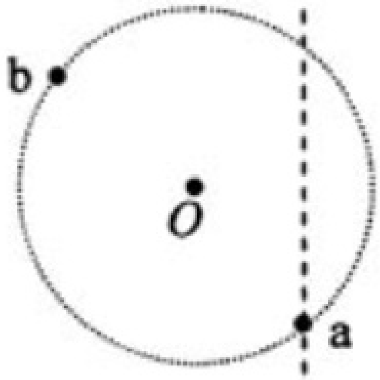
1. (100分)如图，一半径为R的圆表示一柱形区域的横截面（纸面）。在柱形区域内加一方向垂直于纸面的匀强磁场，一质量为m、电荷量为q的粒子沿图中直线在圆上的a点射入柱形区域，在圆上的b点离开该区域，离开时速度方向与直线垂直。圆心O到直线的距离为$\frac{3}{5}R$ 。现将磁场换为平行于纸面且垂直于直线的匀强电场，同一粒子以同样速度沿直线在a点射入柱形区域，也在b点离开该区域。若磁感应强度大小为B，不计重力，求电场强度的大小。



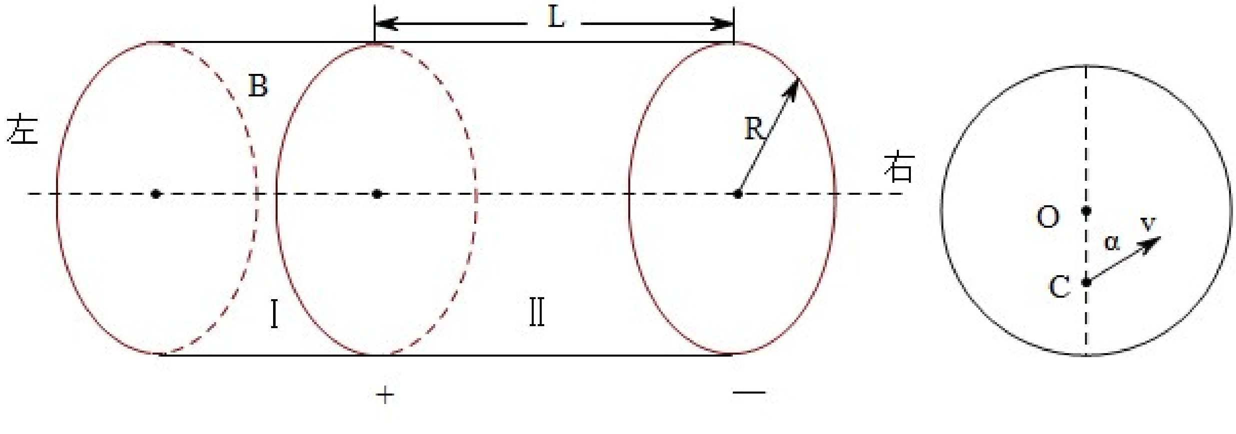
2. (100分)离子推进器是航空飞行器常用的动力系统，某种推进器的简化原理如左图所示，截面半径为R的圆柱腔分为两个工作区。Ⅰ为电离区，将氙气电离获得1价正离子；Ⅱ为加速区，长度为L，两端加有电压，形成轴向的匀强电场。Ⅰ区产生的正离子以接近0的初速度进入Ⅱ区，被加速后，以速度v_M从右侧喷出。Ⅰ区内有轴向的匀强磁场，磁感应强度大小为B，在离轴线$R/2$处的C点持续射出一定速率范围的电子。假设射出的电子仅在垂直于轴线的截面上运动，截面如图2所示（从左向右看）。电子的初速度方向与中心O点和C点的连线成α角$(0<\alpha\leq 90^{\circ})$。推进器工作时，向Ⅰ区注入稀薄的氙气。电子使氙气电离的最小速率为v_0，电子在Ⅰ区不与容器相碰且能达到的区域越大，电离效果越好。已知离子质量为M；电子质量为m，电量为e。（电子碰到容器壁即被吸收，不考虑电子间的碰撞）

