

វិញ្ញាសាថ្មី

២០២៣ទុកគណនា

ធ្វើឡើងដោយ

ម៉ៅសៀវភៅ

វិញ្ញាបនបត្រវិទ្យាសាស្ត្រប្រឡងសញ្ញាបត្រគុតិយឆ្នាំ២០២២-២០២៣

សម្រាប់ត្រូវប្រឡង

១

មជ្ឈមណ្ឌលប្រឡង.....

រយៈពេល: ២ ម៉ោង



ឈ្មោះ: បេក្ខជន.....

រៀបរៀងដោយ ស្នេហាប្រាសាទ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

លេខបង្គាប់.....លេខតុ.....

I, គណនាលីមីត $1, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 - 2x + 1}{x^3 - 2x + 1}$ $2, \lim_{x \rightarrow 4} \frac{16 - x^2}{\sin \pi x}$ $3, \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{1 + x^2} - x)$ $4, \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin xy + \tan xy}{xy}$

II, ក្នុងចំណោមមួយមានក្រូចជូរ 7 និងក្រូចផ្អែម 8 ។ គេចាប់យកក្រូច 4 ផ្ទៃព្រមគ្នាដោយចៃដន្យចេញពីចង្ក

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A, ក្រូចជូរ 25% B, ក្រូចផ្អែម 50% C, ក្រូចជូរ 75%

III, គេអោយ $Z_1 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ និង $w = -4 + 4i$ ។ គណនា $Z \times W$ និង $\frac{Z}{W}$ ជាពិជគណិតនិងត្រីកោណមាត្រ

IV, គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' + y' - 2y = 0$ ។ ដោះស្រាយសមីការ

1, កំណត់តម្លៃ a, b, c ដើម្បីអោយ $f(x) = ax^2 + bx + c$ ជាចម្លើយ $(E_1): y'' + 2y' - 2y = -2x^2 + 5$

V, គណនា $I = \int \left(1 + x - \frac{1}{e^x + 1}\right) dx$ $J = \int (\sin 8x - \cos 4x) dx$ $K = \int \int \int (x + y + z) dx dy dz$

គេមាន $K = \int \frac{4 + x - 4x^4}{x^2 + 1} dx$ ដោយបង្ហាញថា $4 - 4x^2 + \frac{x}{1 + x^2} = \frac{4 + x - 4x^4}{x^2 + 1}$

VI, កំណត់សមីការស្តង់ដារអេលីប្រាសកំណុំ $(0, -3), (0, +3)$ និងអ័ក្សតូចមានប្រវែង 4 អង្កត់។ សង់អេលីប

VI, គេអោយកំពូលប្រលេឡូក្រាម ABCD គឺ $A(1, 2, 3)$ $B(-1, -2, -1)$ និង $C(2, 3, 2)$ ។

រកកូអរដោនេ $D(x, y, z)$ a, គណនាផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាម ABCD

VII, គេមានអនុគមន៍ $f(x) = \frac{3}{e^{3x} + 1}$ ដែលមានក្រាបដំណាងដោយអនុគមន៍ (C)

1, គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូត D_1 ហើយសិក្សាទីតាំងនៃ C ធៀបនឹងអាស៊ីមតូត

2, គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ។ ទាញរកអាស៊ីមតូត D_2 និងបង្ហាញថា $f(x) = 3 - \frac{3e^{3x}}{e^{3x} + 1}$

○ សិក្សាទីតាំងនៃ (C) ធៀបនឹង D_2

3, បង្ហាញថា $f'(x) = \frac{-9e^{3x}}{(e^{3x} + 1)^2}$ ។ សិក្សាទិសដៅអថេរភាពនិងសង់តារាងអថេរភាព

4, កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះ T ដែលមានចំណុចអាស៊ីមតូតស្មើសូន្យនិងសង់ C, D_1, D_2 (and) T

VIII, គណនាស៊េរី $1. \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 2n + 3}$ $2. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4n^3 + 3n}{n^5 - 4n^2 + 1}$ $3. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + n}{n!}$

គណិតវិទ្យា កម្ពុជា

I, គណនាធីតិ

$$1, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 - 2x + 1}{x^3 - 2x + 1} \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 - x - x + 1}{x^3 - x - x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x^5 - 1) - (x - 1)}{x(x^2 - 1) - (x - 1)}$$

$$\text{គេបាន } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) - (x-1)}{x(x-1)(x+1) - (x-1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)[x(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) - 1]}{(x-1)[x(x+1) - 1]}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[x(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) - 1]}{[x(x+1) - 1]} = 4$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 - 2x + 1}{x^3 - 2x + 1} = 4$$

$$\text{គេបាន } 2, \lim_{x \rightarrow 4} \frac{16 - x^2}{\sin \pi x} \left(\frac{0}{0} \right) \text{ តាង } t = x - 4 \Rightarrow x = t + 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{16 - x^2}{\sin \pi x} \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{16 - (t+4)^2}{\sin \pi (t+4)}$$

$$\text{នាំអោយ } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{16 - (t^2 + 8t + 16)}{\sin(\pi t + 4\pi)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{-(t^2 + 8t)}{\sin \pi t} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\frac{-t(t+8)}{t}}{\frac{\pi t \sin \pi t}{\pi t}} = -\frac{12}{\pi}$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{16 - x^2}{\sin \pi x} = -\frac{12}{\pi}$$

$$4, \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin xy + \tan xy}{xy} \left(\frac{0}{0} \right)$$

គេបាន

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \left[\frac{\sin xy}{xy} + \frac{\tan xy}{xy} \right] = 2$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin xy + \tan xy}{xy} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{1+x^2} - x)(+\infty - \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [x\sqrt{1+x^2} - x^2] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2(1+x^2) - x^4}{x\sqrt{1+x^2} + x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{\left[x\sqrt{x^2 \left(\frac{1}{x^2} + 1 \right) + x^2} \right]} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{\left[x^2 \sqrt{\left(\frac{1}{x^2} + 1 \right) + x^2} \right]}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2 \left[\sqrt{\left(\frac{1}{x^2} + 1 \right) + 1} \right]} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\left[\sqrt{\left(\frac{1}{x^2} + 1 \right) + 1} \right]} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{1+x^2} - x) = \frac{1}{2}$$

$$n(S) = C(15 \ 4)$$

$$\text{រកករណីអាច } n(S) = \frac{15!}{4!11!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$n(S) = 5 \times 7 \times 13 \times 3 = 1365$$

A, ក្រុមជូរ 25%

$$n(A) = C(7 \ 1) \times C(8 \ 3)$$

$$\text{រកករណីស្រប } n(A) = 7 \times \frac{8!}{3!5!} = 7 \times \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2}$$

$$n(A) = 7 \times 56 = 392$$

$$\text{ដូចនេះ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{392}{1365}$$

B, ក្រុមផ្អែម 50%

$$n(B) = C(7 \ 2) \times C(8 \ 2)$$

$$\text{រកករណីស្រប } n(B) = \frac{7!}{2!5!} \times \frac{8!}{2!6!}$$

$$n(B) = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} \times \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 21 \times 28 = 588$$

$$\text{ដូចនេះ } P(B) = \frac{n(B)}{n(C)} = \frac{588}{1365}$$

C, ក្រុមជូរ 75%

រកករណីសរុប

$$n(C) = C(7\ 3) \times C(8\ 1)$$
$$n(C) = \frac{7!}{3!4!} \times 8 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2} \times 8 = 280$$

$$\text{ដូចនេះ } P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{280}{1365}$$

គណនា $Z \times W$ និង $\frac{Z}{W}$ ជាពិជគណិតនិងត្រីកោណមាត្រ

$$Z \times W = \left(\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) (-4 + 4i)$$

គេបាន $Z \times W = 2(1 - i\sqrt{3})(-1 + i)$

$$Z \times W = 2[-1 + i + i\sqrt{3} + \sqrt{3}]$$

$$Z \times W = (2\sqrt{3} - 2) + i(2\sqrt{3} + 2)$$

$$\text{ដូចនេះ } Z \times W = (2\sqrt{3} - 2) + i(2\sqrt{3} + 2)$$

$$\frac{Z}{W} = \frac{\left(\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{(-4 + 4i)} = \frac{\frac{1}{2}(1 - i\sqrt{3})}{4(-1 + i)}$$

