


Apellidos: Jaramillo Ortega
Nombres: Steven Santiago
NRC: 3657

Firma: 
Fecha límite de entrega: 13/08/2021

Ejercicios

1. Resuelva de forma gráfica y utilizando el Simplex el siguiente problema

$$\begin{aligned} \text{maximizar } z &= 3x_1 + 2x_2 \\ \text{sujeto a } &\left. \begin{aligned} 2x_1 + x_2 &\leq 16 \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 40 \\ 3x_1 + x_2 &\leq 20 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{restricciones} \\ \text{Condiciones de} \\ \text{no negatividad.} \end{array} \end{aligned}$$

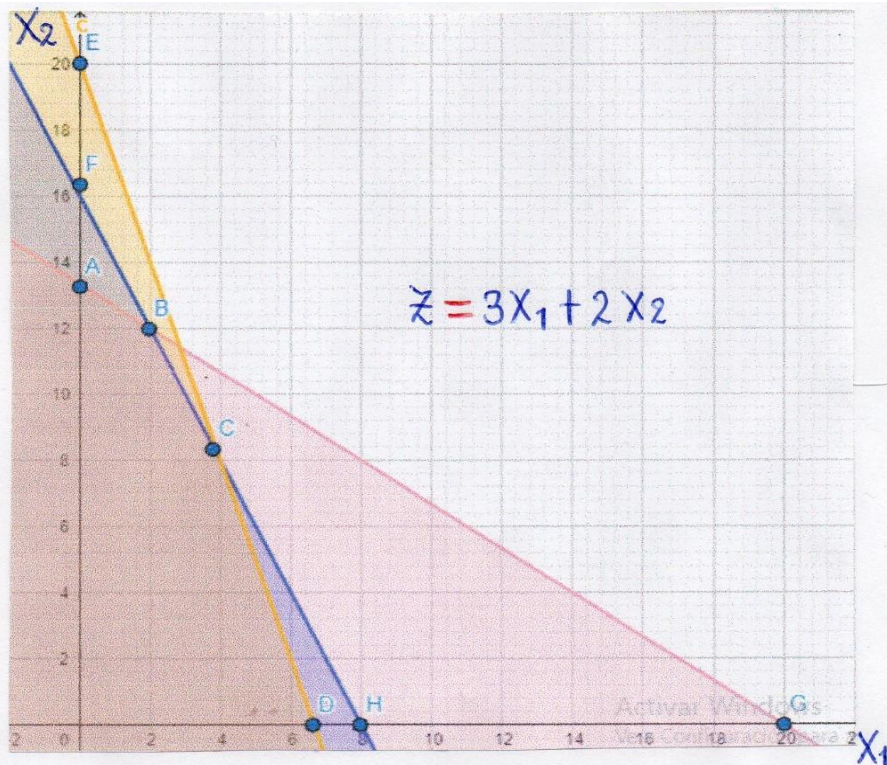
Hallar las intersecciones de las restricciones con los ejes:

- $2x_1 + x_2 = 16$ ①

	x_1	x_2
Si $x_1 = 0$	$x_2 = 16$	$A(0, 16)$
Si $x_2 = 0$	$x_1 = 8$	$P_2(8, 0)$
- $2x_1 + 3x_2 = 40$ ②

Si $x_1 = 0$	$x_2 = 40/3$	$P_3(0, 40/3)$
Si $x_1 = 20$	$x_2 = 0$	$P_4(20, 0)$
- $3x_1 + x_2 = 20$ ③

