

TD : Révision

1 Un problème de vélo

Dans ce problème, on cherche à modéliser la répartition des vélos en libre service dans les différentes stations de l'université Laval. Le campus comporte cinq stations pouvant accueillir un total de 136 vélos ([lien](#)) :

- Abitibi-Prince (ABP)
- Alphonse-Desjardins (ADJ)
- Charles-De Koninck (DKN)
- Ferdinand-Vandry (VND)
- PEPS

Supposons que tous les vélos sont retournés à une des cinq stations à la fin de la journée, i.e. pour chaque jour, il y a un moment dans la journée (par exemple, à minuit), où tous les vélos sont à une certaine station. Nous pouvons donc nous intéresser à ces stations à ce moment de la journée pour chaque jour. Nous cherchons à modéliser les mouvements des vélos de minuit pour un jour donné jusqu'à minuit du jour suivant. Nous trouvons que :

- pour les vélos empruntés à ABP, 50% y retournent, 10% vont à ADJ, 20% vont à DKN et 20% vont à VND.
- pour les vélos empruntés à ADJ, 30% y retournent, 10% vont à ABP, 10% vont à DKN, 10% vont à VND et 40% vont au PEPS.
- pour les vélos empruntés à DKN, 80% y retournent, 5% vont à ADJ, et 15% vont au PEPS.
- pour les vélos empruntés à VND, 50% y retournent, 20% vont à ABP, 5% vont à ADJ, 15% vont à DKN et 10% vont au PEPS.
- pour les vélos empruntés au PEPS, 0% y retournent, 25% vont à ABP, 25% vont à ADJ, 25% vont à DKN et 25% vont à VND.

1. Faire un graphe de la situation.
2. Écrire la matrice T tel que chaque entrée t_{ij} corresponde à la probabilité de passer de la station i à la station j , $i, j \in \{\text{ABP, ADJ, DKN, VND, PEPS}\}$. On appelle cette matrice, la matrice de transition.

3. Quelle est la probabilité qu'un vélo soit à la station PEPS au jour 2 sachant qu'il était à la station ADJ au début ?
4. Supposons qu'il y ait 20 vélos à ABP, 35 vélos à ADJ, 26 vélos à DKN, 45 à VND et 10 au PEPS. En utilisant une diagonalisation de la matrice T , donner la répartition des vélos après 10 jours.

2 Paradoxe des deux enfants

On cherche à modéliser les probabilités d'avoir des enfants d'un certain sexe. Dans toutes les questions, les enfants sont soit de sexe masculin, soit de sexe féminin, de façon équiprobable.

1. M. Gagnon a deux enfants. L'enfant aîné est une fille. Quelle est la probabilité que son deuxième enfant soit aussi une fille ?
2. Mme Tremblay a deux enfants. On lui pose la question suivante : "Avez-vous au moins un garçon ?" et elle répond : "Oui". Quelle est la probabilité que les deux enfants soient des garçons ?
3. Est-ce que la probabilité de Mme Tremblay d'avoir deux garçons change si on lui pose la question suivante : "Indiquez moi le sexe de l'un de vos enfants." et qu'elle répond : "J'ai (au moins) un garçon." ?
4. On croise M. Gagnon dans la rue en train de se balader avec sa fille. On lui demande quel jour de la semaine elle est née. Elle nous répond : "Vendredi". Quelle est la probabilité que son deuxième enfant soit aussi une fille ?