

Beispiel 5.32)

$$K(x) := 0.01 x^3 - 0.3 x^2 + 3 x + 6$$

$$E(x) := -1.5 x^2 + 15 x$$

2)

$$G(x) := E(x) - K(x) \rightarrow -0.01 \cdot x^3 - 1.2 \cdot x^2 + 12.0 \cdot x - 6.0$$

$$G(x) = 0 \xrightarrow[\text{float}]{\text{solve}, x} \begin{bmatrix} 8.7875080014553010616 \\ -129.31550919308170962 \\ 0.52800119162640855705 \end{bmatrix}$$

Die Firma macht Gewinn wenn die Funktionswerte der Erlösfunktion größer als die Funktionswerte der Kostenfunktion sind. Hier liefert die Firma im Bereich von [1,8]ME(Mengeneinheiten) einen Gewinn.

3)

$$G'(x) := \frac{d}{dx} G(x) \rightarrow -0.03 \cdot x^2 - 2.4 \cdot x + 12.0$$

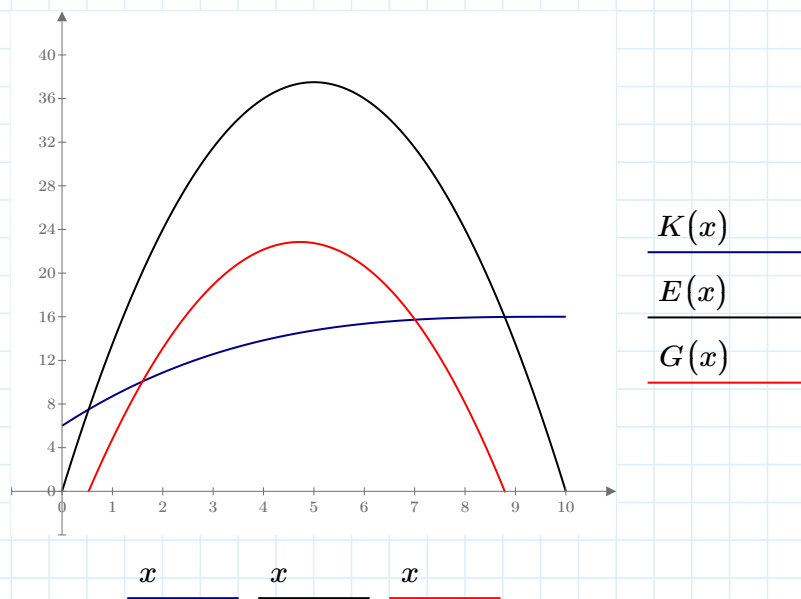
$$x_{\max} := G'(x) = 0 \xrightarrow[\text{assume}, x > 0]{\text{solve}, x} 4.7213595499957939282$$

gewinnmaximierende Menge

$$G(x_{\max}) \rightarrow 22.854381999831757127$$

Der maximale Gewinn bei 4.72 ME liegt bei 22.85GE.

Funktionsgraph



5.37)

$$T(t) := -0.02 t^3 + 0.18 t^2 + 1.44 t + 16.84$$

$$T'(t) := \frac{d}{dt} T(t) \rightarrow -0.06 \cdot t^2 + 0.36 \cdot t + 1.44$$

1)

$$E := T'(t) = 0 \xrightarrow{\text{solve, } t} \begin{bmatrix} -2.7445626465380286599 \\ 8.7445626465380286599 \end{bmatrix}$$

Höchstwert der Temperatur

$$T(E_1) = 29.823$$

WH-Verbesserung

BSP 2)

$$f(x) = \ln\left(\frac{(x+4)}{x^2+1}\right)$$

$$f'(x) = \frac{(x^2+1)}{x+4} \cdot \left(\frac{(1 \cdot (x^3+1) - 3 \cdot x^2 + (x+4))}{(x^3+1)^2} \right) = \frac{(x^2+1 - 3 \cdot x^3 - 12 \cdot x^2)}{(x+4) \cdot (x^3+1)} = \frac{(-2 \cdot x^3 - 12 \cdot x^2 + 1)}{(x+4) \cdot (x^3+1)}$$

