Beispiele 7.50a)b), 7.53b), 7.60), 7.63), 7.69a)b)

Beispiel 7.50a)

[1;4]

Das Volumen des Körpers im angegebenem Intervall beträgt 16.49E^3

$$y(x):=\frac{x}{2}$$

$$V_x:=\pi\cdot\int_1^4 y(x)^2\,\mathrm{d}x \xrightarrow{float,4} 16.49$$

$\mathbf{clear}\,(y, V_x)$

Beispiel 7.50b)

$$y(x):=-x^2+3$$

[-1;1]

$$V_x:=\pi\int_{-1}^{1} y(x)^2\,\mathrm{d}x \xrightarrow{float,3} 45.2$$

Das Volumen des Körpers im angegebenem Intervall beträgt 45.2E^3

Beispiel 7.53b)

$\mathbf{clear}\,(V_x, y)$

$$f(x):=y=\ln(x) \xrightarrow{solve,x} e^y$$

$d:=1$

$c:=-1$

Das Volumen des Körpers im angegebenem Intervall beträgt 11.39E^3

$$V_y:=\pi\cdot\int_c^d f(x)^2\,\mathrm{d}y \xrightarrow{float,4} 11.39$$

$\mathbf{clear}\,(a, b, c, f)$

Beispiel 7.60)

Funktionsgleichung 1)

$$f_1(x):=a\cdot x^2+b\cdot x^1+c$$

$$f'_1(x):=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}f_1(x)\rightarrow 2\cdot a\cdot x+b$$

$$\begin{bmatrix}a & b & c\end{bmatrix}:=\begin{bmatrix}f_1(0)=3\\ f_1(2)=4\\ f'_1(2)=0\end{bmatrix} \xrightarrow{solve,a,b,c} \begin{bmatrix}-\frac{1}{4} & 1 & 3\end{bmatrix}$$

$$f_1(x):=a\cdot x^2+b\cdot x+c\rightarrow -\frac{x^2}{4}+x+3$$

Funktionsgleichung 2)

$$f_2(x):=4$$

Funktionsgleichung 3)

$$f_3(x) := q \cdot x^2 + m \cdot x + n$$

$$f'_3(x) := \frac{d}{dx} f_3(x) \rightarrow 2 \cdot q \cdot x + m$$

$$[q \;\; m \;\; n] := \begin{bmatrix} f_3(27) = 4 \\ f_3(31) = 1.5 \\ f'_3(27) = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, q, m, n} [-0.15625 \;\; 8.4375 \;\; -109.90625]$$

$$f_3(x) := q \cdot x^2 + m \cdot x + n \rightarrow -0.15625 \cdot x^2 + 8.4375 \cdot x - 109.90625$$

Funktionsgleichung 4)

