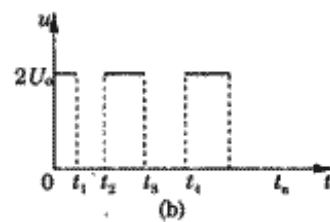
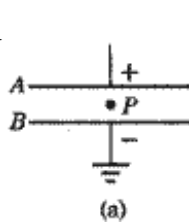
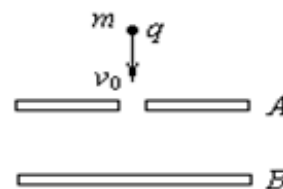


1. 如图(a)所示, A、B为水平放置的平行金属板, 板间距离为 d (d 远小于板的长和宽). 在两板之间有一带负电的质点P. 已知若在A、B间加电压 U_0 , 则质点P可以静止平衡. 现在A、B间加上如



图(b)所示的随时间 t 变化的电压 u . 在 $t = 0$ 时质点P位于A、B间的中点处且初速为零. 已知质点P能在A、B之间以最大的幅度上下运动而又不与两板相碰, 求图(b)中 u 改变的时刻 t_1 、 t_2 、 t_3 及 t_n 的表达式. (质点开始从中点上升到最高点, 及以后每次从最高点到最低点或从最低点到最高点的过程中, 电压只改变一次.)

2. 如图所示, A、B为不带电平行金属板, 间距为 d , 构成的电容器电容为 C . 质量为 m 、电量为 q 的带电液滴一滴一滴由A板小孔上方距A板高 h 处以 v_0 初速射向B板. 液滴到达B板后, 把电荷全部转移在B板上. 求到达B板上的液滴数目最多不能超过多少?



答案解析

1. 答案

解:设质点P的质量为 m ,电量大小为 q ,根据题意,当A、B间的电压为 U_0 时,有

$$\frac{qU_0}{d} = mg,$$

当两板间的电压为 $2U_0$ 时,P的加速度向上,其大小为 a ,则

$$\frac{2qU_0}{d} - mg = ma,$$

计算得出 $a = g$.

当两板间的电压为零时,P自由下落,加速度为 g ,方向向下.

在 $t = 0$ 时,两板间的电压为 $2U_0$,P自A、B间的中点向上做初速度为零的匀加速运动,加速度为 g .设经过时间 τ_1 ,P的速度变为 v_1 ,此时使电压变为零,让P在重力作用下做匀减速运动,再经过时间 τ_1' ,P正好到达A板且速度为零,故有

$$v_1 = g\tau_1, 0 = v_1 - g\tau_1',$$

$$\frac{1}{2}d = \frac{1}{2}g\tau_1^2 + v_1\tau_1' - \frac{1}{2}g\tau_1'^2,$$

由以上各式,得

$$\tau_1 = \tau_1', \tau_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{d}{g}},$$

$$\text{因为 } t_1 = \tau_1, \text{ 得 } t_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{d}{g}}.$$

在重力作用下,P由A板处向下做匀加速运动,经过时间 τ_2 ,速度变为 v_2 ,方向向下,这时加上电压使P做匀减速运动,经过时间 τ_2' ,P到达B板且速度为零,故有

$$v_2 = g\tau_2, 0 = v_2 - g\tau_2',$$

$$d = \frac{1}{2}g\tau_2^2 + v_2\tau_2' - \frac{1}{2}g\tau_2'^2,$$

$$\text{由以上各式,得 } \tau_2 = \tau_2', \tau_2 = \sqrt{\frac{d}{g}},$$

因为 $t_2 = t_1 + \tau_1' + \tau_2$,

$$\text{得 } t_2 = (\sqrt{2}+1)\sqrt{\frac{d}{g}}.$$

在电场力与重力的合力作用下,P由B板处向上做匀加速运动,经过时间 τ_3 ,速度变为 v_3 ,此时使电压变为零,让P在重力作用下做匀减速运动.经过时间 τ_3' ,P正好到达A板且速度为零,故有

$$v_3 = g\tau_3, 0 = v_3 - g\tau_3',$$

$$d = \frac{1}{2}g\tau_3^2 + v_3\tau_3' - \frac{1}{2}g\tau_3'^2$$

$$\text{由上得 } \tau_3 = \tau_3', \tau_3 = \sqrt{\frac{d}{g}},$$

因为 $t_3 = t_2 + \tau_2' + \tau_3$,

$$\text{得 } t_3 = (\sqrt{2}+3)\sqrt{\frac{d}{g}}.$$

根据上面分析,因重力作用,P由A板向下做匀加速运动,经过时间 τ_2 ,再加上电压,经过时间 τ_2' ,P到达B且速度为零,因为 $t_4 = t_3 + \tau_3' + \tau_2$,

$$\text{得 } t_4 = (\sqrt{2}+5)\sqrt{\frac{d}{g}}.$$

同样分析可得

$$t_n = (\sqrt{2}+2n-3)\sqrt{\frac{d}{g}}. (n \geq 2)$$

故图(b)中u改变的各时刻 $t_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{\frac{d}{g}}$, $t_2 = (\sqrt{2}+1)\sqrt{\frac{d}{g}}$, $t_3 = (\sqrt{2}+3)\sqrt{\frac{d}{g}}$, 及

$$t_n = (\sqrt{2}+2n-3)\sqrt{\frac{d}{g}} (n \geq 2).$$

解析

先求出加速上升的加速度和减速上升的加速度,根据运动学公式列式求解出 t_1 ;再计算出加速下降和减速下降的加速度,根据运动学公式求解出 t_2 ;然后逐步扩展到第n次上升和下降.

2. 答案

解:设当第n滴油滴滴到下极板时速度刚好为零,则有:

第n滴油滴运动过程中,下极板带的电量为 $Q = (n-1)q \dots \textcircled{1}$

电容器两极板间的电压为: $U = \frac{Q}{C} \dots \textcircled{2}$

第n个油滴到达下极板时速度正好等于0,根据动能定理得:

$$mg(h+d) - qU = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 \dots \textcircled{3}$$

由①②③计算得出:

$$n = \frac{C}{q^2} (mg(h+d) + \frac{1}{2}mv_0^2) + 1$$

答:到达B板上的液滴数目最多不能超过 $\frac{C}{q^2} (mg(h+d) + \frac{1}{2}mv_0^2) + 1$ 个.

解析

油滴不断从小孔滴下并附着到下板上,上下板之间就形成了电势差,也就形成了匀强电场,设最终有n个油滴可以打到下板上,即第n个油滴到达下极板时速度正好等于0,以后的油滴就不会打到板上了,根据动能定理即可求解.

本题主要考查了动能定理在电场中的应用,要知道当油滴滴到下极板时速度刚好为零,下面的油滴就不能滴到下极板上,难度适中.