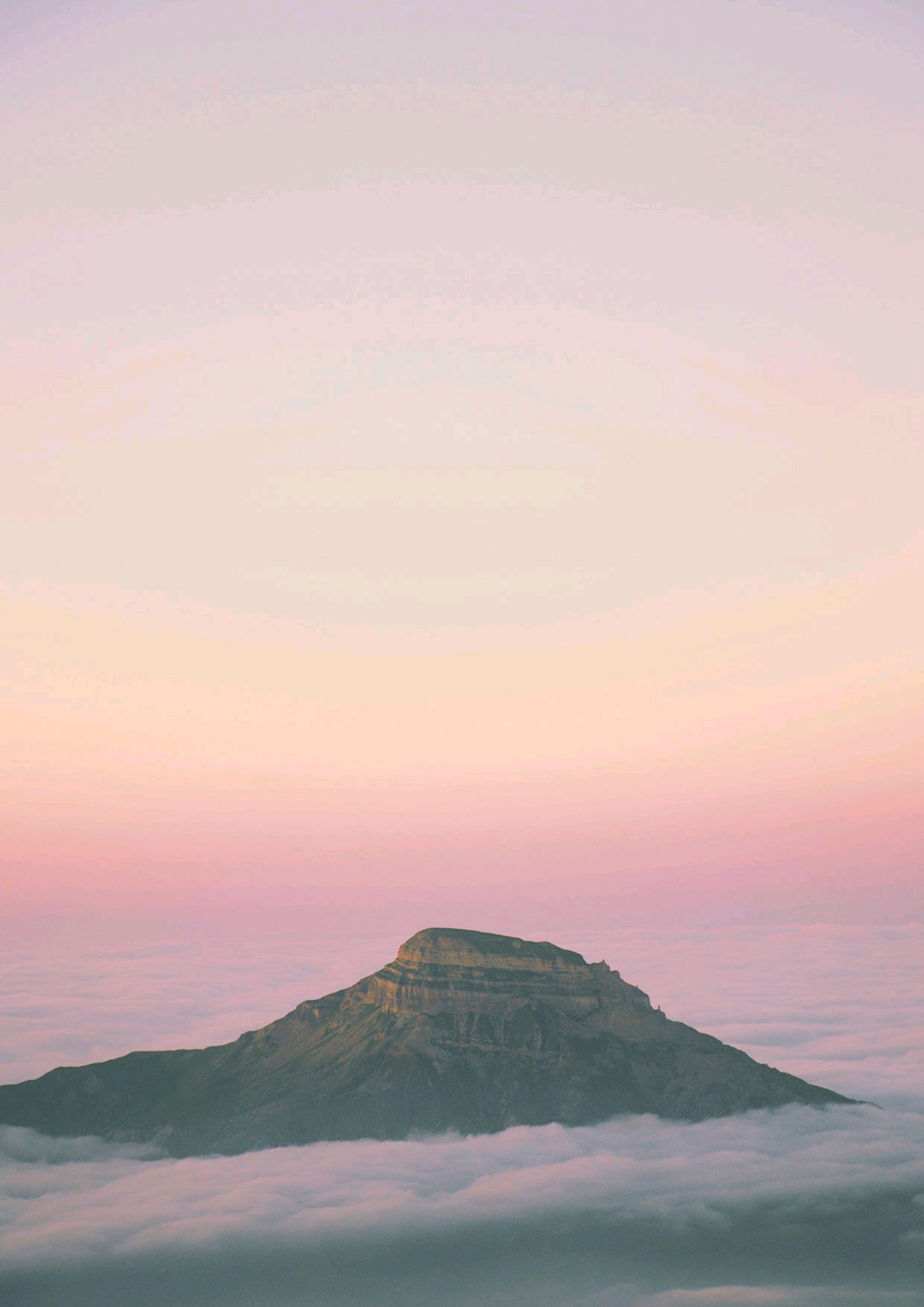


日期: /

x, y 表示两次掷出点数

1、(1). $\Omega=\{(x,y) \mid x,y=1,2,3,4,5,6\}$

$A=\{(x,y) \mid x>y$ 且 $x,y=1,2,3,4,5,6\}$

$B=\{(x,y) \mid x=y$ 且 $x,y=1,2,3,4,5,6\}$

$C=\{(x,y) \mid x+y=10$ 且 $x,y=1,2,3,4,5,6\}$

(2). 若出现正面记为1，反面记为0，x, y, z 分别为三次结果

$\Omega=\{(x,y,z) \mid x,y,z=0,1\}$

$A=\{(x,y,z) \mid x=0,\ y,z=0,1\}$

$B=\{(x,y,z) \mid x+y+z=2,\ x,y,z=0,1\}$

$C=\{(x,y,z) \mid x=y=z,\ x,y,z=0,1\}$

(3). 记那个点的坐标为 (x,y)

