

1. 模型目標 (Objective Function)

最大化整體淨效益，公式表示為：

$$\max Z = \underbrace{\sum_{a \in A} \sum_{t \in T} R_a y_{a,t}}_{\text{Revenue}} - \underbrace{\sum_{a \in A} (r_a \cdot d_a) + \sum_{t \in T} (H_{\text{fixed}} \cdot \text{Hire}_t + F_{\text{unit}} \cdot \text{Fire}_t) + \text{Salary}}_{\text{Cost}}$$

\uparrow $\text{Max } \{ \text{Revenue} - \text{Cost} \}$
 \downarrow

- R_a ：advertiser a 被分配後所能帶來的 revenue uplift（金錢單位）。
- r_a ：advertiser a 的每日潛在增量收益（若等待服務則產生損失）。
- d_a ：advertiser a 從 sign-up 到被分配服務的等待天數（必須在 60 天內分配，否則 churn）。
- H_{fixed} ：招聘一位 agent 的固定成本（包括培訓費用）。
- $F_{\text{unit}} = 0.4 \times S_{\text{annual}}$ ：每位被解聘 agent 的成本（提前一個月通知）。

- \downarrow
 1. Advertiser Waiting Cost
 2. Hire Agent Cost
 3. Fire Agent Cost
 4. Salary Cost

2. 約束條件 (Constraints)

1. Agent Capacity 約束：

$$\text{Agent Capacity} \leq 10$$

當天所有有效 agent 的服務 capacity 為 $10 \times x_t$ ，其中 x_t 為第 t 天有效 agent 數量。對於每一天 t ：

$$\sum_{a \in A_t} y_{a,t} \leq 10 x_t \quad \forall t,$$

其中 A_t 為所有在第 t 天正在接受服務的 advertiser，服務期長度 $L = 60$ 天（即 advertiser 一旦被分配，其服務期覆蓋接下來 60 天）。

2. Advertiser 分配與等待：

Advertiser 在 60 天內被分配

- 每位 advertiser a 必須在其 sign-up 後 60 天內被分配：

$$\sum_{t \in T_a} y_{a,t} \leq 1, \quad \text{其中 } T_a = \{t: t_a^0 \leq t \leq t_a^0 + 60\}.$$

- 待分配 advertiser 的等待成本 $r_a \cdot d_a$ 累計計入目標函數，其中 d_a 依其被分配的時間決定（若未分配則可設定為 60，代表完全損失）。

3. Agent 培訓期與動態更新：

總 Agent 數量 (不含無即單為 e.g. New Agent)

- 新聘 agent 在招聘後 30 天內無法提供服務。假設 Hire_t 表示第 t 天啟動招聘的新 agent，則：

$$x_t = x_{t-1} + \text{Hire}_{t-30} - \text{Fire}_{t-30} \quad \text{對 } t > 30.$$

- 初始條件：假設 $x_t = X_0$ （例如 $X_0 = 5$ ）對於 $t \leq 0$ 。

4. Hire 決策邏輯：

僅考慮當前狀況，若當天 advertiser 的累計等待成本 $W(t)$ 滿足

$$W(t) = \sum_{a \in A_w(t)} r_a \cdot d_a \geq H_{\text{fixed}},$$

\uparrow $\sum \text{Advertising Waiting Cost} \geq \text{Hiring Agent Cost}$
 (有 Agent 空下的 revenue uplift break down (Salary))

且等待的 advertiser 數量超過現有 agent 可服務的 capacity（即 $\#A_w(t) > 10 x_t$ ），則觸發招聘：到天 \times 等待天數)

$$\text{Hire}_t \geq 1.$$

※ 此部分可透過大 M 法或邏輯約束引入 MIP 模型中。

5. Fire 決策邏輯：

當現有 agent 的可用服務 capacity 超出當前待分配需求 $D(t)$ 並超過冗餘閾值 Θ （例如設定 $\Theta = 10$ ，即一位 agent 的 capacity）時，則考慮解聘：

$$C_{\text{avail}}(t) = 10 x_t - D(t), \quad \rightarrow \text{當空的 spot} > 10 \rightarrow \text{fire agent}$$

若

$$C_{\text{avail}}(t) \geq \Theta,$$

則：

$$\text{Fire}_t \geq \lfloor \frac{C_{\text{avail}}(t) - \Theta}{10} \rfloor.$$

同時 Fire 成本 F_{unit} 乘上 Fire_t 累計至目標函數。

3. 決策變數 (Decision Variables)

- x_t ：第 t 天有效（非培訓中） agent 數量（整數）。
- Hire_t ：第 t 天啟動招聘的新 agent 數量（整數）。
- Fire_t ：第 t 天決定解聘的 agent 數量（整數）。

- $y_{a,t}$: 二元變數, 當 advertiser a 在第 t 天被分配時 $y_{a,t} = 1$, 否則為 0。
- d_a : advertiser a 的等待天數 (可由分配時間與 sign-up 時間計算得出)。

問題:

1. 實務上每天考慮 Hire / Fire Agent 不是很合理

2. 目前模型沒有特別考慮未來, 如果要調整

的話, 可能的方向是

- ① advertiser 等待的成本是否需要加入他 churn 之後未來不再使用 Google Ads 的成本
- ② Hire / Fire agent 可能要考慮未來 30 天內 advertiser 的數量, e.g. 若是今天有 10 個 spot, 但 3 天後需要 6 個 spot 處理 advertisers