គេបាន $\frac{Z}{W} = \frac{(1 - i\sqrt{3})(-1 - i)}{8[(-1)^2 - i^2]}$

$$\frac{Z}{W} = \frac{-1 - i + i\sqrt{3} - \sqrt{3}}{16} = \frac{(-1 - \sqrt{3})}{16} + i \frac{(\sqrt{3} - 1)}{16}$$

$$\text{ដូចនេះ } \frac{Z}{W} = \frac{(-1 - \sqrt{3})}{16} + i \frac{(\sqrt{3} - 1)}{16}$$

$$Z_1 = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

គេបាន

$$Z_1 = \left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right)$$

$$\text{ដូចនេះ } Z_1 = \left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right)$$

$$w = -4 + 4i \Rightarrow W = 4(-1 + i)$$

$$\text{គេបាន } W = 4\sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$W = 4\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \right)$$

$$\text{ដូចនេះ } W = 4\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \right)$$

$$Z \times W = 4\sqrt{2} \left[\cos\left(-\frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{4}\right) \right]$$

គេ

$$Z \times W = 4\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) \right)$$

$$\text{ដូចនេះ } Z \times W = 4\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) \right)$$

$$\frac{Z}{W} = \frac{\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right)}{4\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \right)}$$

$$\text{គេបាន } \frac{Z}{W} = \frac{\sqrt{2}}{8} \left[\cos\left(-\frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{4}\right) \right]$$

$$\frac{Z}{W} = \frac{\sqrt{2}}{8} \left(\cos\left(-\frac{13\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{13\pi}{12}\right) \right)$$

$$\text{ដូចនេះ } \frac{Z}{W} = \frac{\sqrt{2}}{8} \left(\cos\left(-\frac{13\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{13\pi}{12}\right) \right)$$

IV, គេមានសមីការ (E): $y'' + y' - 2y = 0$

$$\text{សមីការសំគាល់ } r^2 + r - 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

គេបាន

$$\Delta = (1)^2 - 4(-2) = 9$$

$$\text{គេបាន } r_1 = \frac{-1+3}{2} = 1, r_2 = \frac{-1-3}{2} = -2$$

$$\text{ដូចនេះ } y_c = Ae^x + Be^{-2x} \text{ ជាចម្លើយទូទៅ}$$

1, កំណត់តម្លៃ a, b, c ដើម្បីឱ្យ $f(x) = ax^2 + bx + c$

គេបាន $f(x) = ax^2 + bx + c$
 $f'(x) = 2ax + b, f''(x) = 2a$

$$(ax^2 + bx + c) + 2(2ax + b) - 4a = -2x^2 + 5$$

នាំឱ្យ $ax^2 + x(4a + b) + (c + 2b - 4a) = -2x^2 + 5$

$$a = -2, 4a + b = 0 \Rightarrow b = 8$$

$$c + 2b - 4a = 5 \Rightarrow c = -24$$

ដូចនេះ $f(x) = -2x^2 + 8x - 24$ ជាចម្លើយពិសេស

$$I = \int \left(1 + x + \frac{1}{e^x + 1} \right) dx = \int \left(1 + x + \frac{e^x + 1 - e^x}{e^x + 1} \right) dx$$

$$\int \left(1 + x + 1 - \frac{e^x}{e^x + 1} \right) dx$$

$$I = \int \left(x + 2 - \frac{(e^x + 1)'}{e^x + 1} \right) dx = \frac{x^2}{2} + 2x - \ln(e^x + 1) + c$$

ដូចនេះ $\int 1 + x + \frac{1}{e^x + 1} dx = \frac{x^2}{2} + 2x - \ln(e^x + 1) + c$

$$J = \int (\sin 8x - \cos 4x) dx = -\frac{1}{8} \cos 8x - \frac{1}{4} \sin 4x + c$$

$$\int (\sin 8x - \cos 4x) dx = -\frac{1}{8} \cos 8x - \frac{1}{4} \sin 4x + c$$

$$K = \int \int \int (x + y + z) dx dy dz$$

គេបាន $\int \int \left(\frac{x^2}{2} + y + z \right) dy dz$

$$\int \left(\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + z \right) dz = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} + c$$

ដូចនេះ $\int \int \int (x + y + z) dx dy dz = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} + c$

$$K = \int \frac{4 + x - 4x^4}{x^2 + 1} dx \quad \text{គេបាន} \quad 4 - 4x^2 + \frac{x}{1 + x^2} = \frac{4 + x - 4x^4}{x^2 + 1}$$

$$4 - 4x^2 + \frac{x}{1 + x^2} = \frac{4 + x - 4x^4}{x^2 + 1}$$

$$4 - 4x^2 + \frac{x}{1 + x^2} = \frac{4(1 - x^4) + x}{x^2 + 1}$$

គេបាន

$$4 - 4x^2 + \frac{x}{1 + x^2} = \frac{4(1 - x^2)(1 + x^2) + x}{x^2 + 1}$$

$$4 - 4x^2 + \frac{x}{1 + x^2} = 4 - 4x^2 + \frac{x}{x^2 + 1}$$

ដូចនេះ $4 - 4x^2 + \frac{x}{x^2 + 1}$ ពិត

$$K = \int \frac{4 + x - 4x^4}{x^2 + 1} dx$$

$$\int \left(4 - 4x^2 + \frac{x}{x^2 + 1} \right) dx = 4x - \frac{4x^3}{3} + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c$$

ដូចនេះ $\int \frac{4 + x - 4x^4}{x^2 + 1} dx = 4x - \frac{4x^3}{3} + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c$

VI, កំណត់សមីការស្តង់ដារអេលីប

គេបាន $F_1(h \ k + c)$
 $F_2(h \ k - c)$

នាំឱ្យ $\begin{cases} k + c = -3 \\ k - c = 3 \end{cases} \Rightarrow 2k = 0 \Rightarrow k = 0, c = -3$

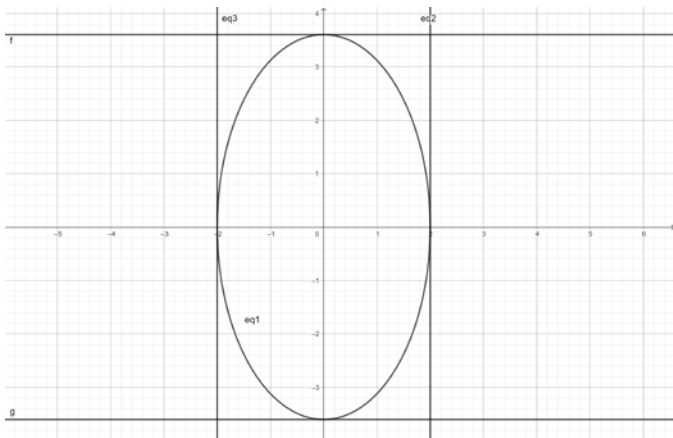
អំពូលតួ $2b = 4 \Rightarrow b = 2$

នាំឱ្យ $c^2 = a^2 - b^2$
 $a^2 = 9 + 4 = 13 \Rightarrow a = \sqrt{13}$

កំពូល $V_1(h \ k + a), V_2(h \ k - a)$
 $V_1(0 \ \sqrt{13}) \ V_2(0 \ -\sqrt{13})$

នាំឱ្យ $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$
 $\frac{(x-0)^2}{4} + \frac{(y-0)^2}{13} = 1$

សង់អេលីប



រកកូអរដោនេ $D(x, y, z)$

ដោយ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម $\overrightarrow{AB}(-2, -4, -4)$
 $\overrightarrow{CD}(x-2, y-3, z-2)$

$$x-2 = -2 \Rightarrow x = 0$$

$$\text{គេបាន } y-3 = -4 \Rightarrow y = -1$$

$$z-2 = -4 \Rightarrow z = -2$$

$$\text{ដូចនេះ } D(0, -1, -2)$$

a, គណនាផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាម $ABCD$

$$\text{គេបាន } \overrightarrow{AB}(-2, -4, -4)$$

$$\overrightarrow{AC}(1, 1, -1)$$

$$\text{គេបាន } \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & -4 & -4 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = (8, -6, 2)$$

$$\text{តាមរូបមន្ត } S_{ABC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC})$$

$$\text{នាំអោយ } S_{ABC} = \frac{\sqrt{64+36+4}}{2} = \frac{\sqrt{104}}{2}$$

$$\text{ដូចនេះ } S_{ABC} = \frac{\sqrt{104}}{2}$$

1, គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\text{គេបាន } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{e^{3x} + 1} \right) = 0 \quad \text{ពីព្រោះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{3x} = +\infty$$

ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូត D_1

$$\text{ដូចនេះ } (D_1): y = 0 \text{ ជាអាស៊ីមតូតដេក}$$

សិក្សាទីតាំងនៃ C ធៀបនឹងអាស៊ីមតូត D_1

$$\text{តាមរូបមន្ត } [f(x) - D_1] = \frac{3}{e^{3x} + 1} > 0$$

$$\text{ដូចនេះខ្សែកោងត្រូវនៅលើអាស៊ីមតូត}$$

2, គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\text{គេបាន } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3}{e^{3x} + 1} \right) = 3$$

$$\text{ដូចនេះ } (D_2): y = 3 \text{ ជាអាស៊ីមតូតដេក}$$

$$\text{បង្ហាញថា } f(x) = 3 - \frac{3e^{3x}}{e^{3x} + 1}$$

$$f(x) = \frac{3}{e^{3x} + 1} \Rightarrow f(x) = 3 + \frac{3}{e^{3x} + 1} - 3$$

គេបាន

$$f(x) = 3 + \frac{3 - 3(e^{3x} + 1)}{e^{3x} + 1} \Rightarrow f(x) = 3 - \frac{3e^{3x}}{e^{3x} + 1}$$

$$\text{ដូចនេះ } f(x) = 3 - \frac{3e^{3x}}{e^{3x} + 1}$$

○ សិក្សាទីតាំងនៃ (C) ធៀបនឹង D_2

$$[f(x) - D_2] = \left[\left(3 - \frac{3e^{3x}}{e^{3x} + 1} \right) - 3 \right]$$

គេបាន

$$[f(x) - D_2] = -\frac{3e^{3x}}{e^{3x} + 1} < 0$$

$$\text{ដូចនេះខ្សែកោងត្រូវនៅក្រោមអាស៊ីមតូត}$$

3, បង្ហាញថា $f'(x) = \frac{-9e^{3x}}{(e^{3x}+1)^2}$

$$f(x) = \frac{3}{e^{3x}+1} \Rightarrow f'(x) = -\frac{3(e^{3x}+1)'}{(e^{3x}+1)^2}$$

គេបាន

$$f'(x) = -\frac{9e^{3x}}{(e^{3x}+1)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x) = -\frac{9e^{3x}}{(e^{3x}+1)^2}$

សិក្សាទិសដៅអថេរភាពនិងសង់តារាងអថេរភាព

នាំអោយ $f'(x) = -\frac{9e^{3x}}{(e^{3x}+1)^2} < 0$ ជាអនុគមន៍ចុះ

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	[Blank]	
$f(x)$	3	0

4, កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះ T ដែលមានចំណុចអាស៊ីមស្តូ

ស្ទូន្យនិងសង់ C, D_1, D_2 (and) T

តាមរូបមន្ត $(T): f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$

នាំអោយ $x_0 = 0, f(0) = \frac{3}{2}, f'(0) = -\frac{9}{4}$

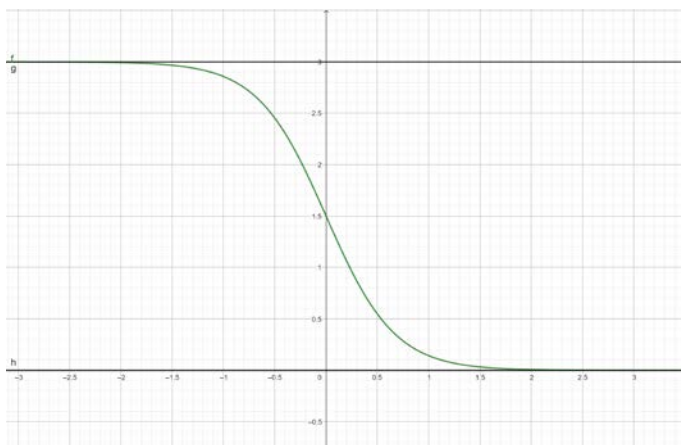
$$(T): -\frac{9}{4}\left(x - \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}$$

គេបាន $(T): -\frac{9}{4}x + \frac{27}{8} + \frac{3}{2}$

$$(T): -\frac{9}{4}x + \frac{78}{16}$$

ដូចនេះ $(T): -\frac{9}{4}x + \frac{78}{16}$

សង់ក្រាប



VIII, គណនាស៊េរី

គេបានលក្ខខណ្ឌ $0 < u_n < v_n$

គេបាន $0 < \sum_{n=0}^{+\infty} u_n = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 2n + 3} < \sum_{n=0}^{+\infty} v_n = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 2n}$

យើងបាន $\sum_{n=0}^{+\infty} v_n = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 2n} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n(n+2)}$

$$S_n = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n(n+2)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{n(n+2)}$$

$$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{(n+2)}\right)$$

$$S_n = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{(n+2)}\right)$$

នាំអោយ $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{(n+2)}\right) \right) = \frac{1}{2}$

$\sum_{n=0}^{+\infty} v_n = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 2n}$ នាំអោយ $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 2n + 3}$

ដូចនេះ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 2n + 3}$ ស៊េរីរួម

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4n^3 + 3n}{n^5 - 4n^2 + 1} \text{ គេបាន } 0 < u_n = \frac{4n^3 + 3n}{n^5 - 4n^2 + 1}$$

$$\text{កំណត់យក } v_n = \frac{4}{n^2} \quad 0 < v_n; \forall \geq 1$$

$$\text{គេបាន } \sum_{n=1}^{+\infty} v_n = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4}{n^2} = \int_1^{+\infty} \frac{4}{x^2} dx$$

$$\lim_{a \rightarrow +\infty} \int_1^a \frac{4}{x^2} dx = \lim_{a \rightarrow +\infty} \left[-\frac{4}{x} \right]_1^a = \lim_{a \rightarrow +\infty} \left(-\frac{4}{a} \right) + 4 = 4$$

នោះគេបាន $\sum_{n=1}^{+\infty} v_n$ ជាស្រឡាត (សមីការទី១)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{4n^3 + 3n}{n^5 - 4n^2 + 1}}{\frac{4}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^5 + 3n^3}{4(n^5 - 4n^2 + 1)}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^5 \left(4 + \frac{3}{n^2} \right)}{4n^5 \left(1 - \frac{4}{n^3} + \frac{1}{n^5} \right)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(4 + \frac{3}{n^2} \right)}{4 \left(1 - \frac{4}{n^3} + \frac{1}{n^5} \right)} = 1 > 0$$

(សមីការទី២) តាម (1) និង (2) គេបាន $\sum_{n=1}^{+\infty} u_n$ ជាស្រឡាត

$$\text{ដូចនេះ: } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4n^3 + 3n}{n^5 - 4n^2 + 1} \text{ ជាស្រឡាត}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + n}{n!} \text{ គេបាន } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + n}{n!} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n!} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n!}$$

$$\text{គេបាន } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n!} \text{ នាំអោយ } u_n = \frac{3^n}{n!} \text{ គេបាន } u_{n+1} = \frac{3^{n+1}}{(n+1)!}$$

$$\text{យើងបាន } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{3^n}{n!}} \text{ ជាស្រឡាត}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{n+1} \cdot n!}{3^n (n+1)!} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{n+1} = 0$$

$$\text{គេបាន } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n!} \text{ នាំអោយ } u_n = \frac{n}{n!} \text{ គេបាន } u_{n+1} = \frac{n+1}{(n+1)!}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n}$$

$$\text{យើងបាន } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{n+1}{(n+1)!}}{\frac{n}{n!}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1)n!}{n!(n+1)n} = 0 \text{ ជាស្រឡាត}$$

$$\text{ដូចនេះ: } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + n}{n!} \text{ ស្រឡាត}$$

វិញ្ញាបនបត្រវិទ្យាស្រាស្ត្រប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិ២០២២-២០២៣

សម្រាប់ត្រូវប្រឡង



បណ្ណាល័យប្រឡង.....

រយៈពេល: ២ ៥០ នាទី



ឈ្មោះបេក្ខជន.....

