

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО
Физико-механический институт
Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики

Отчет по курсовому проекту
по курсу:
ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

на тему:

Исследование нестационарного поля температур в плоской неограниченной
пластине с использованием метода Фурье

Работу выполнил:
студент группы 5030301/10002
Тугай В.В.

Преподаватель:
к.т.н., доц. Плетнев А.А.

Санкт-Петербург
2023

Содержание

- 1) Физическая постановка задачи
- 2) Математическая постановка задачи
- 3) Метод решения
- 4) Тестовый расчет
- 5) Результаты решения задачи
- 6) Выводы
- 7) Приложение

Физическая постановка задачи

Плоская неограниченная пластина из бронзы толщиной 60 см испытывает конвективный теплообмен с окружающей средой (с обеих сторон пластины интенсивность конвективного теплообмена одинакова). В начальный момент времени температура пластины постоянна во всем сечении и равна 500 °С. Температура окружающей среды 130 °С. Найти распределение температуры пластины в зависимости от координаты и времени для трех значений коэффициента конвективной теплоотдачи:

$$\alpha_1 = 35 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}; \quad \alpha_2 = 400 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}; \quad \alpha_3 = 25000 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

T – температура пластины, К

T_w – температура на границе пластины, К

T_e – температура окружающей среды, К

T_0 – начальная температура пластины, К

τ – время, с

x – координата, м

δ – толщина пластины, м

q – плотность теплового потока, Вт/м²

a – коэффициент конвективной теплоотдачи, Вт/(м²×К)

Материал пластины: бронза. Физические свойства материала и значения физических величин (Вариант-7):

$$\rho^{(1)} = 8600 \text{ кг/м}^3$$

$$c^{(2)} = 380 \text{ Дж/(К}\cdot\text{кг)}$$

$$\lambda = 110 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$$

$$\delta = 0.6 \text{ м}$$

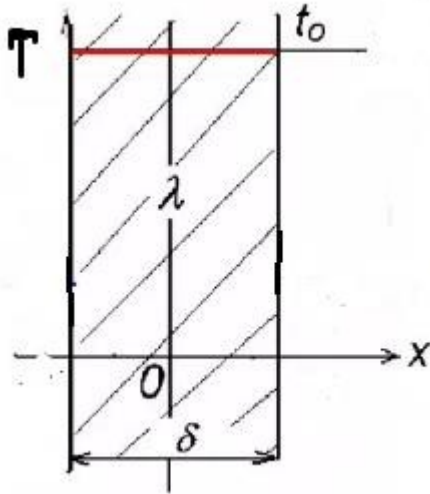
$$T_e = 130 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_0 = 500 \text{ }^\circ\text{C}$$

⁽¹⁾ <http://ru.solverbook.com/spravochnik/ximiya/plotnost/plotnost-bronzy/>

⁽²⁾ <http://thermalinfo.ru/eto-interesno/tablitzy-udelnoj-teploemkosti-veshhestv>

Математическая постановка задачи



Начало координат – в центре пластины.

Искомая функция – температура, которая зависит от двух переменных: координаты и времени

$$T = T(\tau, x)$$

Плотность теплового потока (закон Фурье) : $q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}$, или $q = -\lambda \text{grad} T = -\lambda \nabla T$, где λ — коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К)

Начальное условие (НУ):

$T(0, x) = T_0$ – однородный профиль температуры

Граничные условия (ГУ):

$$\frac{\partial T}{\partial x}(\tau, 0) = 0 \text{ – ГУ симметрии}$$

$$q|_{x=\frac{\delta}{2}} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}|_{x=\frac{\delta}{2}} = \alpha(T_w - T_e) \text{ – ГУ 3-го рода}$$

Переход к безразмерным величинам:

$$X = \frac{2x}{\delta} \text{ — безразмерная координата (} X \in [0, 1] \text{)}$$

$$\theta = \frac{T - T_e}{T_0 - T_e} \text{ — безразмерная избыточная температура (} \theta \in [0, 1] \text{)}$$

$$Fo = \frac{\tau}{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2 \frac{\lambda}{cp}} \text{ — критерий Фурье (безразмерное время)}$$

$$Bi = \frac{\alpha \delta}{2\lambda} \text{ — число Био (безразмерный коэффициент теплоотдачи)}$$

Уравнение теплопроводности в безразмерных величинах:

