Aufgabe 5.24) a)

$$y(t) := -t^3 + t^2$$

Ableitungen

Erste Ableitung

$$y'(t) := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} y(t) \rightarrow -\left(3 \cdot t^2\right) + 2 \cdot t$$

Zweite Ableitung

$$y''(t) := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} y'(t) \rightarrow -(6 \cdot t) + 2$$

Dritte Ableitung

$$y'''(t) := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} y''(t) \rightarrow -6$$

(0, 1) Definitionsbereich, Nullstellenanalyse,Extremstellen,Wendestellen, Polstellen, Lücken Stetigkeit,Asymptotisches Verhalten

Nullstellen

Es sind Maximal 3 Nullstellen möglich, da es sich um eine Funktion dritten Grades handelt.

Extremstellen

Die erste Ableitung ist eine Funktion 2ten Grades, daher besitzt die Funktion 2

Wendestellen

Die zweite Ableitung ist eine Funktion 1ten Grades, daher besitzt die Funktion 1 Wendepunkt.
Es handelt sich um eine ungerade Funktion, aufgrund des ungeraden Grades.

Definitionsbereich

D=R

Stetigkeit

Stetig, keine Polstellen, keine Lücken

(2) Asymptotisches Verhalten

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) \rightarrow -\infty$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} y(t) \rightarrow \infty$$

Nullstellen

$$N_{ALL} := y(t) = 0 \xrightarrow[\text{assume}, t = real]{\text{solve}, t} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Bennung mit _ALL, da man eine ART-Liste der X-Werte bekommt --> Sammlung --> ALL

$$N_1 := \begin{bmatrix} N_{ALL_1} \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad N_2 := \begin{bmatrix} N_{ALL_2} \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Extremstellen

$$E_{ALL} := y'(t) = 0 \xrightarrow[\text{assume}, t = real]{\text{solve}, t} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

Ermittlung ob Hoch oder Tiefpunkt durch einsetzten in die zweite Ableitung

$$T_1 := \begin{bmatrix} E_{ALL_0} \\ y\left(E_{ALL_0}\right) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad H_1 := \begin{bmatrix} E_{ALL_1} \\ y\left(E_{ALL_1}\right) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{4}{27} \end{bmatrix}$$

$$y''\left(E_{ALL_1}\right) = -2$$

Wendestellen, Wendetangenten

$$W_{ALL} := y''(t) = 0 \xrightarrow{\text{solve}, t} \frac{1}{3}$$

$$W_1 := \begin{bmatrix} W_{ALL} \\ y\left(W_{ALL}\right) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{2}{27} \end{bmatrix}$$

$$k_1 := y'\left(W_{1_0}\right) \rightarrow \frac{1}{3}$$

$$d_1 := W_{1_1} = k_1 \cdot W_{1_0} + d_1 \xrightarrow{\text{solve}, d_1} -\frac{1}{27}$$

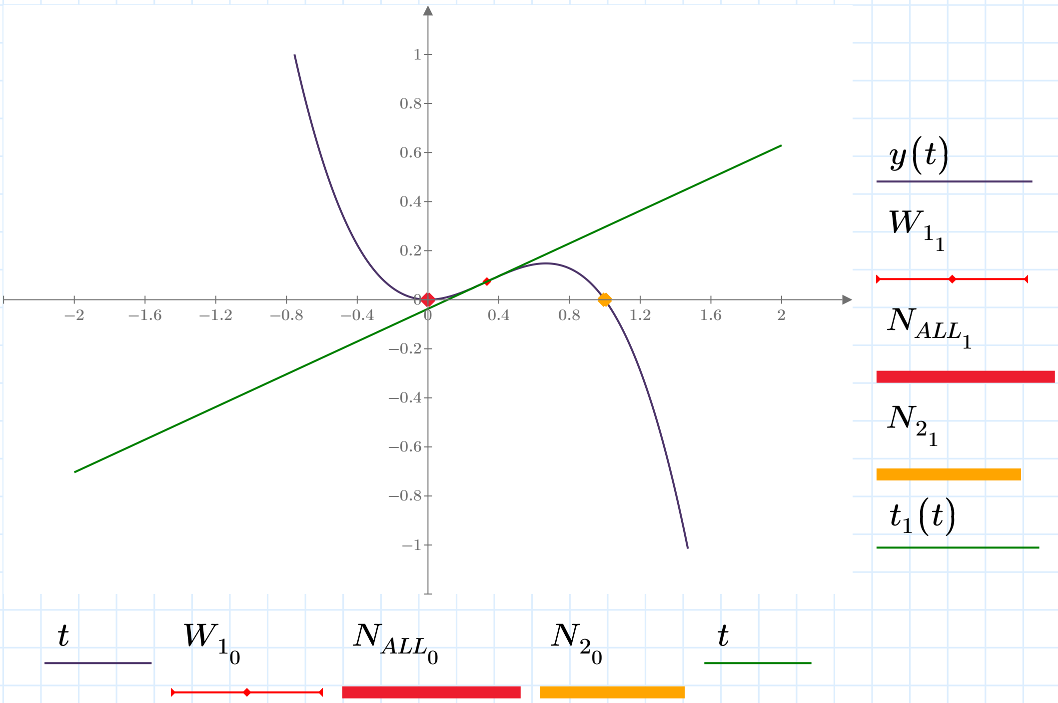
$$t_1(x) := k_1 \cdot x + d_1$$

Monotonieverhalten

Streng monoton fallend: $]-\infty, 0..[$ und $]0.6, \infty..[$

Streng monoton steigend: $]0, 0.6..[$

Graphische Darstellung



Aufgabe 5.24) b)

