

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра МОЭВМ**

**РЕФЕРАТ**  
**по дисциплине НИР**  
**Тема: Обзор предметной области**

Студент гр. 4304

Пестерев Д.О.

---

Санкт-Петербург

2019

Теория нелинейных динамических систем была разработана на основе работ, написанных Пуанкаре в конце 19 века. Несколько десятилетий назад эта теория распространилась на инженерную область благодаря тщательному анализу нелинейных эффектов, обнаруженных при исследовании реальных объектов.

Одной из серьезных научных проблем нелинейной динамики является построение математической модели изменения некоторой величины, основываясь на данных, полученных в результате измерения этой величины в ограниченный промежуток времени. Такая задача называется идентификацией системы.

Процесс идентификации динамической системы можно разделить на несколько этапов:

1. Определение наличия нелинейности в поведении исследуемой системы
2. Локализация нелинейности
3. Определение типа нелинейности
4. Выбор функционального типа нелинейности
5. Оценка параметров нелинейности модели и оценить их

Отдельно можно отметить проблему выбора математической модели. Распространенными моделями, используемыми при идентификации, являются:

1. Модель на основе рядов Вольтерры
2. Блочно-структурированные модели
3. Нейросетевые модели
4. NARMAX (модели на основе авторегрессивного скользящего среднего)
5. Модели пространства состояний
6. Стохастические нелинейные модели

Для уточнения коэффициентов выбранной модели или её структуры необходимо применить один из методов идентификации. За последние пятьдесят лет было получено множество методов таких как:

1. Применение байесовского вывода для структурных моделей
2. Анализ частотной области
3. Частотно-временной анализ
4. Модальные методы анализа
5. Метод черного ящика

Одним из новых перспективных методов идентификации нелинейных систем является метод, описанный в работе Керы и Хасегавы в 2016 году.

Основываясь на алгоритмах из области алгебры, оптимизации и машинного обучения авторы создали способ, позволяющий с высокой точностью идентифицировать нелинейные полиномиальные системы из зашумленных временных рядов.

В данном методе для описания нелинейных динамических систем применяется аппарат дифференциальных уравнений. Система описывается следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x, t) \\ \dots \\ \dot{x}_n = f_n(x, t) \end{cases}$$

где  $n$  – размерность системы,  $f_i$  функция правой части, определяющая динамику системы,  $t$  – переменная времени.

Одним из ограничений данного метода является использование полиномиального базиса, то есть невозможность восстановления систем с другими типами нелинейности. Кроме того при идентификации требуются значения всех переменных состояния модели.

Решить последнее можно на основе так называемых теорем вложения: Уитни, Такенса и Зауэра-Йорка-Каскади, которые устанавливают соответствие между размерностью исходных данных и «оптимальной» размерностью, в которую их можно вложить.

Введем качественные критерии сравнения методов идентификации:

1. Необходимость априорных знаний, таких как количество термов в уравнении, о выбранной математической модели
2. Необходимость выбора количественных параметров
3. Необходимость предварительной реконструкции фазового пространства при наблюдении временного ряда только одной переменной.

Сравним различные методы идентификации по данным критериям. Отметим, что чаще всего конкретный метод идентификации применяется только для определенного класса математических моделей, который мы укажем во втором столбце.

Таблица 1. Сравнение методов идентификации

Метод	Используемая математическая модель	Необходимость априорных знаний о модели	Необходимость выбора количественных параметров	Необходимость реконструкции
Метод черного ящика	Авторегрессионная модель	Да, необходим выбор регрессоров	Нет	Да
Байесовский вывод	Авторегрессионная модель	Да, необходим выбор базисных функций	Нет	Да
Частотный анализ	Ряды Вольтерры и Винера	Нет	Да	Да
Модальный анализ	Модель пространства состояний	Да	Нет	Да
Метод Керы-Хасегавы	Модель пространства состояний	Нет	Нет	Да

Из проведенного сравнения можно заключить, что, во-первых, для любого метода идентификации необходима вспомогательная процедура фазовой реконструкции, во-вторых, несмотря на недостатки, обусловленные ограниченностью вида восстанавливаемой модели, метод Керы-Хасегавы не нуждается в задании ни количественных, ни качественных параметров. Также стоит отметить, что представление динамической системы в виде модели пространства состояний, а не авторегрессионной модели, упрощает дальнейший динамический – такой как нахождение особых точек, вычисление наибольшей ляпуновской экспоненты и других. Таким образом, предполагаемая модификация метода Керы-Хасегавы, расширяющая пространство идентифицируемых функций представляется перспективной.