2.5.2 Umkehraufgaben)

Sie dienen zum Auffinden von Funktionen aus vorgegebenen Bedingungungen.

Polynomfunktion 2. Grades: f(x)=ax^2 +bx+c
Polynomfunktion 3. Grades bzw. kubische Funktion: f(x): $a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

Beispiel 5.70)

$$f(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

$$P := \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} \quad Q := \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix} \quad T := \begin{bmatrix} 12 \\ y_T \end{bmatrix}$$

Lösung:

Bedingungen:
I: f(2) = 6
II: f(8) = 5
III: f''(8) = 0
IIII: f'(12) = 0

$$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$$

$$f''(x) := \frac{d}{dx} f'(x) \rightarrow 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$$

shift + space = zeile

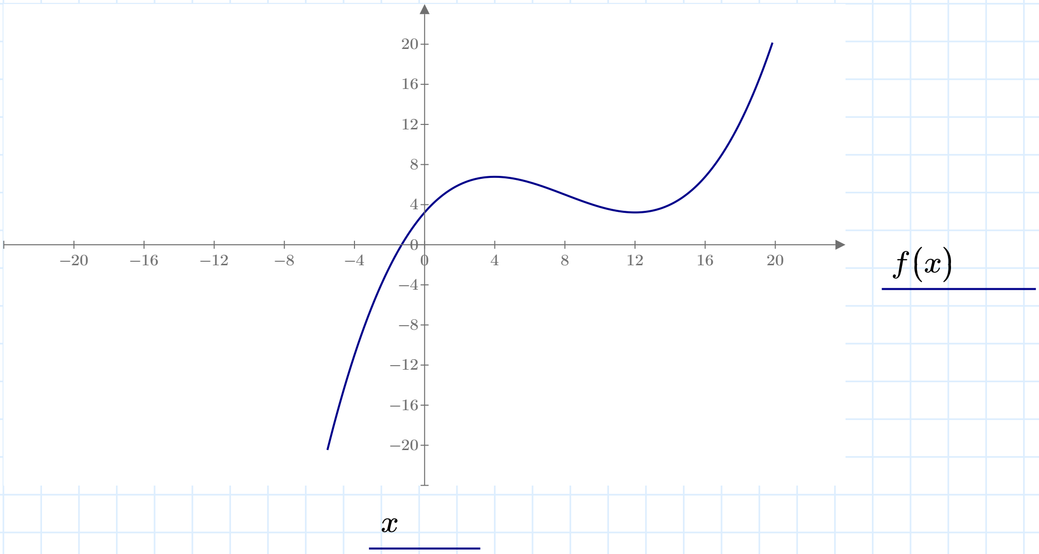
$$\begin{bmatrix} a & b & c & d \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} f(2) = 6 \\ f(8) = 5 \\ f''(8) = 0 \\ f'(12) = 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} d + 2 \cdot c + 4 \cdot b + 8 \cdot a = 6 \\ d + 8 \cdot c + 64 \cdot b + 512 \cdot a = 5 \\ 2 \cdot b + 48 \cdot a = 0 \\ c + 24 \cdot b + 432 \cdot a = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, b, c, d} \begin{bmatrix} \frac{1}{72} & -\frac{1}{3} & 2 & \frac{29}{9} \end{bmatrix}$$

$$f(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \rightarrow \frac{x^3}{72} + \left(\frac{29}{9} + 2 \cdot x - \frac{x^2}{3} \right)$$

$$f(12) \rightarrow \frac{29}{9} \qquad T := \begin{bmatrix} 12 \\ f(12) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 12 \\ \frac{29}{9} \end{bmatrix}$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Grafik



5.70) 3)

Ablesen: zwischen 4

$$H := \begin{bmatrix} 4 \\ f(4) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ \frac{61}{9} \end{bmatrix}$$

Durch das Ablesen aus der Graphik lässt sich der Hochpunkt bestimmen bzw . da man weiß, dass eine Polynomfunktion dritten Grades um den Wendepunkt punksymmetrisch ist, erhält man den Hochpunkt bei x = 4 und er lautet insgesamt $H \rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ \frac{61}{9} \end{bmatrix}$ - der Abstand vom Wendepunkt zum Hochpunkt ist gleich.

$\textbf{clear}\,(a, b, c, d, f)$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Beispiel 5.71)

$$f(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

$$P := \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} \qquad W := \begin{bmatrix} 11 \\ y_W \end{bmatrix}$$

Bedingungen
I: f(4) = 6
II: f'(4) = 0 (waagrechte Tangente)
III: f''(11) = 0
IIII: f(0) = 0

$$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$$

$$f''(x) := \frac{d}{dx} f'(x) \rightarrow 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$$

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} f4 = 6 \\ f'(4) = 0 \\ f''(11) = 0 \\ f(0) = 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} f4 = 6 \\ c + 8 \cdot b + 48 \cdot a = 0 \\ 2 \cdot b + 66 \cdot a = 0 \\ d = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, b, c, d} \begin{array}{l} \text{if } f4 = 6 \\ \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{else} \\ \quad undefined \end{array}$$

Stevan Vlajic

Nur nichtkommerzielle Verwendung