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}$$

$$\text{НУ и ГУ в безразмерных величинах: } \begin{cases} \theta(0, X) = 1 \\ \frac{\partial \theta}{\partial X}(Fo; 0) = 0 \\ -\frac{\partial \theta}{\partial X}(Fo; 1) = Bi\theta \end{cases}$$

Метод решения

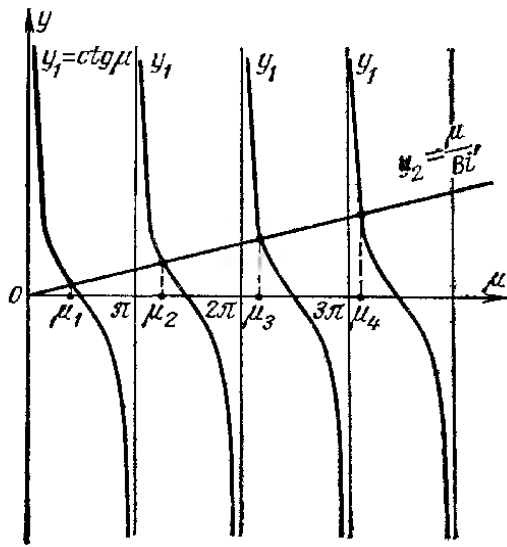
Решение дифференциального уравнения $\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}$ будем искать в виде произведения двух функций, одна из которых является функцией только переменной Fo , а другая – только X : $\theta = f(Fo, X) = \varphi(Fo) \psi(X)$.

После подстановки в уравнение теплопроводности: $\varphi'(Fo) \psi(X) = \psi''(X) \varphi(Fo)$. Уравнение можно записать следующим образом: $\frac{\psi''(X)}{\psi(X)} = \frac{\varphi'(Fo)}{\varphi(Fo)} = \text{const} = -\mu^2$. Имеем: $\varphi' + \mu^2 \varphi = 0$ и $\psi'' + \mu^2 \psi = 0$. Решив эти Д.У., получаем: $\varphi(Fo) = A_1 e^{-\mu^2 Fo}$, $\psi(X) = A_2 \cos(\mu X) + A_3 \sin(\mu X)$

Используя граничное условие при $X=0 \Rightarrow A_3=0$. Если $A_1 \cdot A_2 = A$, то искомая функция $\theta = f(Fo, X)$ имеет вид: $\theta = A e^{-\mu^2 Fo} \cos(\mu X)$.

Используя граничное условие при $X=1$ получаем:

$$-\theta'_X \Big|_{X=1} = A e^{-\mu^2 Fo} \sin(\mu X) \Big|_{X=1} = Bi \theta = Bi A e^{-\mu^2 Fo} \cos(\mu X) \Big|_{X=1}, \quad \text{ctg}(\mu) = \frac{\mu}{Bi}$$



Из графического анализа уравнения следует, что при каждом значении Bi существует бесконечное множество корней.

Тогда при $Bi \rightarrow \infty \mu_n = \frac{\pi}{2} + \pi(n-1)$, а при $Bi \rightarrow 0 \mu_n = \pi(n-1)$, т.е. $\mu_n \in (\pi(n-1), \pi(n-\frac{1}{2}))$.

Для каждого μ_n имеем частное решение

вида: $\theta = A e^{-\mu_n^2 Fo} \cos(\mu_n X)$

Общее решение $\theta = f(Fo, X)$ есть сумма всех частных решений, представляющая собой быстро сходящийся ряд:

