dy$

$(x^3+y^3)\cdot dx = 3x^2\cdot y\,dy \quad | : dy \quad : dx$

$(x^3+y^3)\cdot \; = 3x^2\cdot y^2 \cdot \frac{dy}{dx} \quad |\cdot$

Störfaktor (x^3)

$\frac{dy}{dx} = y'$

1. Ordnung, 3. Grad, inhomogen, nicht linear, y → Abhängig, x → unabhängig, implizit. [Grad(y) → $y'\cdot y$]

5e) $x\cdot y' - 2y = x^3\cdot\cos(4x)$

$x\cdot y' - 2y = 0 \iff x\cdot\frac{dy}{dx} = 2y \quad |:y \quad |\cdot dx \quad |:x$

$\frac{dy}{y} = \frac{2}{x}\cdot dx \qquad \int\frac{1}{y}\,dy = 2\int\frac{1}{x}\,dx \iff \ln|y| = 2\cdot\ln|x| \quad | e^{\square}$

$y(x) = e^{2\cdot\ln|x|} = [\underbrace{e^{\ln|x|}}_{x}]^2 = \underline{x^2\cdot C}$

allgm. Lösung:

$y(x) = x^2\cdot C(x)$

$u = x^2 \quad u' = 2x$

$v = C(x) \quad v' = C'(x)$

$y'(x) = 2x\cdot C(x) + C'(x)\cdot x^2$

$\cancel{x\cdot(2x\cdot C(x)} + C'(x)\cdot x^2) \cancel{- 2x^2 C(x)} = x^3\cdot\cos(4x)$

$C'(x)\cdot \cancel{x^3} = \cancel{x^3}\cdot\cos(4x) \quad |: x^3$

$C'(x) = \cos(4x)$

$\int C'(x)\,dx = \int\cos(4x)\,dx \iff C(x) = \frac{\sin(4x)}{4} + C$

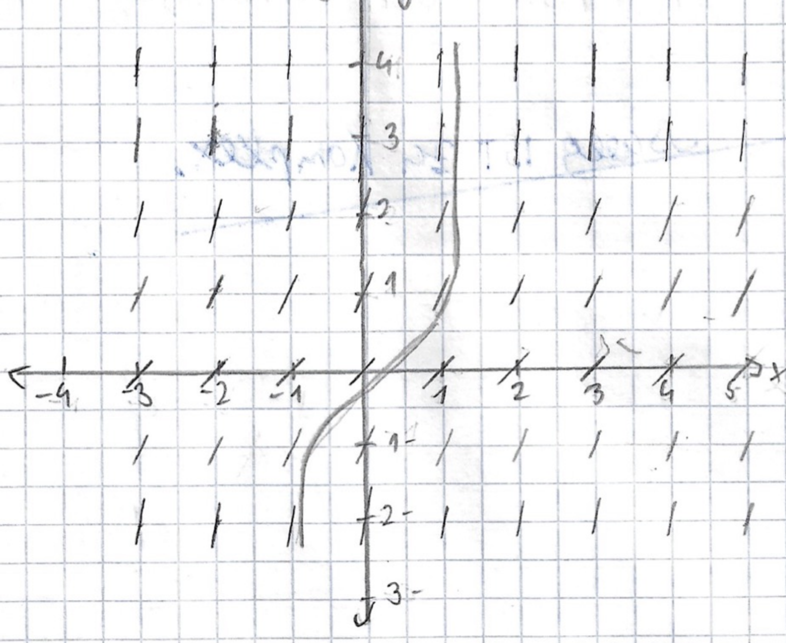
$y(x) = x^2\cdot\left(\frac{\sin(4x)}{4} + C\right) \iff \underline{\frac{x^2\cdot\sin(4x)}{4} + C\cdot x^2}$

