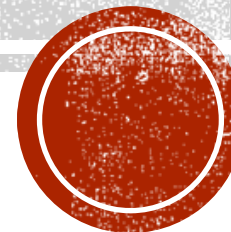


# TREE (POHON)

Lecturer: Dita Madonna Simanjuntak, ST., MTI





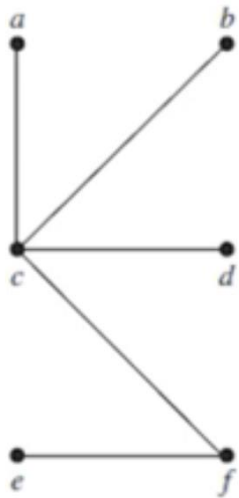
# OVERVIEW

1. Konsep Tree
2. Sifat Tree
3. Terminologi Tree
4. Pohon berakar
5. Pohon rentang minimum
6. Algoritma Prime dan Algoritma Kruskal

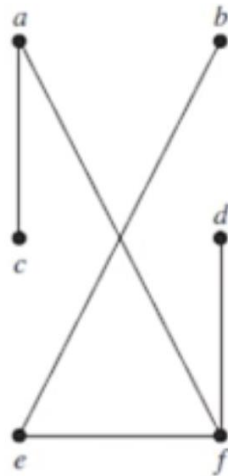


# DEFINISI TREE (POHON)

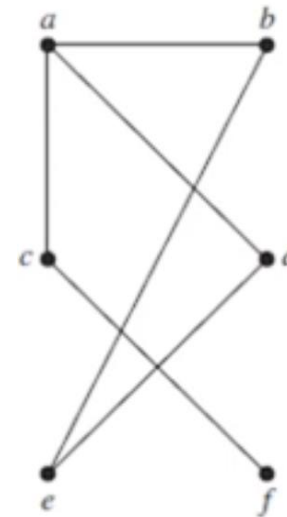
- Suatu graf terhubung yang setiap pasangan simpulnya hanya dapat dihubungkan oleh suatu lintasan tertentu
- Graf tak-berarah yang terhubung dan tidak memiliki sirkuit



G1



G2



G3

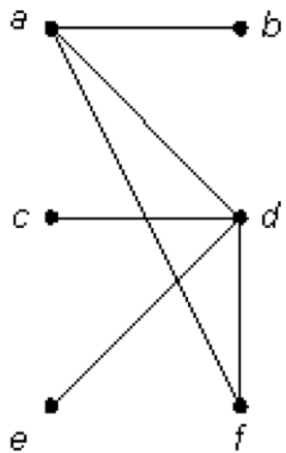


G4

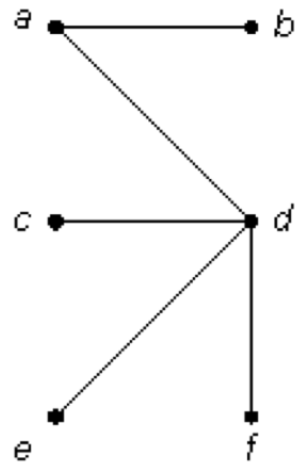


# LATIHAN

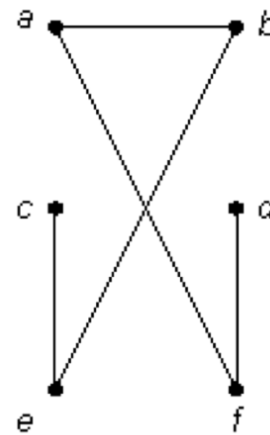
- Tentukan gambar dibawah ini apakah merupakan tree atau bukan.



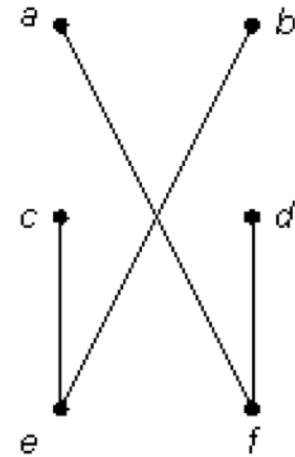
G1



G2



G3

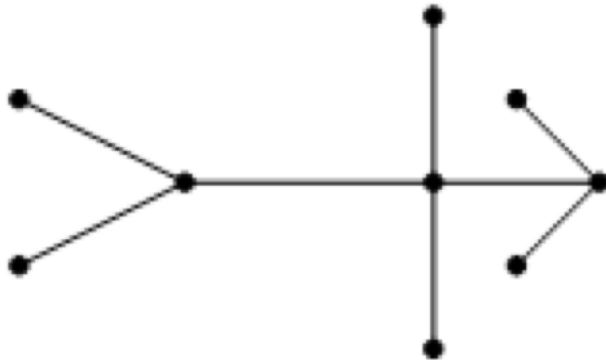
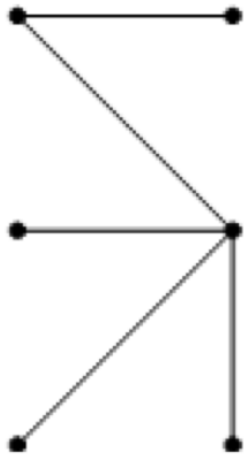