（1）求Ⅱ区的加速电压及离子的加速度大小；

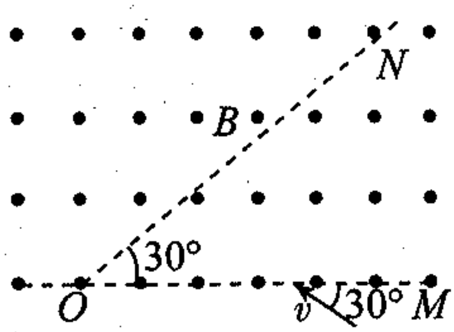
（2）为取得好的电离效果，请判断Ⅰ区中的磁场方向（按图2说明是“垂直纸面向里”或“垂直纸面向外”）；

（3）α为90°时，要取得好的电离效果，求射出的电子速率v的范围；

（4）要取得好的电离效果，求射出的电子最大速率v_{max}与α角的关系。



3. [课标全国Ⅲ2016·18,6分]平面OM和平面ON之间的夹角为30°,其横截面(纸面)如图所示,平面OM上方存在匀强磁场,磁感应强度大小为B,方向垂直于纸面向外.一带电粒子的质量为m,电荷量为$q(q>0)$.粒子沿纸面以大小为v的速度从OM的某点向左上方射入磁场,速度与OM成30°角.已知该粒子在磁场中的运动轨迹与ON只有一个交点,并从OM上另一点射出磁场.不计重力.粒子离开磁场的出射点到两平面交线O的距离为 ( )

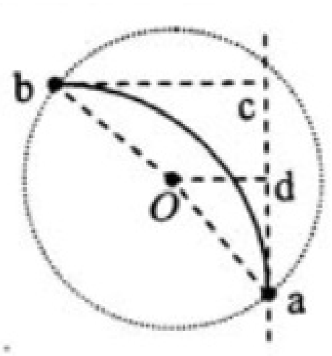


A. $\frac{mv}{2qB}$ B. $\frac{\sqrt{3}mv}{qB}$ C. $\frac{2mv}{qB}$ D. $\frac{4mv}{qB}$

答案解析

1. 答案 （本题提供智能家庭教师服务）

解：粒子在磁场中做圆周运动。



设圆周的半径为r，由牛顿第二定律和洛仑兹力公式得

$qvB=m\frac{v^2}{r}$ ①

式中v为粒子在a点的速度。

过b点和O点作直线的垂线，分别与直线交于c和d点。由几何关系知，线段$\overline{ac}$、$\overline{bc}$和过a、b两点的轨迹圆弧的两条半径（未画出）围成一正方形。因此$\overline{ac}=\overline{bc}=r$②

设$\overline{cd}=x$，由几何关系得

$\overline{ac}=\frac{4}{5}R+x$③

$\overline{bc}=\frac{3}{5}R+\sqrt{R^2-x^2}$④

联立②③④式得 $r=\frac{7}{5}R$

再考虑粒子在电场中的运动。设电场强度的大小为E，粒子在电场中做类平抛运动。设其加速度大小为a，由牛顿第二定律和带电粒子在电场中的受力公式得qE=ma ⑥

粒子在电场方向和直线方向所走的距离均为r，由运动学公式得

$r=\frac{1}{2}at^2$ ⑦

$r=vt$ ⑧

式中t是粒子在电场中运动的时间。联立①⑤⑥⑦⑧式得$E=\frac{14}{5}\frac{qRB^2}{m}$⑨

解析

问题求解:

（1）电场部分需求电场强度，考虑粒子在电场中做类平抛运动，可列出电场方向和垂直于电场方向的两式 。此两式解出需要知道ab的电场方向距离和垂直于电场方向的距离。

（2）由（1）分析可知，我们需要利用粒子在磁场运动的条件解出ab电场方向距离和垂直于电场方向的距离。由粒子在磁场b点速度方向垂直于在磁场a点的方向，可知需作出bc，磁场是圆形的，粒子运动方向也是圆形的，可知两圆的圆形连线是对称轴，作出ab两点粒子运动的半径，根据正方形的几何关系，知$ab=bc=r$。

