E5 - 2021级程序设计基础第五次练习

A - 三角形判断

题目描述

定义一个函数，用该函数判断对于给定范围 $[1, 10^4]$ 的三个正整数作为边长，能否构成三角形。如果能，则进一步判断所构成的三角形是普通三角形、等腰三角形，还是等边三角形。

输入描述

三个正整数 a, b, c，满足条件 $1 \le a, b, c \le 10^4$。

输出描述

如果是普通三角形，输出`regular triangle!`；

如果是等腰三角形，输出`isosceles triangle!`；

如果是等边三角形，输出`equilateral triangle!`；

如果不能构成三角形，输出`not a triangle!`。

样例输入1

```
5 6 7
```

样例输出1

```
regular triangle!
```

样例输入2

```
5 5 7
```

样例输出2

```
isosceles triangle!
```

AUTHOR: yzh

B - 广义斐波那契数列

题目描述

给定一个正整数n，五个整数p,q,A,B,C，递归求解广义斐波那契数列的第n项。

广义斐波那契的递推式：

$F_1=p,F_2=q$

$F_n=A\times F_{n-1}+B\times F_{n-2}+C,n\geq 3$

输入描述

第一行一个正整数n。

第二行五个整数p,q,A,B,C。

输出描述

第一行，一个数F_n。

样例输入

```
8
1 1 1 1 0
```

样例输出

```
21
```

数据范围

对于100%的数据，$n\leq 40,-30\leq p,q,A,B,C\leq 30$。

数据保证所有运算结果均$\leq 2^{63}-1$。

HINT

使用递归求解，注意循环条件以及递归终止条件。

AUTHOR: Stockholm

C - 「弹幕自由市场」

题目描述

作为市场之神，天弓千亦可以预知接下来 n 天的卡牌价格,即在第 i 天 $(1\leq i\leq n)$ 她可以以 a_i 每张的价格买入或者卖出任意数量的卡片。

然而因为能力的代价，她在 n 天内只能进行**至多一次**买入操作和**至多一次**卖出操作（即她最多可以选择一天买入一定数量的卡牌，最多可以选择一天卖出一定数量的卡牌）。

天弓千亦初始有 m 枚金币，0 张卡牌。她想知道在 n 天后最多可以持有多少金币。

输入描述

输入共两行

第一行两个数 n,m 。分别表示可以预知的天数，初始金币数量。

第二行n个数 $a_1,a_2,\ldots,a_n$，表示在第 i 天的卡牌单张价格

输出描述

一个数，表示在 n 天后天弓千亦最多持有金币数量

样例输入1

```
4 2
4 3 2 1
```

样例输出1

```
2
```

样例输入2

```
9 10
1 2 3 4 4 3 2 1 5
```

样例输出2

```
50
```

样例说明

在样例1中，选择不进行买入和卖出操作，最后最多持有的金币数为 2 。

在样例2中，获得最大金币数的方法之一为选择第1天买入10张卡牌，在第9天卖出10张卡牌，最后最多持有的金币数为$10\times 5=50$ 。

数据范围

对于 100% 的数据满足： $1\le n\le 10^3,1\le m,a_i\le 10^6$。

测试点编号	$n\le$	特殊限制
$1(1pt)$		样例2
$2(9pts)$	10	
$3(10pts)$	100	
$4(10pts)$		a_i单调不减
$5(10pts)$		a_i单调不增
$6\sim 8(3\times 20pts)$		随机数据

