**Molari Stefano 727197 primo appello 09 01 2024**

```
%##################################################################################
                                   ESERCIZIO 1
%##################################################################################

clear all
clc

%x1: quantità di melange, è una spezia
%x2: quantità di vermi delle sabbie
%u: quantità raccolta melange
%dx1: variazione della quantità di melange
%dx2: variazione della quantità di vermi
k=50;   %capacità portante

% è un sistema NON lineare

%dx/dt=f(x1,x2,u)

%ovvero
%dx1(t)/dt = 2*x2(t)-0.5*u(t)-0.1*x1(t);
%dx2(t)/dt = x2(t)-x2(t)^2/k-0.9*x2(t);

syms x1 x2 u
f=[2*x2-0.5*u-0.1*x1;
   x2-x2^2/k-0.9*x2]
ueq=1 %quantità di spezia raccolta

% devo trovare i punti di equilibrio

xeq_s=solve(subs(f,u,ueq)==0)
% xeq_s =
%   struct with fields:
%     x1: [2×1 sym]
%     x2: [2×1 sym]
% ho due possibili punti di equilibrio

xeq1=double([xeq_s.x1(1) xeq_s.x2(1)])
xeq2=double([xeq_s.x1(2) xeq_s.x2(2)])

% xeq1 =
%     -5     0
%
% xeq2 =
%     95     5

% per studiarne la stabilità calcolo la jacobiana e la valuto nei due punti
% di equilibrio

J_s=jacobian(f,[x1 x2])
% J_s =
% [-1/10,            2]
% [    0, 1/10 - x2/25]
J1=double(subs(J_s,[x1 x2 u],[xeq1 ueq]))
J2=double(subs(J_s,[x1 x2 u],[xeq2 ueq]))

% J1 =
%    -0.1000    2.0000
%          0    0.1000
```

