3.1)

12) 8b) 14e) 15s) 15q)

12)

$$ellipse(x) := 16 \cdot x^2 + 25 \cdot y^2 = 400 \xrightarrow{solve, y} \begin{bmatrix} \dfrac{\sqrt{-(400 \cdot x^2) + 10000}}{25} \\ \dfrac{-\sqrt{-(400 \cdot x^2) + 10000}}{25} \end{bmatrix}$$

a)

$$a := \sqrt{\frac{400}{16}} \rightarrow 5 \qquad b := \sqrt{\frac{400}{25}} \rightarrow 4 \qquad g(x) := k \cdot x + d$$

$$e := \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow \sqrt{41} \qquad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow \frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{25} = 1$$

$$ellipse'(x) := \frac{d}{dx} ellipse(x) \rightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{-(4 \cdot x)}{5 \cdot \sqrt{-x^2 + 25}} \\ \dfrac{4 \cdot x}{5 \cdot \sqrt{-x^2 + 25}} \end{bmatrix}$$

$$[k \;\; d] := \begin{bmatrix} g(0) = 4 \\ g(5) = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, k, d} \begin{bmatrix} -\dfrac{4}{5} & 4 \end{bmatrix}$$

$$g(x) := k \cdot x + d \rightarrow -\frac{4 \cdot x}{5} + 4$$

$$S_1 := \begin{bmatrix} -a \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad S_2 := \begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad S_3 := \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \quad S_4 := \begin{bmatrix} 0 \\ -b \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$t(x) := k_1 \cdot x + d_1$$

$$ellipse'(x) := \frac{d}{dx} ellipse(x)_0 \rightarrow \frac{-(4 \cdot x)}{5 \cdot \sqrt{-x^2 + 25}}$$

$$x_e := ellipse'(x) = \frac{-4}{5} \xrightarrow{solve, x} \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{2} \qquad x_n := ellipse'(x) = \left(\frac{-4}{5}\right)^{-1} \xrightarrow{solve, x} \frac{125 \cdot \sqrt{881}}{881}$$

$$ellipse(x_e)_0 \xrightarrow{float} 2.8284271247461900976 \qquad ellipse(x_n)_0 \xrightarrow{float} 2.1562147856934690827$$

$$g(x_s) \rightarrow -\frac{4 \cdot x_s}{5} + 4$$

$$\begin{bmatrix} k_1 & d_1 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} k_1 = \frac{-4}{5} \\ t(x_e) = ellipse(x_e)_0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, k_1, d_1} \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & 4 \cdot \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

die parallel laufende Tangente zur Geraden g(x) ist also:

a)

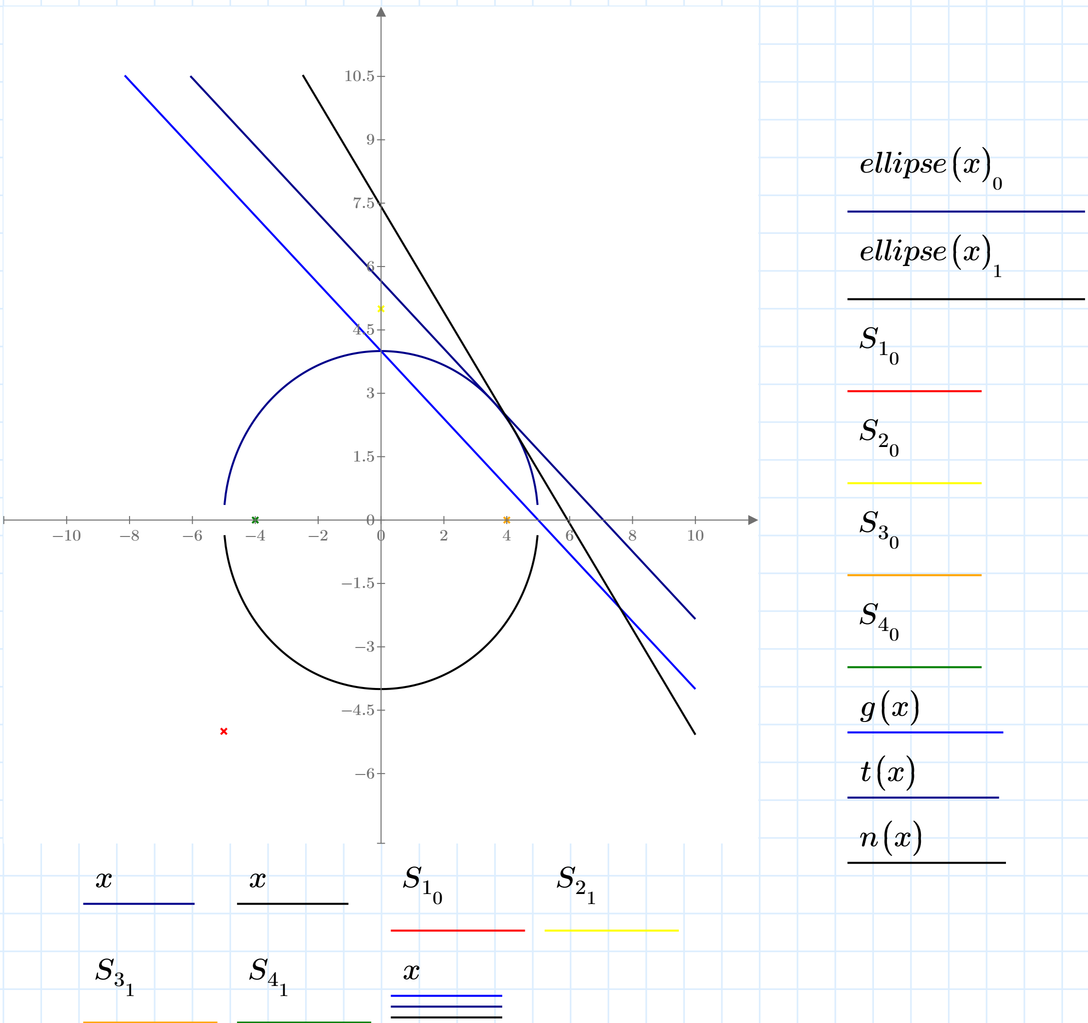
$$t(x) := k_1 \cdot x + d_1 \rightarrow -\frac{4 \cdot x}{5} + 4 \cdot \sqrt{2}$$

