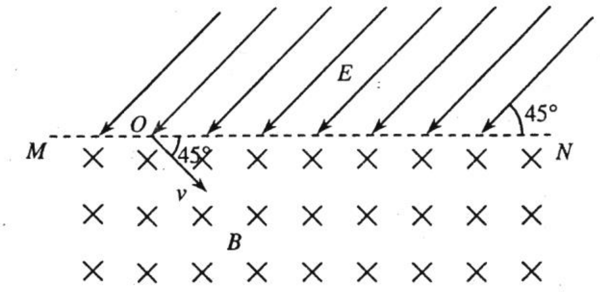
带电粒子在复合场中的运动一

1、如图，直线 MN 上方有平行于纸面且与 MN 成 45° 的有界匀强电场，电场强度大小未知；MN 下方为方向垂直于纸面向里的有界匀强磁场，磁感应强度大小为 B。今从 MN 上的 O 点向磁场中射入一个速度大小为 v、方向与 MN 成 45° 角的带正电粒子，该粒子在磁场中运动时的轨道半径为 R。若该粒子从 O 点出发记为第一次经过直线 MN，而第五次经过直线 MN 时恰好又通过 O 点。不计粒子的重力。求：

(1) 电场强度的大小；

(2) 该粒子再次从 O 点进入磁场后，运动轨道的半径；

(3) 该粒子从 O 点出发到再次回到 O 点所需的时间。



1（16 分）解：粒子的运动轨迹如图，先是一段半径为 R 的 1/4 圆弧到 a 点，接着恰好逆电场线匀减速运动到 b 点速度为零再返回 a 点速度仍为 v，再在磁场中运动一段 3/4 圆弧到 c 点，之后垂直电场线进入电场作类平抛运动。

（1）（本问共 5 分）

易知，$\overline{oc}=2\sqrt{2}R$

类平抛运动的垂直和平行电场方向的位移都为

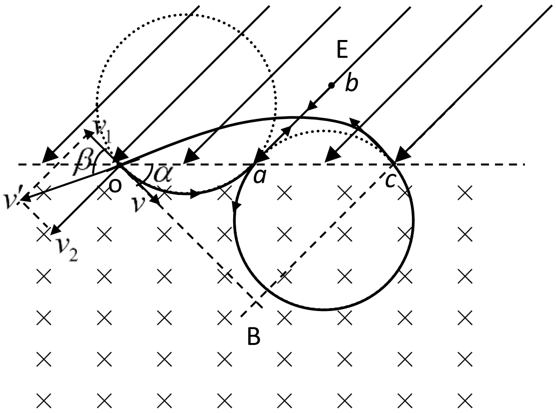
$$s_{\perp}=s_{//}=\overline{oc}\sin 45^{O}=2R \quad ① \quad （1 分）$$

所以类平抛运动时间为

$$t_3=\frac{s_{\perp}}{v}=\frac{2R}{v} \quad ② \quad （1 分）$$

又 $s_{//}=\frac{1}{2}at_3{}^2=\frac{qE}{2m}t_3{}^2$ ③ （1 分）

再者 $R=\frac{mv}{qB}$ ④ （1 分）



由①②③④可得

$$E=vB \quad ⑤ \quad （1 分）$$

（2）（本问共 5 分）

由平抛知识得

$$\tan\beta=2\tan\alpha=2 \quad （1 分）$$

所以 $v_{//}=v\tan\beta=2v$ （1 分）

［或 $v_{//}=at_3=\frac{qE}{m}\frac{2R}{v}=\frac{qvB}{m}\frac{2R}{v}=2v$ （2 分）］

$$v'=\sqrt{v^2+v_{//}^2}=\sqrt{5}v \quad （1 分）$$

则第五次过 MN 进入磁场后的圆弧半径

$$R'=\frac{mv'}{qB}=\sqrt{5}R \quad （2 分）$$

（3）（本问共 6 分）

粒子在磁场中运动的总时间为

$$t_1=\frac{2\pi R}{v}$$ ⑥ （2 分）

粒子在电场中的加速度为

$$a=\frac{qE}{m}=\frac{qvB}{m}$$ （1 分）

粒子做直线运动所需时间为

$$t_2=\frac{2v}{a}=\frac{2mv}{qvB}=\frac{2R}{v}$$ ⑦ （1 分）

由②⑥⑦式求得粒子从出发到第五次到达 0 点所需时间

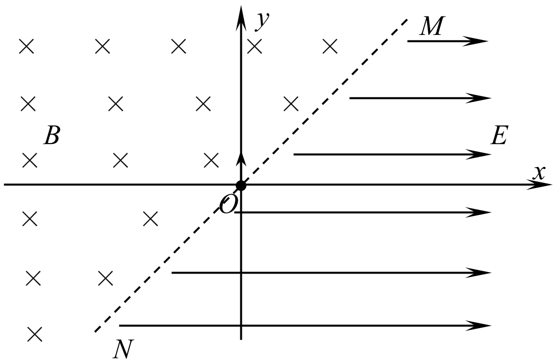
$$t=t_1+t_2+t_3=\frac{2R}{v}(2+\pi)$$ （2 分）

2、如图所示，xoy 为竖直平面直角坐标系，MN 为第Ⅰ、第Ⅲ象限的平分线，在 MN 的左侧有垂直于坐标平面水平向里的匀强磁场，磁感应强度 B＝0.1T，在 MN 右侧有水平向右的匀强电场，电场强度大小 E＝2N/C。现有一个带负电的微粒，从坐标原点 O 沿 y 轴正方向以 v_0=80m/s 的初速度射入磁场，已知微粒的带电量为 $q=2\times10^{-12}$C，质量为 $m=5\times10^{-16}$kg，试求：