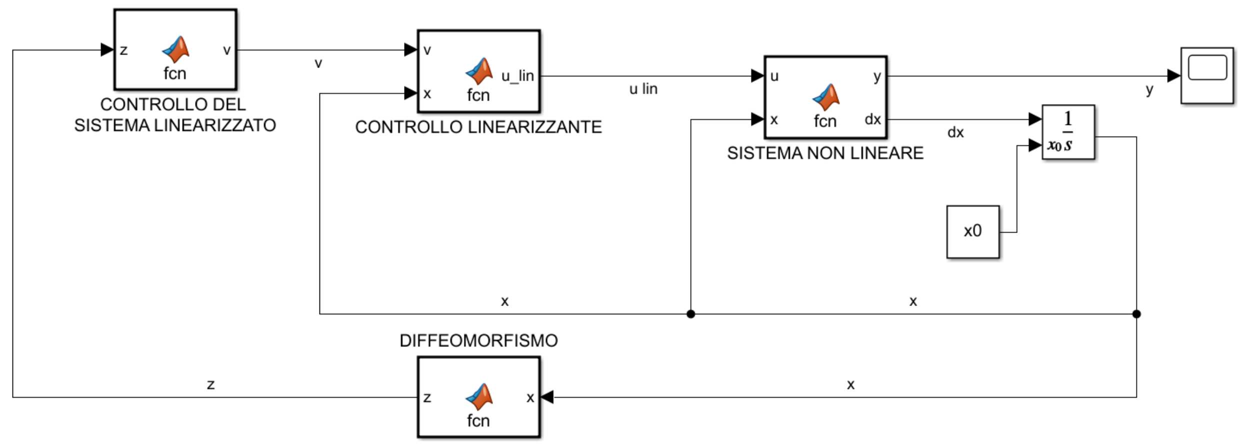
```matlab
%
% J2 =
%    -0.1000    2.0000
%          0   -0.1000

% calcolo gli autovalori

aval1=eig(J1)
aval2=eig(J2)

% aval1 =
%    -0.1000
%     0.1000
% è una sella instabile (ha un autovalore positivo e uno negativo)
%
% aval2 =
%    -0.1000
%    -0.1000
% è un nodo stabile (ha entrambi gli autovalori negativi)


% per quanto riguarda le criticità

% posso notare che il primo punto di equilibrio vale [-5 0]
% quindi la raccolta dovrebbe essere negativa e praticamente "piantare" la melange
% avendo 0 vermi

% cosa non possibile logicamente.
```

```
%################################################################################
ESERCIZIO 2
%################################################################################
% 1. Calcolare e studiare la stabilità dei punti di equilibrio del sistema per u=0.
clear all
clc

% inserisco il sistema
syms x1 x2 u
f=[3*(x1^2+x1)*x2;
    -4*x2+x1-x2*u+3*u]
y1=5*x2     %uscita 1
y2=2*x1     %uscita 2

ueq=0;  %punto di equilibrio

% calcolo i punti di equilibrio

xeq_s=solve(subs(f,u,ueq)==0)
% xeq_s =
%   struct with fields:
%     x1: [2×1 sym]
%     x2: [2×1 sym]
% dall'output vedo che ha due possibili soluzioni

xeq1=double([xeq_s.x1(1) xeq_s.x2(1)])
xeq2=double([xeq_s.x1(2) xeq_s.x2(2)])

% xeq1 =
%      0     0              %primo punto di equilibrio
%
% xeq2 =
%    -1.0000   -0.2500      %secondo punto di equilibrio

% per studiare la stabilità devo calcolare la jacobiana e valutarla nei due
%punti di equilibrio

J_s=jacobian(f,[x1 x2])
% J_s =
% [x2*(6*x1 + 3), 3*x1^2 + 3*x1]
% [             1,       - u - 4]

J1=double(subs(J_s,[x1 x2 u],[xeq1 ueq]))
J2=double(subs(J_s,[x1 x2 u],[xeq2 ueq]))
% J1 =
%      0     0
%      1    -4
%
% J2 =
%     0.7500         0
%     1.0000   -4.0000

% calcolo gli autovalori per capire la stabilità dei punti di equilibrio
aval1=eig(J1)
aval2=eig(J2)
```

```
% il primo punto di equilibrio è indicibile
% (ha un autovalore nullo)
% aval1 =
%     -4
%      0

%il secondo punto di equilibrio è una sella instabile
% ha un autovalore positivo e uno negativo
% aval2 =
%    -4.0000
%     0.7500

%##########################################################################
% 2. Valutare quale delle due uscite possa essere utilizzata per la linearizzazione del
sistema (supponendo in
% questo caso lo stato misurabile o stimabile).


% devo calcolare il grado relativo del sistema rispetto a entrambe le