6e) $y' = y^2 + 1$

$\frac{1}{5}$

$-3 \le x \le 1, \; -2 \le y \le 4$

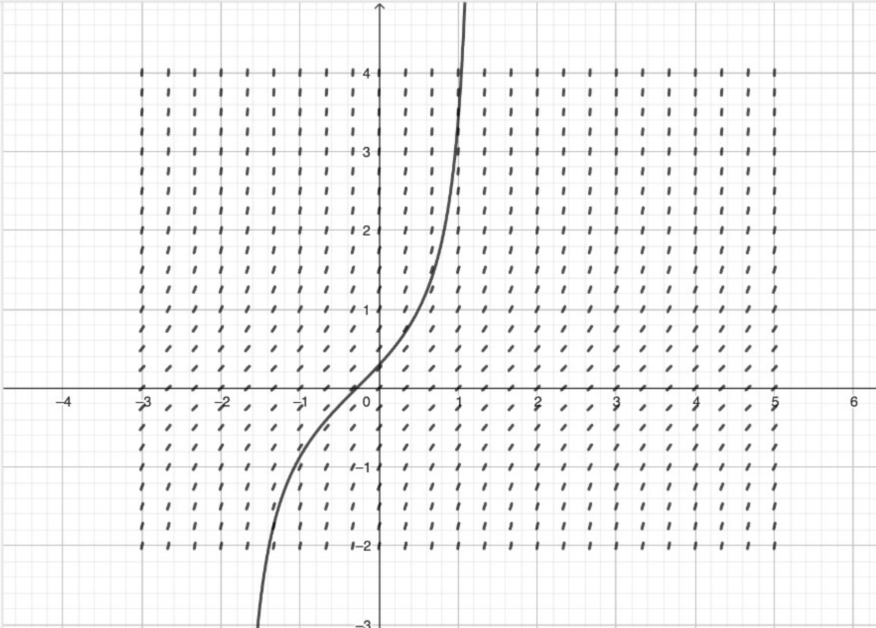
x \ y	-2	-1	0	1	2	3	4
-3	5	2	1	2	5	10	17
-2	5	2	1	2	5	10	17
-1	5	2	1	2	5	10	17
0	5	2	1	2	5	10	17
1	5	2	1	2	5	10	17
2	5	2	1	2	5	10	17
3	5	2	1	2	5	10	17



Steigungsfeld1 = Richtungsfeld(y² + 1, 25, 0.3, -3, -2, 5, 4)

NumerischesIntegral1 = Ortslinie(y² + 1, (0.5, 1))

Eingabe…



6e) Differentialgleichung ausrechnen

$y' = y^2+1 \iff \frac{dy}{dx} = (y^2+1) \,|\cdot dx \,|:(y^2+1) \iff \frac{dy}{(y^2+1)} = dx$

$\int \frac{1}{(y^2+1)}\, dy = \int 1 dx$

$\arctan(y) = x + c \;|\; \tan$

$\underline{\underline{y(x) = \tan(x+C)}}$

---

9) $y' + x^2 \cdot y = x^3 \quad y(0) = 1$

$\frac{dy}{dx} + x^2 \cdot y = 0 \,|\, -(x^2 \cdot y)$

$\frac{dy}{dx} = -x^2 \cdot y \,|:y\,|\cdot dx$

$\frac{dy}{y} = -x^2 \cdot dx$

$\int \frac{1}{y} \cdot dy = -\int x^2 dx$

$\ln|y| = -\frac{\cancel{1}x^3}{3} + c \,|\, e^{\square} \iff y(x) = e^{-\frac{x^3}{3}} \cdot C$

$y' = -x^2 \cdot e^{-\frac{x^3}{3}} \cdot C(x) + C'(x) \cdot e^{-\frac{x^3}{3}}$

$\boxed{u = e^{-\frac{x^3}{3}} \quad u' = -\frac{\cancel{1}}{\cancel{3}}x^2 \cdot e^{-\frac{x^3}{3}}}$

$\boxed{v = C(x) \quad v' = C'(x)}$

$v' = e^{\frac{x^3}{3}} \quad V =$

$u = x^3 \quad u' = 3x^2$

$\cancel{-x^2 \cdot e^{-\frac{x^3}{3}} \cdot C(x)} + C'(x) \cdot e^{-\frac{x^3}{3}} + \cancel{x^2 \cdot e^{-\frac{x^3}{3}} \cdot C(x)} = x^3$

$C'(x) \cdot e^{-\frac{x^3}{3}} = x^3 \iff \int C(x) dx = \int e^{+\frac{x^3}{3}} \cdot x^3 dx$

Lösung mit Mathcad vorhanden! (weiter rechnen)

Lösungs~~weg~~ ist zu Komplex.

9) AA 2.1)

$$C(x) := \int e^{\frac{x^3}{3}} \cdot x^3 \, dx \rightarrow x \cdot e^{\frac{x^3}{3}} - \frac{(-1)^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{3}, \frac{-x^3}{3}\right)}{3}$$

$$y(x) := e^{\frac{-x^3}{x}} \cdot C(x) \xrightarrow{expand} x \cdot e^{-x^2} \cdot e^{\frac{x^3}{3}} - \frac{(-1)^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot e^{-x^2} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{3}, \frac{-x^3}{3}\right)}{3}$$

Γ Zeichen leider noch nie gesehen :(-> Der Lösungsweg ist mir somit leider nicht ersichtlich.