Si $x_1 = 0$	$x_2 = 20$	$P_5(0, 20)$
Si $x_2 = 0$	$x_1 = 20/3$	$P_6(20/3, 0)$



① ∧ ②

$$2X_1 + X_2 = 16 \quad (-1) \quad -2X_1 - X_2 = -16$$

$$2X_1 + 3X_2 = 40$$

$$2X_1 + 3X_2 = 40$$

$$2X_2 = 24$$

$$X_2 = 12$$

$$X_1 = 2$$

X_1	X_2	z
0	$40/3$	$80/3 = 26,66$
2	12	30
4	8	28
$20/3$	0	20

① ∧ ③

$$2X_1 + X_2 = 16 \quad (-1)$$

$$3X_1 + X_2 = 20$$

$$-2X_1 - X_2 = -16$$

$$3X_1 + X_2 = 20$$

$$X_1 = 4$$

$$X_1 = 4$$

$$X_2 = 8$$

Simplex:

Primer Paso: Despejar la f y incluir las variables de holgura Si.

$$Z - 3X_1 - 2X_2 = 0$$

$$2X_1 + X_2 + S_1 = 16$$

$$2X_1 + 3X_2 + S_2 = 40$$

$$3X_1 + X_2 + S_3 = 20$$

Paso 2 y 3: Elaborar Tabla Simplex

TABLA INICIAL								
Básicas	Z	X1	X2	S1	S2	S3	R	
Z	1	-3	-2	0	0	0	0	-3
S1	0	2	1	1	0	0	16	16/2=8
S2	0	2	3	0	1	0	40	40/2=20
S3	0	3	1	0	0	1	20	20/3=6,666

Elemento pivote

ITERACIÓN 1								
	Básicas	Z	X1	X2	S1	S2	S3	R
3R4+R1:	Z	1	0	-1	0	0	1	20
-2R4+R2:	S1	0	0	1/3	1	0	-2/3	8/3
-2R4+R3:	S2	0	0	7/3	0	1	-2/3	80/3
	X1	0	1	1/3	0	0	1/3	20/3

Elemento pivote

ITERACIÓN 2								
	Básicas	Z	X1	X2	S1	S2	S3	R
1R2+R1:	Z	1	0	0	3	0	-1	28
3R2:	X1	0	0	3	3	0	-2	8
-7/3R2+R3:	S2	0	0	-7	-7	1	4	8
-1/3R2+R4:	X1	0	1	-1	-1	0	1	4

Elemento pivote

ITERACIÓN 3								
	Básicas	Z	X1	X2	S1	S2	S3	R
1R3+R1:	Z	1	0	0	5/4	1/4	0	30
2R3+R2:	X2	0	0	1	-1/2	1/2	0	12
1/4R3:	S3	0	0	0	-7/4	1/4	1	2
-3R3+R4:	X1	0	1	0	3/4	-1/4	0	2

Variables de decisión

Valor óptimo

Z

30

X₁

2

X₂

12

//

Escriba el problema dual de los siguientes problemas primales

$$\begin{array}{ll}\text{maximizar} & z = -5x_1 + 2x_2 \\ \text{sujeto a} & \left. \begin{array}{l} -x_1 + x_2 \leq -2 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 5 \end{array} \right\} \text{restricciones} \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

Procedemos a transformar de un Problema Primal a un Problema Dual

P. Dual

$$\begin{array}{ll}\text{minimizar} & w = -2y_1 + 5y_2 \\ \text{Sujeto a} & -y_1 + 2y_2 \geq -5 \\ & y_1 + 3y_2 \geq 2 \\ & y_1, y_2 \geq 0\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}\text{minimizar} & z = 6x_1 + 3x_2 \\ \text{sujeto a} & 6x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 2 \\ & 3x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 5 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

P. Dual

$$\begin{array}{ll}\text{maximizar} & w = 2y_1 + 5y_2 \\ \text{sujeto a} & 6y_1 + 3y_2 \geq 6 \\ & -3y_1 + 4y_2 \geq 3 \\ & y_1 + y_2 \geq 0 \\ & y_1, y_2 \geq 0\end{array}$$

3. Una compañía fabrica dos productos, A y B. Los ingresos unitarios son \$2 y \$3, respectivamente. Las disponibilidades diarias de dos materias primas, M_1 y M_2 , utilizadas en la fabricación de los dos productos son de 8 y 18 unidades, respectivamente. Una unidad de A utiliza 2 unidades de M_1 y 2 unidades de M_2 , y una unidad de B utiliza 3 unidades de M_1 y 6 unidades de M_2 .