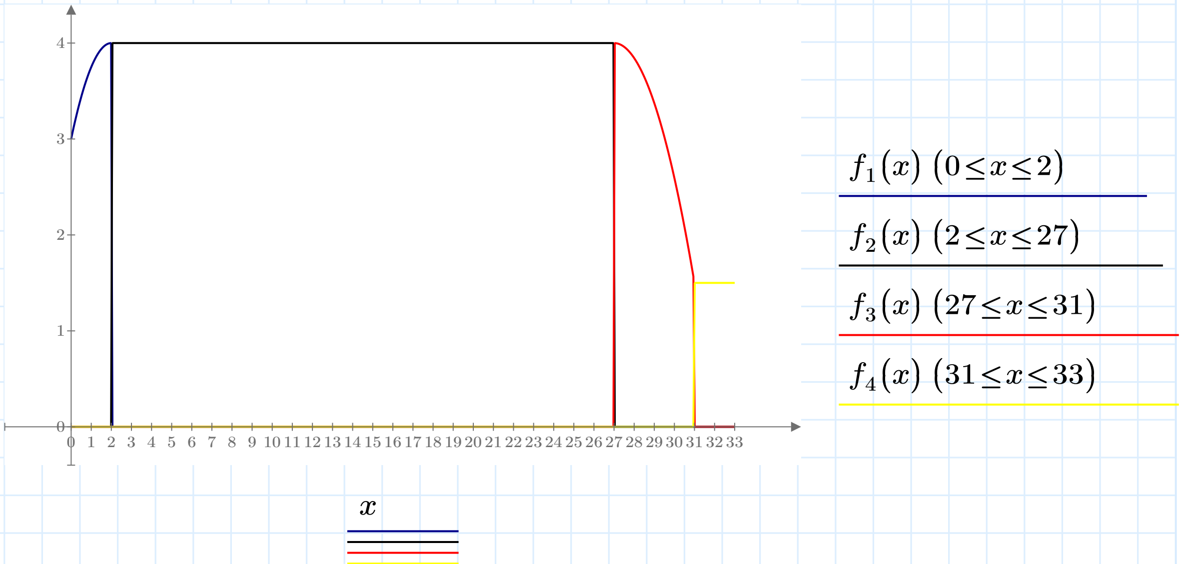
$\mathbf{clear}\,(\mathbf{V_x})$

$$f_4(x) := 1.5$$

$$V_x := \pi \cdot \left(\int_0^2 f_1(x)^2 \, dx + \int_2^{27} f_2(x)^2 \, dx + \int_{27}^{31} f_3(x)^2 \, dx + \int_{31}^{33} f_4(x)^2 \, dx \right) \xrightarrow{float, 7} 1488.801$$

Skizze:

1) Das Volumen der Wasserflasche beträgt 1.49 l oder 1.49 dm^3



1l = 1dm^3
Flasche gefüllt bis strichlierte linie d.h

2)

$$1000 = \pi \cdot \left(\int_0^2 f_1(x)^2 \, dx + \int_2^l f_2(x)^2 \, dx \right) \xrightarrow[]{\substack{solve,l \\ float,5}} 20.203$$

Die Mineralwasserflasche ist bei einer Befüllung von 1 l 20.203 cm hoch befüllt.

$$\textbf{clear}\left(V_x, V_y, f_1, f_2, f_3, f_4, a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p\right)$$

7.63)

$$f_1(x) := \frac{30}{10} \cdot x \rightarrow 3 \cdot x$$

$$f_2(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

Ableitungen:

$$f'_2(x) := \frac{d}{dx} f_2(x) \rightarrow 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$$

$$f''_2(x) := \frac{d}{dx} f'_2(x) \rightarrow 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$$

$$[a \;\; b \;\; c \;\; d] := \begin{bmatrix} f_2(10) = 30 \\ f_2(40) = 25 \\ f''_2(40) = 0 \\ f'_2(20) = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, b, c, d} \begin{bmatrix} \frac{1}{1800} & -\frac{1}{15} & 2 & \frac{145}{9} \end{bmatrix}$$

$$f_2(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

$$V_x := \pi \cdot \left(\int_0^{10} f_1(x)^2 \, dx + \int_{10}^{80} f_2(x)^2 \, dx \right) \xrightarrow{float, 9} 157505.299$$

2)

$$f'_2(x) := \frac{d}{dx} f_2(x) \rightarrow \frac{x^2 - 80 \cdot x}{600} + 2$$

$$f''_2(x) := \frac{d}{dx} f'_2(x) \rightarrow \frac{x - 40}{300} \qquad E := f'_2(x) \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} 60 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$f''_2\left(E_0\right) \rightarrow \frac{1}{15} \qquad f''_2\left(E_1\right) \rightarrow -\frac{1}{15}$$

$$\textbf{clear}\left(V_x, V_y, f_1, f_2, f_3, f_4, a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p\right)$$

$$T := \begin{bmatrix} E_0 \\ f_2\left(E_0\right) \end{bmatrix} \xrightarrow{float,4} \begin{bmatrix} 60.0 \\ f_2(60.0) \end{bmatrix}$$

$$d := 16.11 \cdot 2 \rightarrow 32.22$$

Der kleinste Durchmesser beträgt 32.22 mm

3)

$$M := \frac{V_x}{1000} \cdot 8.5 \rightarrow 0.0085 \cdot V_x$$

Die Masse des Lots beträgt 1338.80 g oder 1.34 kg.

