vehicle dynamics and control

1. linear 2 dof dynamics model

in vehicle body coordinate

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_f+C_r}{mv_x} & 0 & \frac{C_f l_f - C_r l_r}{mv_x} - v_x \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{C_f l_f - C_r l_r}{I_z v_x} & 0 & \frac{C_f l_f^2 - C_r l_r^2}{I_z v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{C_f}{m} \\ 0 \\ \frac{C_f l_f}{I_z} \end{bmatrix} \delta_f$$

2. linear 2 dof dynamics model in frenet coordinate

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} e_d \\ \dot{e_d} \\ e_\psi \\ \dot{e_\psi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_f+C_r}{mv_x} & -\frac{C_f+C_r}{m} & \frac{C_f l_f - C_r l_r}{mv_x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{C_f l_f - C_r l_r}{I_z v_x} & -\frac{C_f l_f - C_r l_r}{I_z} & \frac{C_f l_f^2 + C_r l_r^2}{I_z v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_d \\ \dot{e_d} \\ e_\psi \\ \dot{e_\psi} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{C_f}{m} \\ 0 \\ -\frac{C_f l_f}{I_z} \end{bmatrix} \delta_f + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{C_f l_f - C_r l_r}{mv_x} - v_x \\ 0 \\ \frac{C_f l_f^2 + C_r l_r^2}{I_z v_x} \end{bmatrix} \dot{\psi}_{des} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{ss} &= \begin{bmatrix} \frac{\delta_{ff}}{k_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{k_1}\frac{mv_x^2}{R(l_f+l_r)}(-\frac{l_r}{C_f} + \frac{l_f}{C_r} - \frac{l_f}{C_r}k_3) - \frac{1}{k_1 R}(l_f + l_r - l_r k_3) \\ 0 \\ -\frac{1}{RC_r(l_f+f_r)}(C_r l_f l_r + C_r l_r^2 + l_f m v_x^2) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\delta_{ff} = \frac{mv_x^2}{RL}(-\frac{l_r}{C_f} + \frac{l_f}{C_r} - \frac{l_f}{C_r}k_3) + \frac{1}{k_1 R}(L - l_r k_3)$$

$$\delta_{ff} = \frac{L}{R} + K_v a_y - k_3(\frac{lr}{R} - \frac{l_f}{C_r}\frac{mv_x^2}{RL}) = (L + K_v v_x^2 + k_3(l_r - \frac{l_f m v_x^2}{C_r L}))\kappa$$

$$K_v = \frac{l_r m}{C_f L} - \frac{l_f m}{C_r L} = \frac{m_f}{C_r} - \frac{m_r}{C_f}$$

2.1 转向特性建模

一阶惯性

将转向指令和转向响应之间建模成一阶惯性环节

$$\frac{\delta_{sw}(s)}{\delta_{cmd}(s)} = G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

$$\begin{aligned} \tau\dot{\delta}_{sw}(t) + \delta_{sw}(t) &= K\delta_{cmd}(t) \\ \dot{\delta}_{sw}(t) &= -\frac{1}{\tau}\delta_{sw}(t) + \frac{K}{\tau}\delta_{cmd}(t) \end{aligned}$$

积分环节

转向速率和转向指令之间是积分环节

$$\dot{\delta}_{cmd} = \dot{\delta} = u$$

状态空间表达式

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_{sw} \\ \dot{\delta}_{cmd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau} & \frac{K}{\tau} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{sw} \\ \delta_{cmd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

2.2 包含转向延迟特性的 linear 2 dof error model

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} e_d \\ \dot{e_d} \\ e_\psi \\ \dot{e_\psi} \\ \delta_{sw} \\ \delta_{cmd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_f + C_r}{m v_x} & -\frac{C_f + C_r}{m} & \frac{C_f l_f - C_r l_r}{m v_x} & -\frac{C_f}{m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_f l_f - C_r l_r}{I_z v_x} & -\frac{C_f l_f - C_r l_r}{I_z} & \frac{C_f l_f^2 + C_r l_r^2}{I_z v_x} & -\frac{C_f l_f}{I_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} & \frac{K}{\tau} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_d \\ \dot{e_d} \\ e_\psi \\ \dot{e_\psi} \\ \delta_{sw} \\ \delta_{cmd} \end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\delta}_{cmd} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{C_f l_f - C_r l_r}{m v_x} - v_x \\ 0 \\ \frac{C_f l_f^2 + C_r l_r^2}{I_z v_x} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\psi}_{des}$$