⑴带电微粒第一次离开磁场区时的位置坐标；

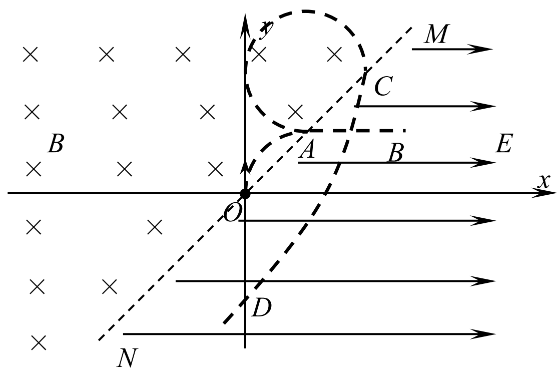
⑵带电微粒第一次越过 y 轴时的位置坐标；

⑶带电微粒从 O 点射出到第一次越过 y 轴时所经历的时间是多长。



解析：

⑴从题设数据中，可以发现微粒重子与电场力和洛伦兹力相比太小，应忽略不计。带电微粒从 O 点射入磁场后，运动轨迹如右图所示。



微粒在磁场中运动过程中：

由 $qv_0B=m\frac{v_0^{\ 2}}{r}$ 得 1 分

$$r=\frac{mv_0}{qB}=0.2\text{ m}$$ 1 分

故第一次离开磁场区时的位置 A 点位置坐标为（0.2m，0.2m） 2 分

⑵当微粒从 C 点离开磁场区时，速度方向竖直向下，在电场力作用下做类平抛运动到达 D 点，则：

$$\begin{cases} 2r = \dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m}t_{CD}^2 \\ 2r + y = v_0 t_{CD} \end{cases}$$ 4 分

解得微粒从 C 到 D 过程中运动时间为：$t_{CD} = 1\times10^{-2}$（s） 1 分

D 点的纵坐标 $y = 0.4$（m） 1 分

⑶微粒在磁场中做圆周运动的周期为 $T=\dfrac{2\pi m}{qB}$

则微粒在磁场运动的总时间：$t_{OA}+t_{AC}=\dfrac{1}{4}T+\dfrac{3}{4}T=1.57\times10^{-2}$（s） 2 分

微粒在电场中运动时间：$t_{AB} = 2\dfrac{v_0}{a} = \dfrac{2mv_0}{qE} = 2\times10^{-2}$（s） 2 分

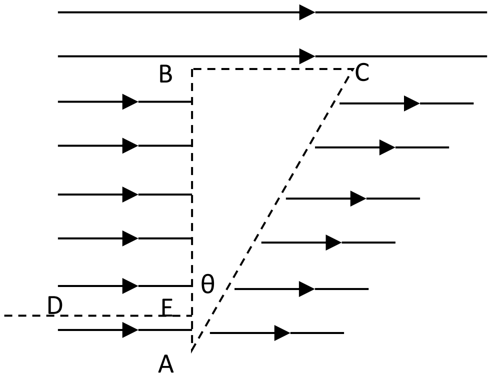
故微粒从 O 点射出到第一次越过 y 轴时所经历的时间

$t = t_{OA} + t_{AB} + t_{AC} + t_{CD} = 4.57\times10^{-2}$（s） 1 分

3、如图所示，ABC 是顶角 θ =37⁰ 的直角三角形，AB 边长为 8.5L，在三角形内部有垂直纸面向里的匀强磁场（图中未画出），磁感应强度的大小为 B，在三角形区域外部有水平向右的匀强电场，强弱未知。虚线 DE 垂直于 AB，E 为垂足，A 点与 DE 的距离为 L，现有一带电量大小为 q，质量为 m 的正电荷，从 DE 上距离 E 点 L 处静止释放，电荷进入磁场后恰好不从 AC 边离开。求：