$$n(x) := \boxed{k_2} \cdot x + d_2$$

Steigung der Normale = Kehrwert der Parallelen Tangente

$$\begin{bmatrix} k_2 & d_2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} k_2 = \left(\frac{-4}{5}\right)^{-1} \\ n(x_n) = ellipse(x_n)_0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, k_2, d_2} \begin{bmatrix} -\frac{5}{4} & \frac{\sqrt{881}}{4} \end{bmatrix}$$

$$n(x) := k_2 \cdot x + d_2 \rightarrow -\frac{5 \cdot x}{4} + \frac{\sqrt{881}}{4}$$



$\mathrm{clear}(ellipse, t, g)$

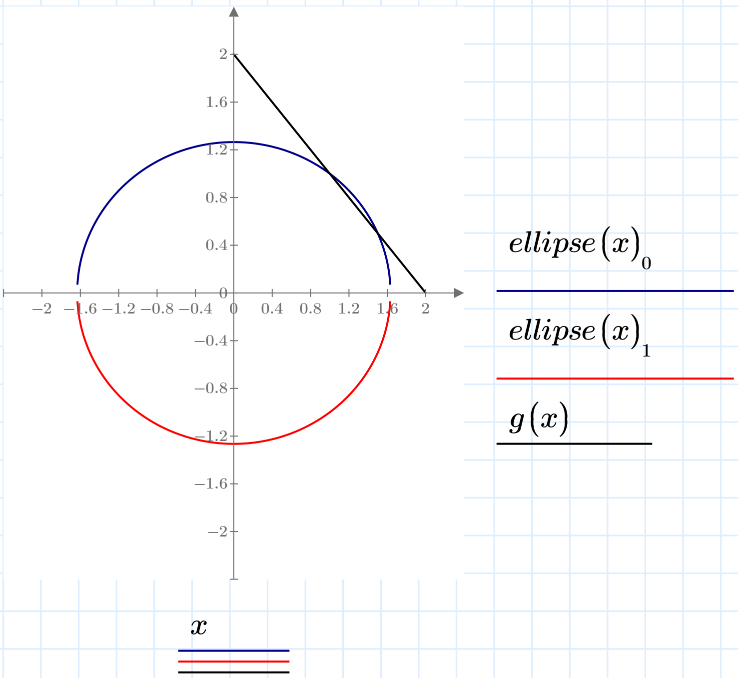
8b)

$$ellipse(x) := 3 \cdot x^2 + 5 \cdot y^2 = 8 \xrightarrow{solve, y} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{-(15 \cdot x^2) + 40}}{5} \\ \frac{-\sqrt{-(15 \cdot x^2) + 40}}{5} \end{bmatrix}$$

$$a_e := \sqrt{\frac{8}{3}} \rightarrow \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{3} \xrightarrow{float} 1.6329931618554520655$$

$$b_e := \sqrt{\frac{8}{5}} \rightarrow \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}{5} \xrightarrow{float} 1.2649110640673517328$$

$$g(x) := x + y = 2 \xrightarrow{solve, y} -x + 2$$



Hierbei handelt es sich um eine Sekante, da die Gerade durch 2 Punkte geht.

$$ellipse(x)_0 = g(x) \xrightarrow{solve,\,x} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix} \qquad g(1) \rightarrow 1 \quad g\left(\frac{3}{2}\right) \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$S_1 := \begin{bmatrix} 1 \\ g(1) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad S_2 := \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ g\left(\frac{3}{2}\right) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\textbf{clear}\,(ellipse, t, g, S_1, S_2)$$

