Schmidt Kalman Filter
介绍与分享

邱笑晨@BUAA

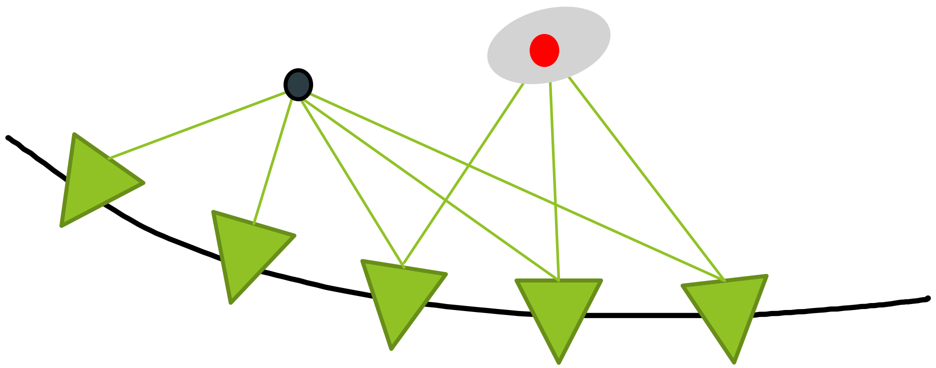
2019.08.23

Related Paper

- Dutoit, R. C., Hesch, J. A., Nerurkar, E. D., & Roumeliotis, S. I. (2017). Consistent map-based 3D localization on mobile devices. international conference on robotics and automation.
- Geneva, P., Maley, J., & Huang, G. (2019). An Efficient Schmidt-EKF for 3D Visual-Inertial SLAM.. arXiv: Computer Vision and Pattern Recognition. （Paper 1）
- Geneva, P., Eckenhoff, K., Huang, G. (2019). A Linear-Complexity EKF for Visual-Inertial Navigation with Loop Closures.. arXiv:International Conference on Robotics and Automation. （Paper 2）

Schmidt Kalman Filter Formulation

- 中心思想：利用具有不确定度但又无需更新的状态（Schmidt state），与当前滤波器关心的状态（ordinary state）之间的相关观测，来对滤波器状态进行更新。使得当前滤波器可以考虑到Schmidt state的不确定度，同时避免滤波器状态中引入Schmidt state造成维数爆炸。



Schmidt Kalman Filter Formulation

- k时刻所有状态估计值如下：

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}} &\triangleq \hat{\mathbf{x}}(k|k) \\ &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_o^T(k|k) & \hat{\mathbf{x}}_s^T(k|k) \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_o^T & \hat{\mathbf{x}}_s^T \end{bmatrix}^T\end{aligned}$$

- k时刻的误差协方差矩阵如下：

$$\begin{aligned}\mathbf{P} &\triangleq \mathbf{P}(k|k) \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{oo}(k|k) & \mathbf{P}_{os}(k|k) \\ \mathbf{P}_{os}^T(k|k) & \mathbf{P}_{ss}(k|k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{oo} & \mathbf{P}_{os} \\ \mathbf{P}_{os}^T & \mathbf{P}_{ss} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Schmidt Kalman Filter Formulation

- 状态预测：

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_o^- &= \hat{\mathbf{x}}_o\left(k+1|k\right)\\ &= \mathbf{\Phi}_k^{k+1}\hat{\mathbf{x}}_o\left(k|k\right)\\ &= \mathbf{\Phi}\hat{\mathbf{x}}_o\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_s^- &\triangleq \hat{\mathbf{x}}_s\left(k+1|k\right)\\ &= \hat{\mathbf{x}}_s\end{aligned}$$

- 协方差矩阵预测：

$$\begin{aligned}\mathbf{P}^- &\triangleq \mathbf{P}\left(k+1|k\right)\\ &= \begin{bmatrix}\mathbf{\Phi}\mathbf{P}_{oo}\mathbf{\Phi}^T & \mathbf{\Phi}\mathbf{P}_{os}\\ \mathbf{P}_{os}^T\mathbf{\Phi}^T & \mathbf{P}_{ss}\end{bmatrix}\end{aligned}$$

Schmidt Kalman Filter Formulation

- 测量残差（仍然要计算关于Schmidt state的Jacobian）：

$$\begin{aligned}\mathbf{r} &\triangleq \mathbf{r}(k+1) \\ &= \mathbf{z}(k+1) - \mathbf{H}(k+1)\hat{\mathbf{x}}(k+1|k) \\ &= \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}^{-}\end{aligned}$$