3. vehicle kinematic model

3.1 形式一：控制量：转向角增量，加速度增量

连续时间方程

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\delta} \\ \dot{v} \\ \dot{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v\cos(\theta) \\ v\sin(\theta) \\ \frac{v\tan(\delta)}{L(1+kv^2)} \\ u_1 \\ a \\ u_2 \end{bmatrix}$$

离散方程

RK2离散

RK2离散下的Jacobian矩阵

$$J_x = \frac{\partial f_d}{\partial x}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -dt\sin\left(\theta + \frac{dtv\tan(\delta)}{2L(kv^2+1)}\right)\left(v + \frac{adt}{2}\right) & -\frac{dt^2 v\sin\left(\theta+\frac{dtv\tan(\delta)}{2L(kv^2+1)}\right)(\tan^2(\delta)+1)\left(v+\frac{adt}{2}\right)}{2L(kv^2+1)} & dt\cos\left(\theta + \frac{dtv\tan(\delta)}{2L(kv^2+1)}\right) - dt\sin\left(\theta + \frac{dtv\tan(\delta)}{2L(kv^2+1)}\right)\left(\frac{dt\tan(\cdots}{2L(kv^2+\cdots}\right. \\ 0 & 1 & dt\cos\left(\theta + \frac{dtv\tan(\delta)}{2L(kv^2+1)}\right)\left(v + \frac{adt}{2}\right) & \frac{dt^2 v\cos\left(\theta+\frac{dtv\tan(\delta)}{2L(kv^2+1)}\right)(\tan^2(\delta)+1)\left(v+\frac{adt}{2}\right)}{2L(kv^2+1)} & dt\sin\left(\theta + \frac{dtv\tan(\delta)}{2L(kv^2+1)}\right) + dt\cos\left(\theta + \frac{dtv\tan(\delta)}{2L(kv^2+1)}\right)\left(\frac{dt\tan(\cdots}{2L(kv^2+\cdots}\right. \\ 0 & 0 & 1 & \frac{dt(\tan^2(\delta+\frac{dtu1}{2})+1)\left(v+\frac{adt}{2}\right)}{L(k(v+\frac{adt}{2})^2+1)} & \frac{dt\tan(\delta+\frac{dtu1}{2})}{L(k(v+\frac{adt}{2})^2+1)} - \frac{dtk\tan(\delta+\frac{dtu1}{2})(2v+adt)\cdots}{L(k(v+\frac{adt}{2})^2+1)^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_u = \frac{\partial f_d}{\partial u}$$
$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{dt^2(\tan^2\left(\delta+\frac{dtu_1}{2}\right)+1)\left(v+\frac{adt}{2}\right)}{2L\left(k\left(v+\frac{adt}{2}\right)^2+1\right)} & 0 \\ dt & 0 \\ 0 & \frac{dt^2}{2} \\ 0 & dt \end{bmatrix}$$

3.2 形式二 控制量：转向角增量

连续方程

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v\cos(\theta) \\ v\sin(\theta) \\ \frac{v\tan(\delta)}{L(1+kv^2)} \\ u_1 \end{bmatrix}$$

