Komplexe Zahlen

Konstellation von $\mathbb{C}$:

$R^2 = \{(a,b)|a,b \in \mathbb{R}\}$

$(0,1)^2 = -1$

"imaginäre Einheit:"

$(0,1) = i$

Andere Notation:

$(a,b) \in R^2 = (a,0) + (0,b) = (a,0) + (0,1) \cdot (b,0) = a + i \cdot b$

$\mathbb{C} = \{a + ib|a,b \in \mathbb{R}\}$

Addition:

$(a+ib) + (c+id) = (a+c) + i(b+d)$

Multiplikation:

$(a+ib) \cdot (c+id) = ac + i^2bd + i(ad+bc) = ac - bd + i(ad+bc)$

Begriffe:

$Z = a + ib \in \mathbb{C},\ a,b \in \mathbb{R}$

$a = Re(\mathbb{Z})$

$b = Im(\mathbb{Z})$

wenn $a = 0 \rightarrow Z$ rein imaginär

$Z = a + ib \rightarrow \overline{Z} = a - ib$

$\overline{Z}$ ist die zu Z konjugierte komplexe Zahl

Nützliches:

$Z \cdot \overline{Z} = (a+ib) \cdot (a-ib) = a^2 + b^2$

$|Z| = \sqrt[2]{a^2 + b^2}$

$\overline{Z + W} = \overline{Z} + \overline{W}$

$\overline{Z \cdot W} = \overline{Z} \cdot \overline{W}$

$Re(Z) = \frac{1}{2}(Z + \overline{Z})$

$Im(Z) = \frac{1}{2i}(Z - \overline{Z})$

Dreiecksgleichung:

$Z, W \in \mathbb{C} \Rightarrow |Z + W| \leq |Z| + |W|$

Invertieren: (komplexe Zahl aus Nenner raus bekommen)

$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{a+bi}{c+di} \cdot \frac{c-di}{c-di} = \frac{ac+bd+i(cb-ad)}{c^2+d^2}$