

**Care este complexitatea următorului algoritm?**

**a)**

```
s = 0
i = n
while i >= 1:
    j = 1
    while j <= n:
        s = s + 1
        j = j + 1
    i = i/2
```

**Soluție:**

Este suficient să presupunem  $n=2^k$  (altfel putem lua  $n'$  cea mai mică putere a lui 2 care depășește  $n$  pentru a estima  $T(n) \leq T(n')$ )

Pentru  $i=n$  se execută 2 instrucțiuni + cele două instrucțiuni din **while j <= n** se execută pentru  $j=1,2,\dots, n$  deci de  $n$  ori  $\Rightarrow$  ordin  $n$  operații ( $2n+2$  operații)

Pentru  $i=n/2$  se execută 2 instrucțiuni + cele două instrucțiuni din **while j <= n** se execută pentru  $j=1,2,\dots, n$  deci de  $n$  ori  $\Rightarrow$  tot ordin  $n$  operații ( $2n+2$  operații)

Ultima valoare pentru  $i$  este  $n/2^k=1$  (deci  $i$  ia în total  $k+1 = \log(n) + 1$  valori)  $\Rightarrow$  tot ordin  $n$  operații ( $2n+2$  operații)

$\Rightarrow T(n) = O(kn) = O(n \log(n))$  ( $!!k=\log_2(n)$ )

**b)**

```
s = 0
i = n
while i >= 1:
    j = 1
    while j <= i:
        s = s + 1
        j = j + 1
    i = i/2
```

**Soluție:**

Ca mai sus:

$i=n \Rightarrow j=1,2,\dots, n \Rightarrow$  ordin  $n$  operații

$i=n/2 \Rightarrow j=1,2,\dots, n/2 \Rightarrow$  ordin  $n/2$  operații

....

$\Rightarrow T(n) = O(n + n/2 + n/2^2 + \dots + n/2^k) = O(n(1 + 1/2 + 1/2^2 + \dots + 1/2^k)) = O(n)$  deoarece suma  $1 + 1/2 + 1/2^2 + \dots + 1/2^k$  este  $\leq 2$  este suma de progresie geometrică  $= 2(1 - 1/2^{k+1})$