G4



# FOREST (HUTAN)

- Kumpulan pohon yang saling lepas
- graf tidak terhubung yang tidak mengandung sirkuit.
- Setiap komponen di dalam graf terhubung tersebut adalah pohon



Hutan yang terdiri dari 3 pohon





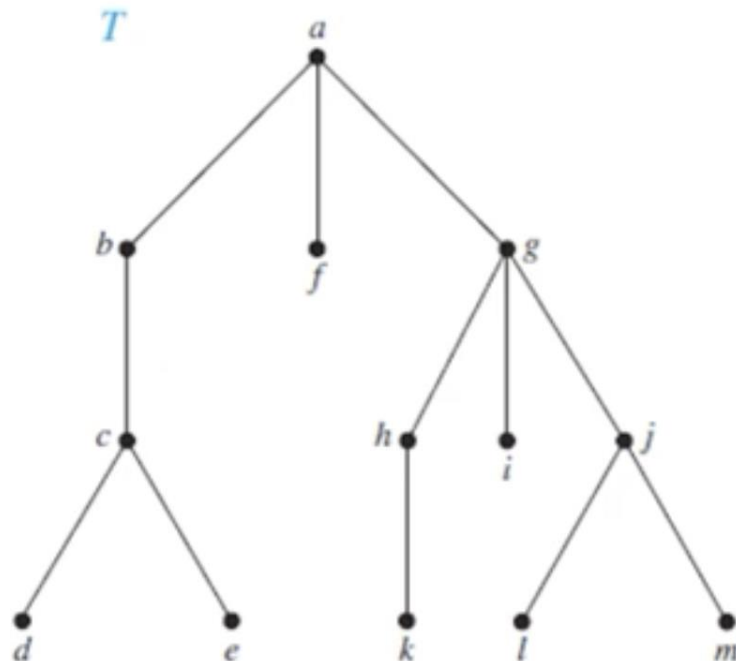
# SIFAT-SIFAT POHON

- Misalkan  $G = (V, E)$  adalah graf tak-berarah sederhana dan jumlah simpulnya  $n$ . Maka, semua pernyataan di bawah ini adalah ekuivalen:
  - $G$  adalah pohon.
  - Setiap pasang simpul di dalam  $G$  terhubung dengan lintasan tunggal.
  - $G$  terhubung dan memiliki  $m = n - 1$  buah sisi.
  - $G$  tidak mengandung sirkuit dan memiliki  $m = n - 1$  buah sisi.
  - $G$  tidak mengandung sirkuit dan penambahan satu sisi pada graf akan membuat hanya satu sirkuit.
  - $G$  terhubung dan semua sisinya adalah jembatan

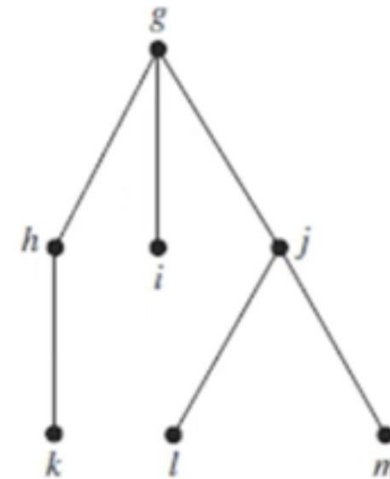


# POHON BERAKAR

- Merupakan suatu pohon dimana ada satu titik yang dikhususkan sebagai akar dan setiap garis menjauhi akarnya



Pohon berakar T dengan akar a



Pohon berakar (subgraph dari T)  
dengan akar g





# TERMINOLOGI

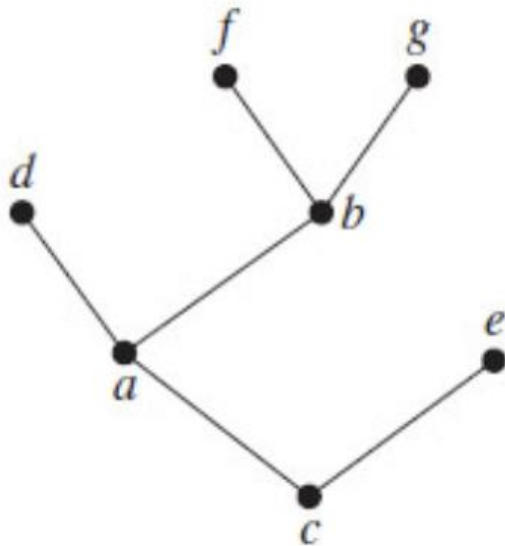
Istilah	Arti	Contoh dari Graf T
Akar (root)	Titik awal (paling atas) suatu tree	Vertex a
Internal	Titik berderajat lebih dari 1 kecuali root	Vertex b, c, g, h, j
Daun (leaves)	Titik berderajat 1	Vertex d, e, f, i, k, l, m
Anak (children)	Titik di bawah titik tertentu	Anak dari c adalah d, e
Orangtua (parent)	Titik di atas titik tertentu	Parent dari c adalah b
Saudara (sibling)	Titik dengan parent yang sama	Sibling dari h adalah i dan j
Ancestors	Semua titik sebelum titik tertentu (sampai root)	Ancestor dari l adalah a, g, j
Descendants	Semua titik setelah titik tertentu (sampai leaf)	Descendants dari b adalah c, d, e



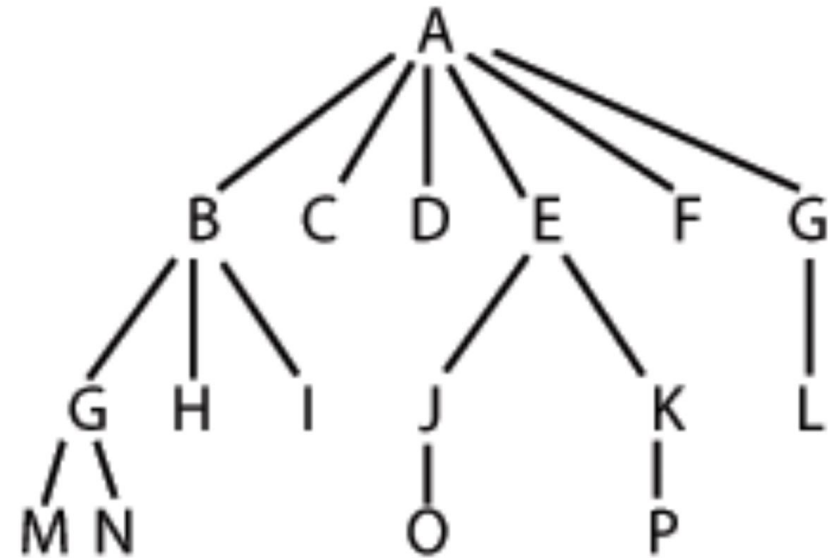


# KUIS

- Apakah gambar berikut merupakan pohon berakar?

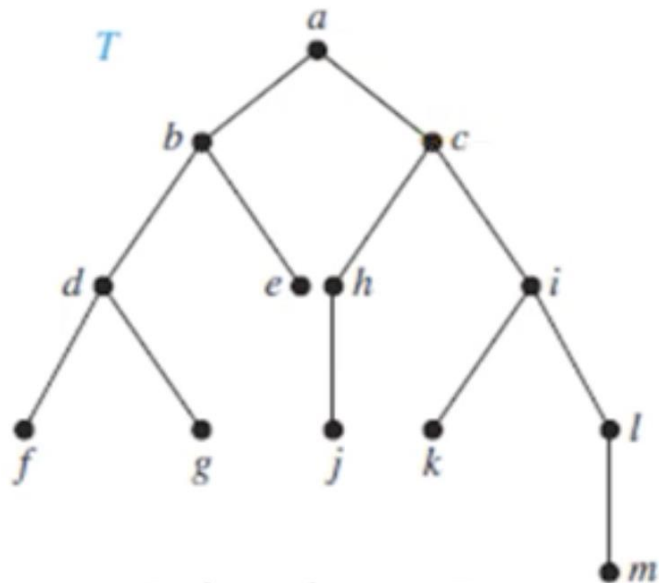


- Sebutkan terminology tree berdasarkan pohon berikut.

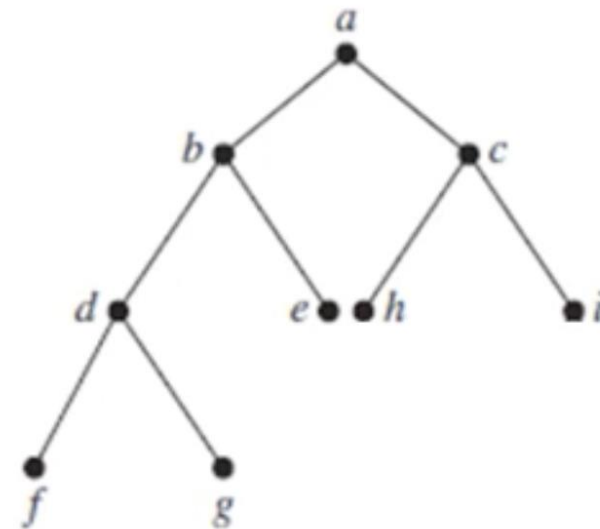


# POHON BINER

- Merupakan pohon berakar yang setiap titiknya mempunyai maksimal 2 anak.
- Pohon biner penuh adalah pohon biner dengan setiap titiknya (kecuali daun) mempunyai 2 anak.



Pohon biner T

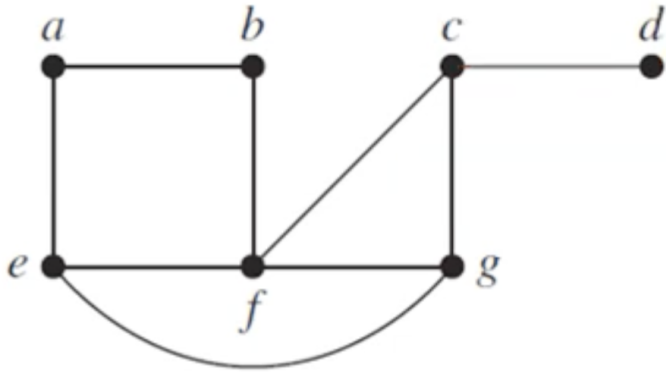


Pohon biner penuh

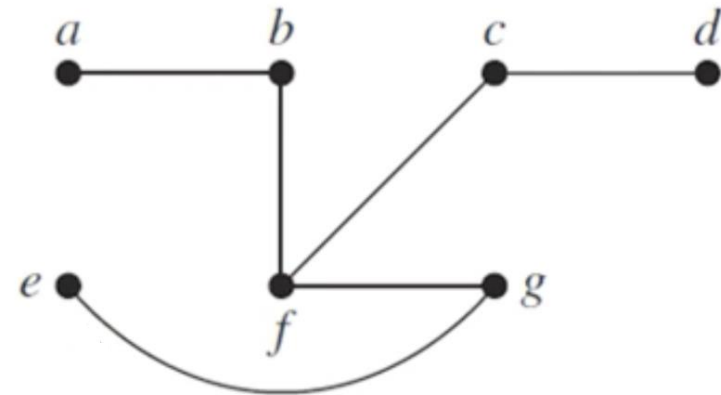


# POHON RENTANG

- Pohon rentang dari suatu graf terhubung  $G$  adalah subgraf yang merupakan pohon dan membuat semua titik dalam  $G$ .



Graf terhubung  $G$

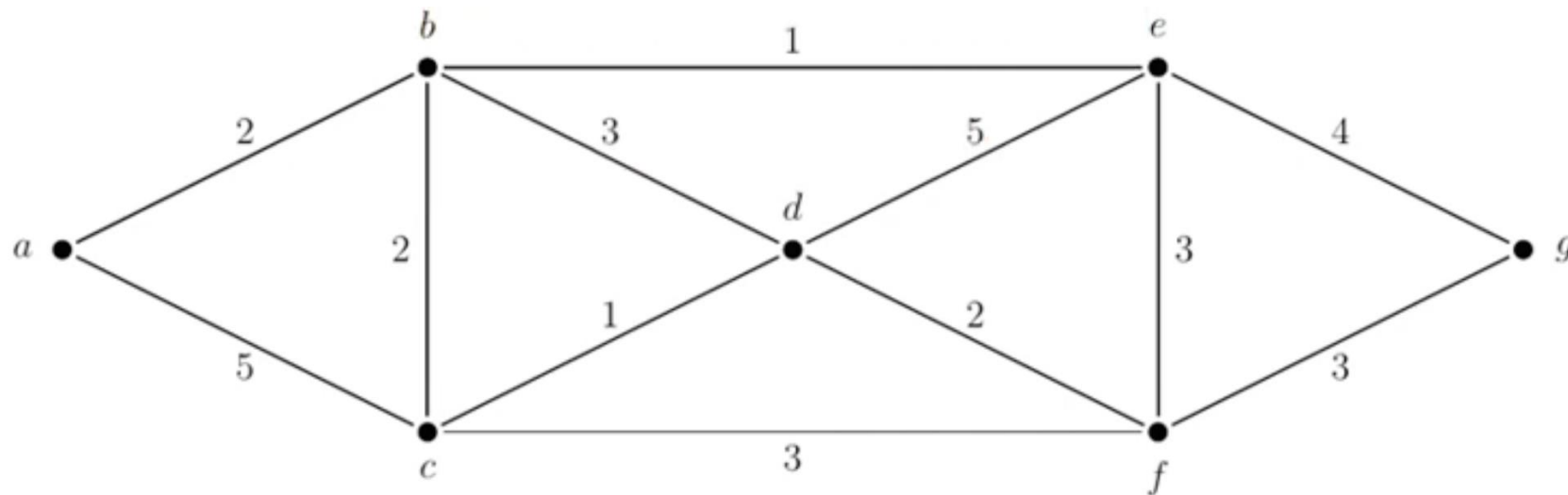


Pohon rentang dari graf  $G$



# GRAF BERLABEL (WEIGHTED GRAPH)

- Adalah suatu graf tanpa garis paralel dimana setiap garisnya dipasangkan dengan suatu bilangan tak negatif yang menyatakan bobot garis tersebut.



Graf berlabel



# POHON RENTANG MINIMUM

- Sebuah subgraf  $T$  dari dari graf  $G$  disebut sebuah pohon merentang dari  $G$  jika  $T$  adalah sebuah pohon dan  $T$  memnuat semua titik dalam graf  $G$ .
  - Diantara semua pohon merentang dari graf  $G$ , pohon  $T$  disebut **pohon rentang minimum** jika  $T$  memiliki jumlah bobot yang paling minimum.
  - Algoritma pencarian pohon rentang minimum.
    - Algoritma Prime
    - Algoritma Kruskal
    - Algoritma Warshall
    - Algoritma Dijkstra
- Untuk graf sederhana (tak berarah)
- Untuk graf berarah





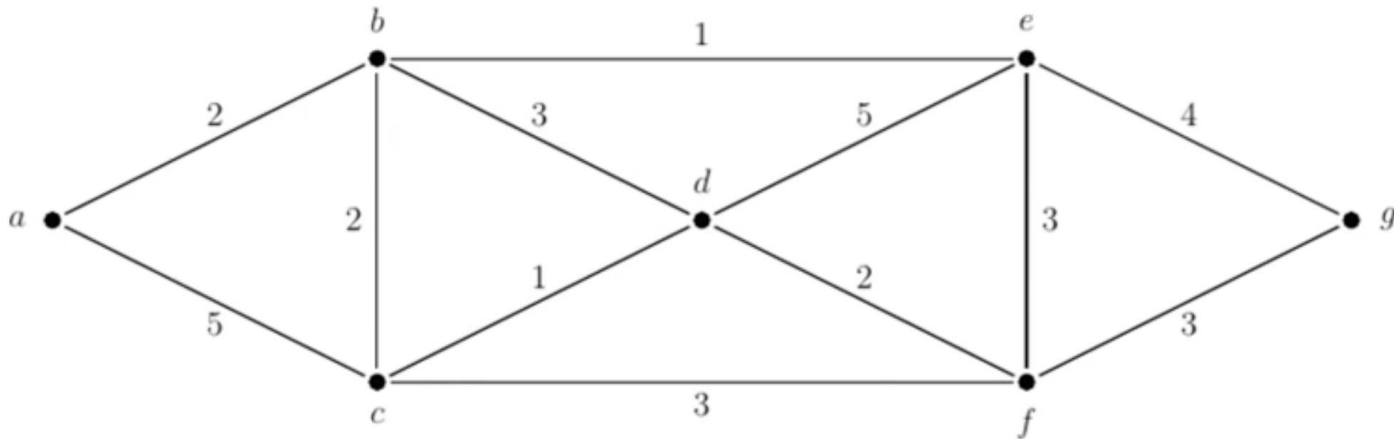
# ALGORITMA PRIME

- Langkah-Langkah untuk mencari pohon rentang minimum dari suatu graf  $G$  dengan algoritma prime.
  - Urutkan semua garis dalam  $G$  berdasarkan bobotnya dari yang terkecil ke yang terbesar
  - Pilih garis dengan bobot terkecil
  - Pada setiap Langkah pilih garis dengan bobot terkecil, tetap tidak membentuk cycle dengan garis-garis yang sudah dipilih terdahulu
  - Lakukan sampai semua titik terhubung



# CONTOH ALGORITMA PRIME (1)

Diketahui graf  $G$  sebagai berikut. Tentukan pohon rentang minimum dengan algoritma Prime.

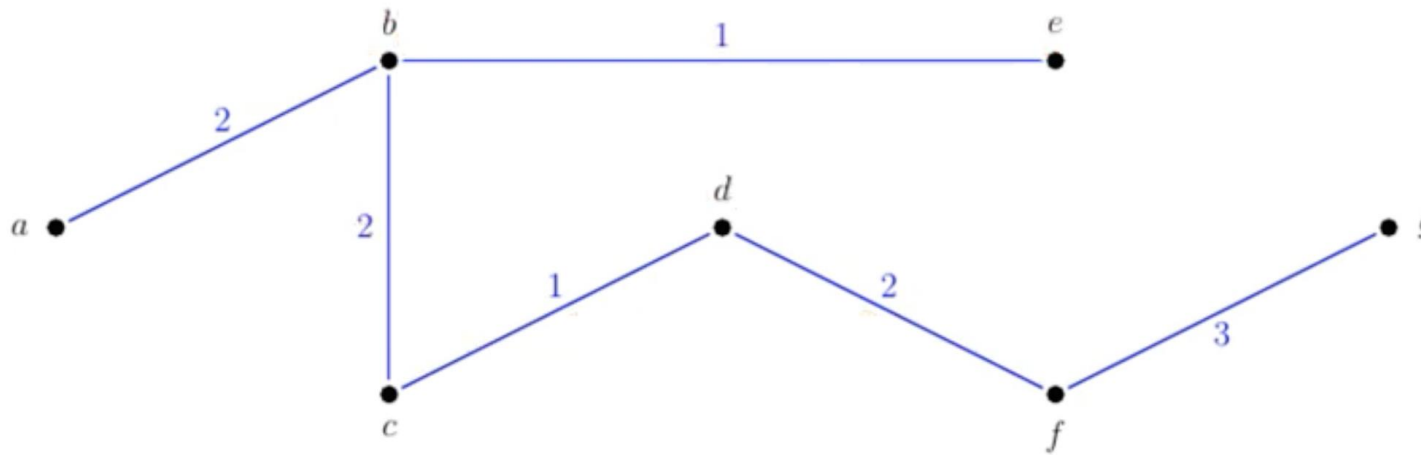


1. Urutkan bobot garis: 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 5
2. Pilih garis berbobot 1, yakni be dan cd
3. Pilih garis berbobot 2, yakni ab, bc, dan df
4. Pilih garis berbobot 3, yakni bd, cf, ef, fg.
5. Jika memilih bd, cf, ef maka akan terbentuk cycle, sehingga kita hanya memilih fg



# CONTOH ALGORITMA PRIME (2)

Karena semua titik sudah terhubung, maka diperoleh rentang minimum sbb.



Jumlah bobot minimum:  $2+2+1+1+1+2+3 = 11$







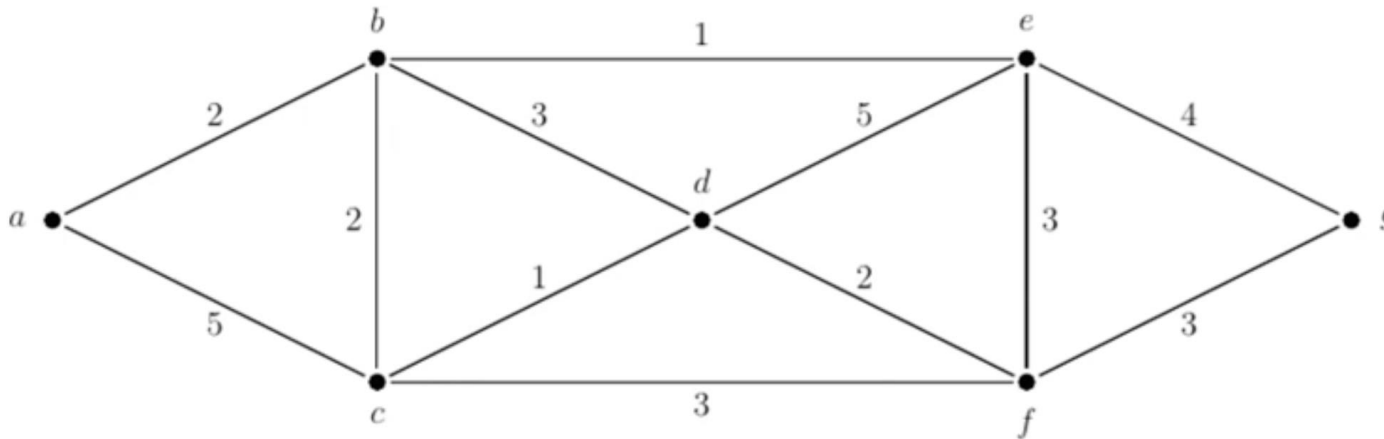
# ALGORITMA KRUSKAL

- Langkah-Langkah untuk mencari pohon rentang minimum dari suatu graf  $G$  dengan algoritma kruskal.
  - Urutkan semua garis dalam  $G$  berdasarkan bobotnya dari yang terkecil ke yang terbesar
  - Pilih garis dengan bobot terbesar
  - Pada setiap langkah, pilih garis dengan bobot terbesar, kemudian hapus garis tersebut namun tidak membuat graf tidak terhubung (tidak ada vertex tanpa edge)
  - Lakukan sampai semua tidak ada cycle



# CONTOH ALGORITMA KRUSKAL (1)

Diketahui graf  $G$  sebagai berikut. Tentukan pohon rentang minimum dengan algoritma Prime.

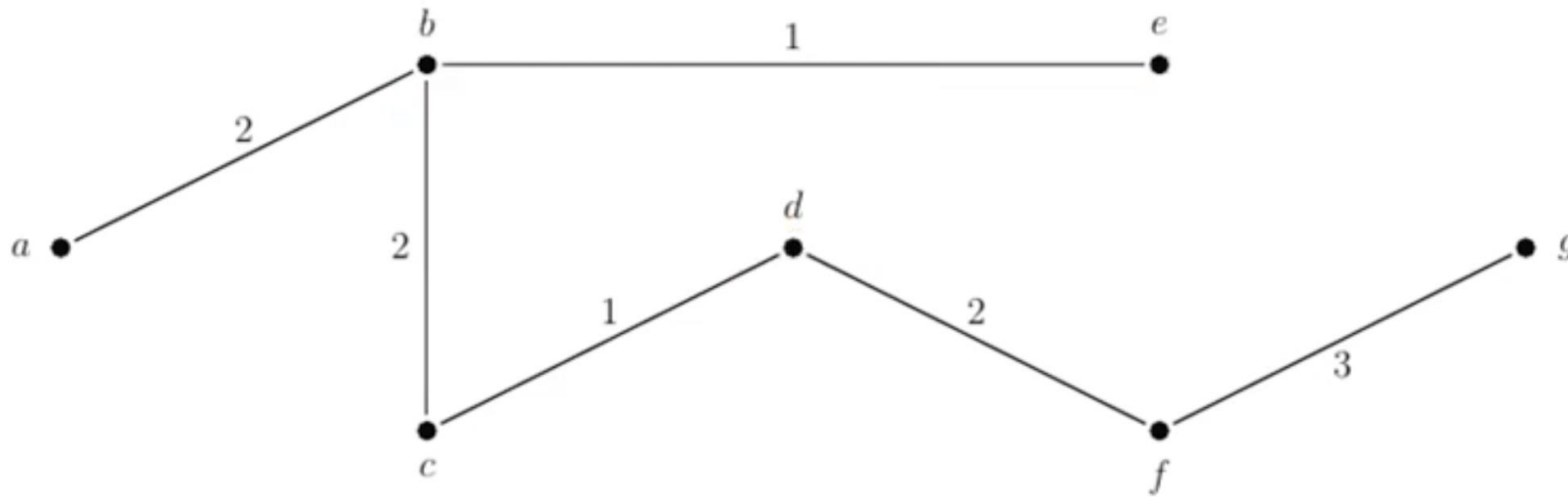


1. Urutkan bobot garis: 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 5
2. Pilih garis berbobot 5, yakni ac dan de
3. Pilih garis berbobot 4, yakni eg
4. Pilih garis berbobot 3, yakni bd, cf, ef, fg.
5. Jika memilih fg maka g tidak memiliki edge. Jadi kita memilih bd, cf, ef



# CONTOH ALGORITMA KRUSKAL (2)

Karena sudah tidak terdapat cycle, maka hapus semua garis yang sudah dipilih sehingga diperoleh pohon rentang minimum:



Jumlah bobot minimum:  $2+2+1+1+1+2+3 = 11$



# CONTOH SOAL

Sebuah perusahaan ingin membangun sistem telekomunikasi yang menghubungkan 6 cabangnya. Jarak antar cabang dinyatakan dalam table berikut

	a	b	c	d	e	f
a	0	20	42	31	28	29
b	20	0	25	35	29	25
c	42	25	0	41	33	22
d	31	35	41	0	34	36
e	28	29	33	34	0	41
f	29	25	22	36	41	0

Misalkan biaya (ribu rupiah) untuk pembuatan jaringan sebanding dengan jaraknya, tentukan jaringan termurah untuk menghubungkan 6 cabang tersebut. Berapa biaya termurahnya?

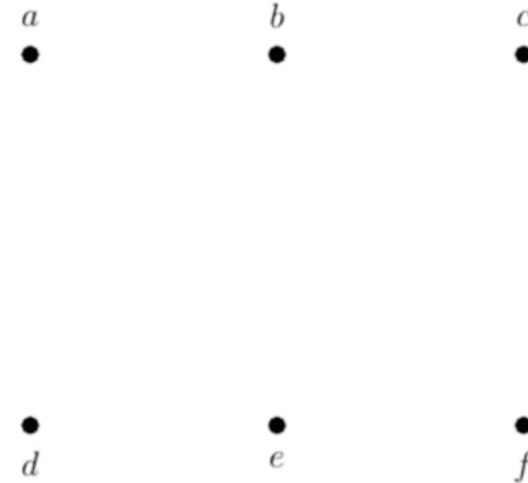




# JAWABAN SOAL (1)

Untuk menyelesaikan masalah tersebut, kita tidak perlu menggambar semua graf keseluruhan. Kita dapat menggunakan algoritma Prime dengan menggambar garis yang sudah kita pilih saja

1. Gambar 6 vertex yang melambangkan ke-6 cabang.



2. Dari table, urutkan bobot dari yang terkecil ke terbesar. Jarak dari a ke b sama dengan jarak b ke a, jadi bobotnya kita tulis 1 kali saja.