- 增益矩阵计算：

$$\begin{aligned}\mathbf{K} &= \mathbf{P}^{-}\mathbf{H}^{T}\mathbf{S}^{-1} \\ &= \begin{bmatrix}\mathbf{K}_o \\ \mathbf{K}_s\end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix}\bar{\mathbf{K}}_o \\ \bar{\mathbf{K}}_s\end{bmatrix}\mathbf{S}^{-1}\end{aligned}$$

Schmidt Kalman Filter Formulation

- 状态的测量更新（只更新ordinary state）：

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_o^+ &\triangleq \hat{\mathbf{x}}_o(k+1|k+1)\\ &= \hat{\mathbf{x}}_o^- + \mathbf{K}_o\mathbf{r}\end{aligned}$$

- 增益矩阵计算：

$$\begin{aligned}\mathbf{P}^+ &= (\mathbf{I}-\mathbf{KH})\mathbf{P}^-\\ &= \mathbf{P}^- - \mathbf{KHP}^-\\ &= \mathbf{P}^- - \mathbf{K}(\mathbf{P}^-\mathbf{H}^T)^T\\ &= \mathbf{P}^- - \mathbf{K}\bar{\mathbf{K}}^T\\ &= \mathbf{P}^- - \begin{bmatrix}\bar{\mathbf{K}}_o\\ \bar{\mathbf{K}}_s\end{bmatrix}\mathbf{S}^{-1}\begin{bmatrix}\bar{\mathbf{K}}_o^T & \bar{\mathbf{K}}_s^T\end{bmatrix}\\ &= \mathbf{P}^- - \begin{bmatrix}\bar{\mathbf{K}}_o\mathbf{S}^{-1}\bar{\mathbf{K}}_o^T & \bar{\mathbf{K}}_o\mathbf{S}^{-1}\bar{\mathbf{K}}_s^T\\ \bar{\mathbf{K}}_s\mathbf{S}^{-1}\bar{\mathbf{K}}_o^T & \boxed{\bar{\mathbf{K}}_s\mathbf{S}^{-1}\bar{\mathbf{K}}_s^T}\end{bmatrix}\end{aligned}$$

强行不更新Pss

$$\mathbf{P}^+ = \mathbf{P}^- - \begin{bmatrix}\bar{\mathbf{K}}_o\mathbf{S}^{-1}\bar{\mathbf{K}}_o^T & \bar{\mathbf{K}}_o\mathbf{S}^{-1}\bar{\mathbf{K}}_s^T\\ \bar{\mathbf{K}}_s\mathbf{S}^{-1}\bar{\mathbf{K}}_o^T & \mathbf{0}\end{bmatrix}$$

Paper 1 介绍

- 出发点：

标准的MSCKF没有回环检测功能，即便在相同场景中长时间运行，误差也会不断累积，无法有效的利用重复造访的地图信息。

- 核心思想：

利用MSCKF滤波过程中已经成熟的地图点来bound estimation error，相当于增加了一个回环检测的功能。

- 关键技术：

1）基于hybrid MSCKF，将成熟（mature）的特征点状态作为Schmidt state（又叫nuisance state），mature points的方差矩阵将不再更新，但其与active state的协方差将继续被更新。

2）利用2d-2d来寻找当前帧观测与地图点的匹配，采用DBoW2或CALC。

Paper 1 介绍

- 系统状态：

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_I^\top & \mathbf{x}_C^\top & \mathbf{x}_S^\top \end{bmatrix}^\top =: \begin{bmatrix} \mathbf{x}_A^\top & \mathbf{x}_S^\top \end{bmatrix}^\top$$

$$\mathbf{x}_I = \begin{bmatrix} {}^{I_k}_{G}\bar{q}^\top & \mathbf{b}_{\omega_k}^\top & {}^{G}\mathbf{v}_{I_k}^\top & \mathbf{b}_{a_k}^\top & {}^{G}\mathbf{p}_{I_k}^\top \end{bmatrix}^\top$$

$$\mathbf{x}_C = \begin{bmatrix} {}^{I_{k-1}}_{G}\bar{q}^\top & {}^{G}\mathbf{p}_{I_{k-1}}^\top & \cdots & {}^{I_{k-m}}_{G}\bar{q}^\top & {}^{G}\mathbf{p}_{I_{k-m}}^\top \end{bmatrix}^\top$$

$$\mathbf{x}_S = \begin{bmatrix} {}^{G}\mathbf{p}_{f_1}^\top & \cdots & {}^{G}\mathbf{p}_{f_n}^\top \end{bmatrix}^\top$$

