[Seminar 1]

1. i) $A \cap B \subseteq A \cup B$

ii) $A \cap B \subsetneq A \cup B$

iii). $|A \cup B| = |A| + |B|$

iv) $|A \times B| = |A| \cdot |B|$

v). $|A^n| = |A|^n$, $n \geq 1$, $A^n = \underbrace{A \times \ldots \times A}_{n \text{ times}}$

i) $\left.\begin{array}{l} A \cap B \subseteq A \\ A \subseteq A \cup B \end{array}\right\} \Rightarrow A \cap B \subseteq A \cup B$

ii). Dacă alegem $A = B$ atunci $A \cap B = A \cup B$

iii). Alegem $A = B \Rightarrow |A \cup B| = |A| \Rightarrow |A| < 2|A|$

v). Fie $p(n)$ A

Ver: $n = 1 \Rightarrow |A^1| = |A|^1 \Leftrightarrow |A| = |A|$

Dem
$P(\Sigma)$ $|A^\Sigma| = |A|^\Sigma$ (adev)

Tb să dem că:
$P(\Sigma+1)$: $|A^{\Sigma+1}| = |A|^{\Sigma+1}$ ✓

2. Th. Pt orice $n \geq 1$ și orice mulțime de n cai, → FALS
toți caii din H au aceeași culoare.

Dem Pt $n = 1$ → X
Pt $n \to n+1$

Fie H cu $|H| = n+1$

Fie $h \in H$. Atunci $|H \setminus \{h\}| = n$, deci toți din $H \setminus \{h\}$ au aceeași culoare

Fie $h' \neq h \in H$

$|H \setminus \{h'\}|$ au aceeași culoare

$H \setminus \{h\}$ monocrom
$H \setminus \{h'\}$ monocrom

③ i) reflexivă, simetrică, ~~tranzitivă~~ $ARB \Leftrightarrow A \cap B \neq \emptyset$

$xRy \Leftrightarrow |x-y| \leq 1$

$(1,1), (2,2), (3,3)$

$(1,2), (2,1), (2,3), (3,2)$

ii) ~~reflexivă~~. simetrică, tranzitivă ($a \, R \, b \Leftrightarrow a = b+1$

sau

$a = b-1$) x

$-2 \; 3$

$3 \; 5$

($x, y \in \cancel{\mathbb{R}}$ $xRy \Leftrightarrow x-y \neq 0$) x

$\checkmark \; xy \neq 0$

$x, y \in \mathbb{R}_*$ $xRy \Leftrightarrow xy \neq 0$) x

iii) refl, ~~simetrică~~, tranzitivă

„$\leq$", „$|$", „$\subseteq$"

④ Fie G un graf cu $n \geq 2$. Atunci G are cel puțin 2 noduri cu același grad.

$P(m)$: Dacă graful are m muchii, atunci $\exists$ 2 noduri cu același grad.

$P(0)$: nu avem muchii $\Rightarrow$ cel puțin 2 noduri au același grad (toate)

$P(m) \to P(m+1)$

Presupunem $P(m)$ adevărat

Fie G graf, $n \geq 2$ · Pigeonhole Principle

PP $deg(G) = \{0, 1, \dots, n-1\}$

$deg(v) = n-1 \Rightarrow$ nodul n este legat de toate nodurile $\Big| \Rightarrow \cancel{X}_0$

$deg(w) = 0$