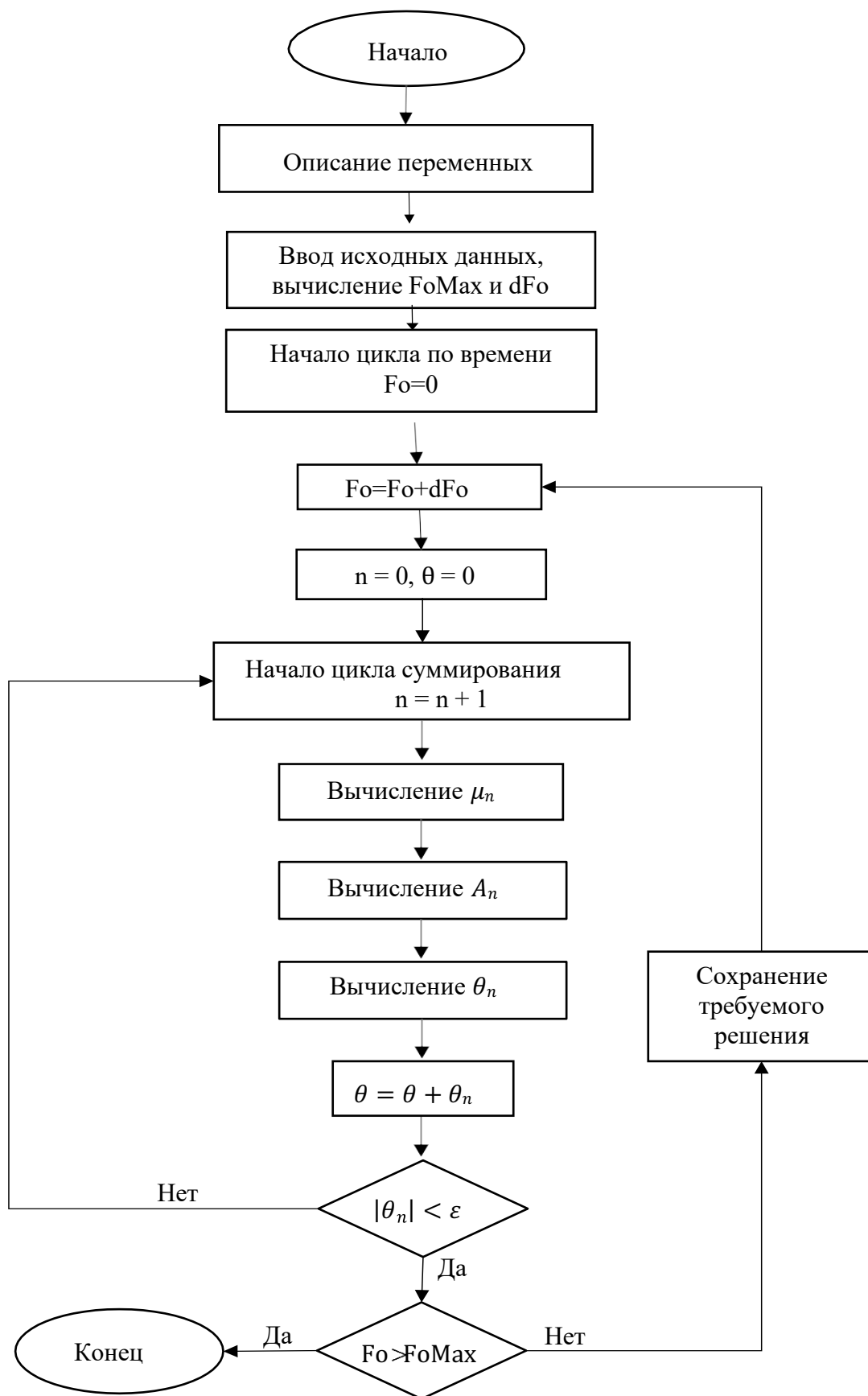
$$\theta = \sum_{n=1}^{+\infty} A e^{-\mu_n^2 Fo} \cos(\mu_n X) \quad (1)$$

где $A_n = \frac{2 \sin(\mu_n)}{\mu_n + \sin(\mu_n) \cos(\mu_n)}$ – может быть определено из начального условия.

Тогда полученное решение можно записать так:

$$\theta = \sum_{n=1}^{+\infty} \theta_n, \quad \text{где} \quad \theta_n = A_n e^{-\mu_n^2 Fo} \cos(\mu_n X)$$

Блок-схема вычислительной программы (внешний цикл по F_0)



Тестовый расчет

Для значений $X=0$, $Fo=6$, $Bi=0.45$, урезанная программа для тестирования (в ней осуществляется лишь расчет θ при заданных значениях X , Fo , Bi) выдает значение $\theta=0.102$; для $X=0$, $Fo=3$, $Bi=0.5$: $\theta=0.297$; для $X=0$, $Fo=8$, $Bi=0.6$: $\theta=0.02$; данные значения θ соответствуют монограмме (см. Приложение 2). Отсюда делаем вывод, что программа работает исправно.

