

Università degli Studi di Brescia
(Fondamenti di) Segnali e Sistemi
Laboratorio di Matlab, A.A. 2020/2021

Esercitazione N.4, 19/04/2021

Questa sessione di laboratorio si occupa del calcolo della trasformata di Fourier e della sua inversa.

- Si consiglia di utilizzare un asse temporale **t=-10:0.01:10** e un asse delle frequenze **f=-15:0.01:15**.
- Usare le funzioni **real** e **imag** nel caso si desideri visualizzare separatamente le parti reale e immaginaria dei segnali e delle trasformate.
- Usare i comandi **abs** e **angle** per visualizzare il modulo e la fase dei segnali e delle trasformate. Per “svolgere” la fase usare il comando **unwrap**.

[Esercizio 1] TRASFORMATTA DI FOURIER DIRETTA E INVERSA

In questo esercizio si costruiscono le funzioni per il calcolo della trasformata di Fourier (TF) e della sua inversa. La coppia trasformata/anti-trasformata é riportata qui:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt$$
$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi ft} df$$

- Scrivere una funzione Matlab **T_Fourier(x,t,f)** che implementi il calcolo della trasformata di Fourier. La funzione riceve in ingresso il vettore del segnale **x**, l'asse temporale **t** su cui esso è definito e l'asse delle frequenze **f** su cui si vuole calcolare la trasformata (calcolare **dt** all'interno della funzione anziché passarlo come parametro). Utilizzare la funzione **integrale**, scritta nelle lezioni scorse, per il calcolo dell'integrale che definisce la trasformata in ogni punto dell'asse delle frequenze;
- Scrivere una funzione Matlab **Inv_T_Fourier(X,f,t)** che implementi il calcolo della trasformata inversa (in modo analogo a **T_Fourier(x,t,f)**).

[Esercizio 2] TRASFORMATE DI FOURIER NOTE

In questo esercizio vengono utilizzate le funzioni **T_Fourier(x,t,f)** e **Inv_T_Fourier(X,f,t)** su semplici segnali.

- Utilizzare le funzioni relative alla TF per verificare le seguenti trasformate note, disegnando lo spettro di ampiezze e di fase:
 - $x_1(t) = \text{rect}(t) \longleftrightarrow X_1(f) = \text{sinc}(f)$;
 - $x_2(t) = \text{tri}(t) \longleftrightarrow X_2(f) = \text{sinc}^2(f)$;
 - $x_3(t) = e^{-\pi t^2} \longleftrightarrow X_3(f) = e^{-\pi f^2}$.
- Provare a graficare la trasformata di $x_4(t) = \cos(4\pi t)$: come si giustifica lo spettro ottenuto?

[Esercizio 3] TEOREMA DELLA RISPOSTA IN FREQUENZA

Sia dato un sistema lineare e tempo-invariante con risposta all'impulso $h(t) = \frac{1}{T} \cdot \text{rect}\left(\frac{t-\frac{T}{2}}{T}\right)$ (sistema mediatore), e si fissi $T = 2$.

- (i) Disegnare il modulo e la fase della risposta in frequenza $H(f)$.
- (ii) Definire un segnale d'ingresso $x(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$ (scegliere A e lasciare f_0 come parametro). Si calcoli l'uscita del sistema $y(t)$ con $f_0 = \{0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$ usando il calcolo diretto mediante convoluzione. Si ricordi che se il sistema è LTI e dunque possiede risposta all'impulso $h(t)$ allora:

$$y(t) = (x * h)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau$$

- (iii) Si verifichi il teorema della risposta in frequenza:

$$y(t) = A|H(f_0)| \cos(2\pi f_0 t + \angle H(f_0))$$

Per far ciò, si provi a determinare graficamente l'ampiezza, la frequenza e la fase dell'uscita $y(t)$ (ignorando i transitori all'inizio e alla fine dell'intervallo temporale) e confrontarle con i valori del vettore \mathbf{H} alle frequenze date. In particolare, provare a giustificare analiticamente il caso $f_0 = 1$.