Materia prima	Productos fabricados		Disponibilidad (Unidades)
	A	B	
M_1	2	3	8
M_2	2	6	18
Ingresos Unitarios \$	2	3	

Variables de decisión:

X_1 : # de productos A que se fabricarán

X_2 : # de productos B que se fabrican.

función objetivo: $z = 2X_1 + 3X_2$

Restricciones

$$2X_1 + 3X_2 \leq 8$$

$$2X_1 + 6X_2 \leq 18$$

$$\text{maximizar: } z = 2X_1 + 3X_2$$

$$\text{sujeto a } 2X_1 + 3X_2 \leq 8$$

$$2X_1 + 6X_2 \leq 18$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Intersecciones de las restricciones con los ejes:

$$R_1 \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } X_1 = 0 \quad ; X_2 = 8/3 \quad P(0, 8/3) \\ \text{Si } X_2 = 0 \quad ; X_1 = 4 \quad Q(4, 0) \end{array} \right\}$$

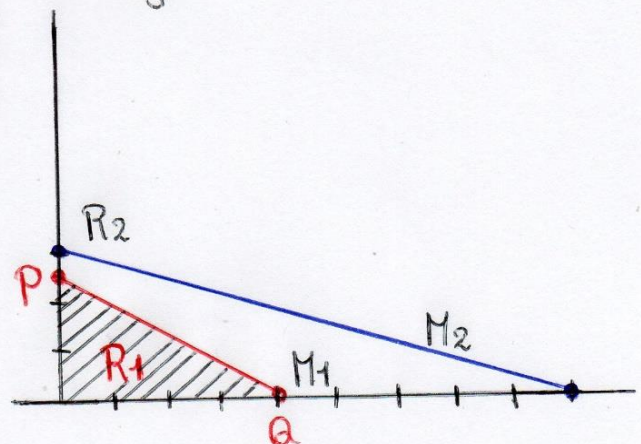
$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } X_1 = 0 \quad X_2 = 3 \quad P(0, 3) \\ \text{Si } X_2 = 0 \quad X_1 = 9 \quad S(9, 0) \end{array} \right\} R_2$$

$$P: z_c = 2(0) + 3(8/3) = 8$$

$$Q: z_c = 2(4) + 3(0) = 8$$

$$X_1 = 0 \quad X_2 = 8/3$$

$$z = 8$$



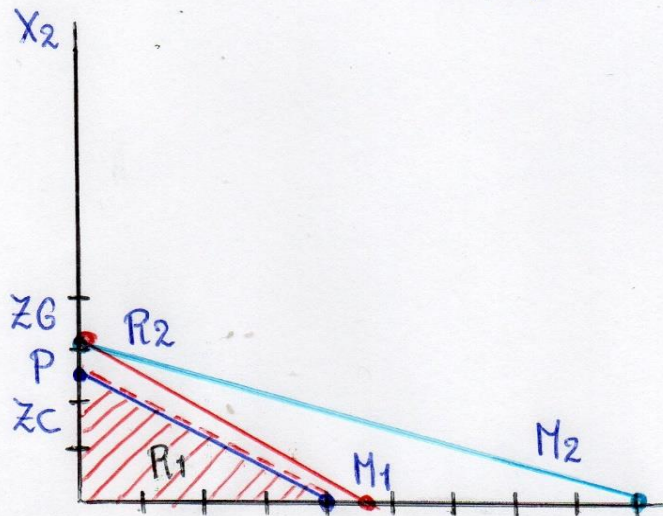
a) Determine los precios duales de M_1 y M_2 y sus intervalos de factibilidad.

