

Finance Games 2022

Implied volatility directional forecasting : a machine learning approach

Anna S. - Ayoub V. - Steven W. - Louis B.

ENSAE Institut Polytechnique

16 Octobre 2022

- 1 Introduction
- 2 Données
- 3 Méthodologie
- 4 Apport du coefficient de Hurst
- 5 Résultats et stratégie d'investissement
- 6 Critiques, conclusion et extension

Outline

- 1 Introduction
- 2 Données
- 3 Méthodologie
- 4 Apport du coefficient de Hurst
- 5 Résultats et stratégie d'investissement
- 6 Critiques, conclusion et extension

Prévision de volatilité implicite

L'article présenté par *Vrontos, Galakis et Vrontos*, s'intéresse à la modélisation et la prévision de l'indice de la peur à l'aide d'une procédure d'apprentissage statistiques, notamment de modèle de classifications.

Le but final de cet article est prédire mensuellement l'évolution soit à la hausse soit à la baisse du VIX en s'appuyant sur des données de panel d'une trentaine de variables de marché et économiques. Cette approche permet de se concentrer sur l'aspect directionnel du VIX plutôt que sur son niveau ce qui est suffisant pour proposer des stratégies d'investissement.

Le VIX

L'indice de la peur est amplement scruté par les marchés financiers et peut servir d'input à différents problèmes financiers :

- La construction de stratégies de **trading** de produits dérivés.
- La **couverture** de portefeuilles d'actions, d'obligations et de dérivés.
- La **gestion des risques** via la couverture de portefeuilles, la sensibilisation/désensibilisation de fonds, le risque de liquidité ...
- La recherche de **signaux** d'achat/ de ventes d'actifs.
- ...

Le VIX

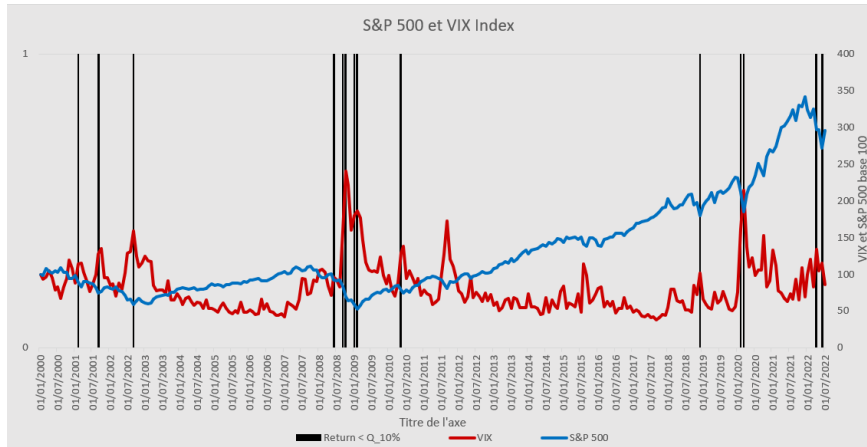
L'indice est calculé par le **CBOE** et accessible par les parties prenantes du marché. Il prend en compte divers variables de marchés sur la place américaine :

- Les prix des options ayant pour sous-jacents les actions du SP 500 à différents strikes.
- Les bid-ask spreads de ces options.
- Les taux d'intérêts sans risques.
- Les prix forwards.

Remarque

Le vieux continent possède aussi son indice de volatilité implicite dénommé **V2X** qui est calculé selon les mêmes conventions et est construit sur les actions de l'EuroStoxx 50.

Le VIX et les marchés financiers



Remarque

Il y a une relation observable graphiquement d'un lien entre les préservations extrêmes de VIX et des rendements du SP 500.

Outline

- 1 Introduction
- 2 **Données**
- 3 Méthodologie
- 4 Apport du coefficient de Hurst
- 5 Résultats et stratégie d'investissement
- 6 Critiques, conclusion et extension

Les données

Les données sont retenues par les auteurs sont à échelle **mensuelle**. Ce choix de granularité permet l'incorporation de variables économique et de sentiment uniquement disponibles à basse fréquence.

Les données ne subissent pas de traitement en amont de l'entraînement des modèles. En effet il n'y a ni stationnarisation, ni normalisation ou correction d'autoregression entre ces dernières.

Un total de **32 variables** sont retenues, ces derniers seront ensuite retardée et les VIX sera lui même retardé portant le modèle à un total de 96 variables.

