

Санкт – Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Физико-механический институт

Отчет по лабораторной работе по Численным методам  
Метод наименьших квадратов в Matlab

Выполнил студент

Группы 5030301/10002

Тугай В.В.

Преподаватель:

К.Н. Козлов

Санкт-Петербург

2022

### **Исследования, проводимые в ходе работы:**

1. Исследование функции `polyfit()`.
2. Исследование `cftool`.
3. Исследование сглаживающих сплайнов.
4. Исследование нелинейных моделей в `cftool`.

## Вариант 21

$$y=2x^3-x^2-60x+1$$

### Исследование функции polyfit()

Для исследования функции `polyfit()` для функции  $y=2x^3-x^2-60x+1$  был выбран отрезок  $[-7;7]$  с шагом 0,1. В нашу функцию вносится шум, и уже для такой функции с помощью `polyfit(x,y,i)`, где  $i=[1;4]$  – степень полинома, определяются коэффициенты этого самого полинома. С помощью `polyval(pi,x)` для каждой  $i$  степени полинома вычисляются значения  $y$  при коэффициентах, полученных ранее, и теперь строятся графики для вычисленных значений  $y$  при значениях  $x=[-7;0.1:7]$  вместе с графиками изначальной функции вместе с шумом. Так же строится график зависимости ошибки от  $x$ , где ошибка – разность значений  $y$  и значениями полинома  $pk$ .

