k-means

On veut partitionner n observations en K groupes avec comme objectifs :

- 1. que les observations dans une même classe soient le plus similaire possible;
- 2. que les observations dans des classes différentes soient les moins similaires possibles.

On veut donc définir une fonction, que l'on appelle classifieur, qui prend un numéro d'observation i en entrée et qui donne son numéro de groupe en sortie qui va remplir ces deux objectifs.

$$C:\{1,\ldots,n\}\to\{1,\ldots,K\} \tag{1}$$

$$i \mapsto C(i)$$
 (2)

La fonction objectif est

$$W(C) = \sum_{k=1}^K \sum_{i:C(i)=k} \sum_{j:C(j)=k} d(x_i,x_j), \label{eq:weight}$$

ou $d(x_i, x_i)$

Problème de grande taille!

Comme on ne peut pas explorer l'espace de toutes les possibilités, nous utiliserons des algorithmes gloutons (greedy algorithm), c'est-à-dire qu'ils vont nous donner une règle C qui minimise W(C) sur un espace restreint et qui ne garantissent pas nous ayons trouvé un minimum global.