（1） 电场强度 E 的大小

（2） 求带点粒子到达 AC 延长线的时间



解答：

（1） 如图所示

(R+L)sin θ =R 1 分

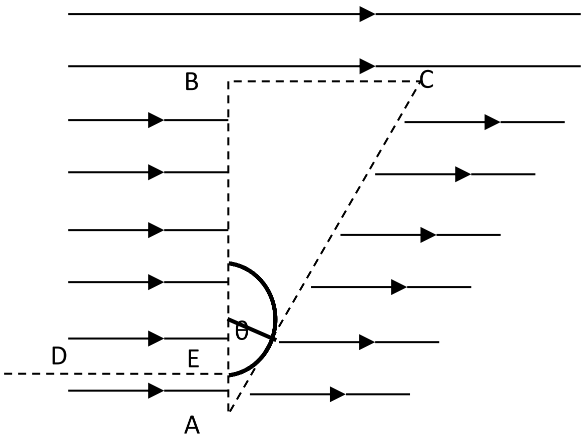
$R = \dfrac{3}{2}L$ 1 分

$R = \dfrac{mv}{qB}$ 1 分

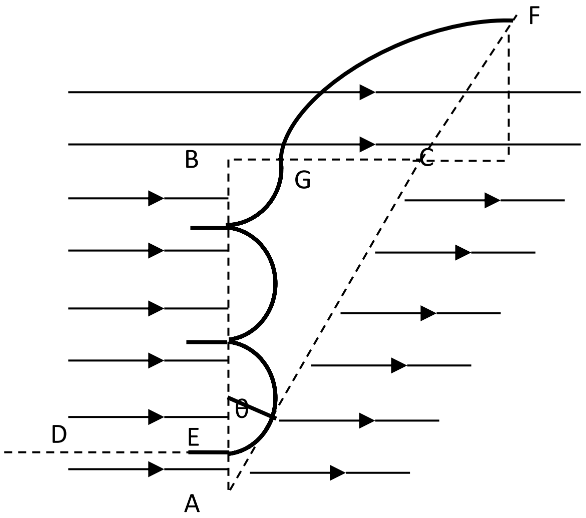
$v = \dfrac{3qBL}{2m}$ 1 分

$qEL = \dfrac{1}{2}mv^2$ 1 分

$E = \dfrac{9qB^2L}{8m}$ 1 分



(2)电荷运动的轨迹如图所示，在 AB 边上经历 2 个半圆周后，从 G 点离开磁场做平抛运动，直到运动到 AC 延长线上的 F 点



设第一次进入电场的时间 t_1

$$t_1=\frac{v}{a}$$ 1 分

$$a=\frac{qE}{m}=\frac{9q^2B^2L}{8m^2}$$ 1 分

得 $t_1=\dfrac{4m}{3qB}$ 1 分

设电场中直线运动的时间为 T_1

$$T_1=5t_1=\frac{20m}{qB}$$ 1 分

带点粒子在磁场中运动的周期 $T=\dfrac{2\pi m}{qB}$ 1 分

在磁场中运动的时间 $T_2=\dfrac{5}{4}T$

得 $T_2=\dfrac{5}{2}\dfrac{\pi m}{qB}$ 1 分

GF 段平抛运动

$x=vt$ 1 分

$y=\dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m}t^2$ 1 分

由图可得

$x\tan\theta+(BC-BG)=y$ 1 分

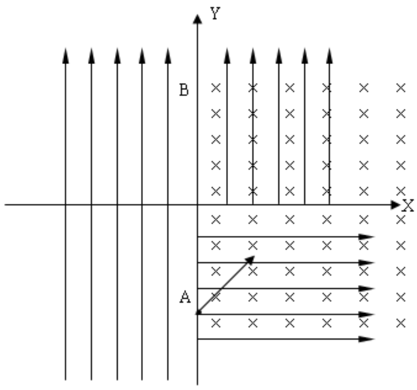
得 $x=\dfrac{3+\sqrt{87}}{2}L$ 1 分

所以，电场中平抛的时间 1 分

$$T_3=\frac{x}{v}$$

得 $T_3=\dfrac{(3+\sqrt{87})m}{3qB}$ 1 分

所以，电荷到达 F 点的总时间为 $T_1+T_2+T_3=\dfrac{m}{qB}(21+\dfrac{5}{2}\pi+\dfrac{\sqrt{87}}{3})$ 1 分

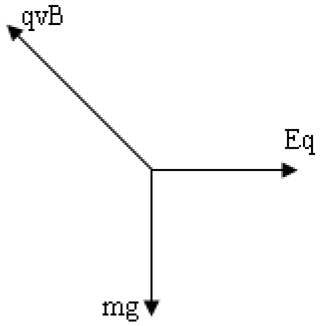


4、某直角坐标系中，在第四象限有一平行与 X 轴正方向相同的匀强电场，其余的所有区域也存在同样大小的匀强电场，但方向与 Y 轴正方向相同，同时在 X 轴的正半轴有垂直纸面

向里的匀强磁场。现一质量 m、电量 q 的电荷以速度 v，45^0 夹角进入该直角坐标系中，如图所示，先做直线运动，后做曲线运动与 Y 轴垂直相交于 B 点。
（1）判断电荷的电性，
（2）电场强度和磁场强度的大小分别是多少
（3）AB 间的距离是多少

（4）为了让电荷能做周期性的运动，在 X 轴的负半轴设计了一个____有界的匀强磁场即可，试求此磁场的面积。

4、（本题 24 分）
（1）由于电荷一开始做直线运动，说明电荷只有做匀速直线运动，由受力分析可得，如图一，说明电荷带正电（4 分）
（2）根据电荷受力平衡，



图一

由 $Eq = mg$　　① （2 分）

得 $E = \dfrac{mg}{q}$　　② （2 分）

由 $qvB = \sqrt{2}mg$　　③ （2 分）

得 $B = \dfrac{\sqrt{2}mg}{qv}$　　④ （2 分）

（3）在第一象限中，重力与电场力平衡后，电荷做的曲线运动是匀速圆周运动

其半径为 $r = \dfrac{mv}{qB} = \dfrac{\sqrt{2}v^2}{2g}$　　⑤ （2 分）

由电荷的运动轨迹如图二所示，所以 AB 间距离为

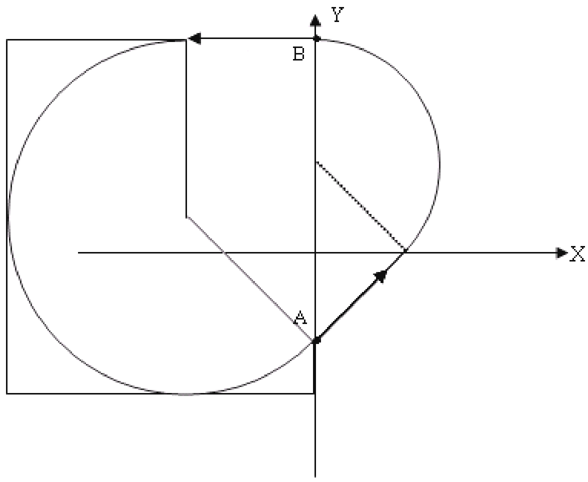
$S_{AB} = (1+\sqrt{2})r = \dfrac{(2+\sqrt{2})v^2}{2g}$　　⑥ （4 分）

