Kapitel 5.3.3 Beispiel 3a-d, 4a-c, 5a-g

3a-d)

$$n(x) := 160 - 2.6 \cdot x + 0.01 \cdot x^2$$

$$K(x) := 0.2 \cdot x^2 + 19 \cdot x + 1300$$

$$n'(x) := \frac{d}{dx} n(x) \rightarrow 0.02 \cdot x - 2.6$$

kann als n oder p bezeichnet werden.

a)

$$E(x) := n(x) \cdot x$$

$$G(x) := E(x) - K(x) \rightarrow x \cdot (0.01 \cdot x^2 - 2.6 \cdot x + 160.0) - (0.2 \cdot x^2 + 19.0 \cdot x + 1300.0)$$

$$G'(x) := \frac{d}{dx} G(x) \rightarrow 0.03 \cdot x^2 - 5.6 \cdot x + 141.0$$

$$x_{max} := G'(x) = 0 \xrightarrow[assume,\, 0 \le x \le 60]{solve,\, x} 30.0 = 30$$

$$n(x_{max}) \rightarrow 91.0$$

Der Courntousche Punkt liegt bei ($x_{max} \rightarrow 30 / n(x_{max}) \rightarrow 91.0$)

b)

$$P := G(x) = 0 \xrightarrow[assume,\, 0 \le x \le 60]{solve,\, x} \begin{bmatrix} 50.0 \\ 11.922359359558486254 \end{bmatrix}$$

$$x_{grenze} := P_0 \rightarrow 50.0 \qquad M_g := \begin{bmatrix} P_0 \\ G(P_0) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 50.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

$$x_{break\_even\_point} := \mathrm{round}(P)_1 \rightarrow 12 \qquad M_{be} := \begin{bmatrix} P_1 \\ G(P_1) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 11.922359359558486254 \\ -(0.36483403104137224204 \cdot 10^{-16}) \end{bmatrix}$$

Die untere Gewinnuntergrenze liegt bei $x_{break\_even\_point} \rightarrow 12$ ME und die Gewinnobergrenze liegt bei $x_{grenze} \rightarrow 50.0$ ME.

Nur nichtkommerzielle Verwendung

c)

$$c(x) := \frac{K(x)}{x} \rightarrow \frac{0.2 \cdot x^2 + 19.0 \cdot x + 1300.0}{x}$$

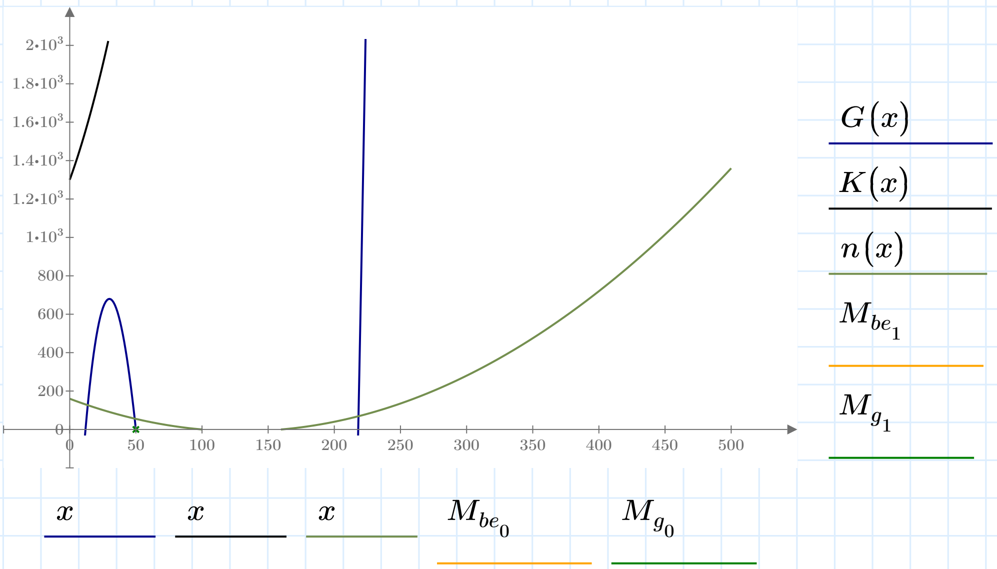
$$c'(x) := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} c(x) \rightarrow -1.0 \cdot \frac{1300.0}{x^2} + 0.2$$

$$c'(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} -80.622577482985496524 \\ 80.622577482985496524 \end{bmatrix}$$

$$x_{opt} := 80.62$$

Der Betrieb wird zu einem Grenzbetrieb, wenn ein Betriebsoptimum von 80.62 ME erreicht wird.

