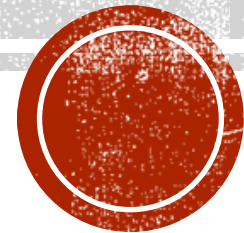


TURUNAN DAN INTEGRAL

Lecturer: Dita Madonna Simanjuntak, ST., MTI





OVERVIEW

1. Turunan dan Integral
2. Titik Ekstrim
3. Aplikasi Integral





DEFINISI TURUNAN

Turunan dari fungsi kontinu $y = f(x)$ merupakan laju perubahan nilai y terhadap x .

Rumus Dasar:

Jika $f(x) = ax^n$

Maka turunan pertama dari $f(x)$ atau ditulis $f'(x) = n \cdot ax^{n-1}$





CONTOH

Carilah turunan pertama dari $f(x) = 3x^2 + 8x + 5$

Penjelasan :

$3x^2$ dimisalkan ax^n maka rumus $f'(x)$ adalah $n \cdot ax^{n-1}$

$$a = 3$$

$$n = 2$$

$$\text{Jadi, } 2 \cdot 3x^{2-1} = 6x$$

Catatan : jika $f(x) = ax$, maka $f'(x) = a$

$$\text{Maka } f(x) = 8x \rightarrow f'(x) = 8$$

Maka turunan pertama atau ditulis $f'(x) = 6x + 8$

Keterangan:

a: Koefisien/Konstanta

n: pangkat

x: variabel





SOAL

Carilah turunan $f'(x)$ dari fungsi-fungsi berikut !

1. $f(x) = 5x^3 + 6x^2 + 6x + 10$
2. $f(x) = 10x^3 + 7x^2 + 3x + 5$
3. $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 6x - 2$
4. $f(x) = 8x^3 - 2x^2 - 3x + 9$
5. $f(x) = 7x^3 - 9x^2 + 7x - 8$



INTEGRAL (ANTI TURUNAN)

Integral Tak Tentu

- Tidak mempunyai batas
- Ditandai dengan nilai konstanta (+ C)
- Rumus:
- $\int a \, dx = ax + c$
- $\int ax^n \, dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + C$

Integral Tentu

- Mempunyai Batas
- Memiliki Nilai
- Rumus:
- Jika $\int f(x) \, dx = f(x) + c$
, maka $\int_a^b f(x) \, dx = f(b) - f(a)$





CONTOH INTEGRAL TAK TENTU

Selesaikanlah integral berikut ini :

$$\int 6x^2 + 8x + 10 \, dx$$

Penyelesaian :

Dengan menggunakan rumus $\int ax^n \, dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + C$, maka :

$$\frac{6}{2+1} x^{2+1} + \frac{8}{1+1} x^{1+1} + 10x + C$$

Lalu disederhanakan menjadi $2x^3 + 4x^2 + 10x + C$





SOAL

Selesaikanlah integral Tak Tentu berikut ini :

1. $\int 5x^2 + 4x + 26 \, dx$

2. $\int 12x^2 + 6x + 7 \, dx$





CONTOH INTEGRAL TENTU

Hitunglah nilai dari

$$\int_1^2 6x^2 + 8x + 10 \, dx$$

Penyelesaian :

Dengan cara yang sama dengan pengintegralan tak tentu, maka :

$$\frac{6}{2+1} x^{2+1} + \frac{8}{1+1} x^{1+1} + 10x, \text{ untuk } x = b$$

Dan

$$\frac{6}{2+1} x^{2+1} + \frac{8}{1+1} x^{1+1} + 10x, \text{ untuk } x = a$$

Karena $\int_a^b f(x) \, dx = f(b) - f(a)$, maka

$$[2(2)^3 + 4(2)^2 + 10(2)] - [2(1)^3 + 4(1)^2 + 10(1)] = 52 - 16 = 36$$

Jadi nilai dari $\int_1^2 6x^2 + 8x + 10 \, dx$ adalah 36





SOAL

Hitunglah nilai dari Integral Tentu berikut ini :

1. $\int_0^1 12x^2 + 6x + 5 \, dx$

2. $\int_1^2 9x^2 + 10x - 3 \, dx$

3. $\int_0^2 3x^2 + 2x - 1 \, dx$



$$\int_1^2 9x^2 + 10x - 3 \, dx$$

$$= 3x^3 + 5x^2 - 3x$$

$$= 3(2)^3 + 5(2)^2 - 3(2) - (3(1)^3 + 5(1)^2 - 3(1))$$

$$= (24 + 20 - 6) - (3 + 5 - 3)$$

$$= 38 - 5$$

$$= 33$$





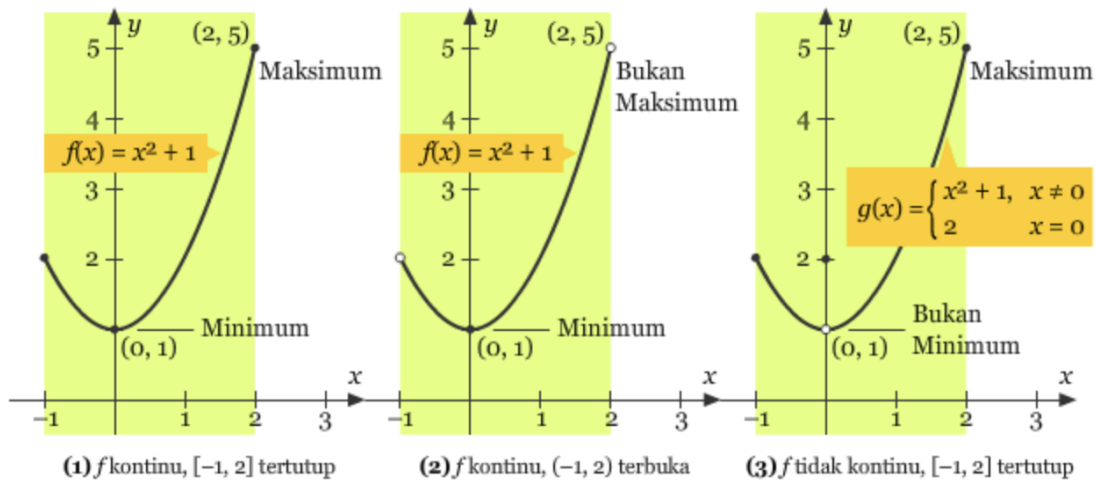
NILAI EKSTRIM SUATU FUNGSI

Misalkan f terdefinisi pada selang I yang memuat c .