RK2离散

RK2下Jacobian矩阵

$$J_x = \frac{\partial f_d}{\partial x}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -dtv\sin\left(\theta + \frac{dtv\tan(\delta)}{2L(kv^2+1)}\right) & -\frac{dt^2v^2\sin\left(\theta+\frac{dtv\tan(\delta)}{2L(kv^2+1)}\right)(\tan^2(\delta)+1)}{2L(kv^2+1)} \\ 0 & 1 & dtv\cos\left(\theta + \frac{dtv\tan(\delta)}{2L(kv^2+1)}\right) & \frac{dt^2v^2\cos\left(\theta+\frac{dtv\tan(\delta)}{2L(kv^2+1)}\right)(\tan^2(\delta)+1)}{2L(kv^2+1)} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{dtv(\tan^2(\delta+\frac{dtu_1}{2})+1)}{L(kv^2+1)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$J_u = \frac{\partial f_d}{\partial u}$$
$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{dt^2v(\tan^2\left(\delta+\frac{dtu_1}{2}\right)+1)}{2L(kv^2+1)} \\ dt \end{bmatrix}$$

4. Runge-Kutta 2nd Order (RK2) Method

RK2方法，也称为中点法，是一种常用的数值积分方法。公式如下：

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_n, y_n), \\ k_2 &= f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1), \\ y_{n+1} &= y_n + hk_2, \end{aligned}$$

其中：

- t_n 是当前时间步
- y_n 是当前状态
- h 是时间步长
- f 是状态的导数函数

5. Runge-Kutta 4th Order (RK4) Method

RK4方法是一种更高精度的数值积分方法，公式如下：

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_n, y_n), \\ k_2 &= f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1), \\ k_3 &= f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2), \\ k_4 &= f(t_n + h, y_n + hk_3), \\ y_{n+1} &= y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \end{aligned}$$

其中：

- t_n 是当前时间步
- y_n 是当前状态
- h 是时间步长

- f 是状态的导数函数

6. stop and go model (continuous and discreted)

参考论文：`Numerically Stable Dynamic Bicycle Model for Discrete-time Control`

连续时间非线性方程

$$\dot{x} = f(X, U) = \begin{bmatrix} u\cos(\phi) - v\sin(\phi) \\ u\sin(\phi) + v\cos(\phi) \\ \omega \\ a + v\omega - \frac{1}{m}F_{Y1}sin\delta \\ -u\omega + \frac{1}{m}(F_{Y2}cos\delta + F_{Y2}) \\ \frac{1}{I_z}(l_f F_{Y1}cos\delta - l_r F_{Y2}) \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \phi \\ u \\ v \\ \omega \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} a \\ \delta \end{bmatrix}$$

数值稳定的离散时间方程

$$X_{k+1} = F(X_k, U_k) = \begin{bmatrix} x_k + T_s(u_k\cos\phi_k - v_k\sin\phi_k) \\ y_k + T_s(v_k\cos\phi_k + u_k\sin\phi_k) \\ \phi_k + T_s\omega_k \\ u_k + T_s a_k \\ \frac{mu_k v_k + T_s(l_f k_f - l_r k_r)\omega_k - T_s k_f \delta_k u_k - T_s m u_k^2 \omega_k}{mu_k - T_s(k_f + k_r)} \\ \frac{I_z u_k \omega_k + T_s(l_f k_f - l_r k_r)v_k - T_s l_f k_f \delta_k u_k}{I_z u_k - T_s(l_f^2 k_f + l_r^2 k_r)} \end{bmatrix}$$

离散时间方程的Jacobian矩阵

$$A = \frac{\partial F}{\partial X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -T_s(v\cos(\phi) + u\sin(\phi)) & T_s\cos(\phi) & -T_s\sin(\phi) & 0 \\ 0 & 1 & T_s(u\cos(\phi) - v\sin(\phi)) & T_s\sin(\phi) & T_s\cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{T_s\delta k_f - mv + 2T_s m\omega u}{mu - T_s(k_f + k_r)} - \frac{m(muv + T_s\omega(k_f l_f - k_r l_r) - T_s m\omega u^2 - T_s\delta k_f u)}{(mu - T_s(k_f + k_r))^2} & \frac{mu}{mu - T_s(k_f + k_r)} & \frac{-T_s mu^2 + T_s(k_f l_f - k_r}{mu - T_s(k_f + k_r)} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_z\omega - T_s\delta k_f l_f}{I_z u - T_s(k_f l_f^2 + k_r l_r^2)} - \frac{I_z(I_z\omega u + T_s v(k_f l_f - k_r l_r) - T_s\delta k_f l_f u)}{(I_z u - T_s(k_f l_f^2 + k_r l_r^2))^2} & \frac{T_s(k_f l_f - k_r l_r)}{I_z u - T_s(k_f l_f^2 + k_r l_r^2)} & \frac{I_z u}{I_z u - T_s(k_f l_f^2 + k_r l_r^2} \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{\partial F}{\partial U} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ T_s & 0 \\ 0 & -\frac{T_s k_f u}{mu - T_s(k_f + k_r)} \\ 0 & -\frac{T_s k_f l_f u}{I_z u - T_s(k_f l_f^2 + k_r l_r^2)} \end{bmatrix}$$