d)



$$\text{clear}\left(x_{max}, K, c', c, n, n', E, E', G, G', k, d, a, b\right)$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

4a-c)

a)

$$K(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + l$$

$$n(x) := k \cdot x + d$$

$$n'(x) := \frac{d}{dx} n(x) \rightarrow k$$

Bedingungen lineare Nachfragefunktion:
I: n(400) = 100
II: -1 * n(10400)/10400*n'(10400)

$$[k \;\; d] := \begin{bmatrix} n(400) = 100 \\ -\dfrac{n(400)}{400 \cdot n'(400)} = 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, k, d} \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{20} & 120 \end{bmatrix}$$

$$n(x) := k \cdot x + d \rightarrow -\frac{x}{20} + 120$$

$$E(x) := x \cdot n(x) \rightarrow x \cdot \left(-\frac{x}{20} + 120\right)$$

$$G(x) := E(x) - K(x) \rightarrow x \cdot \left(-\frac{x}{20} + 120\right) - \left(a \cdot x^2 + b \cdot x + l\right)$$

$$G'(x) := \frac{d}{dx} G(x) \rightarrow -(2 \cdot a \cdot x) + \left(120 - b - \frac{x}{10}\right)$$

$$c(x) := \frac{K(x)}{x} \rightarrow \frac{a \cdot x^2 + b \cdot x + l}{x}$$

$$c'(x) := \frac{d}{dx} c(x) \rightarrow a - \frac{l}{x^2}$$

Bedingungen:
I: G '(400) = 0
II: G (400) = 10400
III: c'(200) = 0

$$[a \;\; b \;\; l] := \begin{bmatrix} G'(400) = 0 \\ G(400) = 10400 \\ c'(200) = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, b, l} \begin{bmatrix} \dfrac{1}{50} & 64 & 800 \end{bmatrix}$$

$$K(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + l \rightarrow \frac{x^2}{50} + 64 \cdot x + 800$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

$G(x) := E(x) - K(x) \rightarrow x \cdot \left(-\frac{x}{20} + 120\right) - \left(\frac{x^2}{50} + 64 \cdot x + 800\right)$

b)

$G(x) = 0 \xrightarrow{\substack{solve, x \\ float, 6}} \begin{bmatrix} 14.5504 \\ 785.45 \end{bmatrix}$

$x_{ober} := 785 \qquad x_{unter} := 15$

Die Preisuntergrenze (Break-Even-Point)

liegt bei $x_{unter} \rightarrow 15$ ME und die obere

Preisgrenze bei $x_{ober} \rightarrow 785$ ME.

c)

$E(x) := x \cdot n(x) \rightarrow x \cdot \left(-\frac{x}{20} + 120\right)$

$E'(x) := \frac{d}{dx} E(x) \rightarrow -\frac{x}{10} + 120$

$e_{max} := E'(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} 1200$

$E(e_{max}) \rightarrow 72000$

Der maximale Erlös wird bei einer Stückzahl von 1200 ME erreicht und beträgt 72000 GE.

$\mathbf{clear}\left(x_{max}, K, K', K'', c', c, n, n', E, E', G, G', k, d, a, b, l, z\right)$

5a-g)

Nur nichtkommerzielle Verwendung

a)

$$K(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + z$$

$$n(x) := k \cdot x + d$$

$$n'(x) := \frac{d}{dx} n(x) \rightarrow k$$

Bedingungen lineare Nachfragefunktion:
I: n(0) = 170
II: -1*(n(16000))/(16000*n'(16000)) = 1.12

$$[k \;\; d] := \begin{bmatrix} n(0) = 170 \\ -\frac{n(16000)}{16000 \cdot n'(16000)} = 1.12 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, k, d} [-0.0050117924528301886792 \;\; 170.0]$$

$$n(x) := k \cdot x + d \rightarrow -0.0050117924528301886792 \cdot x + 170.0$$

$$E(x) := n(x) \cdot x \rightarrow x \cdot (-0.0050117924528301886792 \cdot x + 170.0)$$

