- $\left|diag(\lambda_1, \dots, \lambda_n)\right| = \prod_{i=1}^{n} \lambda_i \leftarrow$ gilt auch für obere- und untere- Δ-Matrizen
- $det(A) = det(A^T) \ \ \forall A \in K^{n \times n}$
- Determinantenmultiplikationssatz:
$$det(A \cdot B) = det(A) \cdot det(B) \ \ \forall A, B \in K^{n \times n}$$
- $det(A^{-1}) = \frac{1}{det(A)}$
- $det(A^k) = det(A)^k$

Laplace'scher Entwicklungssatz:

Vorab:

Streichungsmatrix:

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1,m} & a_{2,m} & \cdots & a_{n,m} \end{pmatrix} \rightarrow \underbrace{A_{1,1} = \begin{pmatrix} a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{2,m} & \cdots & a_{n,m} \end{pmatrix}}_{A_{i,j} \rightarrow \text{Zeile } i \text{ und Spalte } j \text{ weglassen}}$$

$$A = (a_{i,j}) \rightarrow det(A) = \begin{cases} \displaystyle\sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} \cdot a_{i,j} \cdot det(A_{i,j}) & \text{Entwicklung nach } i\text{-ter Zeile} \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+j} \cdot a_{i,j} \cdot det(A_{i,j}) & \text{Entwicklung nach } j\text{-ter Spalte} \end{cases}$$

Determinante und elementare Zeilenumformungen

$P_{i,j}$ = Permutationsmatrix
$$det(P_{i,j} \cdot A) = det(P_{i,j}) \cdot det(A) = -det(A)$$

$D_i(\lambda)$ = Multiplikation einez Zeile mit λ
$$det(D_i(\lambda) \cdot A) = det(D_i(\lambda)) \cdot det(A) = \lambda \cdot det(A)$$

$N_{i,j}(\lambda)$ = Addition des λ-fachen der j-ten Zeile zur i-ten Zeile
$$det(N_{i,j}(\lambda) \cdot A) = det(N_{i,j}(\lambda)) \cdot det(A) = det(A)$$

$det(\lambda \cdot A) = \lambda^n \cdot det(A) \ \forall A \in K^{n \times n}$

Blockdiagonalmatrizen

A, B quadratisch $\rightarrow \begin{vmatrix} A & C \\ 0 & B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & 0 \\ C & B \end{vmatrix} = |A| \cdot |B|$

$$det(A) \neq 0 \Leftrightarrow A \text{ invertierbar } \forall A \in K^{n \times n}$$