Результат решения задачи

На рисунках 1 и 2 изображены зависимости температуры от времени для трех разных сечений пластины ($x=0$; $x=\delta/4$; $x=\delta/2$) при $Bi=0.0955$ и $Bi=68.2$. На рисунках видно, что с увеличением значения параметра Bi уменьшается время, необходимое для достижения теплового равновесия. График зависимости температуры от времени для $x=\delta/2$ испытывает резкий спад, а для $x=\delta/4$ и $x=0$ графики асимптотически приближаются к температуре, соответствующей состоянию теплового равновесия. На рисунках 3, 4 и 5 изображены зависимости температуры от координаты для трех разных временных точек ($t=0.1 \cdot Fo_{\max}$; $t=0.5 \cdot Fo_{\max}$; $t=0.9 \cdot Fo_{\max}$) при $Bi=0.0955$, $Bi=1.091$ и $Bi=68.2$. На рисунках видно, что с увеличением значения параметра Bi разница температуры между центром пластины и ее краем возрастает, и при приближении к точке времени Fo_{\max} температура в точках пластины приближается к значениям температуры в момент теплового равновесия.

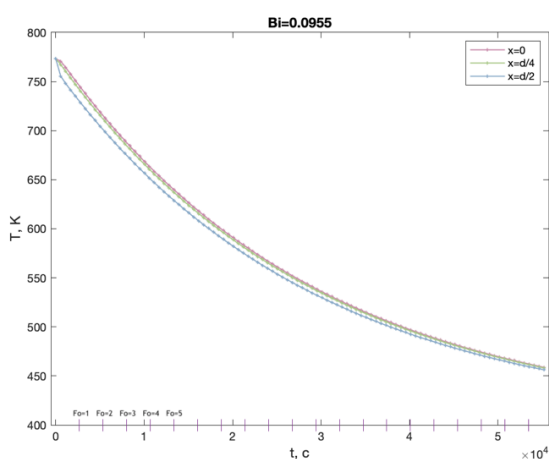


Рисунок 1
Зависимость температуры от
времени при $Bi=0.095$

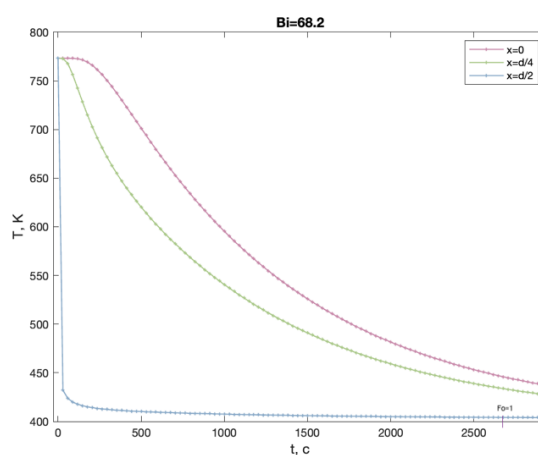


Рисунок 2
Зависимость температуры от
времени при $Bi=68.2$

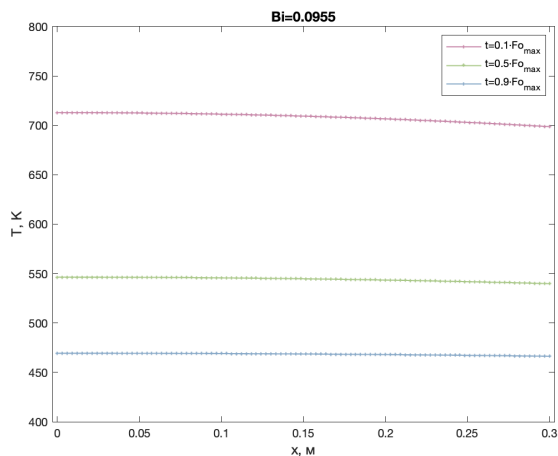


Рисунок 3
Зависимость температуры от
координаты при $Bi=0.095$
 $Fo_{\max} = 55752$ с

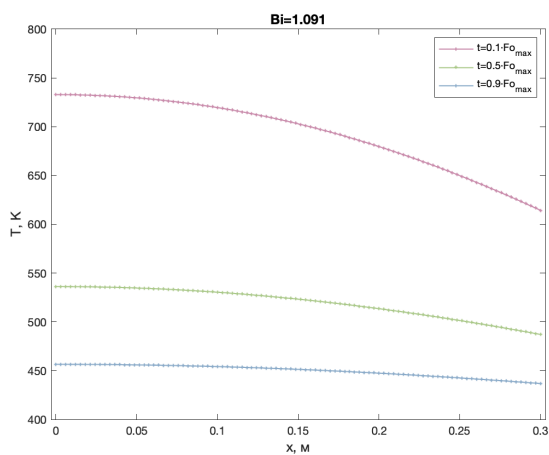


Рисунок 4
Зависимость температуры от
координаты при $Bi=1.09$
 $Fo_{\max} = 7750$ с