Beispiel

$$f(x) := \frac{x^3}{2x^2 - x - 1}$$

$$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \xrightarrow{\text{simplify, collect}} \frac{2 \cdot x^4 - 2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2}{4 \cdot x^4 - 4 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1}$$

$$f''(x) := \frac{d}{dx} f'(x) \xrightarrow{\text{simplify, collect}} \frac{6 \cdot x^3 + 6 \cdot x^2 + 6 \cdot x}{8 \cdot x^6 - 12 \cdot x^5 - 6 \cdot x^4 + 11 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 - 3 \cdot x - 1}$$

$$f'''(x) := \frac{d}{dx} f''(x) \xrightarrow{\text{simplify, collect}} \frac{-(36 \cdot x^4) - 48 \cdot x^3 - 72 \cdot x^2 - 6}{16 \cdot x^8 - 32 \cdot x^7 - 8 \cdot x^6 + 40 \cdot x^5 + x^4 - 20 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 1}$$

Definitionsmenge

$$D := 2x^2 - x - 1 = 0 \xrightarrow{\text{solve, x}} \left[\begin{array}{c} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{array} \right]$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}, 1 \right\}$$

senkrechte Asymptoten bei

$$D_0 \rightarrow 1 \quad D_1 \rightarrow -\frac{1}{2}$$

Die Unstetigkeitsstellen sind
Polstellen - also Polstellen
bei $x_1 = -0.5$ und $x_2 = 1$
nicht stetig, keine Lücken

$$f(x) \xrightarrow{\text{parfrac expand}} \frac{1}{24 \cdot x + 12} + \frac{1}{3 \cdot x - 3} + \frac{x}{2} + \frac{1}{4}$$

Schräge Asymptoten (die
Terme wo das x im Nenner
nicht vorkommt)

$$a(x) := \frac{x}{2} + \frac{1}{4}$$

schräge Asymptoten

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \rightarrow \infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \rightarrow -\infty$$

Verhalten an den Unstetigkeitsstellen

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \rightarrow \infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \rightarrow -\infty$$

$$f(x) \rightarrow \frac{x^3}{2 \cdot x^2 - x - 1}$$

Stellen einsetzen

$$f(-0.4999) \rightarrow 416.44447962864190946$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x) \rightarrow \infty \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} f(x) \rightarrow -\infty$$

Nullstellen

$$N_{ALL} := f(x) = 0 \rightarrow \frac{x^3}{2 \cdot x^2 - x - 1} = 0$$

Extremstellen

$$E := f'(x) = 0 \xrightarrow{\text{solve}, x} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{7}+1}{2} \\ \frac{-\sqrt{7}+1}{2} \end{bmatrix}$$

$$f''(E_0) \rightarrow 0 \quad \text{keine Aussage möglich}$$

$$f''(E_2) = 1.203$$

$$f''(E_3) = -2.586$$

$$T := \begin{bmatrix} E_2 \\ f(E_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.823 \\ 1.584 \end{bmatrix}$$

$$H := \begin{bmatrix} E_3 \\ f(E_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.823 \\ -0.473 \end{bmatrix}$$

Wendestellen

$$W_{ALL} := f''(x) = 0 \xrightarrow{\text{solve}, x} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3} \cdot 1i - 1}{2} \\ \frac{-(\sqrt{3} \cdot 1i) - 1}{2} \end{bmatrix}$$

$$W_0 := \begin{bmatrix} W_{ALL_0} \\ f(W_{ALL_0}) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Da die erste und die zweite Ableitung an der Stelle $x = 0$ jeweils 0 ist und die dritte Ableitung ungleich 0 ist, befinden sich bei $x=0$ ein Sattelpunkt.

$$W_1 := \begin{bmatrix} W_{ALL_1} \\ f(W_{ALL_1}) \end{bmatrix} \quad W_2 := \begin{bmatrix} W_{ALL_2} \\ f(W_{ALL_2}) \end{bmatrix}$$

Wendetangenten

$$t(x) := 0$$

Monotonie

streng monoton steigend: $]-\infty, -0.82[$ und $]1.82, \infty..[$

streng monoton fallend: $]-0.82, -0.5[$ und $]-0.5, 1..[$ und $]1, 1.82..[$

Grafische Darstellung