$$y(t) := \frac{1}{30} \cdot t^5 - \frac{1}{2} \cdot t^3$$

Ableitungen

$$y'(t) := \frac{d}{dt} y(t) \rightarrow \frac{t^4 - 9 \cdot t^2}{6}$$

$$y''(t) := \frac{d}{dt} y'(t) \rightarrow \frac{2 \cdot t^3}{3} - 3 \cdot t \qquad y'''(t) := \frac{d}{dt} y''(t) \rightarrow 2 \cdot t^2 - 3$$

(0, 1) Definitionsbereich, Nullstellenanalyse,Extremstellen,Wendestellen, Polstellen, Lücken Stetigkeit,Asymptotisches Verhalten

Definitionsbereich

D = R

Nullstellenanalyse

Die Funktion besitzt maximal 5 Nullstellen, da diese vom Grad 5 ist.

Extremstellen

Die Funktion besitzt 4 Extremstellen, da die erste Ableitung eine Funktion 4ten Grades ist.

Wendestellen

Die Funktion besitzt 3 Wendestellen, da deren 2te Ableitung vom 3ten Grad ist.

Stetigkeit, Polstellen, Lücken

Die Funktion besitzt keine Polstellen und ist stetig und
und hat keine Lücken.

(2) Asymptotisches Verhalten

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) \rightarrow \infty$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} y(t) \rightarrow -\infty$$

(3) Berechnung der Nullstellen

$$N_{ALL} := y(t) = 0 \xrightarrow[\text{}]{solve, t \atop assume, t = real} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sqrt{15} \\ -\sqrt{15} \end{bmatrix}$$

$$N_1 := \begin{bmatrix} N_{ALL_0} \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$N_3 := \begin{bmatrix} N_{ALL_4} \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.87 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$N_2 := \begin{bmatrix} N_{ALL_3} \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.87 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Extremstellen

$$E_{ALL} := y'(t) = 0 \xrightarrow[\text{}]{solve, t \atop assume, t = real} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$T_1 := \begin{bmatrix} E_{ALL_0} \\ y\left(E_{ALL_0}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$T_2 := \begin{bmatrix} E_{ALL_2} \\ y\left(E_{ALL_2}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5.4 \end{bmatrix}$$

$$H_3 := \begin{bmatrix} E_{ALL_3} \\ y\left(E_{ALL_3}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5.4 \end{bmatrix}$$

$$P_1 := y''\left(E_{ALL_0}\right) = 0$$

$$P_2 := y''\left(E_{ALL_2}\right) = 9$$

$$P_3 := y''\left(E_{ALL_3}\right) = -9$$

Wendestellen und Wendetangente

$$\boxed{W_{ALL}} := y''(t) = 0 \xrightarrow[]{\substack{solve,t\\ assume,t=real}} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3\cdot\sqrt{2}}{2} \\ \frac{-(3\cdot\sqrt{2})}{2} \end{bmatrix}$$

$$W_1 := \begin{bmatrix} W_{ALL_0} \\ y\left(W_{ALL_0}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y'''\left(W_{ALL_0}\right) = -3$$

$$y'''\left(W_{ALL_1}\right) = 6 \qquad \boxed{k_1} := y'\left(W_{ALL_0}\right) = 0 \qquad W_2 := \begin{bmatrix} W_{ALL_1} \\ y\left(W_{ALL_1}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.12 \\ -3.34 \end{bmatrix}$$

$$y'''\left(W_{ALL_2}\right) = 6 \qquad k_2 := y'\left(W_{ALL_1}\right) = -3.38$$

$$k_3 := y'\left(W_{ALL_2}\right) = -3.38 \qquad W_3 := \begin{bmatrix} W_{ALL_2} \\ y\left(W_{ALL_2}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.12 \\ 3.34 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{d_1} := W_{1_1} = k_1 \cdot W_{1_0} + d_0 \xrightarrow{solve,d_0} 0$$

$$d_2 := W_{2_1} = k_2 \cdot W_{2_0} + d_2 \xrightarrow{solve,d_2} 3.8183766184073551015 \qquad d_2 = 3.82$$

$$d_3 := W_{3_1} = k_3 \cdot W_{3_0} + d_3 \xrightarrow{solve,d_3} -3.8183766184073551015 \qquad d_3 = -3.82$$

$$\boxed{t_1}(x) := k_1 \cdot x + d_1 \rightarrow 0$$

$$t_3(x) := k_3 \cdot x + d_3$$

$$t_2(x) := k_2 \cdot x + d_2 \rightarrow -3.3749999999999996 \cdot x + 3.8183766184073551015$$

Montonie

Streng monoton steigen: $]-\infty,-3..\blacksquare[$ und $]3,\infty..\blacksquare[$

Streng monoton fallend: $]-3,0..\blacksquare[$ und $]0,3..\blacksquare[$

Graphische Darstellung