HINT

合理地运用函数会使你的代码更加清晰。

请注意数据范围！

AUTHOR: Blore

D - fff

题目描述

给一个非负整数$x(0 \le x \le 2^{63}-1)$，请编写函数求解$f(f(f(x)))$的值。

其中$f(x)$代表x的二进制形式中1的个数,例如$f(5)=2, f(7)=3, f(127)=7$。

输入描述

多组数据输入。每组数据占一行，为一个非负整数x。

输出描述

对于每组数据，输出一行，表示$f(f(f(x)))$的值。

样例输入

```
7
127
```

样例输出

```
1
2
```

样例解释

$f(7)=3$

$f(f(7))=2$

$f(f(f(7)))=1$

数据范围

$0 \le x \le 2^{63}-1$

HINT

建议先实现求解$f(x)$的函数，然后调用该函数。

AUTHOR:inf

E - 三角形

题目描述

给定直角坐标系中某个三角形三个顶点A, B, C的坐标，求该三角形的周长和面积。

输入描述

第一行，一个整数T，表示数据的组数

接下来T行，每行6个整数，分别为$x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C$。

输出描述

共T行。

每行两个数，用空格分开，分别表示三角形的周长和面积。（结果保留3位小数）

样例输入

```
2
0 0 0 1 1 0
3 0 2 0 2 1
```

样例输出

```
3.414 0.500
3.414 0.500
```

HINT

（1）建议使用函数来简化代码

（2）建议使用 $S = \frac{1}{2}ab * sin(C)$ 来计算三角形的面积

AUTHOR：Mentor_D

F - Reading Steiner

题目背景

冈部伦太郎有一项特异能力为“Read Steiner”，即自己在不同世界线的跳跃过程中能够保有在其他的世界线中的记忆，2025年，为了拯救所有人他策划了到达“Steins Gate”世界线的最终方案，为此他需要积累足够的信息与知识，在世界线之间反复跳跃，并将该计划命名为“世界树与无穷的递归”。

题目描述

为了简化模型，当前可供跳跃的世界线只有α, β, γ三条世界线，世界线跳跃的规则如下：

- 伦太郎在当前世界线的行动会影响世界线的变动，他的行动有7种行为模式，操作数标号$1-7$记为op，这些操作数的二进制数从高到低看对应当前世界线的排列，二进制位为1，则伦太郎会跳跃到相应的世界

线。
- 例如伦太郎当前行动的操作数为$5=(101)_2$，对应α,β,γ二进制位置1的世界线即α,γ世界线。
- 为了保证伦太郎的安全，他会设定一个最大跳跃层数N（注意不是次数），他最初出发是在第0层，当他做出N次操作后会到达第N层，就会以数值形式结算他获得的信息与知识然后递归返回。三条世界线到达第N层时获得的数值按α,β,γ顺序记为a,b,c。
- 从更下一层返回时，会累加获得的数值，还是刚才的例子，跳跃去了α,γ世界线，返回时获得的数值为14和54，则伦太郎累加得到的数值为68，本次世界线跳跃返回值即68。

输入描述

三行。

第一行一个正整数N。

第二行三个整数a,b,c。

第三个N个正整数，对应N个操作数op。

输出描述

一行。

代表伦太郎执行"世界树与无穷的递归"计划递归返回获得的数值之和。由于这个数值会很大所以结果请对10^9+7取模。

样例输入

```
1
11 45 14
5
```

样例输出

```
25
```

样例解释

只跳跃了一层，$N=1$，操作数为$5=(101)_2$，递归前往α,γ世界线，即：

$$f(0)=f_a(1)+f_c(1)=25$$

数据范围

$1\le N\le 17;|a|,|b|,|c|\le 100;1\le op\le 7$

HINT

- 回忆课堂上学的阶乘递归：

$$f(n)=n\times f(n-1),f(0)=1$$

- 本题可以考虑类似这样一个模型，只是考虑操作数位运算后不一定是加三项，也有可能两项或者一项。

$$f(i)=f_a(i+1)+f_b(i+1)+f_c(i+1)$$

$$f_a(n)=a, f_b(n)=b, f_c(n)=c$$

- 另外注意取模的问题，为消除歧义均基于C语言的取模运算，对于$\mathrm{mod}=10^9+7$ 这个数有 $2\times\mathrm{mod}<2^{31}-1<3\times\mathrm{mod}$，所以需要考虑三个数相加的取模问题。
- 提示：`a+b+c` 取模可以写成 `((a%mod+b%mod）%mod+c%mod)%mod` 而不是 `(a+b+c)%mod`