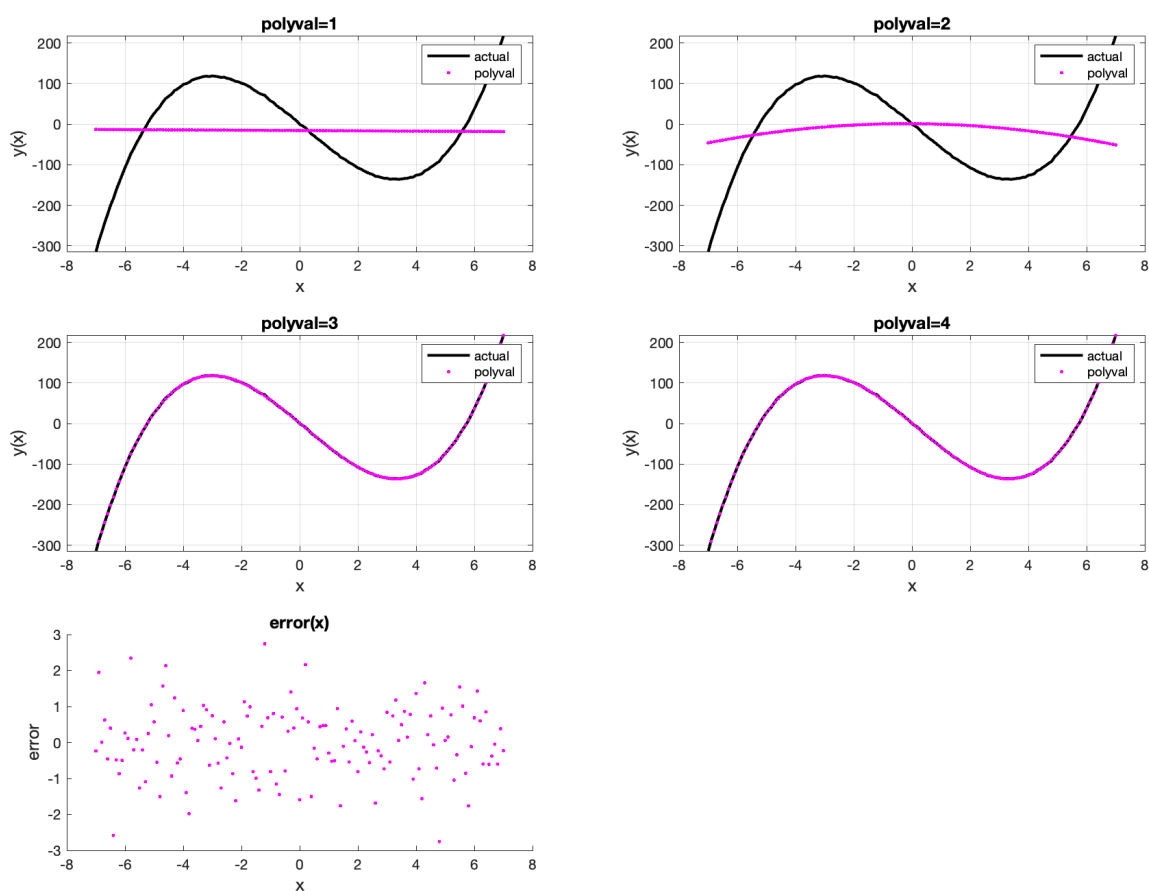


Рисунок 1  
Результат выполнения программы

# Исследование cftool

В ходе работы с приложением cftool были построены полиномы 2 и 3 степеней без использования МНК (рисунок 2-3); полиномы 3 степеней с использованием взвешенного метода наименьших квадратов и метода наименьших модулей (рисунок 4-5).

