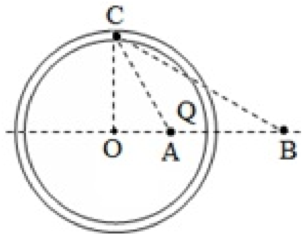
1. 如图所示,在光滑绝缘水平面上固定着一根光滑绝缘的圆形滑槽,其圆心在O点.过O点的一条直径上的A、B两点固定着两个点电荷.其中,固定于A点的为正电荷,电荷量大小为Q;固定于B点的是未知电荷.在它们形成电场中,有一个可视为质点的,质量为m、电荷量大小为q的带电小球正在滑槽中运动,小球的速度方向始终平行于水平面.若已知小球在C点处恰好与滑槽内、外壁均无挤压且无沿切线方向的加速度,AB间的距离为L, $\angle ABC=\angle ACB=30^{\circ}$, $CO\perp OB$,静电力常数为k.

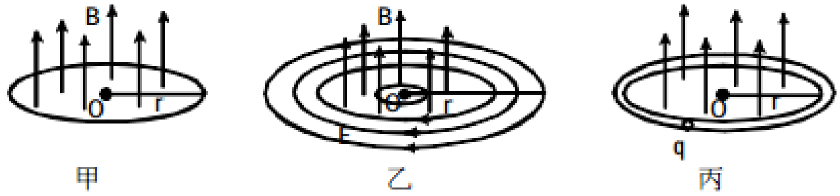


(1)试确定固定在B点的电荷的带电性质并求出其电荷量大小;

(2)试确定小球的带电性质;

(3)试求出小球在C点的运动速度大小.

2. 在如图所示的半径为r的竖直圆柱形区域内，存在竖直向上的匀强磁场，磁感应强度大小随时间的变化关系为B=kL（k＞0且为常量）。



（1）将一由细导线构成的半径为r、电阻为R_0的导体圆环水平固定在上述磁场中，并使圆环中心与磁场区域的中心重合。求在T时间内导体圆环产生的焦耳热。

（2）上述导体圆环之所以会产生电流是因为变化的磁场会在空间激发涡旋电场，该涡旋电场趋使导体内的自由电荷定向移动，形成电流。如图乙所示，变化的磁场产生的涡旋电场存在于磁场内外的广阔空间中，其电场线是在水平面内的一系列沿顺时针方向的同心圆（从上向下看），圆心与磁场区域的中心重合。在半径为r的圆周上，涡旋电场的电场强度大小处处相等，并且可以用$E_{涡}=\dfrac{\xi}{2\pi r}$ 计算，其中e为由于磁场变化在半径为r的导体圆环中产生的感生电动势。如图丙所示，在磁场区域的水平面内固定一个内壁光滑的绝缘环形真空细管道，其内环半径为r，管道中心与磁场区域的中心重合。由于细管道半径远远小于r，因此细管道内各处电场强度大小可视为相等的。某时刻，将管道内电荷量为q的带正电小球由静止释放（小球的直径略小于真空细管道的直径），小球受到切向的涡旋电场力的作用而运动，该力将改变小球速度的大小。

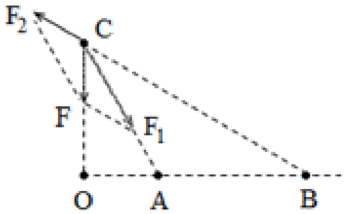
①若小球由静止经过一段时间加速，获得动能Em，求小球在这段时间内在真空细管道内运动的圈数;

②若在真空细管道内部空间加有方向竖直向上的恒定匀强磁场，小球开始运动后经过时间t_0，小球与环形真空细管道之间恰好没有作用力，求在真空细管道内部所加磁场的磁感应强度的大小。

答案解析

1. 答案

解:(1)由小球在C点处恰好与滑槽内、外壁均无挤压且无沿切线方向的加速度知:小球在C点的合力方向一定沿CO,且指向O点.



$\therefore A$ 对小球吸引,B对小球排斥,因此小球带负电、B带负电.

