

# 《运筹学》实验报告

第二次实验	日期：10月12日	得分：
学号：	姓名：	专业：智能科学技术

## 一、实验目的

理解、熟悉单纯形法的对偶问题以及对偶单纯形法的计算过程和运算方法

## 二、算法设计

理解对偶单纯形法的数学思路，将其转换为代码进行运算即可。

## 三、核心程序代码

主要代码

```
function [x, y, ResultFlag] = DualSimplexAlgorithm(A, B, C, varargin)
    %inputs:
    %   A:系数矩阵 m*n
    %   B:右端向量 m*1
    %   C:价格系数向量 n*1
    %alternative inputs:
    %   target:优化目标 0 ~ min; 1 ~ max;
    %   sign:约束条件符号 -1 ~ <=; 1 ~ >=;
    %outputs:
    %   x:最优解 n*1
    %   y:最优值 num
    %   ResultFlag:是否找到最优解
    %check inputs
    ip = inputParser;
    ip.addRequired('A', @(x)validateattributes(x, {'double'}, ...
        {'finite', 'nonnan'}, 'BigMSimplexAlgorithm', 'A', 1));
    ip.addRequired('B', @(x)validateattributes(x, {'double'}, ...
        {'size', [size(A, 1), 1]}, 'BigMSimplexAlgorithm', 'B', 2));
    ip.addRequired('C', @(x)validateattributes(x, {'double'}, ...
        {'size', [size(A, 2), 1]}, 'BigMSimplexAlgorithm', 'C', 3));
    ip.addParameter('target', 0, @(x)validateattributes(x, ...
        {'double'}, {'scalar'}, 'BigMSimplexAlgorithm', 'target'));
    ip.addParameter('sign', -1, @(x)validateattributes(x, ...
        {'double'}, {'scalar'}, 'BigMSimplexAlgorithm', 'sign'));
    ip.parse(A, B, C, varargin{:});
```

```

%initialize
target = ip.Results.target;
[m, n] = size(A);
sign = repmat(ip.Results.sign, m, 1);
P = [];
x = zeros(n, 1);
y = 0;
ResultFlag = 0;
j = 0;

%standardization
if target
    C = -C; %目标函数的转化
end

A(B < 0, :) = -A(B < 0, :);
sign(B < 0, :) = -sign(B < 0, :);
B = abs(B); %约束条件的转化

for i = sign'
    j = j + 1;
    switch i
        case -1 %引入松弛变量
            a = zeros(m, 1); a(j) = 1;
            A = [A a];
            C = [C; 0];
        case 1 %引入剩余变量
            A(j, :) = -A(j, :);
            B(j) = -B(j);
            a = zeros(m, 1); a(j) = 1;
            A = [A a];
            C = [C; 0];
    end
end

%找寻单位矩阵
for i = 1:m
    for j = find(A(i, :) == 1)
        if sum(A(:, j) == 0) == m - 1
            P = [P j];
        end
    end
end
end

```

```

P = P(1:m);
CB = C(P); %基变量对应的价值系数
sigma = C' - CB' * inv(A(:, P)) * A;
sigma(P) = 0;

while 1
    if ~sum(B < 0) %有可行解
        x = zeros(size(A, 2), 1);
        x(P) = B;
        x = x(1:n); %舍去引入的松弛变量与剩余变量
        if target
            y = -CB' * B;
        else
            y = CB' * B;
        end
        ResultFlag = 1;
        return;
    end

    for i = find(B < 0)
        if ~sum(A(i, :) < 0)
            return; %无可行解
        end
    end

    pivot_x = find(B == min(B)); %确定主元
    pivot_x = pivot_x(1);
    theta_index = find(A(pivot_x, :) < 0);
    theta = sigma(theta_index) ./ A(pivot_x, theta_index);
    pivot_y = theta_index(theta == max(theta));
    pivot_y = pivot_y(1);
    P(pivot_x) = pivot_y; %更新 P
    CB(pivot_x) = C(pivot_y); %更新 CB
    %更新系数矩阵
    B(pivot_x) = B(pivot_x) / A(pivot_x, pivot_y);
    A(pivot_x, :) = A(pivot_x, :) ./ A(pivot_x, pivot_y);
    a = 1:m;
    a(pivot_x) = [];

    for i = a
        B(i) = B(i) - A(i, pivot_y) * B(pivot_x);
        A(i, :) = A(i, :) - A(i, pivot_y) * A(pivot_x, :);
    end
    sigma = sigma - sigma(pivot_y) * A(pivot_x, :); %更新 sigma
end

```

<pre> end end </pre>
<p>函数调用</p> <pre> % 使用对偶单纯形法求解原线性规划 C1 = [60, 40, 80]'; A1 = [3, 2, 1;       4, 1, 3;       2, 2, 2]; B1 = [2, 4, 3]'; [x1, fval1, ResultFlag] = DualSimplexAlgorithm(A1, B1, C1, 'target', 0, 'sign', 1);  % 使用单纯形法求解对偶线性规划 f2 = -1*[2, 4, 3]; A2 = [3, 4, 2;       2, 1, 2;       1, 3, 2]; B2 = [60, 40, 80]; [x2, fval2] = linprog(f2, A2, B2); </pre>

#### 四、测试及结果（给出测试用例及测试结果）

##### (1) 测试用例：

原题为：

$$\begin{aligned}
 \min z &= 60x_1 + 40x_2 + 80x_3 \\
 s. t. &\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 2 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 3 \\ x_j \geq 0 (j = 1, 2, 3) \end{cases}
 \end{aligned}$$

其对偶问题为：

$$\begin{aligned}
 \max w &= 2y_1 + 4y_2 + 3y_3 \\
 s. t. &\begin{cases} 3y_1 + 4y_2 + 2y_3 \leq 60 \\ 2y_1 + y_2 + 2y_3 \leq 40 \\ y_1 + 3y_2 + 2y_3 \leq 80 \\ y_i \geq 0 (i = 1, 2, 3) \end{cases}
 \end{aligned}$$

随后调用上述代码进行计算。

##### (2) 运算结果：

名称 ▲	值
A1	[3,2,1;4,1,3;2,2,2]
A2	[3,4,2;2,1,2;1,3,2]
B1	[2;4;3]
B2	[60;40;80]
C1	[60;40;80]
f2	[-2,-4,-3]
fval1	39.3333
fval2	76.6667
ResultFlag	1
x1	[1.1000;0.6333;0.1000]
x2	[6.6667;16.6667;26.6667]

第二问和第三问，主要是换出变量和换入变量的关系：第（2）问里， $x_5$ 为换出变量， $x_1$ 为换入变量； $x_6$ 为换出变量， $x_2$ 为换入变量； $x_4$ 为换出变量， $x_3$ 为换入变量。第（3）问里， $y_4$ 为换出变量， $y_2$ 为换入变量； $y_5$ 为换出变量， $y_3$ 为换入变量。