% uscite
h1=y1;
h2=y2;
F=f;
%--------------------------------------------------------------------------
%calcolo il grado relativo con y1 (gr1)
% y1=5*x2
%osservando lì'equazione di y1 non compare esplicitamente la u, quindi gr1>0

%calcolo la derivata prima
dy1=jacobian(h1,[x1 x2])*F
% dy1 =
%
% 15*u + 5*x1 - 20*x2 - 5*u*x2
% osservano l'output noto che compare esplicitamente u, quindi gr1=1
% visto che il grado del sistema è 2, il grado relativo con y1 è minore di
% 2, non posso usare questa uscita per fare la IO linearization

%--------------------------------------------------------------------------
%calcolo il grado relativo con y2 (gr2)
% y2=2*x1
%osservando lì'equazione di y2 non compare esplicitamente la u, quindi gr2>0

%calcolo la derivata prima
dy2=jacobian(h2,[x1 x2])*F
% dy2 =
% 2*x2*(3*x1^2 + 3*x1)
% osservano l'output noto che NON compare esplicitamente u, quindi gr2>1

%calcolo la derivata seconda
ddy2=jacobian(dy2,[x1 x2])*F
% ddy2 =
% (6*x1^2 + 6*x1)*(3*u + x1 - 4*x2 - u*x2) + 2*x2^2*(6*x1 + 3)*(3*x1^2 + 3*x1)
% osservo che compare esplicitamente la u, quindi gr2=2
% visto cheil grado del sistema è 2 ed è anhce uguale al grado relativo
% rispetto all'uscita y2, posso utilizzare y2 per fare la IO linearization
```

```
%##########################################################################
% 3. Progettare il controllo linearizzante (se possibile) utilizzando l'uscita
stabilita al punto (2).
syms v
u_lin=solve(ddy2==v,u)
% u_lin =
% ((6*x1^2 + 6*x1)*(x1 - 4*x2) - v + 2*x2^2*(6*x1 + 3)*(3*x1^2 + 3*x1))/((6*x1^2 +
6*x1)*(x2 - 3))

%##########################################################################
% 4. Determinare un controllo in retroazione per la regolazione a 0 dello stato che
permetta di avere dinamica
% definita dalla coppia di autovalori autovalori [a1;2*a1], dove a1 deve permettere al
sistema (considerando
% la linearizzazione "perfetta") di raggiungere l'equilibrio in un tempo T=2s

Alin=[0 1;
      0 0];
Blin=[0;1];
Clin=[1 0];

T=2;    %secondi
td=T/5;
pd=-1/td;
a1=pd;

% la legge d contorllo sarà:         v=-k*z
k=place(Alin,Blin,[a1;2*a1])
% k =
%
%    12.5000    7.5000

% calcolo il diffeomorfismo che lega z e x ovvero z=T(x)
f=[3*(x1^2+x1)*x2;
    -4*x2+x1]% tolgo la dipendenza dagli ingressi

T=[h2;jacobian(h2,[x1 x2])*f]

% T =
%                  2*x1
% 2*x2*(3*x1^2 + 3*x1)


% passo ora a simulink, per simulare il sistema controllato
x0=[3;5];   % condizione iniziale
```