（4）由题意可得，电荷先水平的匀速直线运动后匀速圆周运动

其半径为 $(1+\dfrac{\sqrt{2}}{2})R = S_{AB}$ ⑦ （2 分）

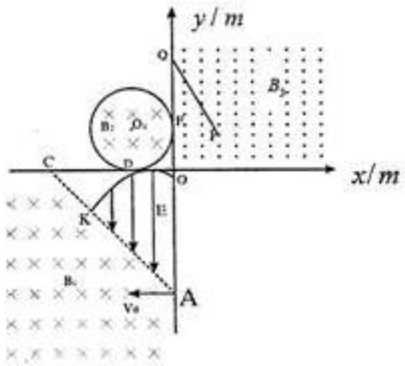
$R = \dfrac{v^2}{g}$ ⑧ （2 分）

所以此____的面积为 $S = R^2 + (1+\dfrac{\sqrt{2}}{2})R^2 = \dfrac{(4+\sqrt{2})v^4}{2g^2}$　　⑨ （2 分）



图二

5、如图所示，在 xOy 坐标系中分布着四个有界场区，在第三象限的 AC 左下方存在垂直纸面向里的匀强磁场 B_1＝0.5T，AC 是直线 y＝-x-0.425（单位：m）在第三象限的部分，另一沿 y 轴负向的匀强电场左下边界也为线段 AC 的一部分，右边界为 y 轴，上边界是满足 $y=-10x^2-x-0.025$（单位：m）的抛物线的一部分，电场强度 E＝2.5N/C。在第二象限有一半径为 r＝0.1m 的圆形磁场区域，磁感应强度 B_2＝1T，方向垂直纸面向里，该区域同时与 x 轴、y 轴相切，切点分别为 D、F。在第一象限的整个空间存在垂直纸面向外的匀强磁场，磁感应强度 B_3＝1T。另有一厚度不计的挡板 PQ 垂直纸面放置，其下端坐标 P（0.1m，0.1m），上端 Q 在 y 轴上，且∠PQF＝30°。现有大量 $m=1\times10^{-6}$kg，$q=-2\times10^{-4}$C 的粒子（重力不计）同时从 A 点沿 x 轴负向以 υ_0射入，且 υ_0取 $0<\upsilon_0<20$m/s 之间的一系列连续值，并假设任一速度的粒子数占入射粒子总数的比例相同。



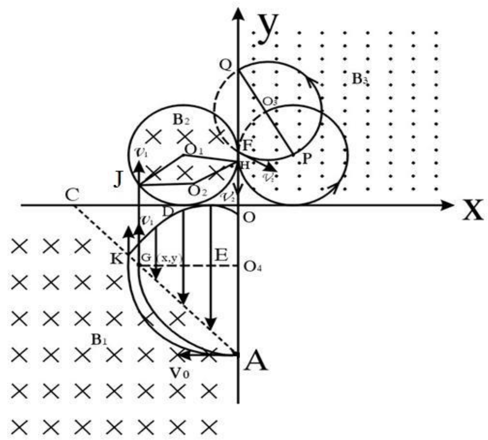
（1）求所有粒子从第三象限穿越 x 轴时的速度；

（2）设从 A 点发出的粒子总数为 N，求最终打在挡板 PQ 右侧的粒子数 N′

5、 【答案】（1）20m/s（2） $N'=\dfrac{\pi/3}{\pi}N=\dfrac{N}{3}$

【解析】（1）设某速度为v_0的粒子从 A 点入射后到达 AC 上的 G 点，因v_0与 AC 成 45^0角，其对应圆心角为 90^0，即恰好经过四分之一圆周，故到达 G 点时速度仍为v_0，方向沿 Y 轴正向．（2 分）

粒子在电场中沿 Y 轴正向加速运动，设 G 点坐标为 G（x，y），刚好穿出电场时坐标为（x，y_1），粒子穿出电场时速度为 v_1，在电场中运动的过程中，由动能定理得：



$E|q|(y_1-y)=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mv_0^2$ （2 分）

而 $y_1=-10x^2-x-0.025$　　　$y=-x-0.425$

又 $|q|v_0B_1=m\frac{v_0^2}{|x|}$ （2 分）

代入数据解得 U，可见粒子穿出电场时速度大小与 x 无关。（3 分）

因 $v_0<20m/s$，由 $|q|v_0B_1=m\frac{v_0^2}{R}$

代入数据得：$R<0.2m$ （1 分）

由数学知识可知，k 点坐标为 k(-0.2m，-0.225m)，故从 A 点射出的所有粒子均从 AK 之间以 20m/s 的速度沿 Y 轴正向射出电场，在到达 X 轴之前粒子作匀速直线运动，故所有粒子从第三象限穿越 X 轴时的速度大小均为 20m/s 的速度沿 Y 轴正向。（1 分）

（2）因为 $r=0.1m$，故离子束射入 B_2 时，离子束宽度刚好与 2r 相等，设粒子在 B_2 中运动轨道半径为 R_2

$|q|v_1B_2=m\frac{v_1^2}{R_2}$，解得 $R_2=r=0.1m$ （2 分）

考察从任一点 J 进入 B_2 的粒子，设从 H 穿出 B_2 磁场，四边形 JO_2HO_1 为菱形，又因为 JO_2 水平，而 $JO_2//HO_1$，故 H 应与 F 重合，即所有粒子经过 B_2 后全部从 F 点离开 B_2 进入 B_3 磁场。对 v_0 趋于 $20m/s$ 的粒子，圆心角∠$JO_2F\to180^0$，故射入 B_3 时速度趋于 Y 轴负向；对 v_0 趋于 0 的粒子，圆心角∠$JO_2F\to0^0$，故射入 B_3 时速度趋于 Y 轴正向，即进入 B_3 的所有粒子速度与 Y 轴正向夹角在 0~180^0 之间。（2 分）

