Stevan V.

Zettelübung am 14.03.2024

5) 7) 8)

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n^4 - 4n^3) \cdot x^n \qquad a_n = n^4 - 4n^3 \qquad R = \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^4-4n^3}{(n+1)^4 - 4(n+1)^3}$$

$\underline{R = 1}$ ← Konvergenzradius

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^4 - 4n^3}{(n+1)^4 - 4(n+1)^3} = \frac{n^4 \cdot (1 - \frac{4}{n})}{n^4 \cdot (1 - \frac{60}{n} - \frac{42}{n^2} - \frac{8}{n^3})} \to 1 = \frac{1}{1} = 1$$

Somit konvergiert die Reihe für alle $|x| < 1$ und divergiert für alle $|x| > 1$.

$x = R = 1 \quad \sum_{n=0}^{\infty} (n^4 - 4n^3) \cdot 1^n$

$a_n = (n^4 - 4n^3) \cdot 1^n$

Hierbei handelt es sich um keine Nullfolge, daher divergiert die Reihe für alle $|x| < 1$

$x = -R = -1$

$\sum_{n=0}^{\infty} (n^4 - 4n^3)(-1)^n$ Hierbei handelt es sich um keine Nullfolge und um eine alternierende Reihe, daher ist diese divergent

$a_n = n^4 - 4n^3 \cdot (-1)^n$

---

7) $\sum_{n=0}^{\infty} n^2 x^n$

$a_n = n^2 \qquad R = \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{(n+1)^2} = \frac{n^2}{n^2(1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2})} = 1$

~~somit ist kon~~

Die Reihe konvergiert somit für alle $|x| < 1$ und divergiert für alle $|x| > 1$.

$x = R = 1$

$\sum_{n=0}^{\infty} n^2 \cdot 1^n$ → keine Nullfolge und somit divergent

$n \cdot (n-1)!$

$x = R = 1$

$\sum_{n=0}^{\infty} n^2 (-1)^n$ → keine Nullfolge und somit divergent

---

8) $\sum_{n=1}^{\infty} \left|\frac{n+1}{n!}\right| \cdot x^n$

$a_n = \left|\frac{n+1}{n!}\right| \qquad R = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right| = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{\frac{n+1}{n!}}{\frac{n+2}{(n+1)!}} \right|$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n \cdot (n-1)! \cdot (n+1)}{n! \, (n+2)} = \frac{n^2 \cdot (1 + \frac{1}{n^2})}{n^2 \cdot (\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2})} = \infty$$

Die Reihe ist somit für all $|x| < \infty$ konvergent.