**Riporto qui di seguito lo schema simulink utilizzato:**




## Riporto il contenuto delle matlab function implementate:

(non so come mai non mi ha ricopiato i colori originali.. comunque i commenti sono con il simbolo "% " davanti)

### SISTEMA NON LINEARE

```
function [y,dx]= fcn(u,x)
x1=x(1);
x2=x(2);
dx=[3*(x1^2+x1)*x2;
    -4*x2+x1-x2*u+3*u];     % mappa di transizione dello stato
y=2*x1;         %y1         % trasformazione di uscita
```

### CONTROLLO LINEARIZZANTE

```
function u_lin = fcn(v,x)
x1=x(1);
x2=x(2);
u_lin=((6*x1^2 + 6*x1)*(x1 - 4*x2) - v + 2*x2^2*(6*x1 + 3)*(3*x1^2 + 3*x1))/((6*x1^2 +
6*x1)*(x2 - 3));
```

### CONTROLLO DEL SISTEMA LINARIZZATO

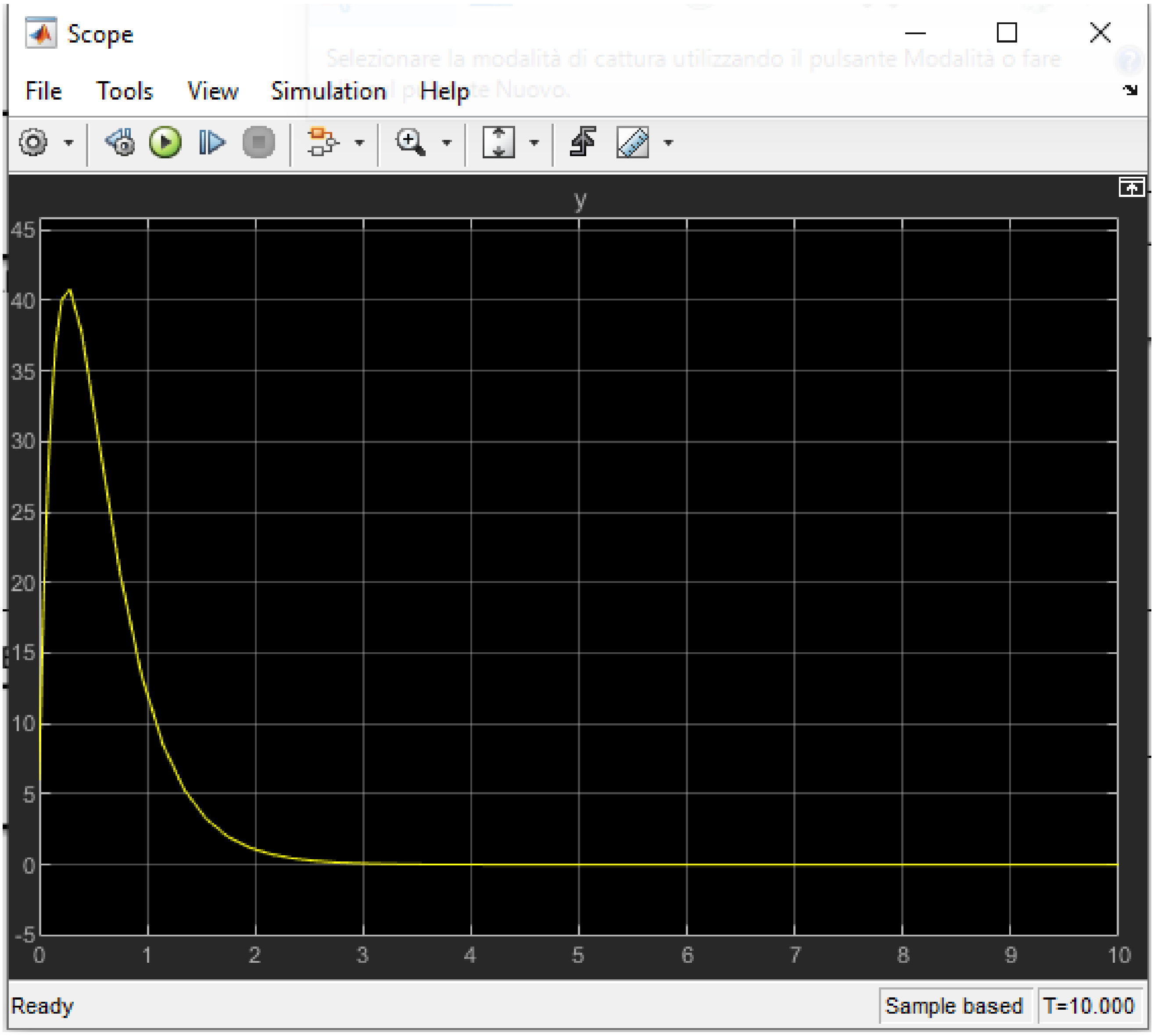
```
function v = fcn(z)
k =[12.5000    7.5000];
v=-k(1)*z(1)-k(2)*z(2);
```