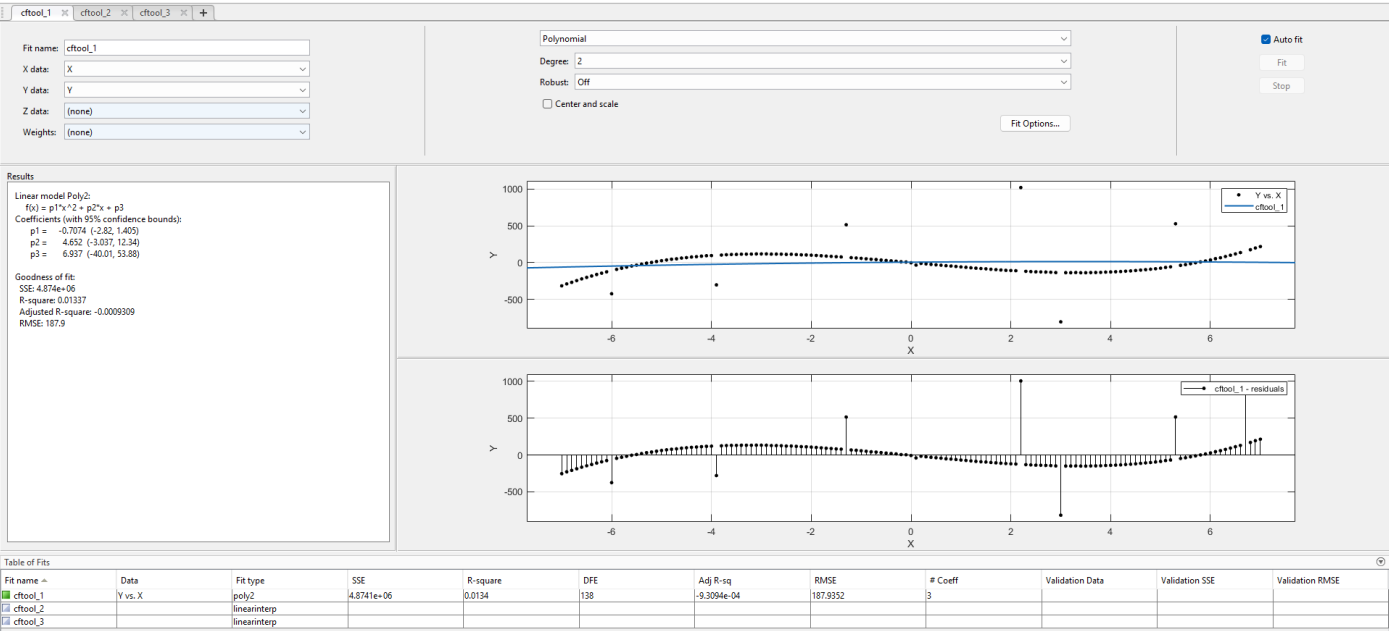


Рисунок 2  
Результат выполнения программы для полинома 2 степени

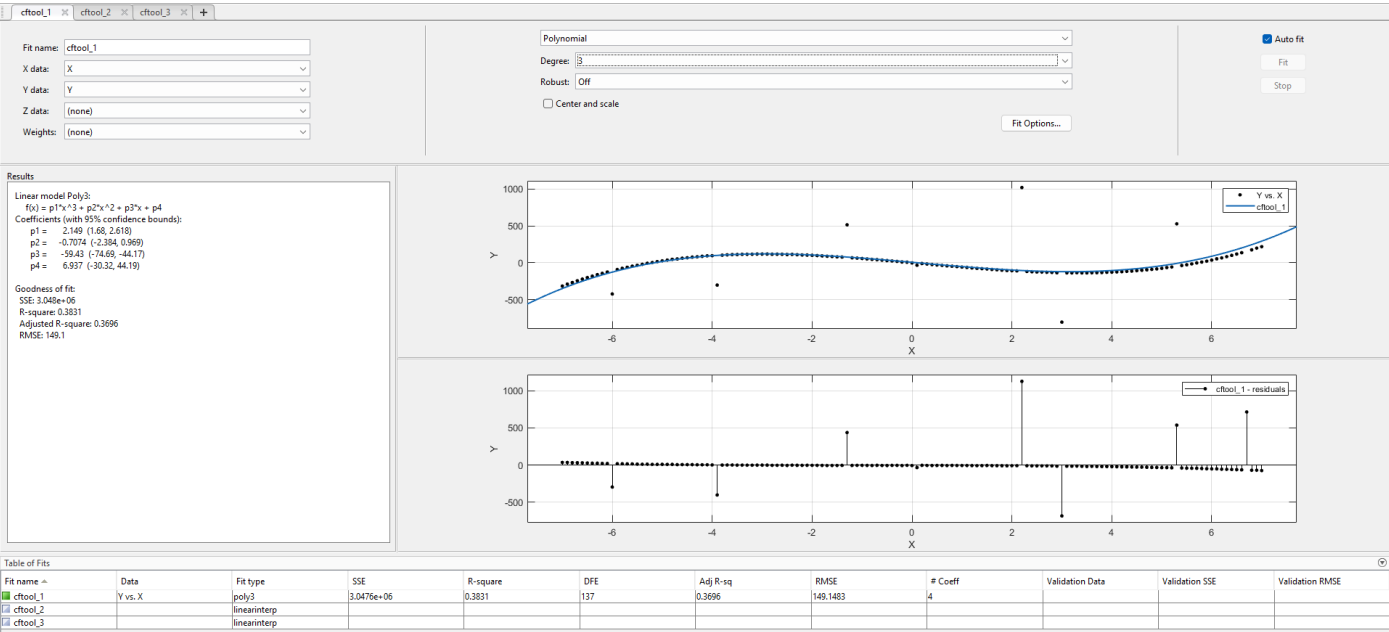


Рисунок 3  
Результат выполнения программы для полинома 3 степени

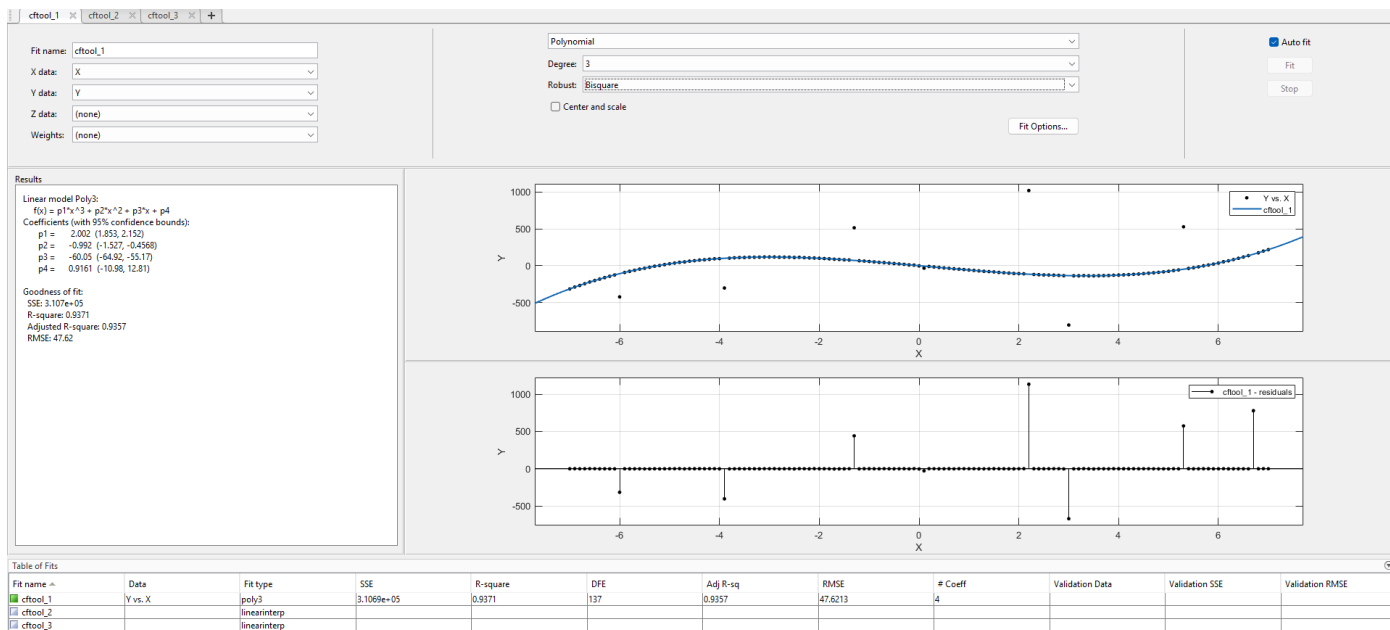


Рисунок 4

Результат выполнения программы для полинома 3 степени с использованием взвешенного метода наименьших квадратов

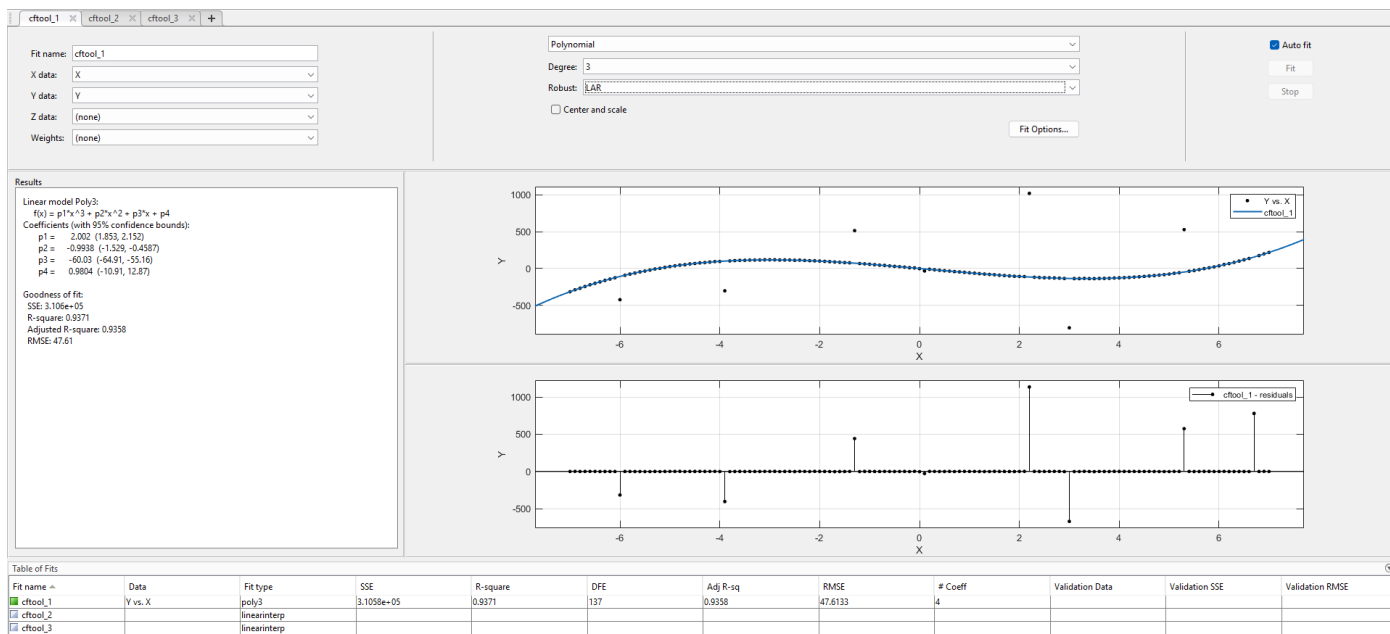


Рисунок 4

Результат выполнения программы для полинома 3 степени с использованием метода наименьших модулей

Исследование сглаживающих сплайнов

В ходе работы с приложением cftool было построено 5 сплайнов с разным параметром сглаживания: 0.1; 0.5; 0.75; 0.9 (рисунок 5-8). Как видно из рисунков, с увеличением параметра уменьшается разница между значениями функции и значениями сплайна.