Author:Shederay

G - 三线不共点

题目背景

经过三线共点的波折，Sheep决定不再出涉及三线共点的题目了，所以本次题目，**没有三线共点**啦

Sheep在帮同学做一个平面激光雷达建立三维空间的项目中有一个用单维多激光束模拟二维平面激光雷达的子项目，这一项目有单激光束平移+激光源旋转的方法和多激光束定点和多激光束平移的方法（多激光束平移+光源旋转这种方式中，各激光传感器会产生很大的干涉，实际使用这种方法的时候产生干涉的光源不会同时开启，所以也类似于单激光束平移+单光源旋转），由于项目刚刚起步，Sheep的同学想先使用多激光束定点的方式来建模平面，而这种方式测量方案的评价指标主要为各直线所产生的交点数和各直线参数的协方差

为了降低题目复杂度，Sheep仅需你帮忙求解这些直线产生的交点数的可能情况的**方案数**

题目描述

假设实验室给提供了N个光源，**无三束激光共点**的情况，那这N个光源能产生多少不同的交点数?

输入描述

一个正整数N

输出描述

一个正整数表示可能的**方案总数**

样例输入

```
5
```

样例输出

```
7
```

数据范围

$2\leq N\leq 30$

HINT

对平行线的数量进行讨论

题目数据量很小，可以放心选择各类方法

可以考虑假如若干条相互平行的直线中有一条叛变成了不平行的会有什么影响。

AUTHOR: Oh so many sheep

H - 饿的幂次方

题目描述

任何一个非负整数都可以用 2 的幂次方来表示，同时约定次方用括号来表示，即 a^b 表示为 $a(b)$。

例如 $13 = 2^3 + 2^2 + 1 = 2(3) + 2(2) + 1$ 。

再进一步，$0 = 0$ ，$1 = 2(0)$ ，$2 = 2(1) = 2(2(0))$ ，$3 = 2 + 1 = 2(2(0)) + 2(0)$ ，因此 $13 = 2(2(2(0)) + 2(0)) + 2(2(2(0))) + 2(0)$。也就是说，当指数部分不为 0 时，需要对指数部分再进行转化，并且最终式子中出现的数字只有 0 和 2 。

输入描述

一行，一个整数 n

输出描述

符合约定的 n 的 0、2 表示（式子中不能出现空格）

样例输入

```
137
```

样例输出

```
2(2(2(2(0)))+2(2(0))+2(0))+2(2(2(0))+2(0))+2(0)
```

数据范围

$0 \le n \le 2^{31} - 1$

HINT

AUTHOR: toush1

I - Monica的梦魇

题目描述

$Monica$的梦境中出现了太多的羊，她决定去掉一些羊以维持梦境的均衡。虽然羊都看起来都差不多，但是本质是不同的羊。

我们知道从n只不同的羊中选择m只的方案数是$\binom{n}{m}$，即C_n^m，现在$Monica$已经计算出了$\binom{n}{m}$的值，你需要计算出这个数模13的结果让$Monica$校验她的计算结果是否正确。

具体的，你需要求这样一个函数的值。

$$G(n,m)=\begin{cases}\binom{n}{m} \mod 13 & n,m \leqslant 13 \\ \\ \binom{n \mod 13}{m \mod 13} * G\left(\frac{n}{13},\frac{m}{13}\right) \mod 13 & otherwise\end{cases}$$

其中除法是整数除法。

$G(n,m)$恰好等于$\binom{n}{m} \mod 13$。

对于组合数，有递推公式

$$\binom{n}{m}=\binom{n-1}{m}+\binom{n-1}{m-1}$$

输入描述

输入若干行，每行两个整数n,m

输出描述

输出若干行，每行一个整数，表示答案。

样例输入1

```
10 5
```

样例输出1

```
5
```

样例输入2

```
167 102
```

样例输出2

```
12
```

样例解释

第一个样例中

$$\binom{10}{5} = 252$$

$$252 \mod 13 = 5$$

第二个样例中

$$G(167,102) = \binom{11}{11} * \binom{12}{7} \mod 13 = 1 * 792 \mod 13 = 12$$

数据范围

$0 \leqslant n, m \leqslant 9223372036854775807 = 2^{63} - 1$

HINT

如果你使用了计算阶乘的方式计算组合数，可以在得到组合数结果后再取模，从而避开取模时的除法运算。

AUTHOR: Monica

J - 黄金分割

题目背景

黄金分割是指将整体一分为二，较大部分与整体部分的比值等于较小部分与较大部分的比值，其比值约为 0.618。这个比例被公认为是最能引起美感的，因此被称为黄金分割。其准确值为