Precio dual M_1 aumentar en 1 la disponibilidad

$$2X_1 + 3X_2 \leq 9$$

$$\text{Si } X_1 = 0, X_2 = 3 \quad C(0,3)$$

$$\text{Si } X_2 = 0, X_1 = 4,5 \quad D(4,5,0)$$



$$X_1 = 0$$

$$Z_G = 2X_1 + 3X_2$$

$$X_2 = 3$$

$$Z_G = 2(0) + 3(3)$$

$$\boxed{Z_G = 9}$$

$$\text{Precio Dual } M_1 = \frac{Z_G - Z_C}{\text{Cambio de capacidad}}$$

$$\text{Precio dual } M_1 = \frac{9 - 8}{1} = \$1/\text{unidad}$$

Intervalo de factibilidad

$$2X_1 + 3X_2$$

$$\text{Disponibilidad mínima de } M_1 \text{ en } C(0,3) \quad 2(0) + 3(3) = 9$$

$$\text{Disponibilidad máxima de } M_1 \text{ en } D(4,5) \quad 2(4) + 3(0) = 18$$

$$\boxed{9 \leq M_1 \leq 18}$$

Precio dual M_2

El precio dual de M_2 es cero porque la función objetivo es paralela a M_1 .

- (b) Suponga que pueden adquirirse 4 unidades más de M_1 al costo de 30 centavos por unidad. ¿Recomendaría la compra adicional?

$$\text{Ingreso : } 4 \times (-1) = -4$$

$$\text{Costo : } 4 \times (0,3) = 1,2$$

costo < Ingreso \rightarrow compra recomendada //

- (c) ¿Cuánto es lo máximo que la compañía debe pagar por unidad de M_2 ?

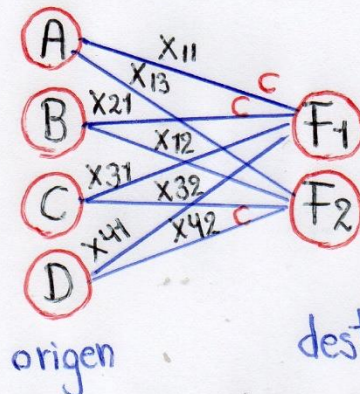
El precio dual que debe pagar por unidad M_2 es cero, ya que la restricción es redundante.

- (d) Si la disponibilidad de M_2 se incrementa en 5 unidades, determine el ingreso óptimo asociado.

$x = 8$ es una restricción redundante.

4. Plantee el siguiente problema y resuélvalo utilizando un software de programación lineal.

Una refinería fabrica dos tipos de combustible para avión, F_1 y F_2 , mezclando cuatro tipos de gasolina, A, B, C y D. El combustible F_1 incluye las gasolinas A, B, C y D en la proporción 1:1:2:4, y el combustible F_2 incluye la proporción 2:2:1:3. Los límites de abasto de A, B, C y D son 1000, 1200, 900 y 1500 barriles/día, respectivamente. Los costos por barril de las gasolinas A, B, C y D son \$120, \$90, \$100 y \$150, respectivamente. Las combustibles F_1 y F_2 se venden a \$200 y \$250 por barril, respectivamente. La demanda mínima de F_1 y F_2 es de 200 y 400 barriles/día, respectivamente.



	Gasolina A	Gasolina B	Gasolina C	Gasolina D
combustible F_1	1	1	2	4
combustible F_2	2	2	1	3

Proporcionalidad

	Gasolina A	Gasolina B	Gasolina C	Gasolina D
Los límites de abasto (barriles/día)	1000	1200	900	1500
Costo barril Gasolina	120	90	100	150

	Combustible F_1	Combustible F_2
Precio Venta	200	250
La demanda mínima (barriles día)	200	400

Variables de decisión:

F_1

X_{11} : Barriles de Gasolina A utilizada en la producción diaria del combustible F_1 .

X_{21} : Barriles de gasolina B utilizada en la producción diaria del combustible F_1 .

X_{31} : Barriles de gasolina C utilizada en la producción diaria del combustible F_1 .

X_{41} : Barriles de gasolina D utilizada en la producción diaria del combustible F_1 .

