Beispiele 7.23, 7.25, 7.37ac, 7.39

7.23)

$f(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

$f''(x) := \frac{d}{dx} f'(x) \rightarrow 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$

Bedingungen:
I: f(3) = 5
II: f''(4) = 0
III: f(4) = 4
IIII: f'(3) = 0

$[a \ b \ c \ d] := \begin{bmatrix} f(3) = 5 \\ f''(4) = 0 \\ f(4) = 4 \\ f'(3) = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, b, c, d} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -6 & \frac{45}{2} & -22 \end{bmatrix}$

$f(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \rightarrow \frac{x^3}{2} + \left(\frac{45 \cdot x}{2} - \left(6 \cdot x^2 + 22\right) \right)$ $P_y := f(6) \rightarrow 5$

Tiefpunkt: $P_x := 6$

$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow \frac{3 \cdot x^2 + 45}{2} - 12 \cdot x$

$f''(x) := \frac{d}{dx} f'(x) \rightarrow 3 \cdot x - 12$

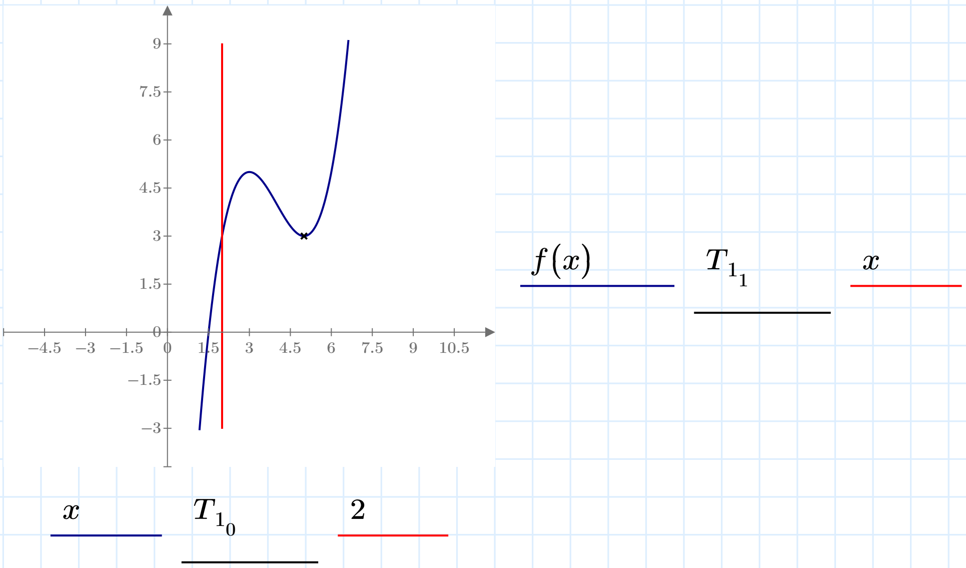
$E := f'(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$

$f''\left(E_0\right) \rightarrow 3$

$f''\left(E_1\right) \rightarrow -3$ $T_1 := \begin{bmatrix} E_0 \\ f\left(E_0\right) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Skizze:



a)

$$Flaeche := \int_2^5 f(x)\,dx \xrightarrow{float,4} 12.38$$

Der Flächeninhalt der Funktion f(x) zwischen 2 und 5 beträgt 12.38FE.

b)

$$k := f'(6) \rightarrow \frac{9}{2}$$

$$P_x := 6$$

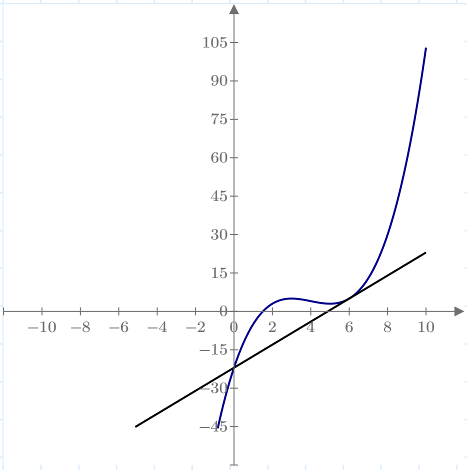
$$\text{clear}(d)$$

$$P_y := f(P_x) \rightarrow 5$$

$$d := P_y = k \cdot P_x + d \xrightarrow{solve,d} -22 \xrightarrow{float} -22.0$$

$$t(x) := k \cdot x + d \rightarrow 4.5 \cdot x - 22.0$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung



$$S := f(x) = t(x) \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} 0.0 \\ 6.0 \\ 6.0 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{Flaeche} := \int_0^6 f(x) - t(x)\, dx \rightarrow 54.0$$

Die Fläche,welche von f(x) und t(x) eingeschlossen wird beträgt 54FE.

Beispiel 7.25)

$$\mathbf{clear}\,(t, f, f', f'', g, y, Flaeche, a, b, c, d)$$

$$f(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 2 \cdot a \cdot x + b$$

Bedingungen:
I: f(2) = 4
II: f'(2) = 0
III: I(0,3) f(x) = 20

$$\begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} f(2) = 4 \\ f'(2) = 0 \\ \int_0^3 f(x)\, dx = 20 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, b, c} \begin{bmatrix} \frac{8}{3} & -\frac{32}{3} & \frac{44}{3} \end{bmatrix}$$

Die Funktionsgleichung von f(x) ist:

$$f(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c \rightarrow \frac{8 \cdot x^2}{3} + \left(\frac{44}{3} - \frac{32 \cdot x}{3} \right)$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