1. $f(c)$ merupakan nilai minimum f pada I jika $f(c) \leq f(x)$ untuk semua x dalam I .
2. $f(c)$ merupakan nilai maksimum f pada I jika $f(c) \geq f(x)$ untuk semua x dalam I .

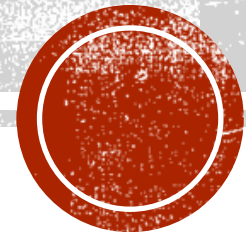
- Nilai minimum dan maksimum suatu fungsi pada selang tertentu disebut sebagai **nilai ekstrim** suatu fungsi pada selang tersebut.
- Nilai minimum dan maksimum suatu fungsi pada selang tertentu juga disebut sebagai **nilai minimum mutlak** dan **nilai maksimum mutlak** pada selang tersebut.
- Nilai ekstrim suatu fungsi dapat terjadi pada ujung selang.
- Nilai ekstrim yang terjadi pada ujung selang disebut **nilai ekstrim ujung**.





BERDASARKAN GAMBAR:

1. GAMBAR 1 MEMILIKI NILAI MINIMUM DAN MAKSIMUM
2. GAMBAR 2 MEMILIKI NILAI MINIMUM NAMUN TIDAK MEMILIKI NILAI MAKSIMUM
3. GAMBAR 3 MEMPERLIHATKAN BAHWA KEKONTINUAN DAPAT MEMPENGARUHI KEBERADAAN NILAI EKSTREM PADA SUATU SELANG



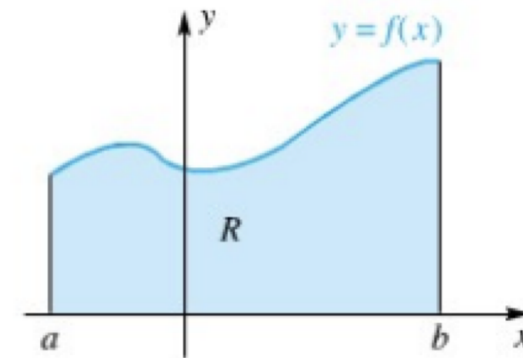


APLIKASI INTEGRAL

- Luas Daerah Bidang Datar
- Volume Benda Putar
- Panjang Kurva
- Luas Permukaan Benda Putar
- Massa dan Pusat Massa

$$\text{Area} = A = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

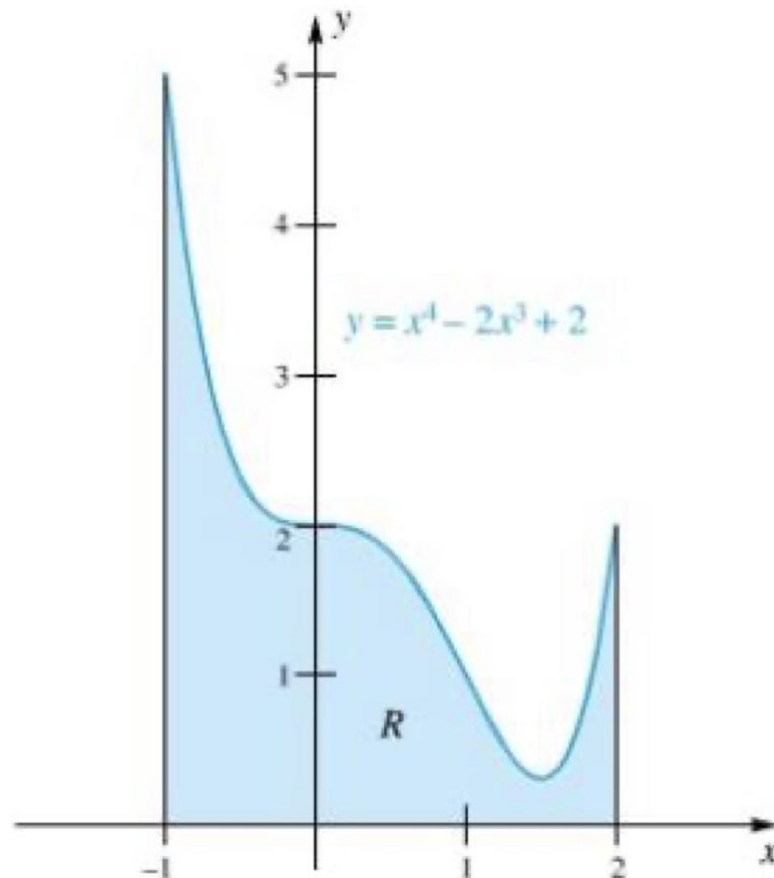
$$\text{dengan : } \frac{dF(x)}{dx} = f(x)$$





SOAL

Tentukan luas daerah R yang dibatasi kurva $y = x^4 - 2x^3 + 2$ dan sumbu-x di antara $x = -1$ dan $x = 2$



$$\int_{-1}^2 \mathbf{x}^4 - 2\mathbf{x}^3 + 3 dx$$



TERIMA KASIH