7. 2dof dynamics

x,y is the position of center of mass

$$X = \begin{bmatrix} v_x & v_y & heading & yawrate & x & y \end{bmatrix}^T$$

$$U = \begin{bmatrix} \delta & acc \end{bmatrix}^T$$

$$\dot{X} = AX + BU$$

$$
A = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{C_f + C_r}{m v_x} & 0 & -\frac{C_f l_f - C_r l_r}{m v_x} - v_x & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{C_f l_f - C_r l_r}{I_z v_x} & 0 & -\frac{C_f l_f^2 + C_r l_r^2}{I_z v_x} & 0 & 0 \\
cos(heading) & -sin(heading) & 0 & 0 & 0 & 0 \\
sin(heading) & cos(heading) & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$

$$
B = \begin{bmatrix}
0 & 1 \\
\frac{C_f}{m} & 0 \\
0 & 0 \\
\frac{C_f l_f}{I_z} & 0 \\
0 & 0 \\
0 & 0
\end{bmatrix}
$$

8. Predictor

状态方程

在车辆动力学模型中，状态方程可以表示为：

$$
\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}
$$

其中：

$$
\mathbf{x} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \psi \\ r \\ X \\ Y \\ \delta \\ \theta \end{bmatrix},
$$

$$
\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \delta_f \\ a_y \\ \theta_d \end{bmatrix}
$$

状态矩阵 $\mathbf{A}$

$$
\mathbf{A} = \begin{bmatrix}
-\frac{C_f + C_r}{m \cdot v_y} & 0 & 0 & \frac{C_f \cdot l_f - C_r \cdot l_r}{m \cdot v_y} + v_y & 0 & 0 & -\frac{C_f}{m} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{C_f \cdot l_f - C_r \cdot l_r}{I_z \cdot v_y} & 0 & 0 & -\frac{C_f \cdot l_f^2 + C_r \cdot l_r^2}{I_z \cdot v_y} & 0 & 0 & \frac{C_f \cdot l_f}{I_z} \\
\frac{v_x \cdot (\cos(\psi+\beta+\theta) + (\psi+\beta+\theta) \cdot \sin(\psi+\beta+\theta))}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} & \frac{v_y \cdot (\cos(\psi+\beta+\theta) + (\psi+\beta+\theta) \cdot \sin(\psi+\beta+\theta))}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} & -\sin(\psi + \beta + \theta) \cdot \sqrt{v_x^2 + v_y^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{v_x \cdot (\sin(\psi+\beta+\theta) - (\psi+\beta+\theta) \cdot \cos(\psi+\beta+\theta))}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} & \frac{v_y \cdot (\sin(\psi+\beta+\theta) - (\psi+\beta+\theta) \cdot \cos(\psi+\beta+\theta))}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} & \cos(\psi + \beta + \theta) \cdot \sqrt{v_x^2 + v_y^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$

控制矩阵 $\mathbf{B}$

$$
\mathbf{B} = \begin{bmatrix}
-\frac{C_f}{m} & 0 & 9.8 \\
0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
\frac{C_f \cdot l_f}{I_z} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$