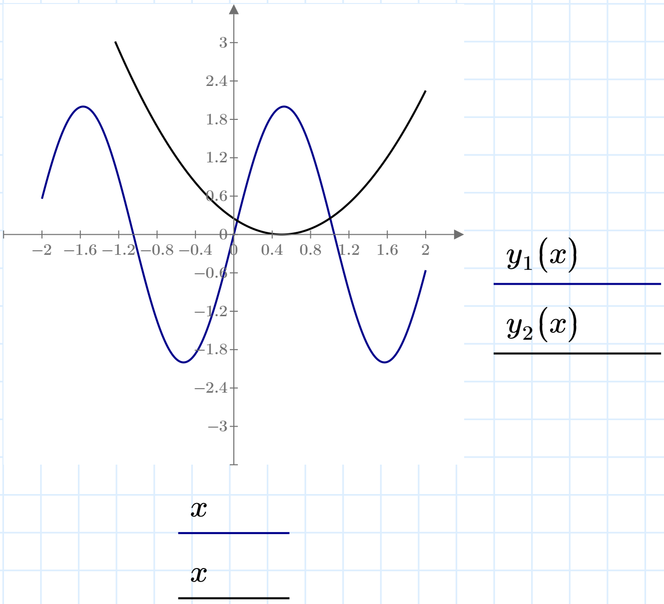
7.37a)c)

$\mathbf{clear}\left(y_1, y_2, f, y, a, b, c, d, e\right)$

7.37a)

$y_1(x) := 2 \cdot \sin(3 \cdot x)$ $y_2(x) := x^2 - x + 0.25$

Skizze:



$S := y_1(x) = y_2(x) \xrightarrow[expand]{solve, x} 0.035958750074578351717$

$Flaeche := \int_S^{S+1} y_1(x) - y_2(x)\, \mathrm{d}x \xrightarrow{float, 3} 1.24$

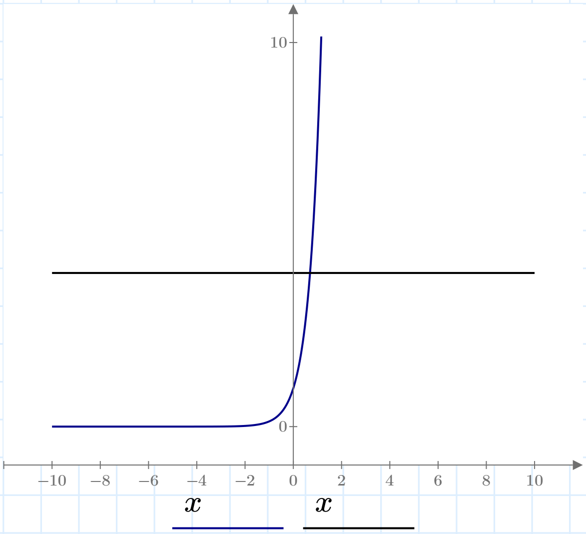
Die Fläche zwischen beiden eingeschlossenen Funktionen beträgt: 1.24 FE

$\mathbf{clear}\left(y_1, y_2, x, S\right)$

7.37c)

$y_1(x) := e^{2 \cdot x}$ $y_2(x) := 4$

Nur nichtkommerzielle Verwendung



$$S := y_1(x) = y_2(x) \xrightarrow[]{\substack{solve, x \\ float, 3}} 0.693$$

$$\boxed{Flaeche} := \int_0^S y_2(x) - y_1(x)\, dx \xrightarrow{float, 3} 1.27$$

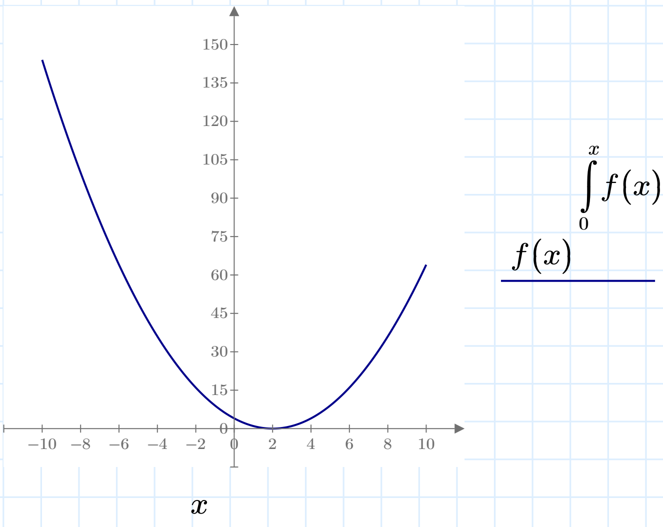
Die eingeschlossene Fläche zwischen beider Funktionen beträgt 1.27FE.

$$\mathbf{clear}\ (y, f, a, y_1, y_2, P_x, P_y, Flaeche, f_1, f_2)$$

7.39)

$$f(x) := (x-2)^2$$

Skizze:



a)

$$Flaeche := \int_0^2 f(x)\, dx \rightarrow \frac{8}{3}$$

$$\int_0^x f(x)\, dx = \frac{Flaeche}{2} \xrightarrow[]{\substack{solve, x \\ assume, x = real \\ float, 2}} 0.41$$

Die Gerade liegt bei ca. x= 0.41.

Nur nichtkommerzielle Verwendung

b)

$$\mathbf{clear}\left(y, f, a, y_1, y_2, P_x, P_y, Flaeche, f_1, f_2\right)$$

$$y = (x-2)^2 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} -\sqrt{y}+2 \\ \sqrt{y}+2 \end{bmatrix}$$

$$f(x) := -1\ \sqrt{x}+2$$

$$flaeche := \int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x \rightarrow \frac{8}{3}$$

$$\int_0^x f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{flaeche}{2} \xrightarrow[]{\begin{array}{l} solve, x \\ assume, x = real \\ assume, x < 4 \end{array}} 1$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung