

Università degli Studi di Brescia
(Fondamenti di) Segnali e Sistemi
Laboratorio di Matlab, A.A. 2020/2021

Esercitazione N.6, 03/05/2021

Questa sessione di laboratorio si occupa della serie di Fourier.

- Si consiglia di utilizzare un asse temporale **t=-10:0.01:10**.
- Si ricordano le espressioni di sintesi della serie di Fourier:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_k \cdot e^{j2\pi \frac{k}{T} t}$$

e, per segnali reali,

$$x(t) = X_0 + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cdot \cos\left(2\pi \frac{k}{T} t\right) + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} b_k \cdot \sin\left(2\pi \frac{k}{T} t\right)$$

dove X_0 rappresenta il valor medio del segnale e i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier sono determinati da:

$$X_k = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot e^{-j2\pi \frac{k}{T} t} dt, \quad k = -\infty, \dots, \infty;$$
$$a_k = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot \cos\left(2\pi \frac{k}{T} t\right) dt, \quad b_k = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot \sin\left(2\pi \frac{k}{T} t\right) dt, \quad k = 1, \dots, \infty.$$

[Esercizio 1] DENTE DI SEGA

In questo esercizio si considera il segnale $x_1(t)$ definito da:

$$x_1(t) = t \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{4}\right) * \delta_4(t)$$

che ha periodo $T_1 = 4$ e il cui sviluppo in serie di Fourier è:

$$X_0 = 0, \quad b_k = -\frac{2}{\pi k} (-1)^k, \quad a_k = 0, \quad k = 1, \dots, \infty.$$

Si consiglia di memorizzare i coefficienti della serie di Fourier utilizzando uno scalare **X0** per il valor medio e un vettore **b1** lungo **Narm** per i coefficienti b_k .

- Si generi e si disegni il segnale $x_1(t)$ e lo si memorizzi in **x1**;
- Utilizzando i coefficienti dati sopra, sintetizzare un'approssimazione **x1Approx** dell'onda **x1** utilizzando **Narm** armoniche, ponendo **Narm** = {10, 20, 30};
- Disegnare il segnale approssimato in un'altra finestra con l'onda **x1** e rilevarne le differenze per differenti valori di **Narm**, ad esempio disegnando il segnale errore (differenza) in una finestra a parte.

[Esercizio 2] COSENO RETTIFICATO

In questo esercizio si considera il segnale $x_2(t)$ definito da:

$$x_2(t) = \left| \cos \left(2\pi \frac{1}{4}t - \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

che ha periodo $T_2 = 2$ e il cui sviluppo in serie di Fourier è:

$$X_k = \frac{2 \cdot (-1)^{k+1}}{\pi(4k^2 - 1)} e^{-j\pi \frac{k}{2}}, \quad k = -\infty, \dots, \infty.$$

Si consiglia di memorizzare i coefficienti della serie di Fourier utilizzando uno scalare **X0** per il valor medio e 2 vettori **Xpos** e **Xneg** lunghi **Narm** per i coefficienti X_k .

- (i) Si generi e si disegni il segnale $x_2(t)$ e lo si memorizzi in **x2**;
- (ii) Utilizzando i coefficienti dati sopra, sintetizzare un'approssimazione **x2Approx** dell'onda **x2** utilizzando **Narm** armoniche, ponendo **Narm** = {10, 20, 30};
- (iii) Disegnare il segnale approssimato in un'altra finestra con l'onda **x2** e rilevarne le differenze per differenti valori di **Narm**, ad esempio disegnando il segnale errore (differenza) in una finestra a parte.

[Esercizio 3] CALCOLO NUMERICO DEI COEFFICIENTI

- (i) Utilizzando le definizioni e la funzione **integrale**, verificare le formule dei coefficienti degli esercizi precedenti, paragonando i risultati numerici con le espressioni esatte date sopra.