- 协方差矩阵：

$$\mathbf{P}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{AA_k} & \mathbf{P}_{AS_k} \\ \mathbf{P}_{SA_k} & \mathbf{P}_{SS_k} \end{bmatrix}$$

Paper 1 介绍

- 系统状态预测：

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{a}_{m_k} - \mathbf{n}_{a_k}, \boldsymbol{\omega}_{m_k} - \mathbf{n}_{\omega_k})$$

- 协方差矩阵预测：

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{k-1}\mathbf{P}_{AA_{k-1|k-1}}\boldsymbol{\Phi}_{k-1}^\top & \boldsymbol{\Phi}_{k-1}\mathbf{P}_{AS_{k-1|k-1}} \\ \mathbf{P}_{SA_{k-1|k-1}}\boldsymbol{\Phi}_{k-1}^\top & \mathbf{P}_{SS_{k-1|k-1}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{k-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

- 重投影误差：

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{f_k} &= \mathbf{H}_k \widetilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{n}_{f_k} \\ &= \mathbf{H}_{I_k} \widetilde{\mathbf{x}}_{I_{k|k-1}} + \mathbf{H}_{f_k} {}^G\widetilde{\mathbf{p}}_{f_{i,k|k-1}} + \mathbf{n}_{f_k} \end{aligned}$$

SLAM features的测量更新直接采用上述残差的原始形式； MSCKF features的测量更新则还需要作零空间投影将特征点误差部分消去：

$$\mathbf{N}^\top \mathbf{r}_f = \mathbf{N}^\top \mathbf{H}_x \tilde{\mathbf{x}}_{A_{k|k-1}} + \mathbf{N}^\top \mathbf{H}_f {}^G\tilde{\mathbf{p}}_{f_i} + \mathbf{N}^\top \mathbf{n}_f$$

$$\Rightarrow \mathbf{r}'_f = \mathbf{H}'_x \tilde{\mathbf{x}}_{A_{k|k-1}} + \mathbf{n}'_f$$

Paper 1 介绍

- Keyframe-aided 2D-to-2D Matching：

1）关键帧为掉出滑窗的历史帧，同时其上关于mature points的特征信息也被保存下来；

2）当利用2d-2d回环检测方法，在关键帧database中检测出潜在的matching关键帧后，再利用基于基础矩阵的几何方法作二次检验。

3）在上述回环检测过程中，matching关键帧上对应的mature points已经完成了和当前帧中部分特征的匹配，利用这些匹配关系可以构建重投影误差，其中关于mature points误差的部分则作为nuisance state。

Paper 2 介绍

- 出发点：

标准的MSCKF没有回环检测功能，即便在相同场景中长时间运行，误差也会不断累积，无法有效的利用重复造访的地图信息。

- 核心思想：

认为MSCKF滤波过程中已经掉出滑窗的帧的位姿已经估计的比较准确，因此用它们来bound estimation error。

- 关键技术：

1）基于标准MSCKF，将掉出滑窗的帧的pose作为Schmidt state（又叫nuisance state）；

2）利用DBoW2 作2d-2d匹配来进行回环检测。

Paper 2 介绍

- 回环检测方法：

1）每当有一个关键帧掉出滑动窗，则提取300个FAST角点以及对应的ORB描述子，并用来更新DBoW2数据库；

2）利用DBoW2来做当前帧的回环检测，对于得到的潜在matching关键帧，再采用基于基础矩阵的几何方法进行二次校验；

3）上述回环检测过程中会得到当前帧中部分正在被跟踪的active特征与关键帧中特征点的匹配关系。一个关键的步骤是：一个active特征只能和一个关键帧中的信息相匹配，从而避免重复利用信息。

- 回环测量更新：

当检测到和关键帧匹配的active特征lost时，发动MSCKF measurement update，此时只用滑窗帧对该特征进行三角化。构建出的残差包含了关键帧nuisance state：

$$\mathbf{r}'_f \simeq \mathbf{H}_{A_k}\tilde{\mathbf{x}}_{A_{k|k-1}} + \mathbf{H}_{S_k}\tilde{\mathbf{x}}_{S_{k|k-1}} + \mathbf{n}'_f$$

谢谢！