Beispiel 1.42), 1.50), 1.51), 1.74), 1.80), 1.82), 1.88), 1.99), 1.100 1-4), 1.101ab)

1.50)

$$K(x) := x^3 - 25 \cdot x^2 + 250 \cdot x + 1000$$

1)

$$K'(x) := \frac{d}{dx} K(x) \rightarrow 3 \cdot x^2 - 50 \cdot x + 250$$

$$K''(x) := \frac{d}{dx} K'(x) \rightarrow 6 \cdot x - 50$$

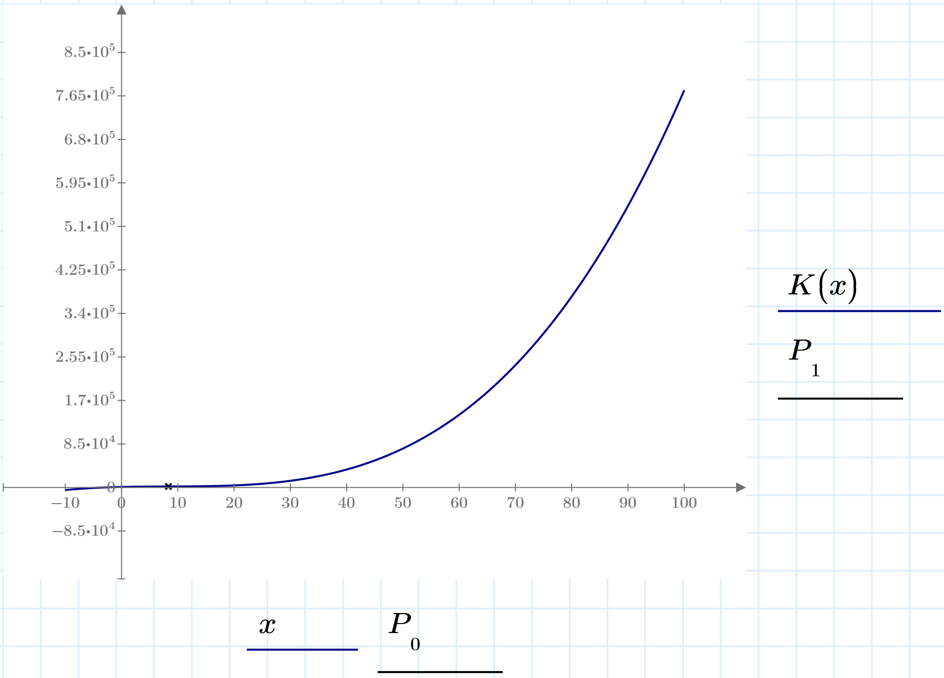
$$K'''(x) := \frac{d}{dx} K''(x) \rightarrow 6$$

$$x_{kehre} := K''(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \frac{25}{3}$$

$$P := \begin{bmatrix} x_{kehre} \\ K(x_{kehre}) \end{bmatrix} \xrightarrow{float} \begin{bmatrix} 8.3333333333333333333 \\ 1925.9259259259259259 \end{bmatrix}$$

Die Kostenkehre liegt bei 8.33 ME

$$K'''(P_0) \rightarrow 6$$



2)

$E(x) := p \cdot x$

$$p(x) := E(x) - K(x) \xrightarrow[\text{}]{\substack{solve, p \\ assume, p = real}} \frac{x^3 - 25 \cdot x^2 + 250 \cdot x + 1000}{x}$$