$$G(x) := E(x) - K(x) \rightarrow x \cdot (-0.0050117924528301886792 \cdot x + 170.0) - \left(1.0 \cdot z + 1.0 \cdot a \cdot x^2 + 1.0 \cdot b \cdot x\right)$$

$$G'(x) := \frac{d}{dx} G(x) \rightarrow (-2.0 \cdot a - 0.010023584905660377358) \cdot x + (170.0 - 1.0 \cdot b)$$

$$K'(x) := \frac{d}{dx} K(x) \rightarrow 2 \cdot a \cdot x + b$$

Bedingungen für die quadratische Kostenfunktion:
I: K'(10000) = 180
II: K(5000) = 605000
III: G'(4500) = 0

$$[a \;\; b \;\; z] := \begin{bmatrix} K'(10000) = 180 \\ K(5000) = 605000 \\ G'(4500) = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, b, z} [0.0050096483704974271 01 \;\; 79.807032590051457 98 \;\; 80$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

$K(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + z \rightarrow 0.0050096483704974271 01 \cdot x^2 + 79.807032590051457 98 \cdot x + 80723.62\cdots$

b)

$c(x) := \frac{K(x)}{x} \rightarrow \frac{0.005009648370497427101 \cdot x^2 + 79.80703259005145798 \cdot x + 80723.62}{x}\cdots$

$c'(x) := \frac{d}{dx} c(x) \rightarrow -1.0 \cdot \frac{80723.627787307032575}{x^2} + 0.005009648370497427101$

$x_{opt} := c'(x) \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} -4014.178807689936181288 \\ 4014.178807689936181288 \end{bmatrix}$

$y_{min} := c\left(x_{opt_1}\right) \rightarrow 120.0262812357098451464$

Das Betriebsoptimum liegt bei 4014.18 ME und die minimalen Stückkosten betragen: $y_{min} \xrightarrow{float, 5} 120.03$ GE/ME.

c)

$K'(x) := \frac{d}{dx} K(x) \rightarrow 0.010019296740994854202 \cdot x + 79.80703259005145798$

$K''(x) := \frac{d}{dx} K'(x) \rightarrow 0.010019296740994854202$

Eine Kostenkehre ist nicht vorhanden.

d)

$G(x) := E(x) - K(x) \rightarrow x \cdot (-0.0050117924528301886792 \cdot x + 170.0) - (0.005009648370497427\cdots$

$G'(x) := \frac{d}{dx} G(x) \rightarrow -0.020042881646655231 56 \cdot x + 90.19296740994854202$

$x_{max} := G'(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} 4500.0$

$G(4500) \rightarrow 122210.54888507718696595$

Der Maximale Gewinn wird bei einer Menge von 4500 ME erzielt und beträgt 122210.55 GE.

e)

Nur nichtkommerzielle Verwendung

$$G(x) = 0 \xrightarrow{solve,x} \begin{bmatrix} 1007.87915419417421552256 \\ 7992.12084580582578842948 \end{bmatrix}$$

$$x_{break} := 1008$$

$$x_{oben} := 7992$$

Der Break-Even-Point ist bei 1008 ME und die Gewinngrenze bei 7992.

f)

$$E(x) := x \cdot n(x) \rightarrow x \cdot (-0.0050117924528301886792 \cdot x + 170.0)$$

$$E'(x) := \frac{d}{dx} E(x) \rightarrow -0.0100235849056603773584 \cdot x + 170.0$$

$$x_e := E'(x) = 0 \xrightarrow{solve,x} 16960.000000000000000083$$

$$y_e := E(x_e) \rightarrow 1441600.000000000000013$$

Der maximale Erlös wird bei 1690 ME erreicht und beträgt 1441600 GE.

g)

$$n'(x) := \frac{d}{dx} n(x) \rightarrow -0.0050117924528301886792$$

$$x_{max} := G'(x) = 0 \xrightarrow{solve,x} 4500.0$$

$$y_{max} := n(x_{max}) \rightarrow 147.44693396226415094 36$$

$$\eta(x) := -1 \cdot \frac{n(x)}{x \cdot n'(x)} \rightarrow \frac{-1.0 \cdot x + 33920.000000000000000306}{x}$$

$$\eta(x_{max}) \xrightarrow{float,3} 6.54$$

Die Elastizität beträgt 6.54, d.h. elastisch.

Nur nichtkommerzielle Verwendung