由于 $B_3=B_2$，所以 $R_3=R_2$，由几何关系知：

无限靠近 Y 轴负向射入的粒子轨迹如图所示，最终打在 PQ 板的右侧 O_3；（2 分）
与 Y 轴负向成 60^0 角的粒子刚好经过 P 点到达 Q 点；（1 分）
因此与 Y 轴正向在 0~120^0 之间从 F 点射出的粒子要么打在 PQ 板的左侧，要么打不到板上而穿越 Y 轴离开 B_3。由于是“大量”粒子，忽略打在 P 或 Q 的临界情况，所以最终打在挡板 PQ 右侧的粒子数

$N'=\frac{\pi/3}{\pi}N=\frac{N}{3}$ （2 分）

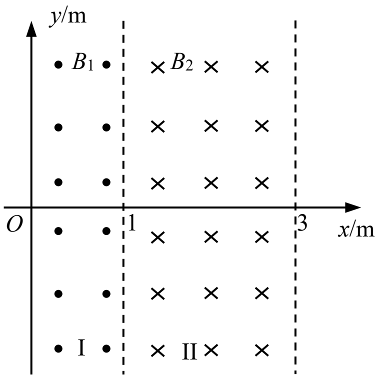
6、如图所示，在平面直角坐标系 O 点处有一粒子源，该粒子源可向 $x\geq0$ 的范围内发射比荷 $\frac{q}{m}=1\times10^8$ C/kg 的带正电粒子，粒子速度范围为 $\frac{c}{10}\sim\frac{c}{3}$($c$ 为真空中的光速)，在 0≤x< 1m 的 I 区域存在垂直于坐标平面向外、磁感强度 B_1=1T 的匀强磁场，在 1m≤x≤3 m 的 II 区域存在垂直坐标平面向里、磁感强度 B_2= 0.5T 的匀强磁场，不计粒子重力。

(1) 速度多大的粒子不可能进入 II 区域？并指出这些粒子在 y 轴上射出的范围。

(2) 对能从(1m, 0)点进入 II 区域的粒子，它在 O 点发射速度的方向(用与 x 轴正向夹角 θ 表示)与其大小满足的什么关系？在 O 点发射的什么方向范围内的粒子才有可能经过(1m, 0)点？

(3) 对在 O 点与 $+y$ 方向成 45°角入射的粒子，在答题卡的图上用圆规和直尺作出它们在 x=3m 边界上射出的范围，并在各射出点标出速度矢量(要求你画的图能表明各速度的矢量长短关系及方向关系)。

(图中要留下清晰的作图痕迹，使阅卷者能看得清你的作图过程，不要求写出作图依据和作图过程)



6、(1) 射入 I 区域的粒子: $qvB_1 = m\dfrac{v^2}{r}$ [1 分]

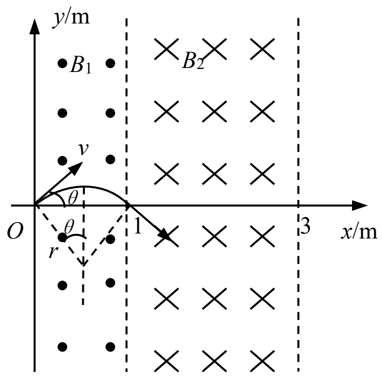
半径 r<0.5m 的粒子不可能进入 II 区域。

解得 $v < 0.5\times10^8\ \text{m/s} = \dfrac{c}{6}$ [2 分]

所以速度 $\dfrac{c}{10}$ 到 $\dfrac{c}{6}$ 之间的粒子不可能进入 II 区域. [1 分]

这些粒子在 y 轴上$-1\text{m} < y < 0$ 范围内射出. [2 分]

(2) 经过(1m , 0)点的粒子轨迹如图所示，由几何关系



得 $r\sin\theta = \dfrac{mv}{qB_1}\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ [2 分]

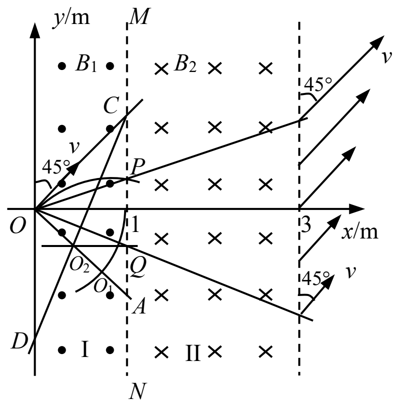
得 $\sin\theta = \dfrac{qB_1}{2mv} = \dfrac{c}{6}\times\dfrac{1}{v}$ [2 分]

当 $v = \dfrac{c}{3}$ 时，$\theta = 30°$ [1 分]

当 $v = \dfrac{c}{6}$ 时，$\theta = 90°$ [1 分]

所以 O 点 30°到 90°范围内发射的粒子才有可能经过(1m,0)点。 [2 分]

(3)



[正确画出最高位置 2 分]
[正确画出最低位置 2 分]
[表示出 v 大小关系 2 分]
[表示出 45°、平行关系 2 分]

图示说明：

O_1、O_2 分别为最高和最低出射点时相对应粒子在 I 区域运动时的圆心；

P、Q 分别为最高和最低出射点时相对应粒子出 I 区域运动时的点；

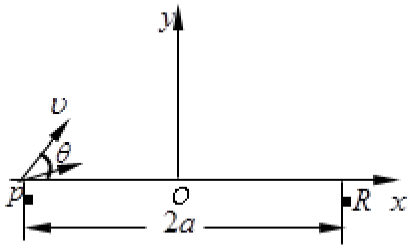
CD 为 $\angle OCA$ 的角平分线，O_2Q 与 MN 垂直。

7、如图所示，P 点与 R 点关于坐标原点对称，距离为 $2a$。有一簇质量为 m、电量为 q 的离子，在 xoy 平面内，从 P 点以同一速率 υ，沿与 x 轴成 θ（$0^0<\theta<90^0$）的方向射向同一个垂直于 xoy 平面的有界匀强磁场，磁感应强度为 B，这些离子的运动轨迹对称于 y 轴，聚焦到 R 点。