（3）问题转化为求解r。题中还有圆心O到直线的距离为 $\frac{3}{5}R$条件未使用，作出圆心O到直线的距离Od，利用未知的cd表示r，即可解出答案。

2. 答案（本题提供智能家庭教师服务）

（1）由动能定理得$\frac{1}{2}M{v_M}^2=Ue$ ......①

$U=\frac{M{v_M}^2}{2e}$ ......②

$a=Ee/M=\frac{{v_M}^2}{2L}$ ......③

（2）垂直纸面向外 ......④

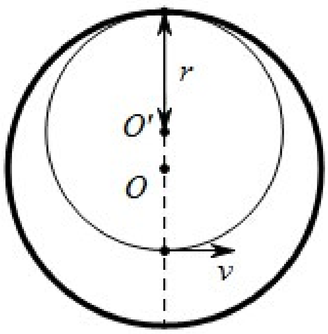
（3）设电子最大运动半径为r

$2r=\frac{3}{2}R$ ......⑤

$eBv=m\frac{v^2}{r}$ ......⑥

所以有$v_0\le v<\frac{3eBR}{4m}$ ......⑦

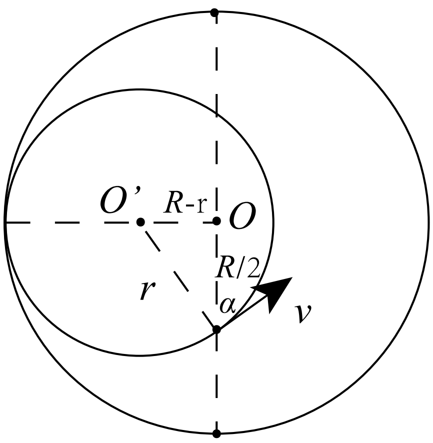
要使⑦式有解，磁感应强度$B>\frac{4mv_0}{3eR}$ ......⑧



（4）如图所示，$OA=R-r$，$OC=\frac{R}{2}$，$AC=r$

根据几何关系得$r=\frac{3R}{4(2-\sin\alpha)}$ ......⑨

由⑥⑨式得$v_{max}=\frac{3eBR}{4m(2-\sin\alpha)}$



解析

问题求解:

（1）由于离子在Ⅱ区中只受到匀强电场的电场力的作用做匀加速直线运动，根据牛顿第二定律可以求出离子加速的加速度。在Ⅱ区中电场力做的功转化为离子的动能，根据动能定理可以求出加速电压的大小。

（2）为取得好的电离效果应该使电子在Ⅰ区不与容器相碰且能达到的区域最大，即使电子做圆周运动的轨迹半径最大，因此沿图2中方向射出电子时，电子朝左偏转时运动的区域更大，根据左手定则可知匀强磁场方向垂直纸面向外。

（3）$\alpha=90°$时，可知电子初速度向右，电子做圆周运动的圆心在OC延长线上，根据几何关系可知电子做圆周运动的最大半径。又知电子做圆周运动的向心力完全由洛伦兹力提供，则根据牛顿第二定律可知电子运动速率与运动半径的关系，将求得的最大运动半径代入即得射出的电子速率的范围。

（4）要取得好的电离效果，则对于不同的出射方向，以最大速率射出电子都要与容器壁相切，因此可以根据几何关系得到电子轨迹半径与容器壁半径及α角大小的关系式，进而求解电子最大速率与α角的关系。注意内切的两个圆中，两个圆心与切点三点共线。

3. 答案

D 【解析】根据题意画出带电粒子的运动轨迹，粒子在磁场中的运动轨迹与 ON 只有一个交点，故轨迹与 ON 相切，粒子出磁场的位置与切点的连线是粒子做圆周运动的直径，大小为$\frac{2mv}{qB}$，根据几何知识可知，粒子离开磁场的出射点到两平面交线 O 的距离 $d=\frac{\frac{2mv}{qB}}{\sin 30°}=\frac{4mv}{qB}$，选项 D 正确.