Формула для сглаживающего сплайна: 
$$\sum_{i=1}^n \{Y_i - \hat{f}(x_i)\}^2 + \lambda \int \hat{f}''(x)^2 dx,$$
 где  $\hat{f}(x)$  – функция, полученная из набора зашумленных наблюдений  $y_i$  цели  $f(x_i)$ ;  $Y_i = f(x_i) + \epsilon_i$ , где  $\epsilon_i$  – случайные значения;  $\lambda \geq 0$  – параметр сглаживания.

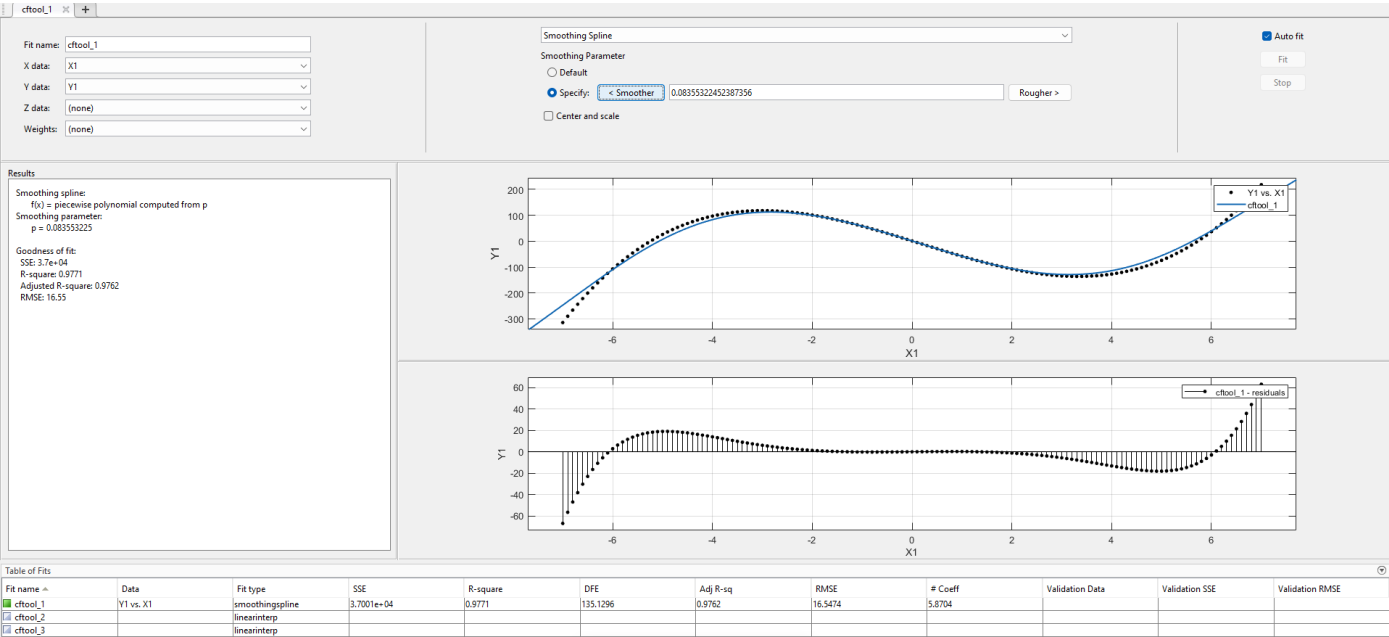


Рисунок 5  
Сглаживающий сплайн с параметром сглаживания равному 0.1