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

题目描述

陆木缘在圆环之理里面有些无聊，这天陆木缘突然对黄金分割很感兴趣，因为她希望这个世界可以更有美感。她想知道**黄金分割数小数点后的某一位**是多少，你能帮她解决这个问题吗？

输入描述

输入有若干行，每行一个数字k。

输出描述

对每一行输入，输出黄金分割数$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$小数点后的第k位。

样例输入1

```
74
156
155
160
391
367
349
212
```

样例输出1

```
1
4
5
3
0
5
2
9
```

样例输入2

```
1
2
3
4
5
```

样例输出2

```
6
1
8
0
3
```

数据范围

输入行数 < 400

10%的分数满足：$k \leq 10$

100%的分数满足：$k \leq 400$

不要百度个黄金分割数然后打表哦，例如：

```
char s[1000]="0618033988...";
int n;
while(scanf("%d",&n)!=EOF){
  printf("%c\n",s[n]);
}
```

一旦发现用这种方法AC本题，此行为同抄袭处理，会陷入绝望变成魔女的！相信做到J题的大家心里都有数。

HINT

如果你不会算黄金分割，那么陆木缘教给你一个办法：

定义"斐波那契数列"：

$$F_n = \begin{cases} 1 & n \leq 2, n \in N^* \\ F_{n-1} + F_{n-2} & n > 2, n \in N^* \end{cases}$$

那么

$$\lim_{n\to\infty}\frac{F_n}{F_{n+1}}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

如果你采取了这个方法来计算黄金分割，那么上面公式里的n取到1250左右就能保证满足精度要求了。

另外，陆木缘还教给你了一个把数组`int a[]`全部赋值为0的办法：

```
#include <string.h>
memset(a,0,sizeof(a))
```

陆木缘说这里地方很大，足够把证明写给你，
证明如下：

利用上述递推关系，易得：

$$F_0=0,F_{2n}^2=F_{2n-1}F_{2n+1}-1,F_{2n-1}^2=F_{2n-2}F_{2n}+1$$

令

$$a_n=\frac{F_{2n}}{F_{2n+1}},b_n=\frac{F_{2n-1}}{F_{2n}},n\in N^*$$

则

$$a_n=b_n-\frac{1}{F_{2n}F_{2n+1}},b_{n+1}=a_n+\frac{1}{F_{2n+1}F_{2n+2}}$$

易得：

$$b_n-a_n>0,a_{n+1}-a_n>0,b_{n+1}-b_n<0$$

于是，得闭区间序列$[a_i,b_i]$满足：

$$\begin{cases}[a_1,b_1]\supset[a_2,b_2]\supset\cdots\supset[a_n,b_n]\supset\cdots\\ b_n-a_n=\frac{1}{F_{2n}F_{2n+1}}\to0(n\to\infty)\end{cases}$$

由**闭区间套定理**，

$$\exists\theta\in[a_b,b_n],\lim_{n\to\infty}a_n=\theta=\lim_{n\to\infty}b_n$$

由$F_{2n+1}=F_{2n}+F_{2n-1}$，得

$$\frac{F_{2n-1}}{F_{2n}}\frac{F_{2n}}{F_{2n+1}}+\frac{F_{2n}}{F_{2n+1}}=1$$

即

$$a_nb_n+a_n=1$$

让n趋向于无穷大，有：
$\theta^2+\theta=1$
解得：

$$\theta=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

那么

$$\lim_{n\to\infty}\frac{F_n}{F_{n+1}}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

证毕!

Author: 梁秋月