$$\textbf{clear}\left(V_x, V_y\right)$$

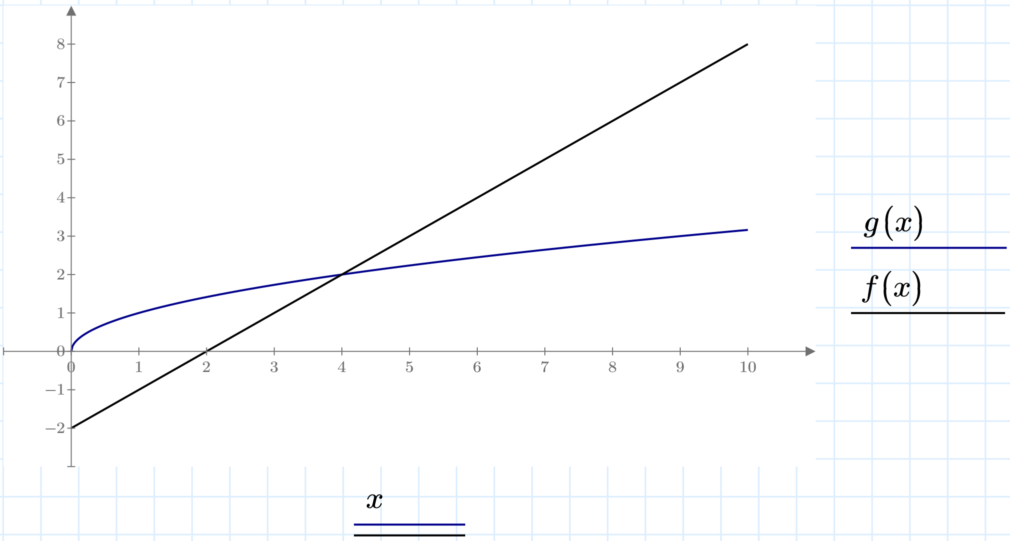
7.69a)b)

$$g(x) := \sqrt{x} \qquad f(x) := x - 2$$

7.69a)

$$S_x := g(x) = f(x) \xrightarrow{solve, x \atop float} 4.0$$

$$S_y := g\left(S_x\right) \rightarrow 2.0$$



1)

$$V_x := \pi \cdot \left(\int_0^{S_x} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{S_x} f(x)\,\mathrm{d}x\right) \xrightarrow{float,4} 16.76$$

2)

$y = x - 2 \xrightarrow{solve, x} y + 2$ $\quad y = \sqrt{x} \xrightarrow{solve, x} y^2$

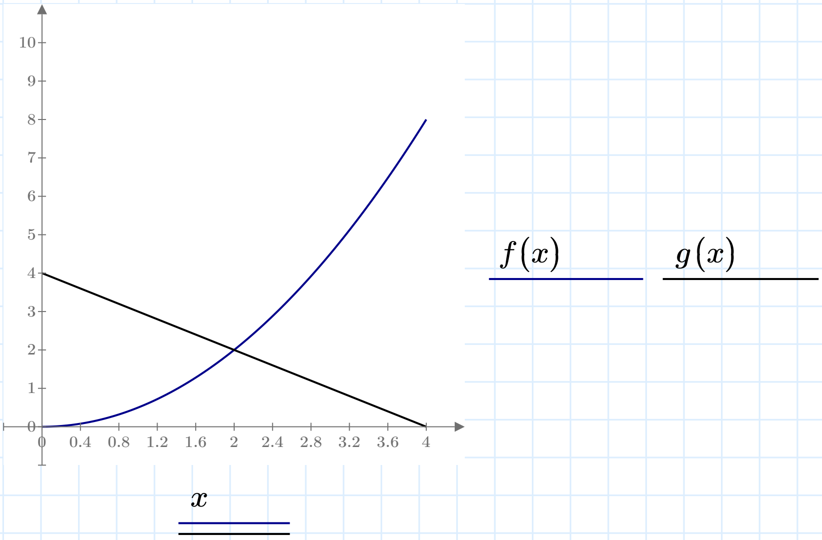
$m(x) := x + 2 \quad n(x) := x^2$

$V_y := \pi \cdot \left(\int_0^{S_y} m(x)^2 - n(x)^2 \, dx \right) \xrightarrow{float, 4} 38.54$ E^3

7.69b)

$\mathbf{clear}\left(V_x, m, n, S, S_x, S_y, V_y, f_1, f_2, f_3, f_4, a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p\right)$

$f(x) := \frac{1}{2} \cdot x^2 \quad g(x) := 4 - x$



1)

$S := f(x) = g(x) \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$ $\quad f(2) \rightarrow 2$

$g(2) \rightarrow 2$

$f(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$V_x := \pi \cdot \left(\int_0^2 f(x)^2 \, dx + \int_2^4 g(x)^2 \, dx \right) \xrightarrow{float, 5} 13.404$ E^3

2) clear (y)

$$f(x) = g(x) \xrightarrow{solve,x} \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot x^2 \xrightarrow{solve,x} \begin{bmatrix} -\sqrt{2 \cdot y} \\ \sqrt{2 \cdot y} \end{bmatrix}$$ $$f(x) := \sqrt{2 \cdot x}$$

$$y = 4 - x \xrightarrow{solve,x} -y + 4$$ $$g(x) := -x + 4$$

$$V := \pi \cdot \left(\int_0^2 (g(x))^2 \, dx - \int_0^2 (f(x))^2 \, dx \right) \rightarrow \frac{44 \cdot \pi}{3} = 46.077$$ E^3