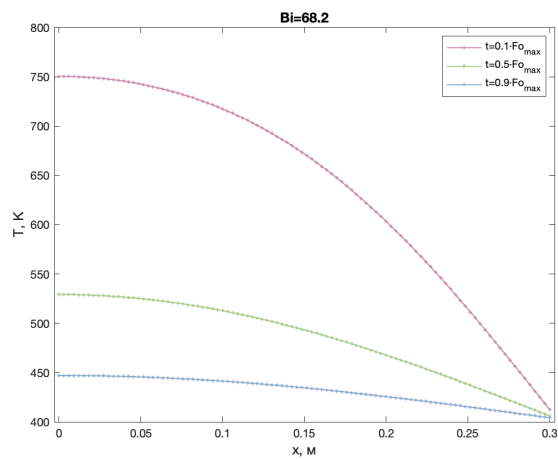


Рисунок 5
Зависимость температуры от
координаты при $Bi=68.2$
 $Fo_{\max} = 2941$ с

Выводы

В ходе решения поставленной задачи был изучен метод Фурье. Решение задачи данным методом было реализовано на языке программирования Fortran (см. Приложение 1), результаты программы представлены в виде графиков с использованием пакета Matlab.

При больших значениях Bi ($Bi > 10$) температура быстрее стремится к положению равновесия, нежели в сравнении с малыми ($Bi < 0.1$) значениями (см. Рисунок 1 и 2). Так же при малых значениях данного параметра распределение температуры по пластине можно назвать равномерным, в отличии от больших значений (см. Рисунок 3 и 5).

Число членов ряда (1) (см. Метод решения) также зависит и от значения параметра Bi – при малых Bi число членов ряда меньше, при больших же – больше. При точности $\varepsilon = 10^{-12}$ для расчета температуры при малых Bi и при малых, средних и больших числах Фурье требуется 2, 1 и 1 члена ряда соответственно, при больших же значениях Bi – 5, 2 и 2 члена ряда соответственно (см. Приложение 3).

Будем считать, что тепловое равновесие – момент времени $t_{\text{равн}}$, в котором безразмерная температура в центре пластины достигает значения 0,1 (см. Приложение 4 и 5). Тогда:

При $Bi = 0.0955$: $t_{\text{равн}} = 67008$ с

При $Bi = 68.2$: $t_{\text{равн}} = 2838$ с

Приложение

1) Основная программа

```
module functions
contains

real*16 Function f(Mu, Bi) result(res)
real*16 :: Mu, Bi

res=(cos(Mu))/(sin(Mu))-(Mu/Bi) !function for bisection

end function

real*16 Function A_f(Mu) result(res)
real*16 :: Mu

res=(2*sin(Mu))/(Mu+sin(Mu)*cos(Mu)) !function for A

end function

real*16 Function O_f(Mu, A, Fo, X) result(res)
real*16 :: Mu, A, Fo, X

res=A*exp( (-1)*Fo*(Mu**2))*cos(Mu*X) !function for theta

end function

end module

module methods
contains

real*16 Function bis(n, E, Bi) result(res) !bisection
use functions
real*16 :: E, a_Mu, b_Mu, c_Mu, f1, f2, check, pi=3.1415926535897932, Bi, delt, n_r
integer :: n, i

n_r=real(n, 16)
a_Mu=pi*(n_r-1)
b_Mu=pi*(n_r-0.5)
f1=f(b_Mu, Bi)
do i=1,1000
    c_Mu=(a_Mu+b_Mu)/2.0
    f2=f(c_Mu, Bi)
    check=f1*f2
    if (check>0) then
        b_Mu=c_Mu
        f1=f2
    elseif (check<0) then
        a_Mu=c_Mu
    elseif (check==0) then
        a_Mu=c_Mu
    end if
end do
```

```

        b_Mu=c_Mu
    end if
    delt=abs(a_Mu-b_Mu)
    if (delt<E) exit
end do
res=c_Mu !saving result
end function

character(len=20) function str(k) !function for translating integer to string
    integer, intent(in) :: k
    write (str, *) k
    str = adjustl(str)
end function

subroutine Fourier(check1, Te, T0, delta, alpha, lambda, cp, p, E)
use functions
implicit none
real*16 Te, T0, delta, lambda, cp, p, 0, Bi, Mu, A, Fo, X, Fo_max, d, check, E, en,
param, st, time_01
real*4 Bi_wr
integer :: i, j, n, check1, k, u, h, alpha, start, Fo_points
real*16, allocatable, dimension (:) :: 0_n, T, tau, xx,tau_points

Bi=(alpha*delta)/(2*lambda)
write(*,'(F7.4)') Bi
if (Bi<0.5) then !Fo_max based on Bi
    Bi_wr=anint(Bi*10000)/10000
elseif (Bi>10) then
    Bi_wr=anint(Bi*10)/10
else
    Bi_wr=anint(Bi*1000)/1000
end if
if (Bi<1.25) then
    Fo_max=3.11*Bi**(-0.81)
elseif (Bi>20) then
    Fo_max=1.1
else
    Fo_max=2.76*Bi**(-0.31)
end if
if (check1==0) then
    d=Fo_max/100
    en=Fo_max
    write(13,*) alpha, Bi_wr
else
    d=1.0/99
    en=1.0
    write(14,*) alpha, Bi_wr
end if

if (check1==0) then
    allocate(tau_points(100))
    open(15, file='bin/res/time/fo_points_alpha'//trim(str(alpha))//'.txt')