Les données

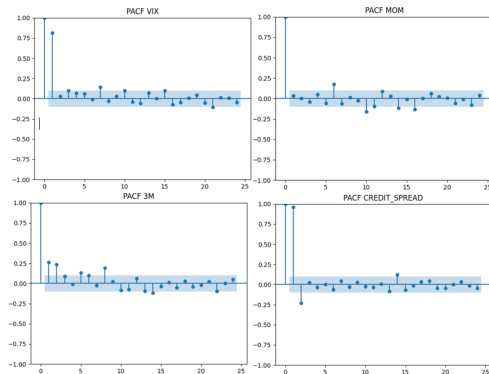
Plusieurs types de données sont incluses au modèle :

- **Données de marché** : *Pétrole, taux courts, taux longs ...*
- **Facteurs** : *Momentum, HML, SMB, Market ...*
- **Indicateurs** : *Bull sentiment, Neutral sentiment, Economic policy uncertainty index ...*

Remarque

Le mode de calcul des indicateurs et facteurs n'est pas renseigné par les auteurs et passent sous silence l'étude d'une éventuellement multi-colinéarité ou cointégration entre ces variables.

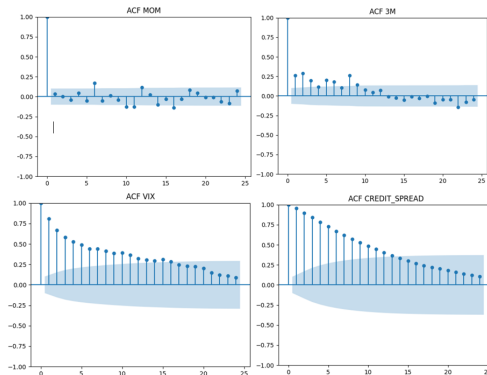
Aperçu de l'auto-corrélation partielle des séries



Remarque

L'analyse des PACF des variables permet globalement de baliser le nombre maximal de retards à 3 tels que présenté dans l'article.

Aperçu de l'auto-corrélation des séries



Remarque

L'analyse des ACF des variables nous conforte dans l'idée de processus autorégressifs mais induits des intuitions de saisonnalité des racines unitaires.

Outline

- 1 Introduction
- 2 Données
- 3 Méthodologie**
- 4 Apport du coefficient de Hurst
- 5 Résultats et stratégie d'investissement
- 6 Critiques, conclusion et extension

Les modèles économétriques

Plusieurs modèles économétriques sont paramétrés en amont de travail d'apprentissage statistiques qui serviront de comparaison et de modèle de références sur la prévision du VIX. Il s'agit de :

- **Modèle AR(1), AR(2), AR(3)**
- **Modèle AR(1) multivarié, AR(2) multivarié, AR(3) multivarié**

Ils ont tous étaient estimés par les auteurs via minimisation de Log-vraisemblance pénalisée par le nombre de variables explicatives. Les critères d'information utilisés sont le AIC et le BIC.

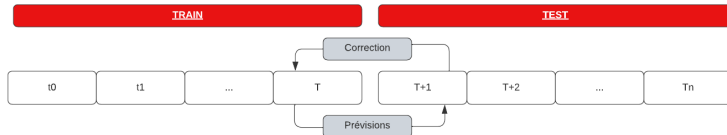
Les modèles de Machine Learning

Plusieurs modèles de classification sont testés sur les jeux de données :

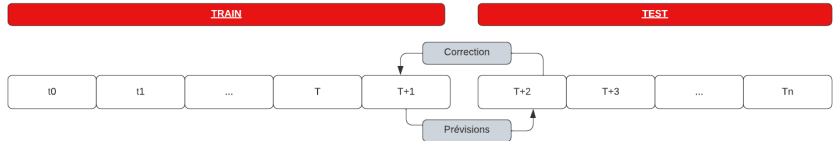
- **Ridge Logit Model**
- **LASSO Logit Model**
- **Elastic Net Logit Model**
- **Discriminant Analysis**
- **Bagging**
- **Random Forest**
- **Adaptative Boosting**
- **Gradient Boosting**
- **KNN**
- **Naive Bayes**

Ils seront tous entraînés et validés récursivement tels que dans l'article.

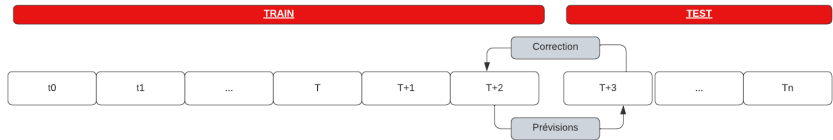
Approche récursive



Modèle corrigé



Modèle corrigé



Modèle corrigé

...

