Structuri de date

[Curs III]

$X = \begin{cases} 1 & \text{dacă aruncăm cu banul și rezultă „cap"} \\ 0 & \text{rezultă „pajură"} \end{cases}$

$P(x=1) = P(x=0) = \frac{1}{2}$

y corespunde aruncării unui zar:

$y = \begin{cases} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ 6 \end{cases}$

- Media unei variabile aleatoare

$E[x] = 1 \cdot P(x=1) + 0 P(x=0) = P(x=1) = \frac{1}{2}$

$E[y] = 1 \cdot P(x=1) + 2 P(x=2) + \dots + 6 P(x=6) = \frac{7}{2}$

- Definim $X_i = \begin{cases} 1 & \text{rezultă „cap" pt moneda } i \\ 0 & \text{rezultă „pajură"} \end{cases}$

- Definim $z = x_1 + x_2 + \dots + x_n$

$E[z] = E[x_1] + E[x_2] + \dots + E[x_n] = \frac{n}{2}$ (pt monedă)

[Secretary problem]

Avem n candidați numerotați de la 1 la n. Aceștia sosesc în ordine aleatoare. În momentul în care candidatul i este mai bun decât toți candidații anteriori, îl angajăm. dacă angajăm ⇒ angajatul curent este concediat

Care este nr. mediu de angajări?

$X = \begin{cases} 1 & \text{dacă angajăm candidatul} \\ 0 & \text{altfel} \end{cases}$

Nr total angajări: $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$

$E[x] = E[x_1] + E[x_2] + \dots + E[x_n]$

$= P(x=1) + P(x=2) + \dots + P(x_n = 1) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} \in O(\log n)$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{dacă studenții } i \text{ și } j \text{ au aceeași zi de naștere} \\ 0 & \text{altfel} \end{cases}$$

↳ [Birthday Paradox]

$$y = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} y_{ij}$$ → nr perechi de studenți cu aceeași zi de naștere

$$E[y] = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} E[y_{ij}] = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} P(y_{ij}=1)$$

$$P(y_{ij}=1) = \sum_{r=1}^{k=365} Pr\left\{\begin{array}{l}\text{std } i \text{ să fie născut în ziua } r \\ \text{și} \\ \text{std } j\end{array}\right.$$

$$= \sum_{r=1}^{k} Pr(\text{std } i - \text{ziua } r) \cdot Pr(\text{std } j - \text{ziua } r)$$

$$= \sum_{r=1}^{k} \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{k} = k \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{k} = \frac{1}{k} = \frac{1}{365}$$

$$E[y] = \frac{n(n-1)}{2k} = C_n^2 \, P(y_{ij}=1)$$

[Quicksort (i, j)]

1. alegem pivot
2. partiționăm șirul în jurul pivotului
   adică nr mai mici decât pivot vor fi în stânga
   mai mari decât pivot vor fi în dreapta

   Fie p poziția pe care se află pivotul
   Quicksort (i, p-1)
   Quicksort (p+1, j)