МИНОБРНАУКИ РОССИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра МОЭВМ

РЕФЕРАТ

по дисциплине НИР

Тема: Описание предполагаемого решения

Студент гр. 4304 _________________ Пестерев Д.О.

Санкт-Петербург

2019

Описание предполагаемого способа решения

Рассмотрим модель нелинейной динамической системы, описываемой системой дифференциальных полиномиальных уравнений размерности n.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x) \\ \quad \dots \\ \dot{x}_n = f_2(x) \end{cases}$$

Где $f_1, \dots, f_n$ – полиномы. Пусть $\mathcal{P}_{x_1,\dots,x_n}$ множество полиномов с переменными $x_1, \dots, x_n$. Моном является произведением переменных:

$$m = \prod_{i=1}^{n} x_i^{a_i}$$

где $a_i \geq 0$. Степень монома определяется как $\sum_{i=1}^{n} a_i$. Обозначим множество мономов с переменными $x_1, \dots, x_n$ $\mathcal{T}_{x_1,\dots,x_n}$. Любой полином является линейной комбинацией мономов

$$f = \sum_{i=1}^{M} c_i m_i$$

Где $m_i \in \mathcal{T}_{x_1,\dots,x_n}$. M количество мономов в f, $c_i \in \mathbb{R}$ коэффициенты при них. Произведение коэффициента и монома называется термом. Степень полинома определяется наибольшей степенью мономов.

В случае ограниченного количества известных точек существует бесконечное количество полиномов, удовлетворяющих ограничениям в каждой точке. Для конструктивного построения, удовлетворяющего полиномиального набора вводится понятие исчезающего идеала.

Исчезающий идеал для множества точек X это множество всех полиномов, обнуляющихся на X, такой что

$$I(X) = \left\{ g \in \mathcal{P}_{x_1,\dots,x_n} \middle| g(x) = 0, \forall x \in X) \right\}$$

Следовательно, если для некоторого полинома $f \epsilon \mathcal{P}_{x_1,\dots,x_n}$ верно $V = f(X)$, то это верно и для любого полинома $f + gh$, где $g \in I(X), h \in \mathcal{P}_{x_1,\dots,x_n}$

В работе Лимбека 2013 года алгоритм Бухбергера-Мёллера был расширен до приближенного алгоритма Бухбергера-Мёллера. Приближенный алгоритм

Бухбергера-Мёллера принимает на вход набор точек X, погрешность …, и мономиальное упорядочивание σ и возвращает приближенный граничный базис Gи его порядковый идеал O. «Приближенный» означает, что полином $g \in G$ удовлетворяет условию $\|g(X)\| \leq \epsilon$. При $\epsilon = 0$ G становится точным граничным базисом. При этом можно получить различные ответы с различными мономиальными упорядочиваниями.

Приближенный алгоритм Бухбергера-Мёллера, вычисляющий приближенный граничный базис и его порядковый идеал:

Вход:

X – множество экспериментальных точек

ϵ – допустимое отклонение для линейной независимости

σ – мономиальное упорядочивание

Выход:

G – приближенный граничный базис

O – порядковый идеал

$d \coloneqq 1, O \coloneqq \{1\}, G \coloneqq \{\,\}, M \coloneqq (1, \dots, 1)^T \in R^{N\times 1}, N \coloneqq \#(X)$

$L \coloneqq \{t_1, \dots, t_l\}$ – все мономы степени 1, упорядоченные согласно σ

do

For $i \coloneqq 1$ to l

$A \coloneqq (eval_X(t_i), M)$

$B \coloneqq A^T A$

$\lambda_{min} := $ наименьшее собственное число B

if $\sqrt{\lambda_{min}} \leq \epsilon$

$s \coloneqq (s_{n_{O+1}}, s_{n_O}, \dots, s_1)$ – норма собственного вектора, соответствующего собственному числу λ_{min}

$g \coloneqq s_{n_O} + t_i + s_{n_O} o_{n_O} + \dots + s_1 o_1$

$G = G \cup \{t_i\}$

else

$O = O \cup t_i$

$M \coloneqq A$

end

end

$d \coloneqq d + 1$

$L \coloneqq \{t_1, \dots, t_l\}$ – все мономы степени d в ∂O, упорядоченные согласно σ

while L={}

После получения граничного базиса применяет процедура L-1 регуляризации для составления наиболее близкой полиномиальной системы, удовлетворяющей условиям.

Алгоритм получения наиболее близкой полиномиальной системы:

Вход:

h - интерполирующий полином

X – множество экспериментальных точек

V – целевой вектор

η – допустимое отклонение для интерполяции

Выход:

h_{red} – усеченный интерполирующий полином

$h_{tmp} = h$

$T \coloneqq \{t_1, \dots, t_l\}$

$N \coloneqq \#(X)$

do

$h_{red} = h_{tmp}$

$t_{min} = argmin\|eval_X(t)\|, t \in T$

$T \coloneqq T - t_{min}$

$l \coloneqq l - 1$

$c^* = (c_1, \dots, c_l)^T \coloneqq argmin\|V - eval_X(t_1, \dots, t_l)c\|,$

$h_{tmp} := (t_1, \dots, t_l)\, c^* = c_1 t_1 + \cdots + c_l t_l$

while $\frac{1}{N} \left\| V - h_{tmp}(X) \right\| > \eta$

Конечным результатом является полиномиальная системе, удовлетворяющая критерию аппроксимации с заданной точностью.