F_2

X_{12} : Barriles de gasolina A utilizada en la producción diaria del combustible F_2 .

X_{22} : Barriles de gasolina B utilizada en la producción diaria del combustible F_2 .

X_{32} : Barriles de gasolina C utilizada en la producción diaria del combustible F_2 .

X_{42} : Barriles de gasolina D utilizada en la producción diaria del combustible F_2 .

Función objetivo:

minimizar $Z = 120(X_{11} + X_{12}) + 90(X_{21} + X_{22}) + 100(X_{31} + X_{32}) + 150(X_{41} + X_{42})$

	Gas A	Gas B	Gas C	Gas D
F_1	0,125	0,125	0,25	0,5
F_2	0,25	0,25	0,125	0,375

Restricciones:

$R_1 \quad 0,125X_{11} + 0,125X_{21} + 0,25X_{31} + 0,5X_{41} \geq 200$

$R_2 \quad 0,25X_{12} + 0,25X_{22} + 0,125X_{32} + 0,375X_{42} \geq 400$

$R_3 \quad X_{11} + X_{12} \leq 1000$

$R_4 \quad X_{21} + X_{22} \leq 1200$


$R_5 \quad X_{31} + X_{32} \leq 900$

$R_6 \quad X_{41} + X_{42} \leq 1500$


$X_{11}, X_{21}, X_{31}, X_{41}, X_{12}, X_{22}, X_{32}, X_{42} \geq 0$ condiciones de No Negatividad.

Resolución de problema utilizando Excel:

Parámetros de Solver

Establecer objetivo: 

Para: ☒ Máx ☐ Mín ☐ Valor de:

Cambiando las celdas de variables: 

Sujeto a las restricciones:

SC\$10 >= SE\$10

SC\$11 >= SE\$11

SC\$12 <= SE\$12

SC\$13 <= SE\$13

SC\$14 <= SE\$14

SC\$15 <= SE\$15

Agregar



Cambiar

Eliminar

Restablecer todo




Cargar/Guardar

☒ Convertir variables sin restricciones en no negativas

Método de resolución:  

Método de resolución

Seleccione el motor GRG Nonlinear para problemas de Solver no lineales suavizados. Seleccione el motor LP Simplex para problemas de Solver lineales, y seleccione el motor Evolutionary para problemas de Solver no suavizados.

 Ayuda  Resolver  Cerrar

Resultados de Solver

Solver encontró una solución. Se cumplen todas las restricciones y condiciones óptimas.

☒ Conservar solución de Solver

☐ Restaurar valores originales




Informes

Responder

Sensibilidad

Límites

☐ Volver al cuadro de diálogo de parámetros de Solver ☐ Informes de esquema

 Aceptar  Cancelar  Guardar escenario...

Solver encontró una solución. Se cumplen todas las restricciones y condiciones óptimas.

Al usar el motor GRG, Solver ha encontrado al menos una solución óptima local. Al usar Simplex LP, significa que Solver ha encontrado una solución óptima global.

Resultados obtenidos:

VARIABLES DE DECISIÓN							
X11	X21	X31	X41	X12	X22	X32	X42
1000	1200	900	0	0	0	0	1500
FUNCION OBJETIVO							
Minimizar:		Z	543000				
RESTRICCIONES:							
	IZQUIERDA	signo	DERECHA				
R1	500	>=	200				
R2	562,5	>=	400				
R3	1000	<=	1000				
R4	1200	<=	1200				
R5	900	<=	900				
R6	1500	<=	1500				

1 Microsoft Excel 16.0 Informe de límites
2 Hoja de cálculo: [Libro1]Hoja1
3 Informe creado: 14/08/2021 12:56:33 p. m.

4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21

Objetivo		
Celda	Nombre	Valor
\$E\$6	Z X41	543000

Variable			Inferior	Objetivo	Superior	Objetivo
Celda	Nombre	Valor	Límite	Resultado	Límite	Resultado
\$B\$3	X11	1000	0	423000	1000	543000
\$C\$3	X21	1200	0	435000	1200	543000
\$D\$3	X31	900	0	453000	900	543000
\$E\$3	X41	0	0	543000	0	543000
\$F\$3	X12	0	0	543000	0	543000
\$G\$3	X22	0	0	543000	0	543000
\$H\$3	X32	0	0	543000	0	543000
\$I\$3	X42	1500	1066,67	478000	1500	543000

