5.44b)

Lücken oder Polstellen, Definitionsberreich

$$f(x) := \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

Eine Lücke ist dann wenn der Zähler und Nenner 0 sind

D = R/{-1,1} nicht stetig
Unstätigkeitsstellen bei x1= 1 und x2 = -1
Da der Zähler an den unstetigkeitsstellen != 0 ist (jeweils 1) handelt es sich bei den Unstetigkeitsstellen um Polstellen --> senkrechte Asympthoten

Definitonsbereich

$$x^2 - 1 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

(2) Asymptoten Verhalten in der Unendlichkeit, Verhalten an Unstetigkeitsstellen

Senkrechte Asymptoten

$$x_1 := 1 \quad x_2 := -1$$

Schräge Asymptoten

Polynomdivision

$$A(x) := f(x) \xrightarrow[expand]{parfrac} \frac{1}{2 \cdot x - 2} - \frac{1}{2 \cdot x + 2} + 1$$

$$\lim_{x \to \infty} A(x) \to 1$$

$$a_s := 1$$

Verhalten an den Unstetigkeitsstellen

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) \to \infty \qquad \lim_{x \to 1^-} f(x) \to -\infty$$

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) \to -\infty \qquad \lim_{x \to -1^-} f(x) \to \infty$$

Verhalten im Unendlichen

$$\lim_{x \to \infty} f(x) \to 1 \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) \to 1$$

Nullstellen

$$N_{ALL} := f(x) = 0 \to \frac{x^2}{x^2 - 1} = 0$$

Extremstelllen

$$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow \frac{-(2 \cdot x)}{x^4 - 2 \cdot x^2 + 1}$$

$$f''(x) := \frac{d}{dx} f'(x) \rightarrow \frac{6 \cdot x^2 + 2}{x^6 - 3 \cdot x^4 + 3 \cdot x^2 - 1}$$

$$f'(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} 0$$
$$f''(0) \rightarrow -2$$

Wendestellen

$$f''(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3} \cdot 1i}{3} \\ \frac{-(\sqrt{3} \cdot 1i)}{3} \end{bmatrix}$$

Wendestellen

streng monto steigend
$]-\infty, -1 ..[$ und $]-1, 0 ..[$

streng monoton fallend:
$]0, -1 ..[$ und $]1, \infty ..[$