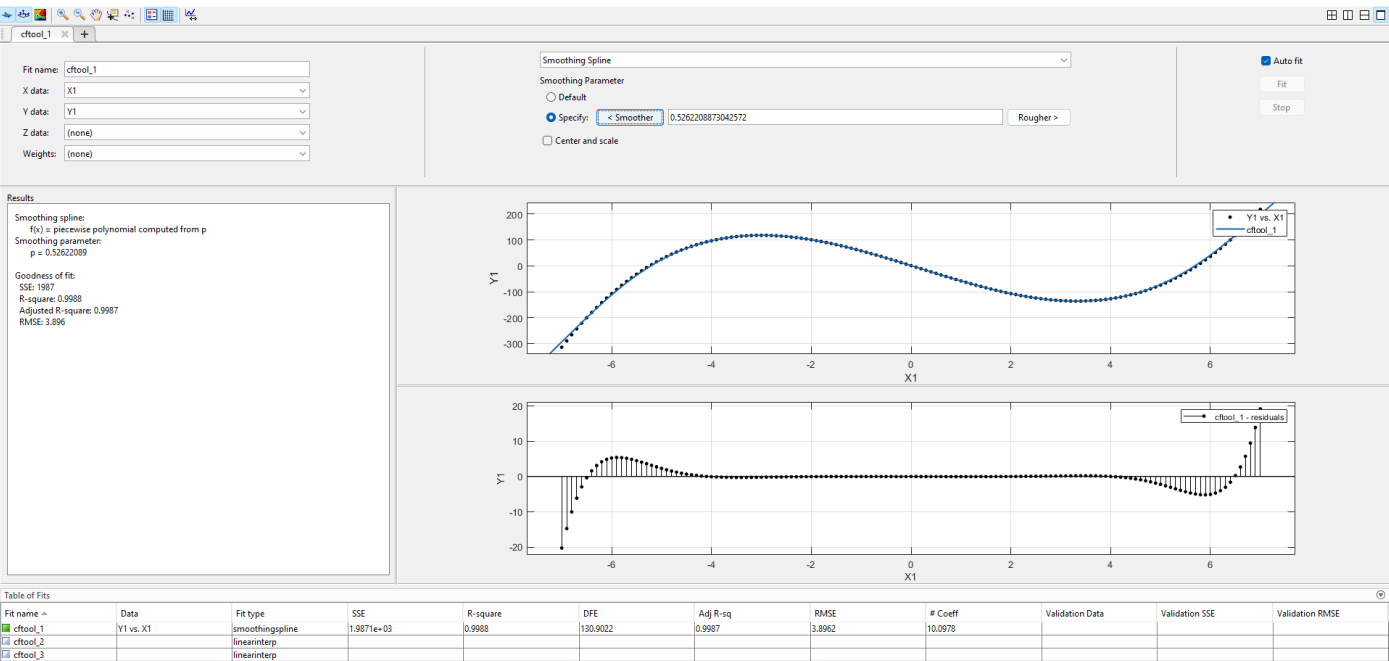


Рисунок 6  
Сглаживающий сплайн с параметром сглаживания равному 0.5

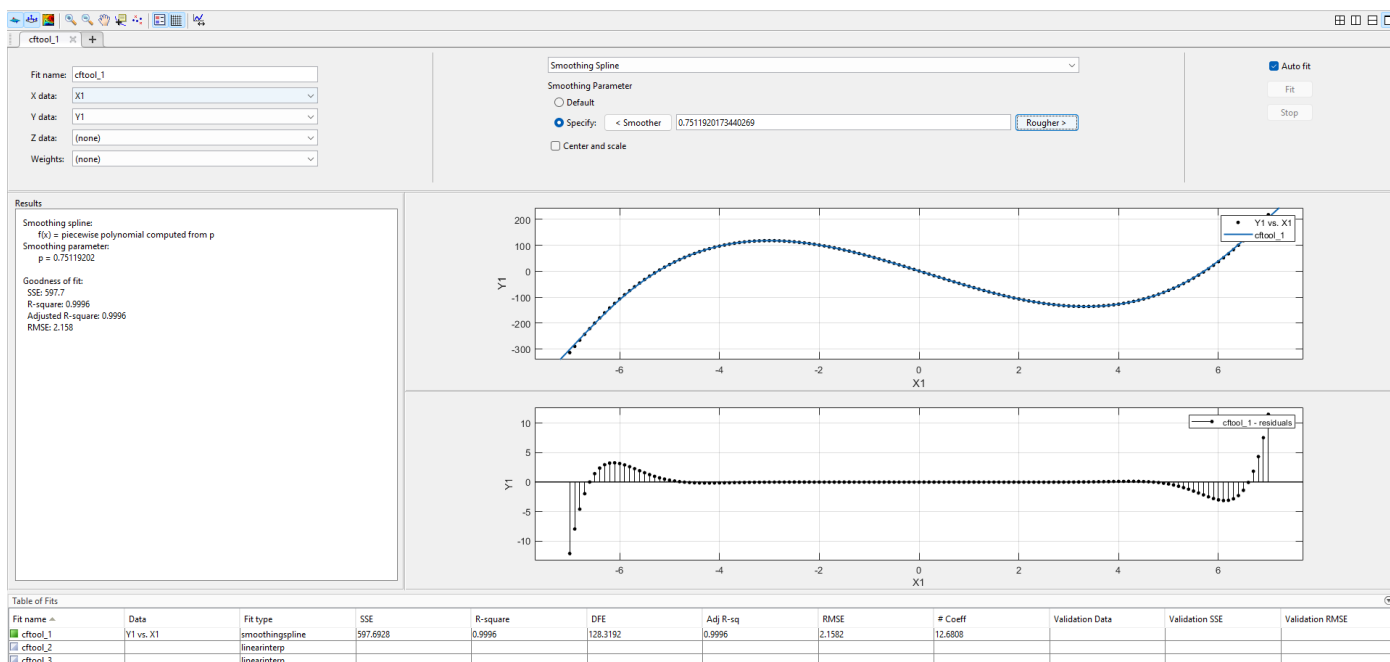


Рисунок 7  
Сглаживающий сплайн с параметром сглаживания равному 0.75

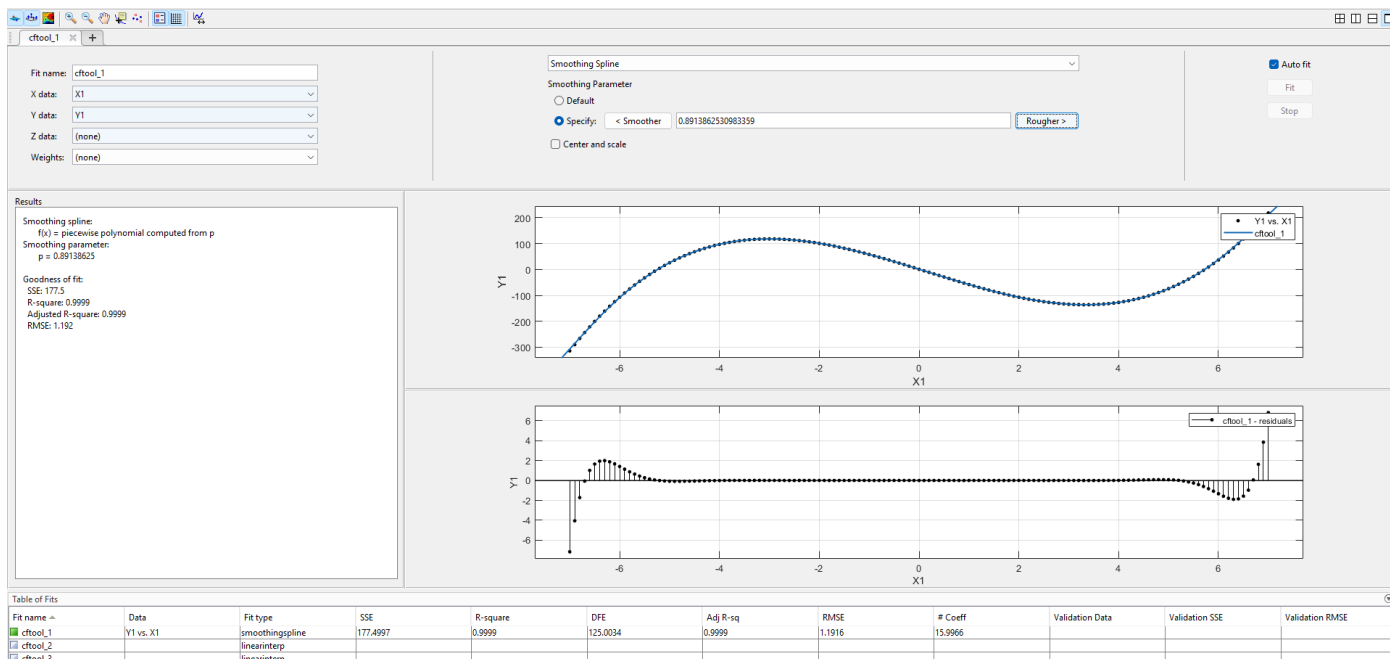


Рисунок 8  
Сглаживающий сплайн с параметром сглаживания равному 0.9

## Исследование нелинейных моделей в cftool

Для исследования нелинейных моделей для функции  $y=2x^3-x^2-60x+1$  был выбран отрезок  $[-7;7]$  с шагом 0.1, и в эту функцию был внесен шум. Далее, зайдя в cftool и введя в поле для формулы функции “ $b*x^3-x^2-a*x+1$ ”, приложение выдало нам значения  $a=$  и  $b=$  (рисунок 9), основываясь на начальных приближениях (рисунок 10). После изменения начальных приближений (рисунок 11) приложение выдало нам значения  $a=$  и  $b=$  (рисунок 12), и, как итог, результат не изменился И в первом, и во втором случае, значения коэффициент крайне близки.