```

```

do Fo_points=1,100
  if (Fo_points>Fo_max) exit
  tau_points(Fo_points)=(Fo_points*cp*p*(delta**2))/(4*lambda)
  write(15,*) Fo_points, tau_points(Fo_points), 400
end do
deallocate(tau_points)
end if

do k=1,3 !do for 3 points (x=0, x=d/4 and x=d/2 or Fo=0.1*Fo_max, Fo=0.5*Fo_max or
Fo=0.9*Fo_max)
  allocate(O_n(100))
  allocate(T(100))
  T(1)=(T0-Te)+Te
  if (check1==0) then !opening files for results
    allocate(tau(100))
    tau(1)=0
    open(10,
file='bin/res/time/alpha'//trim(str(alpha))//'_point'//trim(str(k))//'_temp.txt')
    open(11,
file='bin/res/time/alpha'//trim(str(alpha))//'_point'//trim(str(k))//'_time.txt')
    write(10,*) T(1)
    write(11,*) tau(1)
    start=2
  else
    allocate(xx(100))
    open(10,
file='bin/res/coord/alpha'//trim(str(alpha))//'_point'//trim(str(k))//'_temp.txt')
    open(12,
file='bin/res/coord/alpha'//trim(str(alpha))//'_point'//trim(str(k))//'_coord.txt')
    start=1
  end if

  if (k==1)then !param=static time or coordinate
    if (check1==0) then
      param=(2*0)/delta
      write(*,'(a40,$)')'for point (x=0) iterations='
    else
      param=Fo_max*0.1
      write(*,'(a40,$)')'for point (0.1*Fo_max) iterations='
    end if
  elseif (k==2) then
    if (check1==0) then
      param=(2*(delta/4))/delta
      write(*,'(a40,$)')'for point (x=delta/4) iterations='
    else
      param=Fo_max*0.5
      write(*,'(a40,$)')'for point (0.5*Fo_max) iterations='
    end if
  elseif (k==3) then
    if (check1==0) then
      param=(2*(delta/2))/delta
      write(*,'(a40,$)')'for point (x=delta/2) iterations='
    else
      param=Fo_max*0.9
      write(*,'(a40,$)')'for point (0.9*Fo_max) iterations='

```

```

        end if
    end if

    st=0
    if (check1==1) then
        st=-d
    end if
    do j=start,100
        st=st+d !st=dynamic time or coordinate
        n=0
        O=0
        O_n(j)=0
        check=1
        do h=1,1000
            n=n+1
            Mu=bis(n, E, Bi)
            A=A_f(Mu)
            if (check1==0) then
                O=O_f(Mu, A, st, param)
            else
                O=O_f(Mu, A, param, st)
            end if
            O_n(j)=O_n(j)+O
            check=abs(O)
            if (check<E) then
                n=n-1
                exit
            end if
        end do
        T(j)=O_n(j)*(T0-Te)+Te
        if (check1==0) then
            tau(j)=(st*cp*p*(delta**2))/(4*lambda) !real time
            write(10,*) T(j)
            write(11,*) tau(j)
        else
            xx(j)=(st*delta)/2.0 !real coordinate
            write(10,*) T(j)
            write(12,*) xx(j)
        end if
        if (st>en) exit
    end do
    close(10)
    if (check1==0) then
        close(11)
    else
        close(12)
    end if
    deallocate(O_n)
    deallocate(T)
    if (check1==0) then
        deallocate(tau)
    else
        deallocate(xx)
    end if
    write(*,'(i2)') n !number of iterations for |theta|<eps