$p(8) \rightarrow 239$ GE

$E(x) := p(8) \cdot x \rightarrow 239 \cdot x$

$G(x) := E(x) - K(x) \rightarrow -x^3 + 25 \cdot x^2 - 11 \cdot x - 1000$

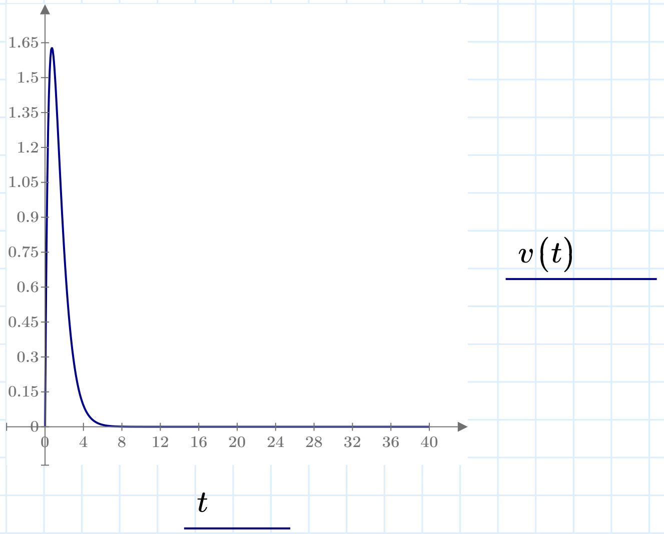
$$G'(x) := \frac{d}{dx} G(x) \rightarrow -(3 \cdot x^2) + 50 \cdot x - 11$$

$$x_{max} := G'(x) = 0 \xrightarrow{\substack{solve, x \\ assume, x > 1 \\ float}} 16.443683373730959585$$

$G(x_{max}) \xrightarrow{float, 7} 1132.702$ GE

1.74)

$v(t) := 6.2 \cdot t \cdot e^{-1.4 \cdot t}$



Durch das Integral wird die fließende Wassermenge in m^3 im Intervall [10s; 40s] berechnet-

$$\int_{10}^{40} v(t)\,\mathrm{d}t \rightarrow 0.000039455189222771333188$$

2)

$$v'(t) := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} v(t) \rightarrow (-8.68 \cdot t + 6.2) \cdot e^{-1.4 \cdot t}$$

$$t_{max} := v'(t) = 0 \xrightarrow{solve,\,t} 0.71428571428571428571$$

Die Durchflussgeschwindigkeit ist zum Zeitpunkt
t = 0.71s maximal

$$\int_{0}^{t_{max}} v(t)\,\mathrm{d}t \rightarrow 0.83586475993577306745$$

Bis zur maximalen Durchflussgeschwindigkeit sind 0.84 m^3
geflossen.

1.80)

$$\textbf{clear}(k, d, f)$$

$$f(x) := -\sqrt{0.5 \cdot (4 - x)}$$

$$q(y) := y = -\sqrt{0.5 \cdot (4 - x)} \xrightarrow{solve,\,x} -2.0 \cdot y^2 + 4.0$$

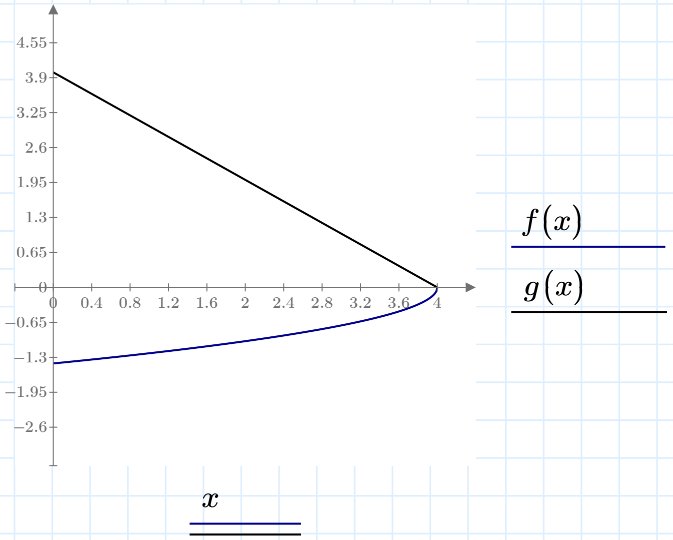
$$g(x) := k \cdot x + d$$

$$[k \;\; d] := \begin{bmatrix} g(4) = 0 \\ g(0) = 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve,\,k,\,d} [-1 \;\; 4]$$

$$g(x) := k \cdot x + d \rightarrow -x + 4$$

$$q_1(y) := y = k \cdot x + d \xrightarrow{solve,\,x} -y + 4$$

$$y_0 := f(0) \rightarrow -1.4142135623730950488$$



$$V_1 := \pi \cdot \int_{y_0}^{0} q(y)^2 \, dy \rightarrow 37.912601072284725308$$

$$V_2 := \pi \cdot \int_{0}^{4} q_1(y)^2 \, dy \rightarrow \frac{64 \cdot \pi}{3}$$

$$V_{ges} := V_1 + V_2 \rightarrow 104.93324434886698106 \qquad p := 8.7$$

$$p = \frac{m}{V_{ges}} \xrightarrow{solve, m} 912.91922583514273522$$

Die Masse beträgt 912.92g.