### DIFFEOMORFISMO

```
function z = fcn(x)
x1=x(1);
x2=x(2);
z=[2*x1;2*x2*(3*x1^2 + 3*x1)];
```

**Riporto l'output, corrispondente a y1**

NB dal grafico posso notare come la specifica richiesta sia rispettata, ovvero che il sistema raggiunge l'equilibrio in T=2s



```
%##################################################################################
                                      ESERCIZIO 3
%##################################################################################

clear all
clc

% Si vuole prevedere a 1 anno l'andamento del livello delle acque nel golfo
% di Manila in funzione dell'anomalia di temperatura.
% Si hanno a disposizione (file manila sea.mat, TUTTI DATI VALIDI)
% i dati mensili di livello del mare (sealevel) e di anomalia di temperatura (ta).
% La relazione causa-effetto tra le due quantit`a ha le seguenti caratteristiche:

% • L'impatto dell'anomalia di temperatura, data la lentezza del fenomeno, si inizia a
vedere dopo un anno
% sul livello del mare;
% • La memoria della parte autoregressiva del sistema `e pari al massimo pari a 2.
% • La memoria della parte esogena `e pari al massimo pari a 1.
%##########################################################################
% (a) Scrivere uno script MATLAB che permetta di identificare il modello
% migliore in termini di MAE per il prob lema specifico, nel rispetto delle
% configurazioni richieste. Evidenziare eventuali criticit`a nella stima dei parametri
% per il modello selezionato. Utilizzare 170 dati del dataset per
% l'identificazione (i primi) e i restanti la validazione.

%riportare nei commenti il modello e il valore del MAE.
load manila_sea.mat
y=sealev;       % livello del mare, uscita
u=ta;           % anomalia di temperatura, ingresso
Tc=1;           % mese
horizon=12;      % mesi, 1 anno, orizzonte di previsione

data=iddata(y,u,Tc);
id_data=data(1:170);           %dataset di identificazione
val_data=data(171:end);        %dataset di validazione

na_max=2;   %ordine massimo della parte auto regressiva
nb_max=1;   %ordine massimo della parte esogena
nk=12;      %mesi di ritardo (1 anno)

i=0;    %indice utilizzato per salvare i modelli e le rispettive strutture

for iar=1:na_max
    for iex=0:nb_max%NB posos prendere nb=0 visto che è un problema di previsione
        i=i+1;  %incremento l'indice
        orders=[iar iex nk];    %na nb nk del modello corrente
        model=arx(id_data,orders);  %modello calcolato dal dataset di identificazione
        model_list{i}=model;    %salvo il modello nella lista
        structure(i,:)=orders;  %salvo la struttura del modello in questione
        out_val=predict(model,val_data,horizon);    %calcolo la previsione sul dataset
di validazione
        e=out_val.y-val_data.y; %calcolo l'errore
        MAE(i)=mean(abs(e));    %calcolo il MAE
        c=corrcoef(out_val.y,val_data.y);   %calcolo la correlazione, è una matrice
        CORR(i)=c(2,1);                     %estraggo la correlazione di mio interesse
    end
end
```

```
[MAE_best,ibest]=min(MAE);  %cerco MAE minimo e ne salvo l'indice
best_MAE_model=model_list{ibest};   %ricavo il modello migiore in termini di MAE
utilizzando l'indice corrispondente al MAE minimo
fprintf('il modello migliore in termini di MAE (MAE: %f) è il seguente:\n',MAE_best);
present(best_MAE_model);% presento in output il modlelo migliore


%output del programma

% il modello migliore in termini di MAE (MAE: 0.035785) è il seguente:

% best_MAE_model =
% Discrete-time ARX model: A(z)y(t) = B(z)u(t) + e(t)
%   A(z) = 1 - 0.9359 (+/- 0.03142) z^-1
%
%   B(z) = 0.004303 (+/- 0.005283) z^-12
%
% Sample time: 1 seconds
%
% Parameterization:
%    Polynomial orders:   na=1   nb=1   nk=12
%    Number of free coefficients: 2
%    Use "polydata", "getpvec", "getcov" for parameters and their uncertainties.
%
% Status:
% Estimated using ARX on time domain data "id_data".
% Fit to estimation data: 44.08% (prediction focus)
% FPE: 0.001283, MSE: 0.001239
% More information in model's "Report" property.

%###########################################################################
% (b)Si vuole utilizzare il modello identificato per prevedere il valore
% del livello del mare con un anticipo almeno annuale, al fine di poter
% prendere con relativo anticipo le contromisure adeguate. Considerando una soglia di
% correlazione di 0.6 come soglia di accettabilit`a delle prestazioni,
% indicare con quanti anni di anticipo si possono effettuare adeguatamente le
previsioni.

% per vedere fino a quando il modello in previsione è acettabile secondo le
% specifiche, eseguo la previsione finchè non scende sotto la soglia

%previsione a 1 anno
out_12=predict(best_MAE_model,val_data,horizon);
c_12=corrcoef(out_12.y,val_data.y);
corr_12=c_12(2,1)   %correlazione a 1 anno

%previsione a 2 anni
out_24=predict(best_MAE_model,val_data,2*horizon);
c_24=corrcoef(out_24.y,val_data.y);
corr_24=c_24(2,1)   %correlaizone a 2 anni


% corr_12 =
%
%     0.6717        % ok, sopra soglia

% corr_24 =
%
%     0.4793        % no, sotto soglia

% la correlazione scende sotto la soglia dopo 1 anno, quindi posso
```

```
% utilizzare questo modello per prevedere rispettando le specifiche solo
% con un orizzonte temporale di 1 anno.

%##########################################################################
%(c) Indicare se l utilizzo della anomalia di temperatura porta ad un
% miglioramento consistente della correlazione a 1 e 2 anni.

% l'anomalia di temperatura è un ingresso
% riporto la struttura dei modelli presi in considerazione

%i      na     nb    nk     nome
%1      1      0     12     model1
%2      1      1     12     bestMAE
%3      2      0     12     model3
%4      2      1     12     model4

for i=1:4
    %previsione a 1 anno
    out_12=predict(model_list{i},val_data,horizon);
    c_12=corrcoef(out_12.y,val_data.y);
    corr_12(i)=c_12(2,1)   %correlazione a 1 anno

    %previsione a 2 anni
    out_24=predict(model_list{i},val_data,2*horizon);
    c_24=corrcoef(out_24.y,val_data.y);
    corr_24(i)=c_24(2,1)   %correlaizone a 2 anni
end

% il seguente output è da leggere a colonne, con sotot un relativo commento)
%-------------------------------------------------------------------------
%caso 1 ANNO
% corr_12 =
%     0.4484    0.6638    0.4832    0.6372
%     model1    bestMAE   model3    model4
% model1, quello senza ingressi ha correlazione inferiore rispetto al
% modello bestMAE, che ha l'ingresso

%-------------------------------------------------------------------------
%caso 2 ANNI
% corr_24 =
%    -0.3216    0.3905       -0.2790    0.2567
%     model1    bestMAE      model3    model4

% model1, quello senza ingressi ha correlazione inferiore rispetto al
% modello bestMAE, che ha l'ingresso

%-------------------------------------------------------------------------
% quindi posso notare come l'ingresso a 1 anno migliori la correlazione
% la stessa cosa accade a 2 anni
```