（1）求离子在磁场中运动的轨道半径 r

（2）若离子在磁场中运动的轨道半径为 a 时，求与 x 轴成 30° 角射出的离子从 P 点到达 R 点的时间 t

（3）试推出在 $x>0$ 的区域中磁场的边界点坐标 x 与 y 之间满足的关系式



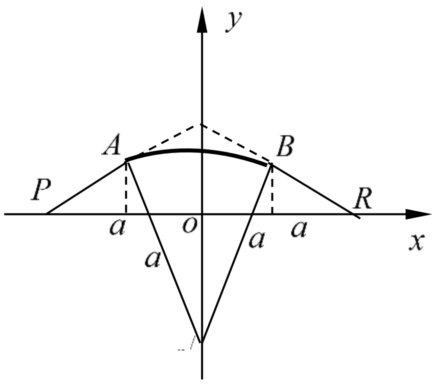
第 14 题图

7、（1）离子进入磁场后，受到洛伦兹力作用，由牛顿第二定律得：

$$Bq\upsilon=m\frac{\upsilon^2}{r}$$ ……（2 分）

$$r=\frac{m\upsilon}{Bq}$$ ……（3 分）

（2）如图所示，由几何关系可得，离子进入磁场 A 点坐标为（$-\frac{a}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{6}a$）离开磁场 B 点坐标为（$\frac{a}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{6}a$）



由几何关系，离子运动的路程为：

$$s=\frac{2\sqrt{3}}{3}a+\frac{\pi}{3}r=\frac{2\sqrt{3}}{3}a+\frac{\pi}{3}a$$ …（3 分）

则 $t=\frac{s}{\upsilon}=\frac{(2\sqrt{3}+\pi)a}{3\upsilon}$

或 $t=\frac{s}{\upsilon}=\frac{(2\sqrt{3}+\pi)m}{3Bq}$ ……（2 分）

（只要过程分析的思路正确，并列出表达式得出结论的均给分。）

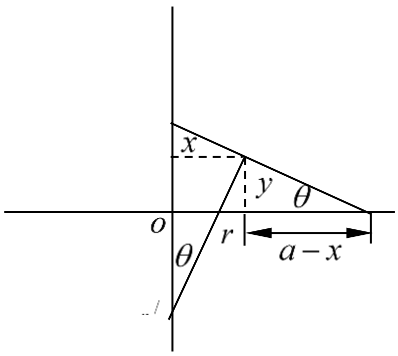
（3）如图所示，设离子运动的轨道半径为 r，在 $x>0$ 的区域内，令离子离开磁场后与 x 轴夹角为 θ。

由几何关系得：$x=r\sin\theta$……（2 分）

$$y=(\frac{a}{\cos\theta}-r\tan\theta)\sin\theta$$ ……（2 分）

代入相关数据并化简得：

$$y=\frac{(ax-x^2)Bq}{\sqrt{m^2\upsilon^2-B^2q^2x^2}}$$ ……（2 分）



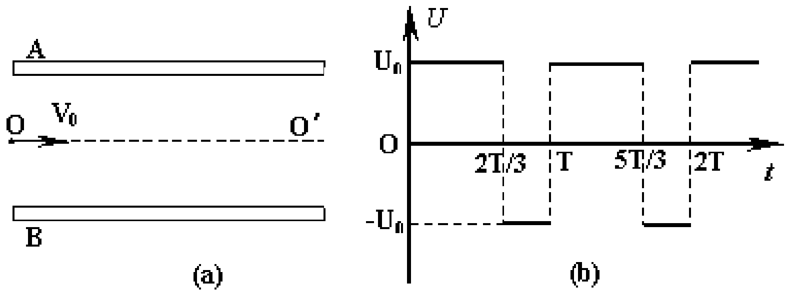
（只要过程分析的思路正确，并列出表达式得出结论的均给分。）

8、 如图(a)所示，平行金属板 A 和 B 间的距离为 d，现在 A、B 板上加上如图（b）所示的方波形电压，t=0 时 A 板比 B 板的电势高，电压的正向值为 U_0,反向值也为 U_0，现有由质量为 m 的带正电且电荷量为 q 的粒子组成的粒子束，从 AB 的中点 O 以平行于金属板方向 OO′的速度 $v_0=\frac{\sqrt{3}qU_0T}{3dm}$ 射入，所有粒子在 AB 间的飞行时间均为 T，不计重力影响。

（1）求粒子打出电场时位置离 O′点的距离范围

（2）求粒子飞出电场时的速度

（3）若要使打出电场的粒子经某一圆形区域的匀强磁场偏转后都能通过圆形磁场边界的一个点处，而便于再收集，则磁场区域的最小直径和相应的磁感应强度是多大？



8、解：（1）当粒子由 t=nT 时刻进入电场，向下侧移最大；

$$S_1=\frac{qu_0T}{2dm}\bullet\left(\frac{2T}{3}\right)^2+\frac{qu_0}{dm}\bullet\left(\frac{2T}{3}\right)\bullet\frac{T}{3}-\frac{qu_0}{2dm}\bullet\left(\frac{T}{3}\right)^2=\frac{7qu_0T^2}{18dm}$$