1.82)

$$\text{clear}\left(d, k, f, p, q, x_0, a, b, c, d, m, V, p\right) \qquad k := \frac{-3}{2}$$

$$f(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

$$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$$

$$f''(x) := \frac{d}{dx} f'(x) \rightarrow 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$$

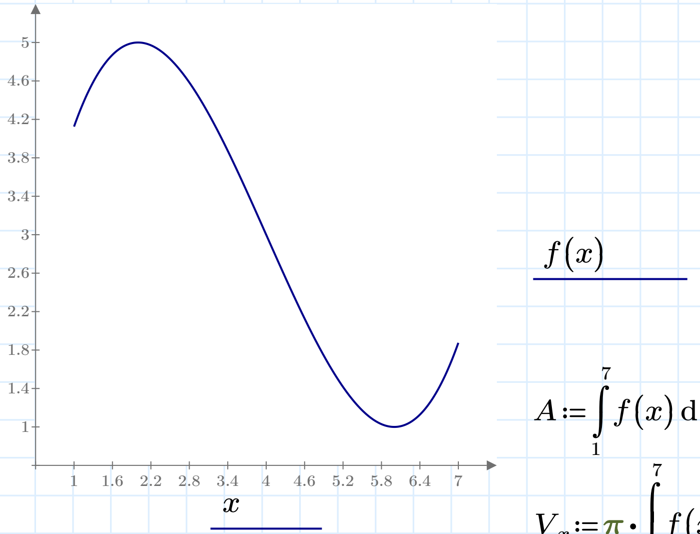
$$t(x) := k \cdot x + d_2$$

$$d_2 := t(4) \xrightarrow{solve, d_2} 6$$

$$t(x) := k \cdot x + d_2 \rightarrow -\frac{3 \cdot x}{2} + 6$$

$$[a\ b\ c\ d] := \begin{bmatrix} f(2)=5 \\ f'(2)=0 \\ f''(4)=0 \\ f'(4)=\frac{-3}{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{solve,a,b,c,d} \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & -\frac{3}{2} & \frac{9}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$f(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \xrightarrow{float} 0.125 \cdot x^3 + \left(4.5 \cdot x + 1.0 - 1.0 \cdot 1.5 \cdot x^2\right)$$



$$A := \int_1^7 f(x)\,dx \rightarrow 18.0$$ cm^2

$$V_x := \pi \cdot \int_1^7 f(x)^2\,dx \rightarrow 213.04205681499855916$$

$$p := 1.05$$ g/cm^3

$$p = \frac{m}{V_x} \xrightarrow{solve,m} 223.69415965574848712$$

Die Masse des Körpers beträgt 223.69g.

1.88)

$$\mathbf{clear}\left(d,k,f,f',f'',p,q,x_0,a,b,c,d,m,V,p\right)$$

$$f(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

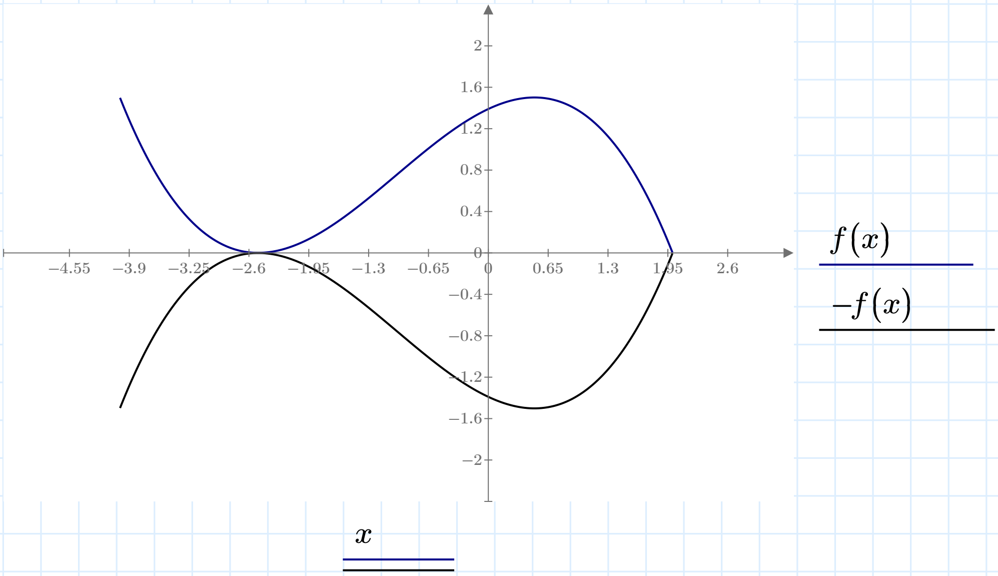
$$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$$