រៀបរៀងដោយ សៀវភៅ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

លេខបង្គាប់.....លេខតុ.....

I. គណនាលីមីត $A, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{1 - \sqrt[3]{1-x}}$ $B, \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin 3x}{1 + \cos 3x}$ $C, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^{2n} - 1)}{(x^n - 1)(x^2 + x)}$ $D, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^{20} x - 1}{\cos^{40} x - 1}$

II. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int (x^{10} + x^7 + x^3 + x) dx$ $J = \int \cos(\ln x) dx$
 $k = \int \sin(\ln x) dx$ $H = \int_1^{+\infty} \frac{1}{(3x-2)(3x+1)} dx$

III. គេមានប្រអប់ទី១មានសំបុត្រ៥សន្លឹកចុះលេខពី១ទៅ៥។ ប្រអប់ទី២មានសំបុត្រ៣សន្លឹកចុះពីលេខ៤ទៅ៥។ សំបុត្រមួយសន្លឹកត្រូវបានចាប់ចេញពីប្រអប់នីមួយៗ។

ក, រកប្រូបាបដែលសំបុត្រទាំងពីរមានលេខដូចគ្នា ខ, រកប្រូបាបដែលសំបុត្រទាំងពីរគ្មានលេខដូចគ្នា

គ, រកប្រូបាបដែលផលបូកនៃចំនួនពីរសំបុត្រជាចំនួនសេស

IV, គេអោយស្វីតនព្វន្តមួយដែលមាន $u_4 = 20$ និង $u_{10} = 56$ ។ កំណត់តួទូទៅនៃស្វីត (u_n)

ក, គណនាតួទី២០ ខ, តើចំនួន 296 ជាតួទីប៉ុន្មាននៃស្វីត គ, គណនាផលបូក n តួដំបូងនៃស្វីតនេះ

ខ, ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម $A. \log_2 2x \leq \log_4 (x+3)$ $B. \log_3 (3x-5) \geq \log_3 (x+7)$

V. ដោះស្រាយសមីការ $1. 4^{x^2+2x+1} = 16$ $2. \tan x = \cot\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ $3. \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin 3x$

VI. គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' - 3y' + 2y = 0$ ។ ដោះស្រាយសមីការ

កំណត់ចម្លើយ (E) ដោយដឹងថាខ្សែកោង (C) តាង f ប៉ះបន្ទាត់ (D): $y = 3x - 2$ ត្រង់ចំណុច $A(1,1)$

A. គេមានសមីការអេលីប $4x^2 + 6y^2 - 16x + 12y + 10 = 0$ ។ ទម្រង់ស្តង់ដារ រកផ្ចិត កំពូល កំណុំ

VII, គេមានចំណុច $A(1 \ 1 \ 2)$ ប្លង់ (P): $x + y - 2z + 2 = 0$ និង (L): $x = 2 + t \ y = t + 1 \ z = 1 - 2t$

ក, បង្ហាញថាប្លង់ (P) កាត់តាមចំណុច A ហើយកែងបន្ទាត់ (L)

ខ, រកកូអរដោនេនៃចំណុច B, C, D ដែលជាចំណុចប្រសព្វរវាងប្លង់ (P) ជាមួយអ័ក្សរៀង $\overline{Ox}, \overline{Oy}, \overline{Oz}$

គណនារង្វាស់ DB (and) DC ។ ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ BCD និងគណនាមាឌតេត្រាអែត $OB CD$

VIII, គេមាន $f(x) = x - 2 + 2e^{\frac{x}{2}}$ ហើយ (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍

ក, រកដែនកំណត់រួចគណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ចុងដែននិងទាញរកសមីការអាស៊ីមតូទទ្រេតនៃក្រាប (C)

ខ, គណនានិងសិក្សាសញ្ញា $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f

គ, សិក្សាទីតាំងរវាងក្រាប (C) ធៀបនឹងអាស៊ីមតូទទ្រេត។ សង់ក្រាប

I. គណនាលីមីតខាងក្រោម

$$A. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{1 - \sqrt[3]{1-x}} \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \left[1^2 + \sqrt[3]{1-x} + (\sqrt[3]{1-x})^2 \right]}{(1 - \sqrt[3]{1-x}) \left[1^2 + \sqrt[3]{1-x} + (\sqrt[3]{1-x})^2 \right]}$$

$$\text{គេបាន } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 3x}{x} \right) \left(\left[1^2 + \sqrt[3]{1-x} + (\sqrt[3]{1-x})^2 \right] \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3 \sin 3x}{3x} \right) \left(\left[1^2 + \sqrt[3]{1-x} + (\sqrt[3]{1-x})^2 \right] \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 3 \left(\left[1^2 + \sqrt[3]{1-x} + (\sqrt[3]{1-x})^2 \right] \right) = 9$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{1 - \sqrt[3]{1-x}} = 9$$

$$\text{គេបាន } B. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin 3x}{1 + \cos 3x} \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$t = x - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = t + \frac{\pi}{3}$$

តាង

$$t \rightarrow 0 \Rightarrow x \rightarrow \frac{\pi}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin 3 \left(t + \frac{\pi}{3} \right)}{1 + \cos 3 \left(t + \frac{\pi}{3} \right)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin (3t + \pi)}{1 + \cos (3t + \pi)}$$

គេបាន

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin 3t}{1 - \cos 3t} = -\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{3 \sin 3t}{3t}}{\frac{3(1 - \cos 3t)}{3t}} \right) = \frac{3}{0} = \infty$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin 3x}{1 + \cos 3x} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^{20} x - 1}{\cos^{40} x - 1} \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos^{20} x - 1)}{(\cos^{20} x)^2 - 1}$$

គេ

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos^{20} x - 1)}{(\cos^{20} x - 1)(\cos^{20} x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(\cos^{20} x + 1)} = \frac{1}{2}$$

$$C. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^{2n} - 1)(x^2 + 2x + 1)}{(x^n - 1)(x^2 + x)} \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$\text{គេបាន } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{[(x^n)^2 - 1](x+1)^2}{(x^n - 1)[x(x+1)]}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^n - 1)(x^n + 1)(x+1)^2}{(x^n - 1)[x(x+1)]}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^n + 1)(x+1)}{x} = 2(1^n + 1)$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^{2n} - 1)(x^2 + 2x + 1)}{(x^n - 1)(x^2 + x)} = 2(1^n + 1)$$

II. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម

$$\text{គេបាន } \int (x^{10} + x^7 + x^3 + x) dx = \frac{x^{11}}{11} + \frac{x^8}{8} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + c$$

$$\text{គេបាន } J = \int \cos(\ln x) dx$$

$$u = \cos(\ln x) \Rightarrow du = -\frac{1}{x} \sin(\ln x)$$

$$\text{តាង } dv = dx \Rightarrow \int dv = \int dx \Rightarrow v = x$$

$$x \cos(\ln x) + \int \sin(\ln x) dx$$

$$\int \sin(\ln x) dx \text{ តាង } u = \sin(\ln x) \Rightarrow du = \frac{1}{x} \cos(\ln x)$$

$$dv = dx \Rightarrow \int dv = \int dx \Rightarrow v = x$$

$$\text{ដោយគេបាន } x \sin(\ln x) - \int \cos(\ln x) dx$$

$$\int \cos(\ln x) dx = x \cos(\ln x) + \int \cos(\ln x) dx$$

$$\int \cos(\ln x) dx = x \cos(\ln x) + (x \sin(\ln x) - \int \cos(\ln x) dx)$$

$$\int \cos(\ln x) dx + \int \cos(\ln x) dx = x \cos(\ln x) + x \sin(\ln x)$$

$$\int \cos(\ln x) dx = \frac{x(\cos(\ln x) + \sin(\ln x))}{2} + c$$

$$\text{ដូចនេះ } \int \cos(\ln x) dx = \frac{x(\cos(\ln x) + \sin(\ln x))}{2} + c$$

