

2.5.3 Extremwertaufgaben

Bei Extremwertaufgaben werden absolute Extremwerte einer Funktion unter bestimmten Bedingungen bestimmt. Unter einem absoluten Extremwert versteht man dabei jenen Wert der den größten bzw kleinsten Funktionswert in einem Intervall besitzt.

Bei Extremwertaufgaben unterscheidet man zwischen Haupt und Nebenbedingungen.

Dabei ist die Hauptbedingung das Maximum oder Minimum.

Die Nebenbedingungen beziehen sich auf die vorgegebenen Bedingungen und dienen zur Reduktion der Variablen.

Beispiel 1:

Mit einem Gartenzaun von 40 dm soll ein Haus mit größtmöglichem Flächeninhalt eingezäunt werden.
Berechnen Sie die Abmessungen des Obstgartens.

Lösung Hauptbedingung

$$A(x, y) := x \cdot y$$

$$X := 40 = 2 \cdot x + y \xrightarrow{\text{solve}, x} \frac{-y + 40}{2}$$

$$\boxed{A}(y) := A(X, y) \rightarrow \frac{y \cdot (-y + 40)}{2}$$

$$A'(y) := \frac{d}{dy} A(y) \rightarrow -y + 20$$

$$Y := A'(y) \xrightarrow{\text{solve}, y} 20$$

$$A''(y) := \frac{d}{dy} A'(y) \rightarrow -1$$

$$X := 10$$

Die Abmessungen des Zaunes sind $x=10\text{dm}$ und $y=20\text{dm}$ und der Flächeninhalt beträgt 200dm .

$$\text{Fläche} := X \cdot Y \rightarrow 200$$

$$\text{clear}(A, y, x, X, Y, A'')$$

3.94a)

$$A(x, y) := x \cdot y$$

$$X := 60 = 2 \cdot x + y \xrightarrow{\text{solve}, x} \frac{-y + 60}{2}$$

$$\boxed{A}(y) := A(X, y) \rightarrow \frac{y \cdot (-y + 60)}{2}$$

$$\boxed{A}'(y) := \frac{d}{dy} A(y) \rightarrow -y + 30$$

$$Y := A'(y) \xrightarrow{\text{solve}, y} 30$$

$$\boxed{A}'(y) := \frac{d}{dy} A(y) \rightarrow -y + 30$$

$$A''(y) := \frac{d}{dy} A'(y) \rightarrow -1$$

$$x(Y) := \frac{(-30 + 60)}{2} \rightarrow 15$$

$$\boxed{A} := x(Y) \cdot Y \rightarrow 450$$

Die Abmessungen des Zaunes sind $x=15\text{dm}$ und $y=30\text{dm}$ und der Flächeninhalt beträgt 450dm^2 .