$$f''(x) := \frac{d}{dx} f'(x) \rightarrow 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$$

$$[a\ b\ c\ d] := \begin{bmatrix} f'(0.5)=0 \\ f(0.5)=1.5 \\ f(-2.5)=0 \\ f(2)=0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve,a,b,c,d} \ldots$$

$$f(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \xrightarrow{float,3} -0.111 \cdot x^3 - 0.333 \cdot x^2 + 0.417 \cdot x + 1.39$$

$f'(x) := 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$



$l_1 := 3 \qquad l_2 := \int_{-4}^{2} \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx \rightarrow 7.8894493227233423431$

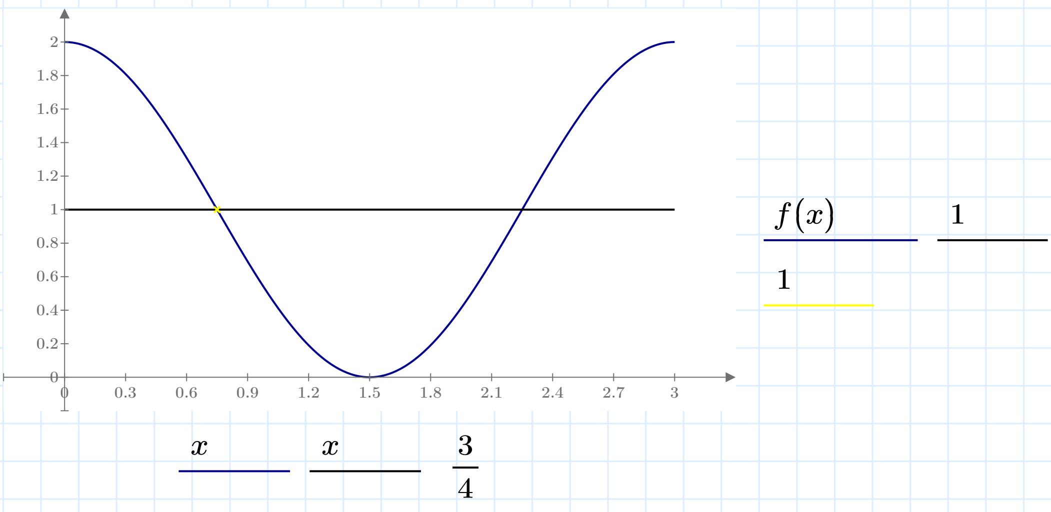
$l_{ges} := l_1 + l_2 \cdot 2 \rightarrow 18.778898645446684686$

Die Bogenlänge beträgt etwa: 18.78 cm.

$\mathbf{clear}\,(d, k, f, f', f'', p, q, x_0, a, b, c, d, m, V, p)$

1.99)

$f(x) := 1 + \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot x\right)$



$$x_{start} := f(x) = 1 \xrightarrow{solve, x} \frac{3}{4} \qquad x_{end} := 3 - \frac{3}{4} \rightarrow \frac{9}{4}$$

$$x_{length} := x_{end} - x_{start} \rightarrow \frac{3}{2}$$

$$A := \int_{\frac{3}{4}}^{\frac{9}{4}} 1 - f(x)\, dx \xrightarrow{float} 0.95492965855137201461$$

$$V := A \cdot 10 \rightarrow 9.5492965855137201461$$ m^3

Im Kanal sind ca. 95.49 hl.