由 $\angle ABC=\angle ACB=30^\circ$ 知: $\angle ACO=30^\circ$

$AB=AC=L$; $BC=2ABcos30^\circ=\sqrt{3}L$

$\therefore$ 由力的合成可得: $F_1=\sqrt{3}F_2$

即: $\frac{KQq}{L^2}=\sqrt{3}\,\frac{kQ_Bq}{(\sqrt{3}L)^2}$

$\therefore Q_B=\sqrt{3}Q$

(2)有前面分析:A对小球吸引,B对小球排斥,B带负电,小球带负电.

(3)在C点,由力的合成可得 $F=F_2=\frac{KQq}{\sqrt{3}L^2}$

由几何关系知: $CO=ACcos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}L$

小球在C点圆周运动, $F=\frac{mv^2}{r}$;即: $\frac{KQq}{\sqrt{3}L^2}=m\,\frac{v^2}{\frac{\sqrt{3}L}{2}}$

$\therefore$ 小球在C点的运动速度大小 $v=\sqrt{\frac{kQq}{2mL}}$.

答:(1)固定在B点的电荷的带负电,其电荷量大小是 $\sqrt{3}Q$;

(2)小球带负电;

(3)小球在C点的运动速度大小是 $\sqrt{\frac{kQq}{2mL}}$.

解析

小球做圆周运动,必须有向心力,根据小球在C点处恰好与滑槽内、外壁均无挤压且无沿切线方向的加速度可以知道,小球在C点的合力方向一定沿CO且指向O点,作出力图,即可判断出小球带负电,B带负电.若小球带正电,B带负电,小球在C点受到A的排斥力,受到B的吸引力,根据平行边形定则可以知道,两者的合力方向不可能沿CO且指向O点,所以小球带正电,B带负电是不可能的.

根据小球在C点无切向加速度,切线方向力平衡,根据库仑定律列式求得B的电荷量.

2. 答案

（1）导体圆环内的磁通量发生变化，将产生感生电动势，根据法拉第电磁感应定律，感生电动势为:

$E=\frac{\triangle \varphi}{\triangle t}=\frac{\triangle B \bullet S}{\triangle t}=\pi r^2 k$,

导体圆环内感生电流为:

$I=\frac{E}{R_0}=\frac{\pi r^2 k}{R_0}$

在T时间内导体圆环产生的焦耳热为:

$Q=I^2R_0T$

解得：$Q=\frac{T\pi^2 k^2 r^4}{R_0}$；

（2）①根据题意可知，磁场变化将在真空管道处产生涡旋电场，该电场的电场强度为:

$E_{电}=\frac{E}{2\pi r}=\frac{kr}{2}$，

小球在该电场中受到电场力的作用，电场力的大小为:

$F=E_{电}q=\frac{kqr}{2}$，

电场力的方向与真空管道相切，即与速度方向始终相同，小球将会被加速，动能变大，

设小球由静止到其动能为E_m的过程中，小球运动的路程为s，根据动能定理有:

$Fs=E_m$

小球运动的圈数为：$N=\frac{s}{2\pi r}$，

解得：$N=\frac{E_m}{kq\pi r^2}$；

②小球的切向加速度大小为：$a=\frac{F}{m}=\frac{kqr}{2m}$，

由于小球沿速度方向受到大小恒定的电场力，所以经过时间t_0，小球的速度大小v满足：$v=at_0$，

小球沿管道做圆周运动，因为小球与管道之间没有相互作用力，所以，小球受到的洛伦兹力提供小球的向心力，设所加磁场的磁感应强度为B_0，则有：$qvB_0=m\frac{v^2}{r}$，

解得真空细管道内部所加磁场的磁感应强度的大小为：$B_0=\frac{kt_0}{2}$。

解析

【解题方法提示】

根据法拉第电磁感应定律求出感生电动势，结合闭合电路欧姆定律及焦耳定律求解T时间内导体圆环产

生的焦耳热;

根据题意，求得涡旋电场，再确定电场力的大小，电场力的方向与真空管道相切，即与速度方向始终相同，小球将会被加速，动能变大，再依据动能定理，从而求解运动的圈数;

求出小球的切向加速度大小，再由运动的合成与分解，结合运动学公式与牛顿第二定律即可求解，试试吧!