Mulțimi (Notații) A - mulțime $|A|$ = cardinalul lui A

($\overset{\|mot}{card(A)}$)

$|A| < \infty \iff A$ - mulțime finită

A, B mulțimi $A \not\subseteq B \iff A \setminus B \neq \emptyset \; (\iff (\exists) \; x \in A \text{ și } x \notin B)$

$A = B \iff (A \subseteq B \text{ și } B \subseteq A) \underset{OK}{\iff} (A \cap B = A \text{ și } A \cap B = B)$

Ex 1 Dem. că $\left\{ x \mid x = \dfrac{a+1}{2a+1} , \; a \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\tfrac{1}{2}\right\} \right\} = \mathbb{R} \setminus \left\{\tfrac{1}{2}\right\}$

$\overset{\|mot}{A}$ $\overset{\|mot}{B}$

"$\subseteq$" Pp că $(\exists) \; a \in \mathbb{R}$ a.î.

$\dfrac{a+1}{2a+1} = \dfrac{1}{2} \implies 2a+2 = 2a+1 \implies 0 = 1 \; \text{😵} \implies$ pp e falsă $\implies A \subseteq B$

(1)

"$\supseteq$" Fie $\boxed{b \in \mathbb{R} \setminus \{1/2\} = B}$ $b = \dfrac{a+1}{2a+1} \iff 2ab+b = a+1 \iff$

$a(2b-1) = 1-b \underset{b \neq 1/2}{\implies} a = \dfrac{1-b}{2b-1} \in \mathbb{R} \implies B \subseteq A \;(2)$

Din (1) și $(2) \implies A = B$.

(vezi mai târziu LCR)

Ex 2 Dem. că $(3\mathbb{N}+2) \cap (5\mathbb{N}+1) = 15\mathbb{N}+11$ "Lema chineză a resturilor"

$ \overset{\|}{A} \qquad\qquad \overset{\|}{B} \qquad\quad \overset{\|}{C}$

"$\supseteq$" Fie $a \in 15\mathbb{N}+11 \implies a = 15 \cdot m + 11 \quad \text{pt } m \in \mathbb{N}$

$ \overset{\|}{C}$

$ \overset{\|}{\underset{5(3m+2)+1 \implies a \in B}{3 \cdot (5m+3)+2 \implies a \in A}} \Big| \implies a \in A \cap B$

$ \overset{\|}{C \subseteq A \cap B} \; {}_{(1)}$

"$\subseteq$" Fie $a \in A \cap B \implies a = 3m+2 = 5m+1 \quad \text{pt } m,m \in \mathbb{N}$

$ \underset{a \in A}{\Uparrow} \qquad \underset{a \in B}{}$

$3m+2 = 5m+1 \implies 3m = 5m-1 \implies 3 \mid 5m-1 \implies m = 3k+2$

$\left(\begin{array}{ccc} m \in 3\mathbb{N} & \text{sau } m \in 3\mathbb{N}+1 & \text{sau } m \in 3\mathbb{N}+2 \\ m = 3k & m = 3k+1 & \text{✗}\quad m=3k+2 \checkmark \\ \text{✗} \end{array} \right.$ pt un $k \in \mathbb{N}$

$ 3m = 3(5k+3) \implies m = 5k+3$

$\Big(5(3k+2) - 1 = 15k+10-1 = 3(5k+3) \; ; \quad 3m = 3(5k+3) \implies m = 5k+3 \Big)$

$a = 3m+2 = 3(5k+3)+2 = 15k+11 \; , \; k \in \mathbb{N}. \implies a \in C \implies A \cap B \subseteq C$

$ (2)$

Dim (1) și (2) ⟹ A∩B = C.

Det A,B știind că: (1) A∪B = {1,2,3,4,5}, (2) A\B = {1,3}

(3) A∩B ⊄ {3,4,5}.

Dim (2) ⟹ 1,3 ∈ A și 1,3 ∉ B $\xrightarrow[(1),(3)]{+}$ 2 ∈ A și 2 ∈ B

∅ ⊆ C
(∃) C
mulțime

A = { 1,2,3,

B = {2,4,5}

4 ∈ A∪B
4 ∉ A\B | ⟹ | 4 ∈ B
și
4 ∉ A

2 ∈ A∩B (⟹ A∩B ⊄ {3,4,5})
$\xRightarrow[(1),(3)]{}$ Avem urm. posibilități

5 ∈ A∪B
5 ∉ A\B | ⟹ | 5 ∈ B
și
5 ∉ A

pt A:

A = {1,2,3}, A = {1,2,3,4}, A = {1,2,3,5}

A = {1,2,3,4,5}

|A| = ? A = { x ∈ ℚ | x = $\frac{m^2+1}{2m^2+m+1}$ | m ∈ {1,2,...1000} }.