1.100 1-4)

$$a(t) := 0.0036 \cdot t^2 - 0.18 \cdot t + 2.25$$

$$v(t) := \int a(t)\, dt + 3 \xrightarrow{expand} 0.0012 \cdot t^3 - 0.09 \cdot t^2 + 2.25 \cdot t + 3.0$$

$$\int_0^{25} v(t)\, dt \rightarrow 426.5625$$

$$v(25) \rightarrow 21.75$$ m/s^2

Der Term beschreibt die Änderung der Geschwindigkeit im Intervall [0;25s].

clear (t)

$$s(t) := \int v(t)\, dt \xrightarrow{expand} 0.0003 \cdot t^4 - 0.03 \cdot t^3 + 1.125 \cdot t^2 + 3.0 \cdot t$$

$$s(t) = 200 \xrightarrow{\substack{solve, t \\ assume, t = real \\ assume, t > 0}} 14.409844578960258877$$

Die Drohne hat einen Weg von 200 m nach etwa 14.41s zurückgelegt.

1.101ab)

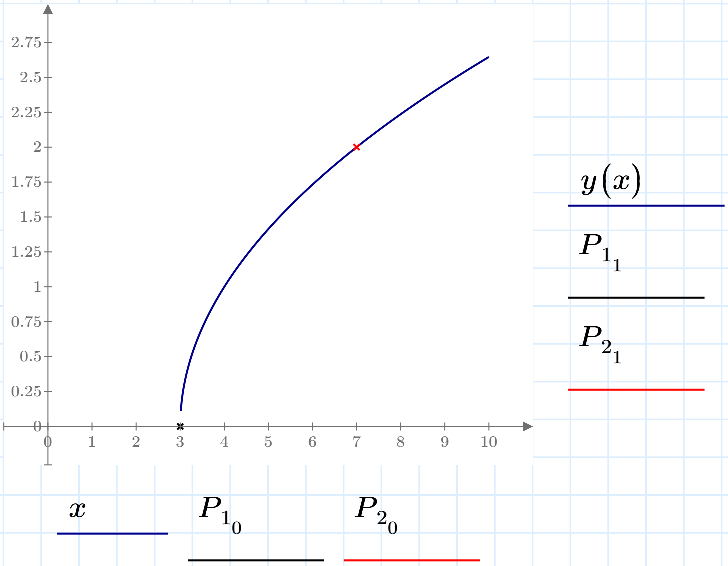
$$q(y) := y = \sqrt{x - 3} \xrightarrow{solve, x} y^2 + 3$$

$$y(x) := \sqrt{x - 3}$$

$x_1 := \sqrt{x-3} = 0 \xrightarrow{solve, x} 3$

$y_2 := y(7) \rightarrow 2$

$P_1 := \begin{bmatrix} x_1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\quad P_2 := \begin{bmatrix} 7 \\ y_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix}$



(a)

$V_x := \pi \cdot \int_3^7 y(x)^2 \, dx \xrightarrow{float, 4} 25.13$ E^3

(b)

$V_y := \pi \cdot \int_0^2 q(y)^2 \, dy \xrightarrow{float, 5} 126.92$ E^3

1.51)

$E = \frac{I}{r^2} \cdot cos(\alpha)$ $\quad cos(\alpha) = \frac{h}{r}$ $\quad r := \sqrt{h^2 + 4}$

$E(h) := \frac{I}{r^2} \cdot \frac{h}{r} \rightarrow \frac{I \cdot h}{\sqrt{h^2+4} \cdot (h^2+4)}$

$E'(h) := \frac{d}{dh} E(h) \rightarrow \frac{-(2 \cdot I \cdot h^2) + 4 \cdot I}{(h^4 + 8 \cdot h^2 + 16) \cdot \sqrt{h^2+4}}$

$E''(h) := \frac{d}{dh} E'(h) \rightarrow \frac{6 \cdot I \cdot h^3 - 36 \cdot I \cdot h}{(h^6 + 12 \cdot h^4 + 48 \cdot h^2 + 64) \cdot \sqrt{h^2+4}}$

$E'(h) = 0 \xrightarrow[]{solve, h \;;\; assume, h>0 \;;\; float, 3} 1.41$

Die Laterene muss demnach also in einer Höhe von 1.41m befestigt werden, um die maximale Beleuchtungstärke an der Stufenkante P zu erreichen.

$E''(\sqrt{2}) \xrightarrow{float} -0.064150029909958418279 \cdot I$

$E''(-\sqrt{2}) \xrightarrow{float} 0.064150029909958418279 \cdot I$