Outline

- 1 Introduction
- 2 Données
- 3 Méthodologie
- 4 Apport du coefficient de Hurst**
- 5 Résultats et stratégie d'investissement
- 6 Critiques, conclusion et extension

Mouvement brownien fractionnaire

Définition

Un mouvement brownien fractionnaire B_H d'exposant de Hurst $0 < H < 1$ est un processus gaussien tel que $B_H = 0$, $\mathbb{E}[B_H(t) = 0]$ et :

$$\mathbb{E}((B_H(t) - B_H(s))^2) = \sigma^2 |t - s|^{2H}$$

Définition intégrale :

$$Y_t = C + B_H(t) = \frac{1}{\Gamma(H + 1/2)} \int_0^t (t - s)^{H-1/2} dB(s)$$

Mouvement brownien fractionnaire

Un mouvement brownien classique est d'exposant de Hurst $H = 1/2$. Plus H est faible, plus le MBf est singulier. Le MBf a des propriétés dépendantes de la valeur de H :

- $H = 1/2$: le MBf est un mouvement brownien classique car les incréments deviennent indépendants de H .
- $H < 1/2$: les incréments sont négativement corrélés. Ceci implique beaucoup de volatilité sur le MBF avec des singularités.
- $H > 1/2$: les incréments sont positivement corrélés. Il y a donc peu de singularité et moins de volatilité.

Remarque

L'autocorrélation du MBF d'autant plus vite avec n que H est faible. De même si $H > 1/2$ l'autocorrélation est d'autant plus forte que H est proche de 1. Dans le cas d'exposant de Hurst au-delà de 0.5 la dépendance est d'autant plus longue que H est grand (persistance de l'autocorrélation positive).

Estimation du coefficient de Hurst

Nous nous sommes basé sur un article de recherche de *Matthieu Garcin* (*Efficiency of the financial markets during the COVID-19 crisis - 2019*) sur les mouvements brownniens fractionnaires afin d'estimer le coefficient de Hurst du SP 500 sur la période d'étude.

$$\hat{H}_k = \frac{1}{k} \log_2 \left(\frac{(t-1) \sum_{i=1}^{t-2} |X_{i+2} - X_i|^k}{(t-2) \sum_{i=1}^{t-1} |X_{i+1} - X_i|^k} \right)$$

Cet article utilise cette estimation du coefficient pour laquelle on a **convergence presque sûre** vers le vrai paramètre.

De plus, un autre article de *Bianchi, Di Sciorrio et Mattera* paru en 2021 (*Forecasting VIX with Hurst Exponent*) met en avant le caractère significatif de l'apport du coefficient de Hurst dans la modélisation du VIX dans un modèle autorégressif.

Outline

- 1 Introduction
- 2 Données
- 3 Méthodologie
- 4 Apport du coefficient de Hurst
- 5 Résultats et stratégie d'investissement**
- 6 Critiques, conclusion et extension

Elastic Net : Sélection des variables

Variable	Lag	Inclusion frequency (# of times)	Inclusion frequency (%)
VIX	1	192	100.00%
MOM EQ	1	192	100.00%
MKT	1	190	98.96%
RVAR	1	135	70.31%
Oil Price	1	49	25.52%
MOM	1	14	7.29%
VIX	3	11	5.73%
QMJ	2	10	5.21%
HMLD	3	10	5.21%
Skew	3	9	4.69%
MOM FI	3	8	4.17%
TS MOM	1	6	3.13%
MOM FX	2	5	2.60%
QMJ	3	4	2.08%
ECU	2	2	1.04%
MOM	2	2	1.04%
Term Spread	1	2	1.04%
TS MOM	3	1	0.52%
MOM FI	2	1	0.52%

	Inclusion of frequency (# of times)	Inclusion of frequency (%)
MKT	85	100,00%
ECU	85	100,00%
VIX_t_1	85	100,00%
RVAR_t_1	85	100,00%
MOMEQ_t_1	85	100,00%
ECU_t_2	85	100,00%
MOMEQ	69	81,18%
ECU_t_1	68	80,00%
MOMFI_t_2	48	56,47%
RVAR	25	29,41%
BULL_BEAR_SPREAD	12	14,12%
NEUT_t_1	7	8,24%

- D'après l'article, les variables explicatives le plus souvent sélectionnées par l'Elastic Net sont le VIX, le facteur Momentum et le facteur Market de Fama-French, chacune retardée d'1 période, ce qui est cohérent avec les constatations empiriques.
- En répliquant le papier, nous avons trouvé des résultats très similaires, à l'exception de l'indicateur de sentiment macroéconomique "ECU" que notre algorithme sélectionne davantage.

Comparaison des stratégies d'investissement : modèle Ridge AUC

Table 7. Machine Learning Techniques: Economic Performance Evaluation—Preselection with Elastic Net ($\alpha = 0.50$).