```

```

end do

end subroutine

end module

program main
use functions
use methods
implicit none

real*16 Te, T0, delta, lambda, cp, p, E
integer, allocatable, dimension (:) :: alpha_n
integer :: check1, n, i, alpha

Te=130.0+273.15
T0=500.0+273.15
delta=0.6
lambda=110.0
cp=380.0
p=8600.0
E=0.0000000000001

n=3
allocate(alpha_n(n))

alpha_n(1)=35
alpha_n(2)=400
alpha_n(3)=25000

open(13, file='bin/res/time/bi_alpha.txt')
open(14, file='bin/res/coord/bi_alpha.txt')

check1=1 !static Fo
write(*,*) 'T(x)'
write(*,*)
do i=1,n
    alpha=alpha_n(i)
    write(*,'(A7,$)') 'Bi='
    call Fourier(check1, Te, T0, delta, alpha, lambda, cp, p, E)
    write(*,*)
end do

check1=0 !static X
write(*,*) 'T(t)'
write(*,*)
alpha=alpha_n(1)
write(*,'(A7,$)') 'Bi='
call Fourier(check1, Te, T0, delta, alpha, lambda, cp, p, E)
write(*,*)
alpha=alpha_n(n)
write(*,'(A7,$)') 'Bi='
call Fourier(check1, Te, T0, delta, alpha, lambda, cp, p, E)

```

```

close(13)
close(14)

end program

```

2) Урезанная программа для тестирования

```

module functions
contains

real*16 Function f(Mu, Bi) result(res)
real*16 :: Mu, Bi
res=(cos(Mu))/(sin(Mu))-(Mu/Bi)
end function

real*16 Function A_f(Mu) result(res)
real*16 :: Mu
res=(2*sin(Mu))/(Mu+sin(Mu)*cos(Mu))
end function

real*16 Function O_f(Mu, A, Fo, X) result(res)
real*16 :: Mu, A, Fo, X
res=A*exp( (-1)*Fo*(Mu**2))*cos(Mu*X)
end function

end module

module methods
contains

real*16 Function bis(n, E, Bi) result(res)
use functions
real*16 :: E, a_Mu, b_Mu, c_Mu, f1, f2, check, pi=3.1415926535897932, Bi, delt, n_r
integer :: n, i

n_r=real(n, 16)
a_Mu=pi*(n_r-1)
b_Mu=pi*(n_r-0.5)
f1=f(b_Mu, Bi)
do i=1,1000
    c_Mu=(a_Mu+b_Mu)/2.0
    f2=f(c_Mu, Bi)
    check=f1*f2
    if (check>0) then
        b_Mu=c_Mu
        f1=f2
    elseif (check<0) then
        a_Mu=c_Mu
    elseif (check==0) then
        a_Mu=c_Mu
        b_Mu=c_Mu
    end if
end do
end function

```

```

        delt=abs(a_Mu-b_Mu)
        if (delt<E) exit
end do
res=c_Mu
end function

subroutine Fourier(X, Fo, Bi, E)
use functions
implicit none
real*16 O, Bi, Mu, A, Fo, X, E, O_n, check
integer :: i, n

n=0
O=0
O_n=0
check=1
do i=1,1000
    n=n+1
    Mu=bis(n, E, Bi)
    A=A_f(Mu)
    O_n=O_f(Mu, A, Fo, X)
    O=O+O_n
    check=abs(O)
    if (check<E) exit
end do
write(*,*)'O=', O

end subroutine

end module

program main
use functions
use methods
implicit none
real*16 X, Fo, Bi, E

write(*, '(A9,$)') 'Input X: '
read(*,*) X
write(*, '(A10,$)') 'Input Fo: '
read(*,*) Fo
write(*, '(A10,$)') 'Input Bi: '
read(*,*) Bi
E=0.000000000001

call Fourier(X, Fo, Bi, E)

end program

```

3) Результат основной программы (подсчет количества итераций для схождения ряда)