当粒子由 t=nT+$\frac{2T}{3}$ 时刻进入电场，向上侧移最大；

$$S_2=\frac{qu_0}{2dm}\bullet\left(\frac{T}{3}\right)^2=\frac{qu_0T^2}{18dm}$$

在距离 O′中点下方 $\frac{7qu_0T^2}{18dm}$ 至上方 $\frac{qu_0T^2}{18dm}$ 范围内有粒子打出。

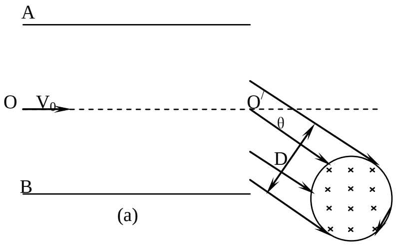
（2）打出粒子的速度都是相同的，在沿电场线方向速度大小：$v_y=\frac{u_0q}{dm}\bullet\frac{T}{3}=\frac{u_0qT}{3dm}$，

所以打出速度大小：$v=\sqrt{v_0^2+v_y^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}u_0qT}{3dm}\right)^2+\left(\frac{u_0qT}{3dm}\right)^2}=\frac{2u_0qT}{3dm}$

方向： $\tan\theta=\frac{v_y}{v_0}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\theta=30°$

（3）要使平行粒子能够交于圆形磁场区域边界且有最小区域时，磁场直径最小值与粒子宽度相等，粒子宽度 $D=\frac{4qu_0T^2}{9dm}\bullet\cos30^0=\frac{2\sqrt{3}qu_0T^2}{9dm}$，

粒子在磁场中作圆周运动有 $Bqv=m\dfrac{v^2}{(D/2)}$，



B=$\dfrac{2\sqrt{3}m}{qT}$，方向垂直纸面

9、如图 a 所示，水平直线 MN 下方有竖直向下的匀强电场，现将一重力不计、比荷 $\dfrac{q}{m}=10^6C/kg$ 的正电荷置于电场中的 O 点由静止释放，经过 $\dfrac{\pi}{15}\times10^{-5}$s 时间以后电荷以，$v_0$=1．5×$10^4$m／s 的速度通过 MN 进入其上方的均匀磁场，磁场与纸面垂直，磁感应强度 B 按图 b 所示规律周期性变化（图 b 中磁场以垂直纸面向外为正．以电荷第一次通过 MN 时为 t=0 时刻）。求：

（1）匀强电场的电场强度 E；

（2）图 b 中 $t=\dfrac{4\pi}{5}\times10^{-5}$s 时刻电荷与 O 点的水平距离；

（3）如果在 O 点正右方 d= 68cm 处有一垂直于 MN 的足够大的挡板，求电荷从 O 点出发运动到挡板的时间。

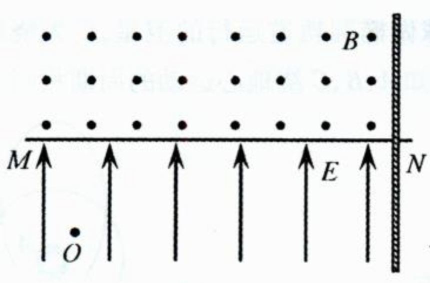


图 a

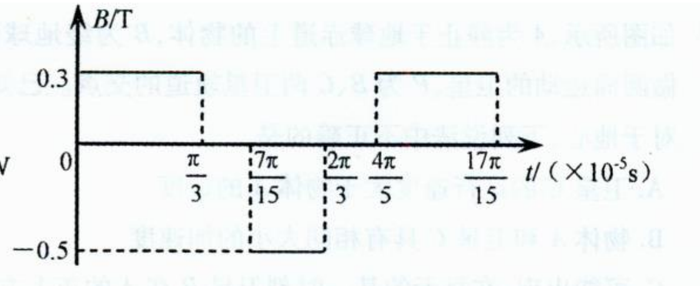


图 b

周期：$T_2=\dfrac{2\pi m}{qB_2}=\dfrac{2\pi m}{qB_2}=\dfrac{2\pi\times10^{-6}}{0.5}s=\dfrac{2\pi}{5}\times10^{-5}s$ （1 分）

故电荷从 t=0 时刻开始做周期性运动，其运动轨迹如右上图所示。

$t=\dfrac{4\pi}{5}\times10^{-5}$s 时刻电荷与 O 点的水平距离：$\Delta d=2(r_1-r_2)=4cm$ （1 分）

（3）电荷从第一次通过 MN 开始，其运动的周期为：$T_B=\dfrac{4\pi}{5}\times10^{-5}s$ （1 分）

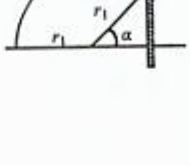
根据电荷的运动情况可知，电荷到达挡板前运动的完整周期数为 15 个，有：

电荷沿 ON 运动的距离：s=15△d=60cm （1 分）

故最后 8cm 的距离如图所示，有：

$r_1+r_1\cos\alpha=d-s$ （1 分）

解得：$\cos\alpha=0.6$,则$\alpha=53°$ （1 分）



故电荷运动的总时间：

$t_总=t_E+15T_B+\dfrac{1}{2}T_1-\dfrac{53°}{360°}T_1$ （1 分）

代入数据得：

$t_总=(12+\dfrac{163}{540})\pi\times10^{-5}s=3.86\times10^{-4}s$ （1 分）

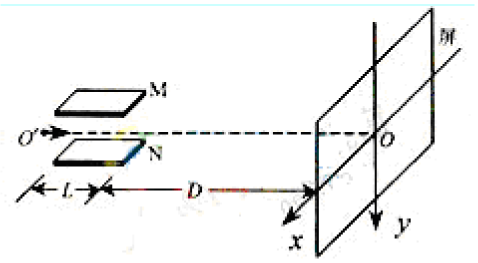
10、质谱分析技术已广泛应用于各前沿科学领域。汤姆孙发现电子的质谱装置示意如图，M、N 为两块

