

## 智能手机销量随价格变化关系探究

林绍钦 518021910331

### 1 摘要

智能手机市场经过了几十年来的进化，从直板机、翻盖机到如今的全面屏手机、折叠屏手机。随着普及度越来越高，价格范围也越来越广。虽说消费者在购买手机时会受到多种因素的影响，但若是将考虑范围限定在同一品牌的手机中，便可以忽视品牌、消费人群等因素，单纯考虑**销量与手机价位的关系**。

本文选取了**近三年来苹果手机 iPhone 在京东平台的销售数据**，以某台售出手机的价格为随机变量，构造随机变量序列。在中心极限定理的保证下，该随机变量序列应服从正态分布；通过估计正态分布参数，得出均值和方差；通过理论计算所得的均值和方差，对苹果产品定价的合理性进行评估，并分析其它因素存在的影响。

## 2 正文

### 2.1 数据收集

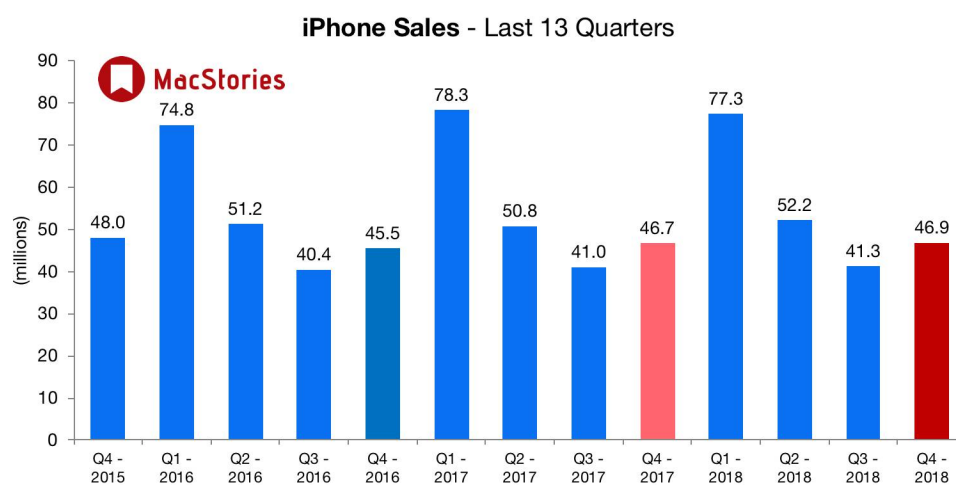
#### 2.1.1 青睐价位数据

根据京东手机页面销售数据：将手机价格划分为廉价（1-349）、低（349-1362）、中（1362-3573）、高（3573-8096）、昂贵（大于 8096）（单位/元），对应手机消费者青睐比例如下表所示：

价格划分	廉价	低	中	高	昂贵
青睐比例	0.08	0.29	0.43	0.15	0.05

#### 2.1.2 各季度 iPhone 销量

根据 macstories 网站整理，iPhone 四季度销量呈周期性变化，且规律较为统一。



### 2.1.3 各产品总销量

每款 iPhone 销量通过京东的评价数得出；其价格通过软件「慢慢买」得出售价的波动曲线。

2019.9 上市机型:

	上市价格/元 总销量/万台	
iPhone 11	5999	70
iPhone 11 Pro	9999	13
iPhone 11 ProMax	10899	12

2018.9 上市机型:

	上市价格/元 总销量/万台	
iPhone XR	6999	208
iPhone Xs	8699	36
iPhone Xs Max	10999	103

2017.9 上市机型:

	上市价格/元 总销量/万台	
iPhone 8	4777	152
iPhone 8 Plus	6899	199

## 2.2 数据处理与参数估计

### 2.2.1 价位青睐分布

将消费者对价位段的选择看作离散型随机变量，取区间最小值为代表，并且由 Khintchine 大数定律的保证，在  $n$  较大时（京东月销量 80w 台手机），可以用频率作为对未知参数的估计，得到随机变量的分布列。

$X_i$	1	349	1362	3573	8096
$p_i$	0.08	0.29	0.43	0.15	0.05

期望计算：

$$E(X) = \sum_{i=1}^5 X_i \cdot p_i = 1642.70 \quad (1)$$

该结果表明，1642.70 元附近是消费者最为青睐的价位。经过分析，由于价格变化可近似为指数变化，故取价格的自然对数后再取期望：

$$e^{E(\ln X)} = 653.53 \quad (2)$$

即在考虑价格分布的不均匀程度后，对于整体手机销售情况而言，653.53 元附近是消费者最为青睐的价位。

方差、标准差计算：

$$D(X) = EX^2 - E^2X = 3435428.15 \quad (3)$$

$$\sigma_X = \sqrt{D(X)} = 1853.49 \quad (4)$$

### 2.2.2 价格与折算销量关系分析

因 iPhone 四季度销量呈周期性变化，且规律较为统一。所以可对不同批次发布的产品的销量加权后进行比较，权值通过取三年每季度总销量和三年总销量之比获得。

$$\alpha_i = \frac{\sum_{k=2016}^{2018} E_{ki}}{\sum_{k=2016}^{2018} \sum_{j=1}^4 E_{kj}}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (5)$$