Urutannya: 20, 22, 25, 25, 28, 29, 29, 31, 33, 34, 35, 36, 41, 41, 42





# JAWABAN SOAL (2)

3. Gambarkan garis dengan bobot terkecil (20), yaitu ab





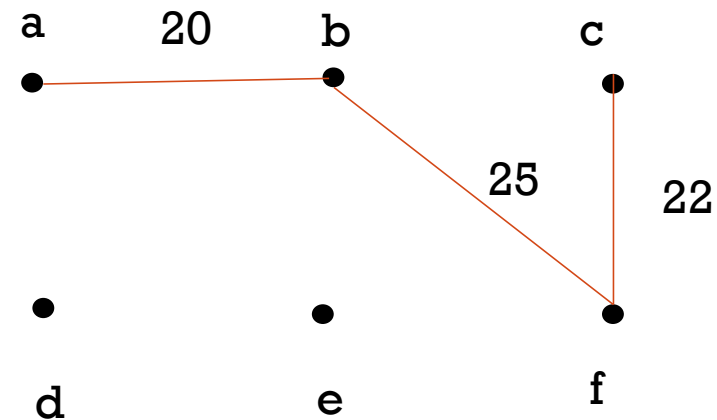
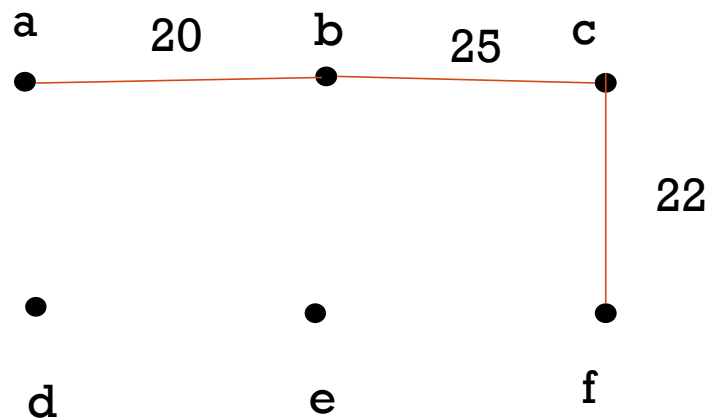
# JAWABAN SOAL (3)

Urutan: 20, 22, 25, 25, 28, 29, 29, 31, 33, 34, 35, 36, 41, 41, 42

4. Gambarkan garis dengan bobot 22, yaitu cf

5. Gambarkan garis dengan bobot 25, yaitu bc dan bf

Bobot bf juga 25 tetapi tidak kita gambar karena akan membentuk cycle.

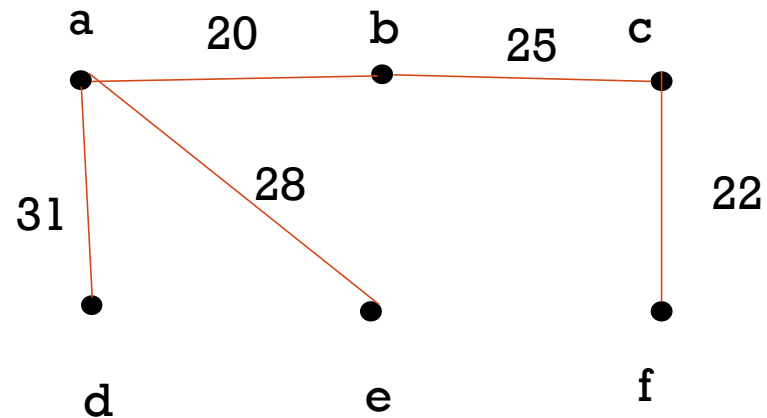




# JAWABAN SOAL (3)

Urutan: 20, 22, 25, 25, 28, 29, 29, 31, 33, 34, 35, 36, 41, 41, 42

6. Lakukan algoritma sampai semua titik terhubung dan tidak terdapat cycle.



Diperoleh rentang minimum:  $20+25+22+28+31 = 126$ .

Biaya termurah = 126 ribu rupiah







# LATIHAN SOAL

Jarak (dalam kilometer) dari 5 kota ditunjukkan oleh table berikut.

	a	b	c	d	e
a	0	10	12	16	22
b	10	0	7	21	13
c	12	7	0	11	27
d	16	21	11	0	31
e	22	13	27	31	0

Tentukan rentang minimum yang menghubungkan kota-kota tersebut. Gunakan Algoritma Prime. Berapakah jarak terpendek?



**TERIMA KASIH**