គេមាន $\int \sin(\ln x) dx$

គេអាំងតេក្រាលដោយផ្នែក $\int \sin(\ln x) dx$

តាង $u = \sin(\ln x) \Rightarrow du = \frac{1}{x} \cos(\ln x)$

$dv = dx \Rightarrow \int dv = \int dx \Rightarrow v = x$

ដោយគេបាន $x \sin(\ln x) - \int \cos(\ln x) dx$

$u = \cos(\ln x) \Rightarrow du = -\frac{1}{x} \sin(\ln x)$

តាង $dv = dx \Rightarrow \int dv = \int dx \Rightarrow v = x$

$x \cos(\ln x) + \int \sin(\ln x) dx$

$\int \sin(\ln x) dx = x \sin(\ln x) - \int \cos(\ln x) dx$

គេបាន $2 \int \sin(\ln x) dx = x(\sin(\ln x) - \cos(\ln x))$

$\int \sin(\ln x) dx = \frac{x(\sin(\ln x) - \cos(\ln x))}{2} + c$

ដូចនេះ $\int \sin(\ln x) dx = \frac{x(\sin(\ln x) - \cos(\ln x))}{2} + c$

គេមាន $H = \int_1^{+\infty} \frac{1}{(3x-2)(3x+1)} dx$

$\int_1^{+\infty} \frac{1}{(3x-2)(3x+1)} dx$

គេបាន

$\lim_{a \rightarrow +\infty} \int_1^a \left(\frac{1}{(3x-2)(3x+1)} \right) dx$

តាង $\frac{1}{(3x-2)(3x+1)} = \frac{A}{(3x-2)} + \frac{B}{(3x+1)}$

ចំពោះករណី $x = \frac{2}{3}$ នាំអោយ $A = \frac{1}{3\left(\frac{2}{3}\right)+1} = \frac{1}{3}$

ចំពោះករណី $x = -\frac{1}{3}$ នាំអោយ $A = \frac{1}{3\left(-\frac{1}{3}\right)-2} = -\frac{1}{3}$

$\lim_{a \rightarrow +\infty} \int_1^a \left(\frac{1}{(3x-2)(3x+1)} \right) dx$

$\lim_{a \rightarrow +\infty} \int_1^a \left(\frac{1}{3(3x-2)} - \frac{1}{3(3x+1)} \right) dx$

$\lim_{a \rightarrow +\infty} \int_1^a \left(\frac{(3x-2)'}{9(3x-2)} - \frac{(3x+1)'}{9(3x+1)} \right) dx$

$\lim_{a \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{9} \ln(3x-2) - \frac{1}{9} \ln(3x+1) \right]_1^a$

$\lim_{a \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{9} \ln \left(\frac{3x-2}{3x+1} \right) \right]_1^a = \lim_{a \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{9} \ln \left(\frac{3a-2}{3a+1} \right) - \frac{1}{9} \ln \left(\frac{1}{4} \right) \right)$

$\lim_{a \rightarrow +\infty} \frac{1}{9} \ln \left(\frac{3a-2}{3a+1} \right) - \ln \left(\frac{1}{4} \right) = 2 \ln 2$

ដូចនេះ $\int_1^{+\infty} \frac{1}{(3x-2)(3x+1)} dx = 2 \ln 2$

ប្រអប់ទី១មានសំបុត្រ៥សន្លឹកចុះលេខពី១ទៅដល់៥

គេបាន {1 2 3 4 5}

ប្រអប់ទី២មានសំបុត្រ៣សន្លឹកចុះពីលេខ៤ទៅដល់៦

គេបាន {4 5 6}

នាំអោយចំនួនសរុបគេបាន $n(S) = 3 \times 5 = 15$

ក, រកប្រូបាបដែលសំបុត្រទាំងពីរមានលេខដូចគ្នា

គេបាន $n(A) = \{4 \ 5\} = 2$

ដូចនេះ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{15}$

ខ, រកប្រូបាបដែលសំបុត្រទាំងពីរគ្មានលេខដូចគ្នា

គេបាន $n(B) = \{1 \ 2 \ 3 \ 6\} = 3$

$$\text{ដូចនេះ } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{15} \text{ ករណី}$$

គ, រកប្រូបាបផលបូកនៃចំនួនពីរសំបុត្រជាចំនួនសេស

$$\text{គេបាន } n(c) = 8$$

$$\text{នាំអោយ } \{(1+6), (1+4), (2+5), (3+4), (3+6), (4+5), (5+4), (5+6)\}$$

$$\text{ដូចនេះ } P(C) = \frac{n(c)}{n(S)} = \frac{8}{15} \text{ ករណី}$$

កំណត់តួទូទៅនៃស្វីត (u_n)

$$\text{តាមរូបមន្ត } u_n = u_1 + (n-1)d$$

$$\text{នាំអោយ } u_4 = 20 \Rightarrow u_4 = u_1 + 3d$$

$$u_{10} = 56 \Rightarrow u_{10} = u_1 + 9d$$

$$\text{គេបាន } \begin{cases} u_1 + 3d = 20 \\ u_1 + 9d = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3u_1 - 9d = -60 \\ u_1 + 9d = 56 \end{cases}$$

$$\text{នាំអោយ } -2u_1 = -4 \Rightarrow u_1 = 2 \quad 3d = 18 \Rightarrow d = 6$$

$$\text{ដូចនេះ } u_n = 2 + 6(n-1) = 6n - 4$$

ក, គណនាតួទី២០

$$\text{គេបាន } u_n = 2 + 6(n-1) = 6n - 4$$

$$u_{20} = 6(20) - 4 = 120 - 4 = 116$$

$$\text{ដូចនេះ } u_{20} = 116$$

ខ, តើចំនួន 296 ជាតួទីប៉ុន្មាននៃស្វីត

$$u_n = 6n - 4 \Rightarrow 6n - 4 = 296$$

$$\text{គេបាន } 6n = 300 \Rightarrow n = \frac{300}{6} = 50$$

$$\text{ដូចនេះ } n = 50$$

គ, គណនាផលបូក n តួដំបូងនៃស្វីតនេះ

$$\text{តាមរូបមន្ត } S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$$

$$\text{គេបាន } S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$$

$$S = \frac{n}{2}(2 + (6n - 4)) = n + 3n - 2 = 4n - 2$$

$$\text{ដូចនេះ } S = 4n - 2$$

ខ, ដោះស្រាយសមីការ $A, \log_2 2x \leq \log_4 (x+3)$

$$\log_2 2x \leq \log_4 (x+3) = \log_2 2x \leq \log_{2^2} (x+3)$$

$$\text{គេបាន } \log_2 2x \leq \frac{1}{2} \log_2 (x+3) = 2 \log_2 2x \leq \log_2 (x+3)$$

$$\log_2 (2x)^2 \leq \log_2 (x+3) \Rightarrow 4x^2 \leq (x+3)$$

$$4x^2 - x - 3 \leq 0$$

$$4x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow (x-1)(4x+3) = 0$$

$$\text{នាំអោយ } x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$4x+3 = 0 \Rightarrow 4x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{4}$$

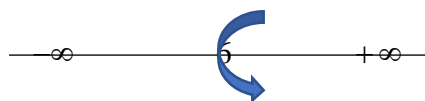
x	$-\infty$	$-\frac{3}{4}$	1	$+\infty$
$f(x) \leq 0$				

$$\text{ដូចនេះ } x \in \left[1 - \frac{3}{4}\right]$$

គេបាន $B, \log_3 (3x-5) \geq \log_3 (x+7)$

$$\text{គេបាន } \log_3 (3x-5) \geq \log_3 (x+7)$$

$$3x-5 \geq x+7 \Rightarrow 2x \geq 12 \Rightarrow x \geq 6$$



$$\text{ដូចនេះ } x \in (6 + \infty)$$

V. ដោះស្រាយសមីការ

$$1, 4^{x^2+2x+1} = 1 \Rightarrow 6 \Rightarrow 4^{x^2+2x+1} = 4^2$$

គេបាន $x^2 + 2x + 1 = 2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 - 2 = 0$

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$\Delta = (2)^2 - 4(-1) = 4 + 4 = 8$$

គេ $x_1 = \frac{-2+2\sqrt{2}}{2} = -1+\sqrt{2}$ $x_2 = \frac{-2-2\sqrt{2}}{2} = -1-\sqrt{2}$

ដូចនេះ $x_1 = -1+\sqrt{2}$ $x_2 = -1-\sqrt{2}$

$$2, \tan 2x = \cot\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \tan x = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)}$$

គេ $\tan x = \frac{\cos \frac{\pi}{2} \cos 2x + \sin \frac{\pi}{2} \sin 2x}{\sin \frac{\pi}{2} \cos 2x - \sin 2x \cos \frac{\pi}{2}}$

$$\tan 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} \Rightarrow \tan 2x = \tan 2x$$