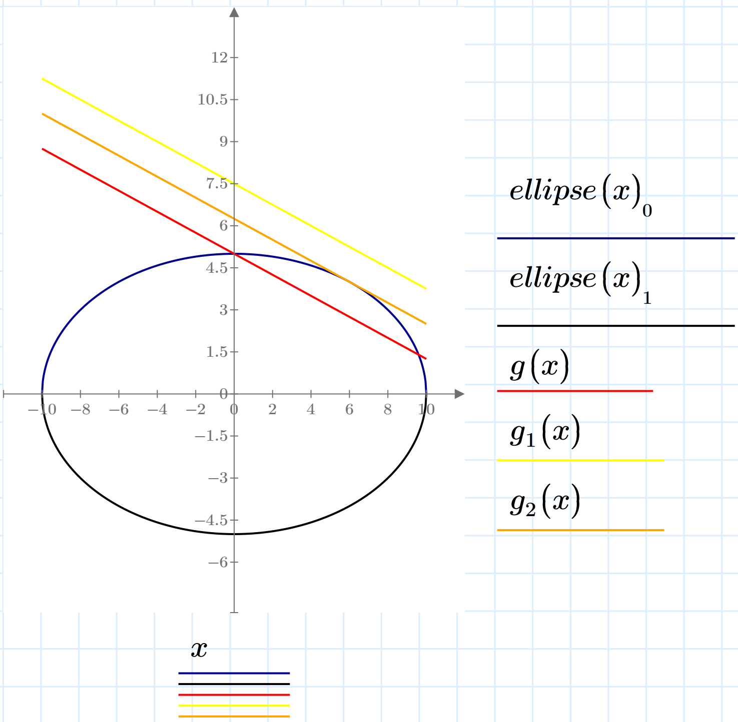
14e)

$$ellipse(x) := x^2 + 4 \cdot y^2 = 100 \xrightarrow{solve,\,y} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{-(4 \cdot x^2) + 400}}{4} \\ \frac{-\sqrt{-(4 \cdot x^2) + 400}}{4} \end{bmatrix}$$

$$g(x) := 3 \cdot x + 8 \cdot y = 40 \xrightarrow{solve,\,y} \frac{-(3 \cdot x) + 40}{8}$$

$$g_1(x) := 3 \cdot x + 8 \cdot y = 60 \xrightarrow{solve,\,y} \frac{-(3 \cdot x) + 60}{8}$$

$$g_2(x) := 3 \cdot x + 8 \cdot y = 50 \xrightarrow{solve,\,y} \frac{-(3 \cdot x) + 50}{8}$$



Es handelt sich bei c=40 um eine Sekant

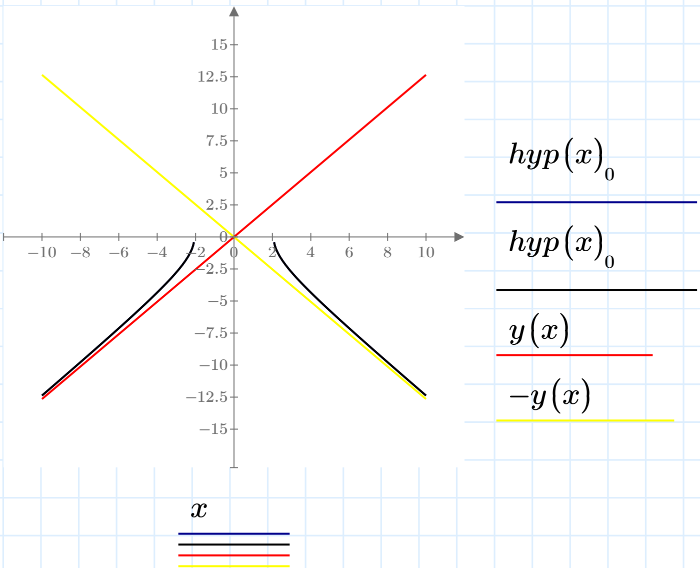
$\mathbf{clear}\left(ellipse, t, g, S_1, S_2, y, x\right)$

15s)

$$hyp(x) := 8 \cdot x^2 - 5 \cdot y^2 = 34 \xrightarrow{solve, y} \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{40 \cdot x^2 - 170}}{5} \\ \frac{\sqrt{40 \cdot x^2 - 170}}{5} \end{bmatrix}$$

$a := \sqrt{\frac{34}{8}}$ $\quad b := \sqrt{\frac{34}{5}}$

$$y(x) := \frac{b}{a} \cdot x \rightarrow \frac{2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{17} \cdot \sqrt{34} \cdot x}{85}$$



Es handelt sich um eine Hyperbel, also ist die Aussage korrekt. (siehe, Asymptoten und Hyperbelskizze)

15q)

Die Symmetrieachse einer Parabel verläuft normal zur Leitlinie

Diese Aussage ist Falsch da die Symmetrieachse einer Parabel durch den Scheitelpunkt verläuft und parallel zur Leitlinie ist.