5te Mathe Hausübung am 2.10.202

Stefan Vajić

Beispiele: S.50, S.55a), S.59) 1-2), S.61a-h) S.62) 1-2), S.64) 1-2)

S.50) $f''(x) = 12ax^2 + 6b \cdot x + 2c$

$f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$

$f'(x) = 4ax^3 + 3b \cdot x^2 + 2c \cdot x + d$

$f(0) = -1$

$f(-1) = 1$

$f(1) = 1$

$f'(1) = 0$

$f''(0) = 0$

$A \cdot B = C \mid A^{-1}$

$B = A^{-1} \cdot C$

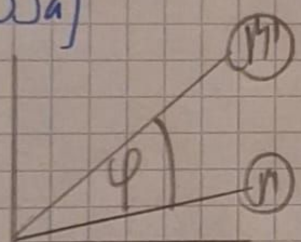
$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{A} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix}}_{B} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{C}$$

mit Mathcad gelöst.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{4} & 2 & -\frac{5}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -2 & \frac{7}{4} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$a = 2$
$b = -4$
$c = 0$
$d = 4$
$e = -1$

S.55a)



$M = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\varphi = 25°$ $k = 3$ $S = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

$D = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}$

$T = \begin{pmatrix} \cos(25) & -\sin(25) \\ \sin(25) & \cos(25) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2{,}72 & -1{,}26 \\ 1{,}26 & 2{,}72 \end{pmatrix}$

$M' = T \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2{,}7189 & -1{,}2678 \\ 1{,}2678 & 2{,}7189 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5{,}62 \\ 9{,}24 \end{pmatrix}$

S.59) 1-2)

1)

$\alpha = 30°$

2)

$T = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(-30) & -\sin(-30) \\ \sin(-30) & \cos(-30) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

$S = \begin{pmatrix} \cos(2\alpha) & \sin(2 \cdot \alpha) \\ \sin(2 \cdot \alpha) & -\cos(2\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

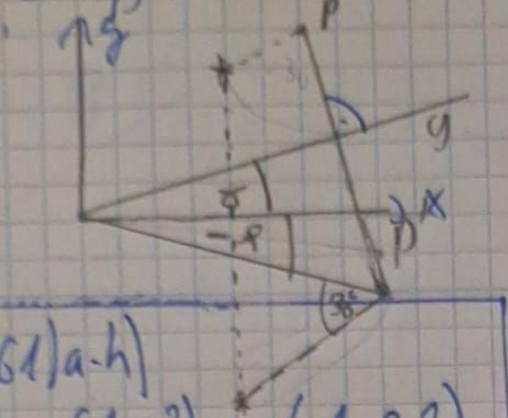
W.A

Stevan Vlajić

5te Mathe Hausübung am 03.10.2023

S.59 1)

$\delta = 30°$



Zuerst wird der Punkt um $-\alpha$ und spiegelt ihn dann an der x-Achse.
Nun wird er noch nochmal um δ gedreht.
Durch die letzte Drehung sollte eine perfekte Spiegelung zum Punkt P entstehen.

S.61) a-h)

$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

a) $2 \cdot B = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix} \in R_2^3$

b) $A + D = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 7 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \in R_2^2$

c) B^{-1} = nicht möglich, da die Matrix nicht quadratisch ist

d) $B \cdot C$ = nicht möglich, da $m_1 \neq n_2$.

e) $B \cdot D$ = nicht möglich, da $m_1 \neq n_2$

f) $D \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

h) $B^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \in R_3^2$

$\det(A) = 20$

g) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 7 & 6 \end{pmatrix} \cancel{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$

$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot (A^{-1})$

$A_{11} = (-1)^2 \cdot (6) = 6$

$A_{12} = (-1)^3 \cdot (7) = -7$

$A_{21} = (-1)^3 \cdot (-2) = 2$

$A_{22} = (-1)^4 \cdot (1) = 1$

$A^{-1} = \frac{1}{20} \cdot \begin{pmatrix} 6 & -7 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}1 \\ -0{,}35 & 0{,}05 \end{pmatrix}$

S.62) 1-2)

1)

$A = \begin{pmatrix} 20 & 40 \\ 10 & 30 \\ 30 & 10 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 3 & 10 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$

$A \cdot B^T = C$ $\begin{pmatrix} 20 & 40 \\ 10 & 30 \\ 30 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 8 & 10 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 420 & 460 & 440 \\ 290 & 330 & 310 \\ 230 & 190 & 210 \end{pmatrix} \in R_3^3$

2) $M = \begin{pmatrix} 420 & 460 & 440 \\ 290 & 330 & 310 \\ 230 & 190 & 210 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20{,}000 \\ 14{,}150 \\ 9\,250 \end{pmatrix} \in R_3^1$

Ste Mathe Hausübung am 2.10.2023 Stevan Vlajić

S 64) 1) $P = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

1) $P' = \underbrace{\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1{,}5 \end{pmatrix}}_{T} \cdot P = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix} \in R_2^1}}$

Das einsetzen der jeweiligen Faktoren, also s_x und s_y ergibt die Transformationsmatrix. Multipliziert man die ursprüngliche Matrix mit der transformierten, ergibt dies P'.

2) $\varphi = 60°$ $\delta = 90°$

$\cancel{P' = \begin{pmatrix} \cos(60) & -\sin(60) \\ \sin(60) & \cos(60) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ \\ \ \end{pmatrix} \in R_2^1}$

$\cancel{P' \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot P' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$

$T = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(60) & -\sin(60) \\ \sin(60) & \cos(60) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \in R_2^2$

$P' = T \cdot P = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\boxed{\begin{pmatrix} 0{,}23 \\ 3{,}59 \end{pmatrix} \in R_3^1}}}$

Man bildet zuerst die Transformationsmatrix und multipliziert diese mit dem P um P' zu bekommen.

Punkt

Inverse 5x5 Matrix aus 5.50)

$$A := \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{4} & 2 & -\frac{5}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -2 & \frac{7}{4} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$