Method	Strategy	Annual. Return	Annual. Risk	Sharpe Ratio	Sortino Ratio	Downside Risk	Average Drawdown	Alpha (Equity & Cash)	Beta (Equity & Cash)
Ridge AUC	VIX Long	-1.76	70.54	-0.04	-0.08	38.61	-71.33	2.2	-7.23
	Strategy 1	8.57	21.41	0.34	0.33	22.41	-17.38	0.90	-0.63
	Strategy 2	19.88	70.35	0.26	0.34	54.55	-79.37	-0.45	5.97
	Strategy 3	13.69	24.76	0.50	0.78	16.00	-20.41	0.72	1.09
	Strategy Con. 2	16.90	41.19	0.38	0.30	52.61	-58.81	0.34	2.92
	Strategy Con. 3	4.12	14.10	0.20	0.18	15.54	-24.51	0.04	0.90

	Stratégie 1	Stratégie 2	Stratégie 3
performance totale	-100%	-100%	25,58%
performance annualisé	-100%	-100%	3,23%

Comparaison des stratégies d'investissement : modèle LASSO AUC

LASSO AUC	Strategy 1	38.22	42.78	0.86	1.66	22.30	- 20.29	3.51	- 2.36
	Strategy 2	92.65	67.80	1.35	2.12	43.07	- 42.57	4.79	2.51
	Strategy 3	44.77	44.02	0.99	2.16	20.15	- 26.31	3.44	- 0.93
	Strategy Con. 2	59.17	58.25	0.99	1.21	47.77	- 42.61	3.13	2.48
	Strategy Con. 3	28.30	36.51	0.74	1.46	18.48	- 21.32	2.18	- 0.24

	Stratégie 1	Stratégie 2	Stratégie 3
performance	-100%	-100%	24,65%
performance	-100%	-100%	3,12%

Comparaison des stratégies d'investissement : modèle LightGBM (extension)

	Stratégie 1	Stratégie 2	Stratégie 3
performance	-100%	-100%	23,31%
performance	-100%	-100%	2,97%

Comparaison des stratégies d'investissement : modèle AdaBoost

Ada. Boosting	Strategy 1	35.10	39.73	0.85	1.10	30.88	- 19.34	3.47	- 2.81
	Strategy 2	84.26	68.17	1.22	1.50	55.49	- 38.40	4.69	1.62
	Strategy 3	43.25	40.68	1.03	1.64	25.55	- 18.42	3.59	- 1.66
	Strategy Con. 2	85.00	63.48	1.32	1.45	57.61	- 32.12	4.78	1.47
	Strategy Con. 3	42.93	36.92	1.13	2.01	20.76	- 13.98	3.53	- 1.53

	Stratégie 1	Stratégie 2	Stratégie 3
performance	-100%	-100%	22,74%
performance	-100%	-100%	2,90%

Outline

- 1 Introduction
- 2 Données
- 3 Méthodologie
- 4 Apport du coefficient de Hurst
- 5 Résultats et stratégie d'investissement
- 6 Critiques, conclusion et extension**

Conclusions 1/2

- Les résultats des auteurs mettent en exergue qu'un nombre restreint de variables et de lag permettent d'expliquer l'aspect directionnel du VIX d'un mois sur l'autre.
- Les variables les plus retenus (via **Elastic Net Method**) sont le VIX retardé une fois, le facteur Momentum, le facteur Market, les rendements du pétrole, le facteur quality et le facteur High minus Low (Value).
- Les modèles les plus efficaces sont le **Naiv Bayes** et **l'ADABOOST** avec des Accuracy d'environ 65% et une précision d'environ 60% pour les 2 modèles soit un gain de 7% par rapport aux modèles économétrique usuels,

Conclusions 2/2

- Les stratégies d'investissement basées sur les signaux directionnels de VIX issus des modèles montrent une dominance de la stratégie 3 dans nos travaux contre une dominance de la stratégie 2 dans l'article à répliquer.

Critiques

- Une méthodologie à la limite de l'overfitting.
- Faible argumentation du choix des features.
- Non-traitement de la stationnarité et de la co-intégration entre variables (spécialement sur le paramétrage des modèles économétriques) et aucune information quant au feature engineering .

Extensions

Dû à un manque de temps, plusieurs idées que l'on a eu n'ont pu être développées. Les principales extensions auxquelles nous avons pensées sont :

- Considérer la taille de la fenêtre comme un hyper paramètre à optimiser
- Implémenter une fenêtre glissante plutôt qu'un fenêtre expansive
- Débruitage de chaque feature et calcul des corrélations en coefficients d'ondelettes.