T(x)

```
Bi= 0.0955
  for point (0.1*Fo_max) iterations= 2
  for point (0.5*Fo_max) iterations= 1
  for point (0.9*Fo_max) iterations= 1

Bi= 1.0909
  for point (0.1*Fo_max) iterations= 3
  for point (0.5*Fo_max) iterations= 2
  for point (0.9*Fo_max) iterations= 1

Bi=68.1818
  for point (0.1*Fo_max) iterations= 5
  for point (0.5*Fo_max) iterations= 2
  for point (0.9*Fo_max) iterations= 2
```

4) Урезанная программа для нахождения момента теплового равновесия

```
module functions
contains

real*16 Function f(Mu, Bi) result(res)
real*16 :: Mu, Bi

res=(cos(Mu))/(sin(Mu))-(Mu/Bi) !function for bisection

end function

real*16 Function A_f(Mu) result(res)
real*16 :: Mu

res=(2*sin(Mu))/(Mu+sin(Mu)*cos(Mu)) !function for A

end function

real*16 Function O_f(Mu, A, Fo, X) result(res)
real*16 :: Mu, A, Fo, X

res=A*exp( (-1)*Fo*(Mu**2))*cos(Mu*X) !function for theta

end function

end module

module methods
```

```

contains

real*16 Function bis(n, E, Bi) result(res) !bisection
use functions
real*16 :: E, a_Mu, b_Mu, c_Mu, f1, f2, check, pi=3.1415926535897932, Bi, delt, n_r
integer :: n, i

n_r=real(n, 16)
a_Mu=pi*(n_r-1)
b_Mu=pi*(n_r-0.5)
f1=f(b_Mu, Bi)
do i=1,1000
    c_Mu=(a_Mu+b_Mu)/2.0
    f2=f(c_Mu, Bi)
    check=f1*f2
    if (check>0) then
        b_Mu=c_Mu
        f1=f2
    elseif (check<0) then
        a_Mu=c_Mu
    elseif (check==0) then
        a_Mu=c_Mu
        b_Mu=c_Mu
    end if
    delt=abs(a_Mu-b_Mu)
    if (delt<E) exit
end do
res=c_Mu !saving result
end function

subroutine Fourier(Te, T0, delta, alpha, lambda, cp, p, E)
use functions
implicit none
real*16 Te, T0, delta, lambda, cp, p, 0, 0_n, Bi, Mu, A, Fo_max, d, check, E, param, st,
time_01
integer :: i, j, n, k, u, h, alpha, start, Fo_points

Bi=(alpha*delta)/(2*lambda)
write(*,'(F7.4)') Bi

if (Bi<1.25) then
    Fo_max=3.11*Bi*(-0.81)
elseif (Bi>20) then
    Fo_max=1.1
end if
d=Fo_max/10000
start=2
param=(2*0)/delta
st=0
do j=start,1000000000
    st=st+d !st=dynamic time or coordinate
    n=0
    0=0
    0_n=0

```

```

        check=1
        do h=1,1000
            n=n+1
            Mu=bis(n, E, Bi)
            A=A_f(Mu)
            O=O_f(Mu, A, st, param)
            O_n=O_n+O
            check=abs(O)
            if (check<E) then
                n=n-1
                exit
            end if
        end do
        if (O_n<=0.1) then
            time_01=(st*cp*p*(delta**2))/(4*lambda)
            print*, O_n
            exit
        end if
    end do
write(*, '(a40,$)') 'time in x=0 for 0.1*Theta : '
write(*,*) time_01

end subroutine

end module

program main
use functions
use methods
implicit none

real*16 Te, T0, delta, lambda, cp, p, E
integer :: n, i, alpha

Te=130.0+273.15
T0=500.0+273.15
delta=0.6
lambda=110.0
cp=380.0
p=8600.0
E=0.000000000001

write(*,*) 'T(t)'
write(*,*)
alpha=35
write(*, '(A7,$)') 'Bi='
call Fourier(Te, T0, delta, alpha, lambda, cp, p, E)
write(*,*)
alpha=25000
write(*, '(A7,$)') 'Bi='
call Fourier(Te, T0, delta, alpha, lambda, cp, p, E)

end program

```

5) Результат программы для нахождения момента теплового равновесия

T(t)

Bi= 0.0955

time in x=0 for 0.1*Theta : 67007.7981454403300436326083474926812

Bi=68.1818

time in x=0 for 0.1*Theta : 2838.25828708207460602682615775515257