ដូចនេះ $\tan 2x = \tan 2x$ ពិត

$$3. \sin 3x = \cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$$

នាំអោយ $\sin 3x = \cos 3x \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} \sin 3x$

$$\sin 3x = \sin 3x$$

ដូចនេះ $\sin 3x = \sin 3x$ ពិត

VI. សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' - 3y' + 2y = 0$

សមីការសំគាល់ $r^2 - 3r + 2 = 0$

$$\Delta = (-3)^2 - 4(2) = 9 - 8 = 1$$

នាំអោយ $r_1 = \frac{3+1}{2} = 2$ $r_2 = \frac{3-1}{2} = 1$

ដូចនេះ $y_c = Ae^x + Be^{2x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

2, កំណត់ចម្លើយ (D): $y = 3x - 2$ ត្រង់ចំណុច $A(1,1)$

គេបាន $f(1) = 1$ នាំអោយ $y_c = Ae^x + Be^{2x}$
 $f'(1) = 3$ $y'_c = Ae^x + 2Be^{2x}$

គេបាន $f(1) = Ae + Be^2 = 1$
 $f'(1) = Ae + 2Be^2 = 3$

នាំអោយ $\begin{pmatrix} Ae + Be^2 = 1 \\ Ae + 2Be^2 = 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -Ae - Be^2 = -1 \\ Ae + 2Be^2 = 3 \end{pmatrix}$

$$Be^2 = 2 \Rightarrow B = 2e^{-2}$$

គេបាន $Ae = -1 \Rightarrow A = -\frac{1}{e}$

ដូចនេះ $y_c = 2e^{2x-2} - e^{x-1}$ ជាចម្លើយពិសេស

ជាទម្រង់ស្តង់ដាររូបរាងកង់ កំពូល កំណុំរបស់អេលីប

$$4x^2 + 6y^2 - 16x + 12y + 10 = 0$$

គេបាន $4x^2 - 16x + 6y^2 + 12y = -10$

$$4(x^2 - 4x) + 6(y^2 + 2y) = -10$$

$$4(x^2 - 2 \cdot 2x + 2^2 - 2^2) + 6(y^2 + 2y + 1 - 1) = -10$$

$$4(x-2)^2 - 16 + 6(y+1)^2 - 6 = -10$$

គេ $4(x-2)^2 + 6(y+1)^2 = 12$

$$\frac{(x-2)^2}{3} + \frac{(y+1)^2}{2} = 1$$

តាមរូបមន្ត $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

$$-h = -2 \Rightarrow h = 2 \quad -k = 1 \Rightarrow k = -1$$

គេបាន $a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3}$ $b^2 = 2 \Rightarrow b = \sqrt{2}$

$$c^2 = a^2 - b^2 = 3 - 2 = 1 \Rightarrow c = 1$$

ផ្ចិត $I(h \ k)$ កំពូល $V_1(h-a \ k)$ $V_2(h+a \ k)$
 $I(2 \ -1)$ $V_1(2-\sqrt{3} \ -1)$ $V_2(2+\sqrt{3} \ -1)$

$$F_1(h-c \ k)$$
 $F_2(h+c \ k)$

កំណុំ $F_1(2-1 \ -1) \Rightarrow F_1(1 \ -1)$

$$F_2(2+1 \ -1) \Rightarrow F_2(3 \ -1)$$

ក, បង្ហាញថាប្លង់ (P) កាត់ចំណុច A ហើយកែងបន្ទាត់ (L)

$$\text{រូបមន្ត}(P): a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$$

ដោយសមីការប្លង់ (P) កាត់តាម $A(1\ 1\ 2)$
 $x_0 = y_0 = 1 \quad z_0 = 2$

ដែល (P) កែងនឹងសមីការបន្ទាត់ $H(1\ 1\ -2)$
 $a = b = 1 \quad c = -2$

គេបាន $(P): (x-1)+(y-1)-2(z-2)=0$
 $(P): x+y-2z+2=0$

ដូចនេះ $(P): x+y-2z+2=0$

ខ, រកកូអរដោនេនៃចំណុច B, C, D ដែលជាចំណុចប្រសព្វ

រវាងប្លង់ (P) ជាមួយអ័ក្សរៀង $\overrightarrow{0x}, \overrightarrow{0y}, \overrightarrow{0z}$

$$\overrightarrow{0x} \Rightarrow y=0 \quad z=0$$

គេបាន $(P): x+y-2z+2=0$ ដូចនេះ $B(-2, 0, 0)$
 $x+2=0 \Rightarrow x=-2$

$$\overrightarrow{0y} \Rightarrow x=0 \quad z=0$$

គេបាន $(P): x+y-2z+2=0$ ដូចនេះ $C(0, -2, 0)$
 $y+2=0 \Rightarrow y=-2$

$$\overrightarrow{0z} \Rightarrow x=0 \quad y=0$$

គេបាន $(P): x+y-2z+2=0$ ដូចនេះ $D(0, 0, 1)$
 $-2z+2=0 \Rightarrow z=1$

គេបាន $B(-2, 0, 0) \quad C(0, -2, 0) \quad D(0, 0, 1)$

គណនារង្វាស់ DB & DC

$$\text{រូបមន្ត } DB = \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2 + (z_B - z_D)^2}$$

គេបាន $DB = \sqrt{(-2-0)^2 + (0-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{5}$

ដូចនេះ $DB = \sqrt{5}$

$$\text{រូបមន្ត } DC = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2 + (z_C - z_D)^2}$$

គេបាន $DC = \sqrt{(0-0)^2 + (-2-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{5}$

ដូចនេះ $DB = DC$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស

គណនាមាឌតេត្រាអែត $OBCD$

$$\text{តាមរូបមន្ត } V_{OBCD} = \frac{1}{6} (\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{BO}$$

នាំអោយ $\overrightarrow{BC}(0+2, -2-0, 0-0) = (2, -2, 0)$
 $\overrightarrow{BD}(0+2, 0-0, 1-0) = (2, 0, 1)$

នាំអោយ $\vec{n} = \overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (-2, -2, 4)$

នាំអោយ $\overrightarrow{BO}(2, 0, 0)$

គេបាន $(\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{BO} = 4 + 0(-2) + 0(4) = 4$

$$\text{ដូចនេះ } V_{OBCD} = \frac{1}{6} (\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{BO} = \frac{4}{6}$$

ក, រកដែនកំណត់រួចគណនាលីមីតនៃ f

ដែកកំណត់ $D \in R(-\infty, +\infty)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x + 2 + 2e^{\frac{x}{2}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x + 2 + \frac{2}{e^{\frac{x}{2}}} \right)$$

គេបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{xe^{\frac{x}{2}} + 2e^{\frac{x}{2}} + 2}{e^{\frac{x}{2}}} \right) = +\infty$

គេបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 2 + 2e^{\frac{x}{2}} \right) = +\infty$

ពីព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{x}{2}} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{x}{2}} = +\infty$

ដូចនេះ $y = x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

ខ, គណនានិងសិក្សាសញ្ញា $f'(x)$

$$f(x) = x - 2 + 2e^{-\frac{x}{2}} \Rightarrow f'(x) = 1 + 2\left(-\frac{x}{2}\right)'e^{-\frac{x}{2}}$$

គេបាន

$$f'(x) = 1 - e^{-\frac{x}{2}} \Rightarrow 1 - \frac{1}{e^{\frac{x}{2}}} = \frac{e^{\frac{x}{2}} - 1}{e^{\frac{x}{2}}}$$




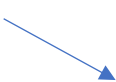
ដោយគេបាន $e^{\frac{x}{2}} > 0$ យកសញ្ញាតាម

ទី១ $e^{\frac{x}{2}} - 1 = 0 \Rightarrow e^{\frac{x}{2}} = 1 \Rightarrow \ln e^{\frac{x}{2}} = \ln 1 \Rightarrow x = 0$

