

中国科学技术大学

2019—2020学年第一学期考试试卷

考试科目 概率论与数理统计(B) 得分 _____
所在系 _____ 姓名 _____ 学号 _____

考试时间: 2020年1月13日上午8:30-10:30; 使用简单计算器

一、(30分, 每小题3分) 填空题或单选题, 答案可以直接写在试卷上.

(1) 设 $P(A) = P(B) = 0.4$, 且 $P(B|A) + P(\overline{B}|\overline{A}) = 1$, 则 $P(AB) =$ _____.

(2) 甲乙二人抛掷一枚均匀的硬币, 甲抛了101次, 乙抛了100次, 则甲抛出的正面次数比乙多的概率是 _____.

(3) 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \frac{2}{\pi}\sqrt{1-x^2}$, $x \in (-1, 1)$. 对任意 $x \in (-1, 1)$, 若条件 $X = x$ 下, 随机变量 Y 的条件分布律为

$$P(Y = -\sqrt{1-x^2}) = P(Y = \sqrt{1-x^2}) = 1/2,$$

则 Y _____ 连续型随机变量, (X, Y) _____ 连续型随机向量. ()

(A) 是, 是 (B) 是, 不是 (C) 不是, 是 (D) 不是, 不是

(4) 在单位圆盘 $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ 上随机取两个点, 以随机变量 X 表示它们之间的距离, 则 $E(X^2) =$ _____.

(5) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为一列独立同分布的随机变量, 且均服从参数为 $\lambda > 0$ 的指数分布. 记 $\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 且 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数, 则对任意 $x \in \mathbb{R}$, 有 ()

(A) $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{\sqrt{n}}{\lambda}(\overline{X} - \lambda) \leq x\right) = \Phi(x)$ (B) $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\sqrt{\frac{n}{\lambda}}(\overline{X} - \lambda) \leq x\right) = \Phi(x)$

(C) $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\sqrt{n}(\lambda \overline{X} - 1) \leq x\right) = \Phi(x)$ (D) $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\sqrt{n\lambda}(\overline{X} - \frac{1}{\lambda}) \leq x\right) = \Phi(x)$

(6) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自标准正态总体的简单随机样本, 且 $1 \leq m < n$, 则当常数 $c =$ _____ 时, 统计量 $c(\sum_{i=1}^m X_i)^2 / \sum_{i=m+1}^n X_i^2$ 服从 F 分布.

(7) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, 其中 μ 为已知常数, 记 \overline{X} 和 S^2 分别为样本均值和样本方差, 则下列统计量中与 \overline{X} 不独立的是 ()

(A) 样本标准差 S (B) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2$ (C) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ (D) $X_1 - X_2$

(8) 设 X_1, X_2, X_3 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, 则下列统计量中, () 为 μ 的无偏估计且方差最小.

(A) $\frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{6}X_3$ (B) $\frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$

(C) $\frac{1}{5}X_1 + \frac{2}{5}X_2 + \frac{2}{5}X_3$ (D) $\frac{1}{7}X_1 + \frac{2}{7}X_2 + \frac{2}{7}X_3$

(9) 对一正态总体 $N(\mu, 100)$ 的均值 μ 求置信水平为 95% 的置信区间, 若要求其区间长度不大于 4, 则样本容量 n 至少应取 _____.

(10) 假设检验中, 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下若原假设 H_0 被接受, 这说明 ()

(A) 有充分的理由表明 H_0 是正确的 (B) 没有充分的理由表明 H_0 是错误的

(C) 有充分的理由表明 H_1 是错误的 (D) 没有充分的理由表明 H_1 是正确的