水平放置的平行金属极板，板长为 L，板右端到屏的距离为 D，且 D 远大于 L，O’O 为垂直于屏的中心轴线，不计离子重力和离子在板间偏离 O’O 的距离。以屏中心 O 为原点建立 xOy 直角坐标系，其中 x 轴沿水平方向，y 轴沿竖直方向。

（1）设一个质量为 m_0、电荷量为 q_0 的正离子以速度 v_0 沿 O’O 的方向从 O’点射入，板间不加电场和磁场时，离子打在屏上 O 点。若在两极板间加一沿+y 方向场强为 E 的匀强电场，求离子射到屏上时偏离 O 点的距离 y_0;

(2)假设你利用该装置探究未知离子，试依照以下实验结果计算未知离子的质量数。

上述装置中，保留原电场，再在板间加沿-y 方向的匀强磁场。现有电荷量相同的两种正离子组成的离子流，仍从 O’点沿 O’O 方向射入，屏上出现两条亮线。在两线上取 y 坐标相同的两个光点，对应的 x 坐标分别为 3.24mm 和 3.00mm，其中 x 坐标大的光点是碳 12 离子击中屏产生的，另一光点是未知离子产生的。尽管入射离子速度不完全相同，但入射速度都很大，且在板间运动时 O’O 方向的分速度总是远大于 x 方向和 y 方向的分速度。



11、**解析**：（1）离子在电场中受到的电场力

$$F_y = q_0 E \qquad ① \qquad 1\text{分}$$

离子获得的加速度

$$a_y = \frac{F_y}{m_0} \qquad ② \qquad 2\text{分}$$

离子在板间运动的时间

$$t_0 = \frac{L}{v_0} \qquad ③ \qquad 1\text{分}$$

到达极板右边缘时，离子在 $+y$ 方向的分速度

$$v_y = a_y t_0 \qquad ④ \qquad 1\text{分}$$

离子从板右端到达屏上所需时间

$$t_0' = \frac{D}{v_0} \qquad ⑤ \qquad 1\text{分}$$

离子射到屏上时偏离 O 点的距离

$$y_0 = v_y t_0'$$

由上述各式，得

$$y_0 = \frac{q_0 ELD}{m_0 {v_0}^2} \qquad ⑥ \qquad 2\text{分}$$

（2）设离子电荷量为 q，质量为 m，入射时速度为 v，磁场的磁感应强度为 B，磁场对离子的洛伦兹力

$$F_x = qvB \qquad ⑦ \qquad 2\text{分}$$

已知离子的入射速度都很大，因而离子在磁场中运动时间甚短，所经过的圆弧与圆周相比甚小，且在板间运动时，$O'O$ 方向的分速度总是远大于在 x 方向和 y 方向的分速度，洛伦兹力变化甚微，故可作恒力处理，洛伦兹力产生的加速度

$$a_x = \frac{qvB}{m} \quad ⑧ \quad 2分$$

a_x 是离子在 x 方向的加速度，离子在 x 方向的运动可视为初速度为零的匀加速直线运动，到达极板右端时，离子在 x 方向的分速度

$$v_x = a_x t = \frac{qvB}{m}(\frac{L}{v}) = \frac{qBL}{m} \quad ⑨ \quad 2分$$

离子飞出极板到达屏时，在 x 方向上偏离 O 点的距离

$$x = v_x t' \frac{qBL}{m}(\frac{D}{v}) = \frac{qBLD}{mv} \quad ⑩ \quad 2分$$

当离子的初速度为任意值时，离子到达屏上时的位置在 y 方向上偏离 O 点的距离为 y，考虑到⑥式，得

$$y = \frac{qELD}{mv^2} \quad ⑾ \quad 2分$$

由⑩、⑾两式得

$$x^2 = \frac{k}{m} y \quad ⑿ \quad 2分$$

其中 $k = \frac{qB^2LD}{E}$

上式表明，k 是与离子进入板间初速度无关的定值，对两种离子均相同，由题设条件知，x 坐标 3.24mm 的光点对应的是碳 12 离子，其质量为 $m_1 = 12u$，x 坐标 3.00mm 的光点对应的是未知离子，设其质量为 m_2，由⑿式代入数据可得

$$m_2 \approx 14u \quad ⒀ \quad 2分$$

故该未知离子的质量数为 14。

15

解：（1）电荷在电场中做匀加速直线运动，设其在电场中运动的时间为 t_E，有：

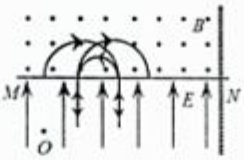
$v_0 = at_E$ （1 分）

又∵ $qE = ma$ （1 分）

解得：$E = \dfrac{mv_0}{qt_E} = \dfrac{4.5}{2\pi} \times 10^4 N/C = 7.2 \times 10^3 \text{N/C}$ （1 分）

（2）当磁场垂直纸面向里时，电荷运动的半径：

$r_1 = \dfrac{mv_0}{qB_1} = \dfrac{10^{-6} \times 1.5 \times 10^4}{0.3} \text{m} = 5\text{cm}$ （1 分）



周期：$T_1 = \dfrac{2\pi m}{qB_1} = \dfrac{2\pi \times 10^{-6}}{0.3} \text{s} = \dfrac{2\pi}{3} \times 10^{-5} \text{s}$ （1 分）

当磁场垂直纸面向外时，电荷运动的半径：

$r_2 = \dfrac{mv_0}{qB_2} = \dfrac{10^{-6} \times 1.5 \times 10^4}{0.5} \text{m} = 3\text{cm}$ （1 分）