

# Test

smp15.programming

October 2018

## 1 Week 1

**Def:**  $\leq$  is totale ordening

**Als:**  $\leq$  partiële ordening

|  $\forall x : x \leq x$  (reflexief)

|  $\forall x, y : x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$  (transitief)

|  $\forall x, y : x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$  (antisymmetrisch)

**Als:**  $\leq$  totaal is

|  $\forall x, y : x \leq y \wedge y \leq x$

**Def:**  $F$  is geordend lichaam

Een lichaam  $(F, +, *, 0, 1)$  met een totale ordening  $\leq$  op  $F$

**Als:**  $\forall a, b, c \in F : a \leq b \Rightarrow a + c \leq b + c$

**Als:**  $\forall a, b, c \in F : a \leq b \wedge c \geq 0 \Rightarrow ac \leq bc$

**Def:**  $b$  is bovengrens

|  $A \subseteq X, b \in X$

**Als:**  $\forall x \in X : x \leq b$

**Def:**  $A$  is naar boven begrensd

**Als:**  $A$  heeft bovengrens

**Def:**  $a$  is grootste element

|  $A \subseteq X, a \in A$

**Als:**  $a$  is bovengrens

**Def:** supremum/kleinste bovengrens  $A$

| Zij  $A \subseteq X, b \in X$

**Als:**  $b$  bovengrens  $A$

**Als:**  $c \in X$  bovengrens  $A, \forall c : b \leq c$

**Def:** volledig totaal geordende verzameling  $(X, \leq)$

**Als:** Elke naar boven begrensde deelverzameling  $A \subseteq X$  een supremum heeft

**Feit:**  $(\mathbb{Q}, \leq)$  is niet volledig

**Feit:**  $\mathbb{R}$  is de completering van  $(\mathbb{Q})$

**Def:**  $S$  is een Dedekind snede

**Als:**  $S \subseteq \mathbb{Q}$

**Als:**  $\mathbb{Q} \neq S \neq \emptyset$

**Als:**  $x, y \in \mathbb{Q} : x \leq y \wedge y \in S \Rightarrow x \in S$

**Als:**  $S$  heeft geen grootste element

|  $\forall x \in S \exists y \in S \text{ zdd. } y > x$

**Feit:**  $S, T \in \mathbb{R} : S \leq T \Leftrightarrow S \subseteq T$

**Feit:**  $(\mathbb{R}, +, *, \leq)$  is een volledig geordend lichaam

**Stelling:** Als  $R_1, R_2$  volledige geordende lichamen zijn, dan is er een bijectie  $\alpha : R_1 \rightarrow R_2$  die alle structuren behoudt

|  $x, y \in R_1$

**Als:**  $\alpha(x + y) = \alpha(x) + \alpha(y)$

**Als:**  $\alpha(xy) = \alpha(x)\alpha(y)$

**Als:**  $a, b \in R_2 : x \leq y \Leftrightarrow a \leq b$