Microsoft Excel 16.0 Informe de sensibilidad

Hoja de cálculo: [Libro1]Hoja1

Informe creado: 14/08/2021 12:56:33 p. m.

Celdas de variables

		Final	Reducido	Objetivo	Permisible	Permisible
Celda	Nombre	Valor	Coste	Coeficiente	Aumentar	Reducir
\$B\$3	X11	1000	0	120	1E+30	0
\$C\$3	X21	1200	0	90	1E+30	0
\$D\$3	X31	900	0	100	1E+30	0
\$E\$3	X41	0	0	150	0	1E+30
\$F\$3	X12	0	0	120	0	1E+30
\$G\$3	X22	0	0	90	0	1E+30
\$H\$3	X32	0	0	100	0	1E+30
\$I\$3	X42	1500	0	150	1E+30	0

Restricciones

		Final	Sombra	Restricción	Permisible	Permisible
Celda	Nombre	Valor	Precio	Lado derecho	Aumentar	Reducir
\$C\$10	R1 IZQUIERDA	500	0	200	300	1E+30
\$C\$11	R2 IZQUIERDA	562,5	0	400	162,5	1E+30
\$C\$12	R3 IZQUIERDA	1000	120	1000	1E+30	1000
\$C\$13	R4 IZQUIERDA	1200	90	1200	1E+30	1200
\$C\$14	R5 IZQUIERDA	900	100	900	1E+30	900
\$C\$15	R6 IZQUIERDA	1500	150	1500	1E+30	433,3333333

Microsoft Excel 16.0 Informe de respuestas

Hoja de cálculo: [Libro1]Hoja1

Informe creado: 14/08/2021 12:56:32 p. m.

Resultado: Solver encontró una solución. Se cumplen todas las restricciones y condiciones óptimas.

Motor de Solver

Motor: Simplex LP

Tiempo de la solución: 0,422 segundos.

Iteraciones: 6 Subproblemas: 0

Opciones de Solver

Tiempo máximo Ilimitado, Iteraciones Ilimitado, Precision 0,000001, Usar escala automática

Máximo de subproblemas Ilimitado, Máximo de soluciones de enteros Ilimitado, Tolerancia de enteros 1%, Asumir no negativo

Celda objetivo (Máx)

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
\$E\$6	Z X41	0	543000

Celdas de variables

Celda	Nombre	Valor original	Valor final	Entero
\$B\$3	X11	0	1000	Continuar
\$C\$3	X21	0	1200	Continuar
\$D\$3	X31	0	900	Continuar
\$E\$3	X41	0	0	Continuar
\$F\$3	X12	0	0	Continuar
\$G\$3	X22	0	0	Continuar
\$H\$3	X32	0	0	Continuar
\$I\$3	X42	0	1500	Continuar

Restricciones

Celda	Nombre	Valor de la celda	Fórmula	Estado	Demora
\$C\$10	R1 IZQUIERDA	500	\$C\$10>=\$E\$10	No vinculante	300
\$C\$11	R2 IZQUIERDA	562,5	\$C\$11>=\$E\$11	No vinculante	162,5
\$C\$12	R3 IZQUIERDA	1000	\$C\$12<=\$E\$12	Vinculante	0
\$C\$13	R4 IZQUIERDA	1200	\$C\$13<=\$E\$13	Vinculante	0
\$C\$14	R5 IZQUIERDA	900	\$C\$14<=\$E\$14	Vinculante	0
\$C\$15	R6 IZQUIERDA	1500	\$C\$15<=\$E\$15	Vinculante	0