其中  $\alpha_i$  表示第  $i$  个季度的权值， $E_{ki}$  为  $k$  年第  $i$  季度的销量。

季度 $i$	一	二	三	四
权重 $\alpha_i$	0.356	0.239	0.190	0.215

因新手机在上市第一季度售价相对稳定，通过四季度销量分布可以折算出每款手机在发布后第一个季度的销量（即第四季度），使不同时间发布的手机具有一定的可比性。

$$E'_i = \alpha_4 \cdot E_i \quad (6)$$

机型	上市价格/元	折算销量 $E_i$ /万台
iPhone 11	5999	70
iPhone 11 Pro	9999	13
iPhone 11 ProMax	10899	12
iPhone XR	6999	44
iPhone Xs	8699	7
iPhone Xs Max	10999	22
iPhone 8	4777	21
iPhone 8 Plus	6899	32

**矩估计法：**在不清楚随机变量分布的情况下，用矩估计法（原点矩）对期望和方差进行初步估计

$$\mu_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = 7035.20 = \mu \quad (7)$$

$$\mu_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 = 5.267 \times 10^7 = \sigma^2 + \mu^2 \quad (8)$$

$$\mu = 7035.20 \quad (9)$$

$$\sigma^2 = 3.183 \times 10^6, \quad \sigma = 1784.30 \quad (10)$$

**最大似然估计法：**以某台售出手机的价格为随机变量，构造随机变量序列  $\{X_n\}$ ，依照中心极限定理，当  $n$  很大时（总折算销量达到了 221 万台），该随机变量序列应服从正态分布。在中心极限定理的保证下，随机变量序列应服从正态分布。因此可以通过随机变量序列求总体  $N(\mu, \sigma^2)$  中  $\mu$  和  $\sigma$  的最大似然估计值。

解正态总体的似然方程组，易得最大似然估计量为：

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (11)$$

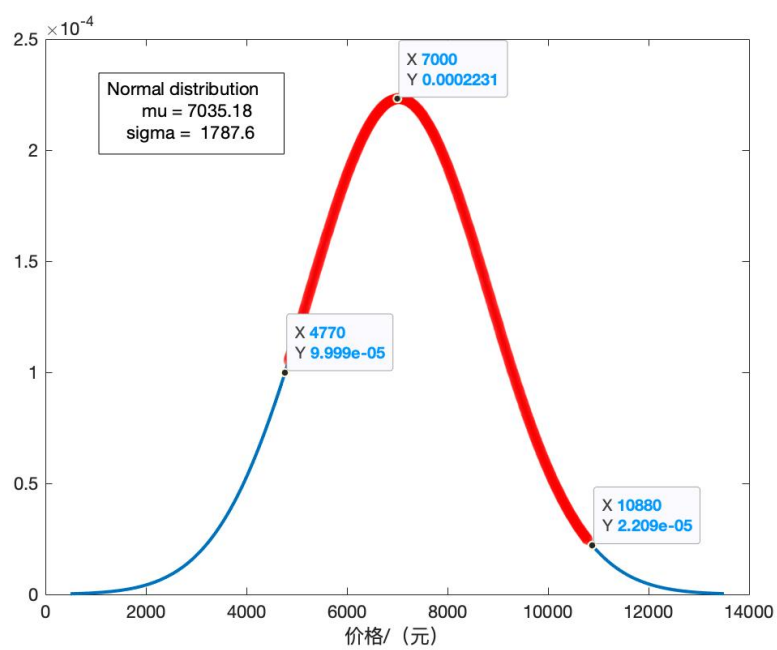
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (12)$$

带入样本观察值，得到最大似然估计值为：

$$\mu = 7035.20 \quad (13)$$

$$\sigma^2 = 3.183 \times 10^6, \quad \sigma = 1784.30 \quad (14)$$

易观察得，正态总体的最大似然估计量与矩估计量形式相同，因而估计值也相同。



图中标红区域为 iPhone 价格所覆盖的区域，最低和最高售价以及最高销量点对应售价如图所示。



### 3 分析与结论

虽然影响销量的因素很多，但价格的确能决定销量的走向。将所有 iPhone 的出售价格作为随机变量序列，可以近似看作服从正态分布。

根据正态分布曲线，低于 7000 元的 iPhone 机型可以适当涨价，以获取更高的总利润。而高于 7000 元的机型需要权衡利润与销量的关系，再对售价进行调整。

根据 2.2.1 中对**所有手机销售情况的价格青睐程度**的分析，与 2.2.2 中对**iPhone 手机价格与折算销量关系**的分析相比，可以明显发现 iPhone 售价期望要远高于一般手机，且 iPhone 消费者的购买力强于所有的手机消费者的平均购买力。

## 参考文献

- [1] 《概率论与数理统计》，上海交通大学出版社
- [2] <https://www.macstories.net> , Apple news, app reviews, and stories  
by Federico Viticci and friends.
- [3] <https://shouji.jd.com> , 手机-京东商城