$\Omega=\{(x,y) \mid x^2+y^2\le 1\}$ （或 $x^2+y^2<1$ 亦可）

$A=\{(x,y) \mid x^2+y^2<\frac{1}{4}\}$

$C=\{(x,y) \mid \frac{1}{9}<x^2+y^2<\frac{1}{4}\}$

日期: /

三. 注意到 $B \supset A$

(1). $A\bar{B} \subset A\bar{A} = \phi$

(2). $\bar{A} \cup B \supset \bar{B} \cup B = \Omega = [0,2]$

(3). $\overline{AB} = \bar{A} = [0,\frac{1}{2}] \cup (1,2]$

(4). $\overline{\bar{A}\bar{B}} = \bar{\bar{B}} = B = (\frac{1}{4},\frac{3}{2}]$

四. 反证：若此为真 则由容斥原理

$1000 = 811 + 752 + 418 - 570 - 356 - 348 + 297$

$1000 = 1004$ 矛盾. ∴此消息为假

五. 记事件：订甲, 订乙 分别为 A, B.

则 $P(A) = 0.4$ $P(B) = 0.25$ $P(AB) = 0.15$

(1) $P(\text{只订甲}) = P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = 0.25$

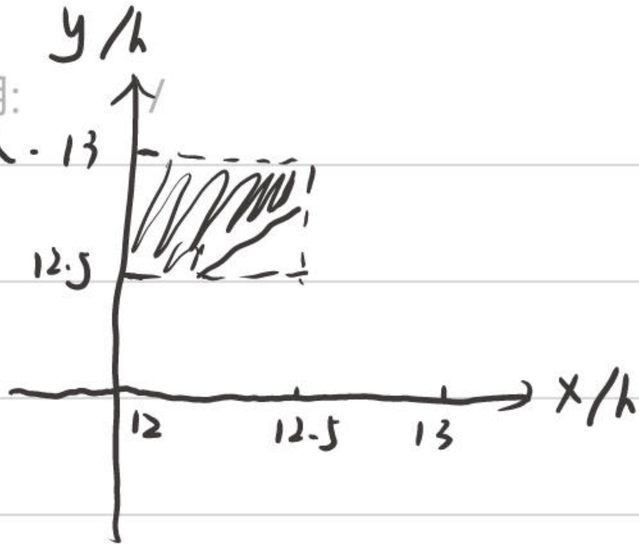
(2) $P(\text{只订一种}) = P(A\bar{B} \cup B\bar{A}) = P(A) + P(B) - 2P(AB) = 0.35$

(3) $P(\text{至少订一种}) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.5$

(4). $P(\text{两种都不订}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0.5 = 0.5$

日期:

十八.



记 x, y 分别为乙，甲到达时间

$$\Omega = \{(x,y) \mid x \in (12, 12.5),\ y \in (12.5, 13)\}$$

记甲队到即能过河为 A

$$A = \{(x,y) \mid y - x \geq \frac{1}{4},\ x \in (12, 12.5),\ y \in (12.5, 13)\}$$

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{0.5 \times 0.5 - 0.25^2}{0.5 \times 0.5} = \frac{7}{8}.$$

十九. (1). $\sum_{k=1}^{\infty} P(A_k) = \infty \Rightarrow \lim_{m \to \infty} \sum_{k=m}^{\infty} P(A_k) = 0$

$$\because P(B_m) = P(\lim_{m\to\infty} \bigcup_{k=m}^{\infty} A_k) \leq \sum_{k=m}^{\infty} P(A_k) \xrightarrow{m\to\infty} 0$$

$$P(A_n\ i.o) = P(\bigcap_{m=1}^{\infty} \bigcup_{n=m}^{\infty} A_n) = P(\bigcap_{m=1}^{\infty} B_m) = \lim_{m\to\infty} P(B_m) = 0$$

(2). 要证 $P(A_n\ i.o.) = 1$ 只需证其补集概率为 0

即 $P((\bigcap_{m=1}^{\infty} \bigcup_{n=m}^{\infty} A_n)^c) = 0$

即 $P(\bigcup_{m=1}^{\infty} \bigcap_{n=m}^{\infty} A_n^c) = 0$

$$\bigcup_{m=1}^{\infty} \bigcap_{n=m}^{\infty} A_n^c = \lim_{m\to\infty} \bigcap_{n=m}^{\infty} A_n^c$$

$$\therefore P(\bigcup_{m=1}^{\infty} \bigcap_{n=m}^{\infty} A_n^c) = \lim_{m\to\infty} P(\bigcap_{n=m}^{\infty} A_n^c) \overset{\text{独立性}}{=} \lim_{m\to\infty} \prod_{n=m}^{\infty} P(A_n^c)$$

$$= \lim_{m\to\infty} \prod_{n=m}^{\infty} (1 - P(A_n)) = \lim_{m\to\infty} e^{\sum_{n=m}^{\infty} \ln(1-P(A_n))} \leq \lim_{m\to\infty} e^{-\sum_{n=m}^{\infty} P(A_n)} = 0$$

日期:　　　/

后两步分别用到 $\ln(1-x) \le -x$ 以及 $\sum_{k=1}^{\infty} P(A_k) = \infty \Rightarrow \lim_{m\to\infty} \sum_{k=m}^{\infty} P(A_k) = \infty$ $\square$