Esercitazione su sistemi di equazioni differenziali ordinarie

Si vuole approssimare il moto di un pendolo di Foucault, moto descritto dal seguente sistema di equazioni differenziali ordinarie:

$$(1) \quad \begin{cases} x''(t) - 2\omega sin(\Psi) y'(t) + k^2 x(t) = 0 \\ y''(t) + 2\omega cos(\Psi) x'(t) + k^2 y(t) = 0 \end{cases}$$

in cui $x = x(t)$ e $y = y(t)$ rappresentano la posizione del pendolo (supposto di massa puntiforme) all'istante temporale t , $\omega = 7.29 \cdot 10^{-5} sec^{-1}$ è la velocità della Terra, Ψ è la latitudine a cui si trova il pendolo, $k^2 = g/l$, $g = 9.8 m/sec^2$ e l è la lunghezza della corda del pendolo.
Si prendano $l = 20$, $\Psi = \pi/4$.
Al sistema si possono aggiungere delle condizioni iniziali
$x(t_0) = y(t_0) = 0$
$x'(t_0) = y'(t_0) = 1$

- Si riduca il sistema di equazioni differenziali del secondo ordine ad un sistema di equazioni del primo ordine
- Si approssimi il sistema ottenuto con lo schema di Eulero Esplicito e con lo schema predictor-corrector AB2-AM3 sull'intervallo temporale $[0, 300\ sec]$, scegliendo opportunamente il parametro di discretizzazione h per entrambe i metodi.
  La scelta di h sia dettata da condizioni di stabilità e di accuratezza.
  Poiché il moto del pendolo è periodico con ampiezza costante, le coordinate $x(t)$ e $y(t)$ non si dovrebbero smorzare né amplificare sensibilmente. In particolare lo smorzamento è dovuto alla scarsa accuratezza (di fatto si ha una dissipazione artificiale dovuta allo schema numerico), mentre l'amplificazione è dovuta all'instabilità.
- Rappresentare graficamente la traiettoria del pendolo nel piano (x, y) in funzione del tempo. A tale proposito si possono utilizzare le istruzioni salvate nel file tempo.m.
- Utilizzare la function di MATLAB ode45 (`help ode45`) per risolvere lo stesso problema. A tale proposito bisogna definire una nuova function in cui definire la funzione $f(t, y(t))$ associata al sistema di equazioni differenziali.
  L'intestazione sarà
  ```
  function f=ffoucault(t,y)
  ```
  e dovrà costruire un vettore colonna `f`.