符号含义

- $\mathbf{x}$：状态向量，包含以下状态量：
  - v_x：车辆的纵向速度（前进速度）
  - v_y：车辆的横向速度（侧滑速度）
  - ψ：车辆的偏航角（航向角）
  - r：车辆的偏航率
  - X：车辆在全局坐标系下的横向位置
  - Y：车辆在全局坐标系下的纵向位置
  - δ：车辆的转向角
  - θ：车辆的横摆角（偏航角扰动）
- $\mathbf{u}$：控制向量，包含以下控制量：
  - δ_f：前轮的转向角
  - a_y：横向加速度
  - θ_d：扰动量（如侧风引起的扰动）
- $\mathbf{A}$：状态矩阵，描述状态量之间的动态关系。
- $\mathbf{B}$：控制矩阵，描述控制输入对状态量的影响。

9.observer

状态方程

以下是完整的状态方程，包括状态向量 $\mathbf{x}$、控制向量 $\mathbf{u}$、状态矩阵 A 和控制矩阵 B。

状态向量 $\mathbf{x}$

状态向量包含车辆的动力学状态：

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Lateral Velocity (侧向速度)} \\ \text{Yaw Rate (横摆角速度)} \\ \text{Steer Disturbance (转向干扰)} \end{pmatrix}$$

- x_1：Lateral Velocity (侧向速度) - 单位：米每秒（m/s）
- x_2：Yaw Rate (横摆角速度) - 单位：弧度每秒（rad/s）
- x_3：Steer Disturbance (转向干扰) - 单位：弧度（rad）

控制向量 $\mathbf{u}$

控制向量包含能够影响车辆状态的输入信号：

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Steering Wheel Angle (前轮转角)} \\ \text{Roll Angle (侧倾角)} \end{pmatrix}$$

- u_1：Steering Wheel Angle (前轮转角) - 单位：弧度（rad）
- u_2：Roll Angle (侧倾角) - 单位：弧度（rad）

状态矩阵 A

状态矩阵 A 定义了系统状态的演变关系：

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{C_f+C_r}{m\cdot v_y} & \frac{C_f\cdot l_f-C_r\cdot l_r}{m\cdot v_y}+v_y & -\frac{C_f}{m} \\ \frac{C_f\cdot l_f-C_r\cdot l_r}{I_z\cdot v_y} & -\frac{C_f\cdot l_f^2+C_r\cdot l_r^2}{I_z\cdot v_y} & \frac{C_f\cdot l_f}{I_z} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- C_f：前轮侧偏刚度 (front corner stiffness)
- C_r：后轮侧偏刚度 (rear corner stiffness)
- m：车辆质量 (mass)
- v_y：侧向速度 (lateral velocity)
- l_f：车辆质心到前轴的距离 (distance from mass center to front axis)

- l_r：车辆质心到后轴的距离 (distance from mass center to rear axis)
- I_z：车辆绕垂直轴的转动惯量 (inertia of yaw)

控制矩阵 B

控制矩阵 B 定义了输入如何影响系统状态：

$$B = \begin{pmatrix} -\frac{C_f}{m} & g \\ \frac{C_f \cdot l_f}{I_z} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- g：重力加速度

完整的状态方程

结合上述内容，离散化后的完整状态方程为：

$$\mathbf{x}_{k+1} = A_d \cdot \mathbf{x}_k + B_d \cdot \mathbf{u}_k + \mathbf{L}_d \cdot (\mathbf{y}_k - C \cdot \mathbf{x}_k)$$

其中：

- $\mathbf{x}_k$：当前时刻 k 的状态向量
- $\mathbf{u}_k$：当前时刻 k 的控制输入向量
- A_d：离散化后的状态矩阵
- B_d：离散化后的控制矩阵
- $\mathbf{L}_d$：离散化后的增益矩阵，用于调整状态估计
- $\mathbf{y}_k$：系统的输出量（测量的横摆角速度）
- C：输出矩阵，通常为 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

这个状态方程描述了在当前时刻 k 下，车辆的横摆角速度、侧向速度和转向干扰在下一时刻 $k+1$ 如何演变，取决于当前的状态和控制输入，以及外部的观测修正。