Coefficie...	StartPoint	Lower	Upper
a	0.1019	-Inf	Inf
b	0.4001	-Inf	Inf

Рисунок 9  
Значения начальных приближений до изменения

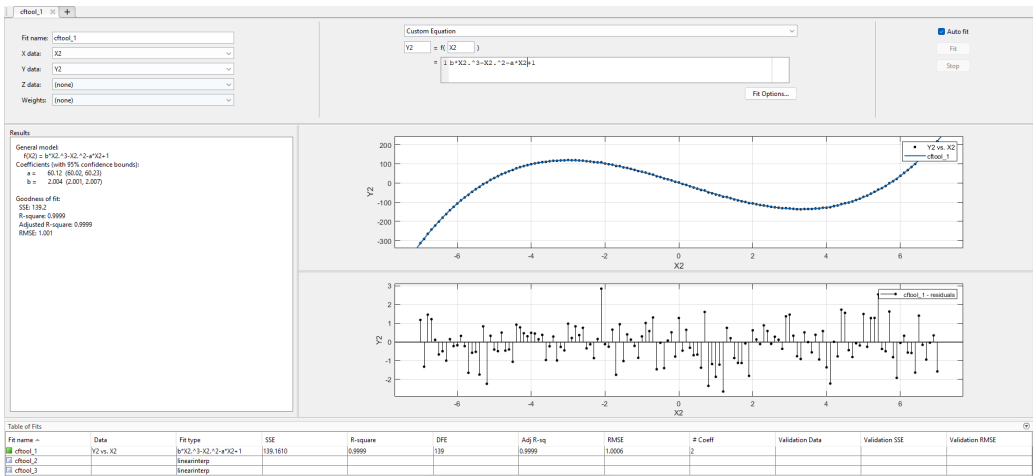


Рисунок 10  
Значения коэффициентов до изменения начальных приближений

Coefficie...	StartPoint	Lower	Upper
a	42.9019	-Inf	Inf
b	-25.2601	-Inf	Inf

Рисунок 11  
Значения начальных приближений после изменения

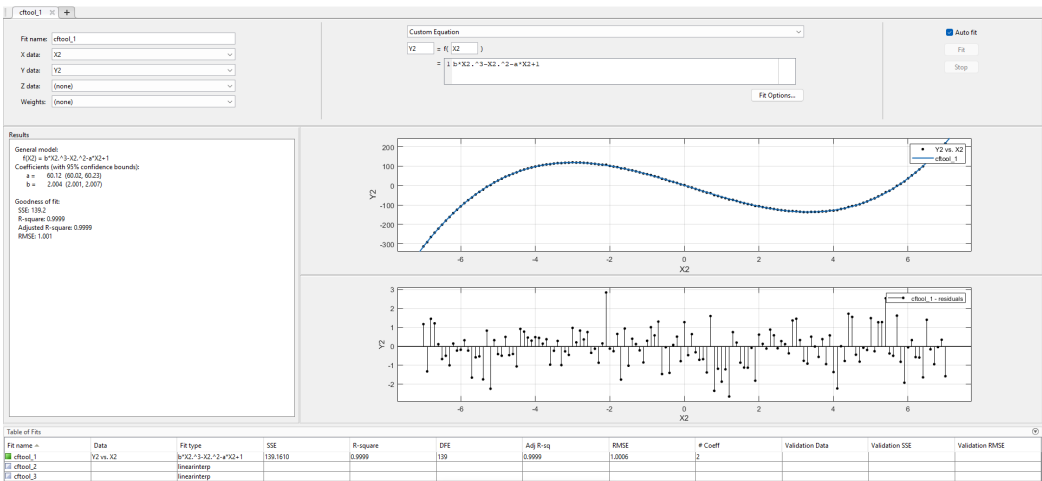


Рисунок 12  
Значения коэффициентов после изменения начальных приближений



## **Вывод**

В ходе проделанной лабораторной работы нами было изучено приложение `cftool` и его настройки. Также нами были изучены функции `polyfit()` и `polyval()`.