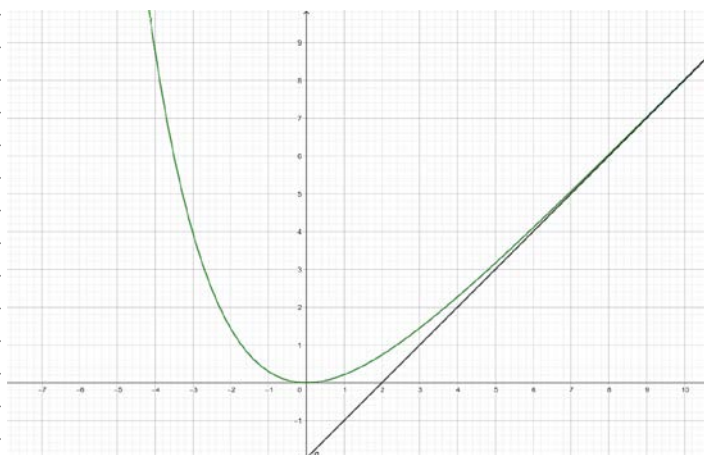
ទី២ អោយធំ $e^{\frac{x}{2}} - 1 > 0 \Rightarrow e^{\frac{x}{2}} > 1 \Rightarrow \ln e^{\frac{x}{2}} > \ln 1 \Rightarrow x > 0$

ទី៣ តូច $e^{\frac{x}{2}} - 1 < 0 \Rightarrow e^{\frac{x}{2}} < 1 \Rightarrow \ln e^{\frac{x}{2}} < \ln 1 \Rightarrow x < 0$

សង់តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$	$+\infty$	 4	$+\infty$

សង់ក្រាប



វិញ្ញាបនបត្រវិទ្យាស្រាវជ្រាវប្រឡងសញ្ញាបត្រគុតិយភូមិ២០២២-២០២៣

សម្រាប់ត្រូវប្រឡង



មជ្ឈមណ្ឌលប្រឡង.....

រយៈពេល: ២ ម៉ោង



ឈ្មោះបេក្ខជន.....

រៀបរៀងដោយ ស្នេហាប្រាសាទ

គណៈកម្មាធិការ

លេខបង្គាប់.....លេខតុ.....

I. គណនាលីមីត $A, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2015x}{\sin 2014x - 2x}$ $B, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{x}}{x - 3}$ $C, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \cos x + a}{e^x - e^{2x}}$ $D, \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\arctan 3xy}{xy}$

II. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម

$I = \int (x-1) \cos x dx$ $J = \int \frac{e^{2x}}{2 - e^{2x}} dx$ $k = \int \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx$ $H = \int \frac{\ln^2 \sqrt{x}}{x} dx$

III. គេហូតប្រៀប ៤ សន្លឹកដោយចៃដន្យពីក្នុងហ្វឺរៀនដែលមាន ៥២ សន្លឹក។ គណនាប្រូបាប

ក, អាត់ ៤ សន្លឹក ខ, អាត់ ៣ សន្លឹក និង ក្រមុំ ១ សន្លឹក

IV, ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $A. \sin(a+b) \sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b$

A, ដោះស្រាយសមីការ $A. \log_2 \left(\frac{x-2}{x-1} \right) - 1 = \log_2 \left(\frac{3x-7}{3x-1} \right)$ $B. \log_4 x + \log_8 x = 5$

V. គេមានស្វ៊ីតធរណីមាត្រមួយដែលមាន $u_2 = 12$ (and) $u_4 = 48$ ។

ក, កំណត់តួទី n នៃស្វ៊ីត (u_n) ខ, តើចំនួន ៣៨៤ ជាតួទីប៉ុន្មាននៃស្វ៊ីត គ, គណនាផលបូក៧តួដំបូង

ខ, គណនា $A, \sum_{k=1}^{15} (4k-3)$ $B, \sum_{k=1}^{15} k(k-3)$

គ, ដោះស្រាយសមីការ $1, 3^{x^2-3x+2} = 9$ $2, 4^{x^2-2x} = 64$ $3, \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}$

ធ្វើឡើងដោយ



PAGE: MATHEMATICS FN

ម៉ៅសៀវភៅ

IV, ដោះស្រាយឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' + 2y' + 5y = 0$ ។ បើគេដឹងថា $y(0) = 1$ (and) $y'(0) = 5$

V, គេមានសមីការ $E: \left(\frac{x-2y}{8}\right)\left(\frac{x+2y}{2}\right) = 1$

បង្ហាញថា (E) ជាអ៊ីបេរបូលរួចកំណត់ផ្ចិត កំពូល កំណុំ និងអាស៊ីមតូតទាំងពីររួចសង់អ៊ីបេរបូលនោះ

VI, គេមាន $(0, i^{\rightarrow}, j^{\rightarrow}, k^{\rightarrow})$ ដែលកំណត់ដោយ $A(2 \ 2 \ 0)$ $B(1 \ -3 \ -3)$ (and) $C(-3 \ 3 \ 0)$

ក, កំណត់កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។ គណនា $P = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ទាញថា ABC ជាត្រីកោណកែង

ខ, រកកូអរដោនេនៃចំណុច D ដើម្បីអោយចតុកោណកែង

គ, រកសមីការស៊ី (S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត (BC) ។ រកសមីការប្លង់ T ដែលប៉ះទៅនឹងស៊ី S ត្រង់ចំណុច B

ឃ, រកចម្ងាយពី A ទៅប្លង់ T និងកូអរដោនេរវាងបន្ទាត់និងប្លង់ $L = \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+4}{3}$

VII, គេមាន $f(x) = x - 1 + 2e^x$ ហើយ (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $f(x)$

ក, គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ & $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និងរកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត d_1

ខ, គណនាដេរីវេនិងសង់តារាងអថេរភាព ។ និងរកសមីការបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ដែលប៉ះត្រង់ $x_0 = 0$

គ, សង់ក្រាបនិងបន្ទាត់ទាំងពីរ d_1, d_2 នៅក្នុងតម្រុយ

I. គណនាលីមីត

$$A. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2015x}{\sin 2014x - 2x} \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$\text{គេបាន } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \left(1 - \frac{\sin 2015x}{x} \right)}{x \left(\frac{\sin 2014x}{x} - 2 \right)} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \frac{\sin 2015x}{x}}{\frac{\sin 2014x}{x} - 2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - 2015 \left(\frac{\sin 2015x}{2015x} \right)}{2014 \left(\frac{\sin 2014x}{2014x} \right) - 2} \right) = \frac{1 - 2015}{2014 - 2} = -\frac{2014}{2012}$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2015x}{\sin 2014x - 2x} = -\frac{2014}{2012}$$

$$B. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{x}}{x - 3} \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{x}) \left[(\sqrt[3]{3})^2 + (\sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{x}) + (\sqrt[3]{x})^2 \right]}{(x - 3) \left[(\sqrt[3]{3})^2 + (\sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{x}) + (\sqrt[3]{x})^2 \right]}$$

$$\text{គេបាន } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(3 - x)}{(x - 3) \left[(\sqrt[3]{3})^2 + (\sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{x}) + (\sqrt[3]{x})^2 \right]}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-(x - 3)}{(x - 3) \left[(\sqrt[3]{3})^2 + (\sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{x}) + (\sqrt[3]{x})^2 \right]}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{\left[(\sqrt[3]{3})^2 + (\sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{x}) + (\sqrt[3]{x})^2 \right]} = -\frac{\sqrt[3]{3}}{9}$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{x}}{x - 3} = -\frac{\sqrt[3]{3}}{9}$$

$$\text{គេបាន } C. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \cos x + a}{e^x - e^{2x}}$$

$$\text{នាំអោយ } \lim_{x \rightarrow 0} (\sin x - \cos x + a) = a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \cos x + 1}{e^x - e^{2x}} \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\sin x}{x} \right) + \left(\frac{1 - \cos x}{x} \right)}{-e^x (e^x - 1)} = -1$$

$$\text{គេបាន } D. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\arctan 3xy}{xy} \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{3 \arctan 3xy}{3xy} = 3$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\arctan 3xy}{xy} = 3$$

II. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម

$$\text{នាំអោយ } I = \int (x - 1) \cos x dx$$

$$u = x - 1 \Rightarrow du = dx$$

$$\text{តាង } dv = \cos x dx \Rightarrow \int dv = \int \cos x dx \Rightarrow v = \sin x$$

$$\text{រូបមន្ត } \int v du = uv - \int u dv$$

$$\text{គេបាន } (x - 1) \sin x - \int \sin x dx = (x - 1) \sin x + \cos x + c$$

$$\text{ដូចនេះ } \int (x - 1) \cos x dx = (x - 1) \sin x + \cos x + c$$

$$J = \int \frac{e^{2x}}{2 - e^{2x}} dx$$

$$\text{គេបាន}$$

$$= -\int \frac{(e^{2x} - 2)'}{2(e^{2x} - 2)} dx = -\frac{1}{2} \ln(e^{2x} - 2) + c$$

$$\text{ដូចនេះ } \int \frac{e^{2x}}{2 - e^{2x}} dx = -\frac{1}{2} \ln(e^{2x} - 2) + c$$

$$\text{នាំអោយ } k = \int \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx = \int \frac{1}{(x - 1)(x + 3)} dx$$

$$\text{តាងគេបាន } \frac{1}{(x - 1)(x + 3)} = \frac{A}{(x - 1)} + \frac{B}{(x + 3)}$$

$$\text{ចំពោះ } x = 1 \text{ គេបាន } A = \frac{1}{4} \quad \text{ចំពោះ } x = -3 \text{ គេបាន } B = -\frac{1}{4}$$

$$k = \int \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx = \int \frac{1}{(x - 1)(x + 3)} dx$$

$$\text{នាំអោយ}$$

$$\int \left[\frac{(x - 1)'}{4(x - 1)} - \frac{(x + 3)'}{4(x + 3)} \right] dx = \frac{1}{4} \ln \left(\frac{x - 1}{x + 3} \right)$$

$$\text{ដូចនេះ } \int \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx = \frac{1}{4} \ln \left(\frac{x - 1}{x + 3} \right) + c$$

គេបាន $H = \int \frac{\ln^2 \sqrt{x}}{x} dx$

នាំអោយ $t = \sqrt{x} \Rightarrow dt = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx \Rightarrow 2dt = \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

$H = \int \frac{\ln^2 \sqrt{x}}{x} dx = \int 2 \ln^2 t dt$

តាង $u = \ln^2 t \Rightarrow du = \frac{2 \ln t}{t} dt$
 $dv = dt \Rightarrow v = t$

គេបាន $2 \left(t \ln^2 t - 2 \int \ln t dt \right) = 2t \ln^2 t - 4(t \ln t - t) + c$
 $= 2\sqrt{x} \ln^2 \sqrt{x} - 4(\sqrt{x} \ln \sqrt{x} - \sqrt{x}) + c$

$\int \frac{\ln^2 \sqrt{x}}{x} dx = 2\sqrt{x} \ln^2 \sqrt{x} - 4(\sqrt{x} \ln \sqrt{x} - \sqrt{x}) + c$

$n(S) = C(52 \ 4) = \frac{52!}{4!(52-4)!}$

រកករណីអាច $n(S) = \frac{52 \times 51 \times 50 \times 49 \times 48!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 48!}$

$n(S) = \frac{6497400}{24} = 270725$

ក, អាត់ ៤ សន្លឹក

រកករណីស្រប $n(A) = C(4 \ 4) = 1$

ដូចនេះ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{270725}$ ករណី

ខ, អាត់ ៣ សន្លឹក និង ១ ក្របខ្សែសន្លឹក

រកករណីស្រប $n(B) = C(4 \ 3) \times C(4 \ 1) = 16$

ដូចនេះ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{16}{270725}$ ករណី

IV, រៀងផ្ទាត់សមីការ

គេ $A. \sin(a+b) \sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b$
 $(\sin a \cos b + \sin b \cos a)(\sin a \cos b - \sin b \cos a)$

$(\sin a \cos b)^2 - (\sin b \cos a)^2$

$\sin^2 a \cos^2 b - \sin^2 b \cos^2 a$

នាំអោយ $\sin^2 a (1 - \sin^2 b) - \sin^2 b (1 - \sin^2 a)$

$\sin^2 a - \sin^2 a \sin^2 b - \sin^2 b + \sin^2 a \sin^2 b$

$\sin^2 a - \sin^2 b = \sin^2 a - \sin^2 b$

ដូចនេះ $\sin^2 a - \sin^2 b = \sin^2 a - \sin^2 b$ ពិត

ខ, ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

$A. \log_2 \left(\frac{x-2}{x-1} \right) - 1 = \log_2 \left(\frac{3x-7}{3x-1} \right)$

$\log_2 \left(\frac{x-2}{x-1} \right) - \log_2 2 = \log_2 \left(\frac{3x-7}{3x-1} \right)$

នាំអោយ $\log_2 \left(\frac{x-2}{2} \right) = \log_2 \left(\frac{3x-7}{3x-1} \right)$

$\log_2 \left(\frac{2(x-2)}{(x-1)} \right) = \log_2 \left(\frac{3x-7}{3x-1} \right)$

$\frac{2(x-2)}{(x-1)} = \frac{3x-7}{3x-1}$

គេបាន $(2x-4)(3x-1) = (3x-7)(x-1)$

$6x^2 - 2x - 12x + 4 = 3x^2 - 3x - 7x + 7$

$3x^2 - 4x - 3 = 0$

$\Delta = (-4)^2 - 4(3)(-3) = 16 + 36 = 52$

នាំអោយ $x_1 = \frac{4 + \sqrt{52}}{6}$ $x_2 = \frac{4 - \sqrt{52}}{6}$

ដូចនេះ $x_1 = \frac{4 + \sqrt{52}}{6}$ $x_2 = \frac{4 - \sqrt{52}}{6}$

$\log_4 x + \log_8 x = 5 \Rightarrow \log_{2^2} x + \log_{2^3} x = 5$

$\frac{1}{2} \log_2 x + \frac{1}{3} \log_2 x = 5$

នាំអោយ $\frac{5 \log_2 x}{6} = 5 \Rightarrow \log_2 x = 6$

$\log_2 x = \log_2 2^6 \Rightarrow x = 2^6$

ដូចនេះ $x = 2^6 = 64$

ក, កំណត់តួទី n នៃស្វ៊ីត (u_n)

$$\text{តាមរូបមន្ត } u_n = u_1 q^{n-1}$$

គេបាន $u_2 = 12 \Rightarrow u_2 = u_1 q = 12$
 $u_4 = 48 \Rightarrow u_4 = u_1 q^3 = 48$

នាំអោយ $u_1 = \frac{12}{q}$ ជំនួសចូល $u_1 q^3 = 48 \Rightarrow \left(\frac{12}{q}\right) q^3 = 48$

គេបាន $q^2 = \frac{48}{12} \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow q = 2$
 $q = -2, u_1 = 6, u_1 = -6$

$$\text{ដូចនេះ } u_n = 6 \times 2^{n-1}$$

ខ, តើចំនួន 384 ជាតួទីប៉ុន្មាននៃស្វ៊ីត គេមាន $u_n = 384$

គេបាន $6 \times 2^{n-1} = 384 \Rightarrow 3 \times 2^n = 384 \Rightarrow 2^n = \frac{384}{3}$
 $2^n = 128 \Rightarrow 2^n = 2^7 \Rightarrow n = 7$

$$\text{ដូចនេះចំនួន 384 ជាតួទី 7 នៃស្វ៊ីត}$$

គ, គណនាផលបូកពូជដំបូង

$$\text{តាមរូបមន្ត } S_n = u_1 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$$

នាំអោយ $S_n = 6 \left(\frac{2^n - 1}{2 - 1} \right) = 6(2^n - 1)$
 $S_7 = 6(2^7 - 1) = 762$

$$\text{ដូចនេះ } S_7 = 762$$

$$A, \sum_{k=1}^{15} (4k - 3)$$

គេបាន $\sum_{k=1}^{15} 4k - 3 \sum_{k=1}^{15} 1 = 4(1 + 2 + 3 + \dots + 15) - 3(15)$

$$\text{ដូចនេះ } \sum_{k=1}^{15} (4k - 3) = 4(1 + 2 + 3 + \dots + 15) - 45$$

$$\text{គេបាន } \sum_{k=1}^{15} k(k-3) = \sum_{k=1}^{15} (k^2 - 3k) = \sum_{k=1}^{15} k^2 - 3 \sum_{k=1}^{15} k$$

$$= (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 15^2) - 45$$

$$\text{ដូចនេះ } \sum_{k=1}^{15} k(k-3) = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2) - 45$$

គ, ដោះស្រាយសមីការ $1.3^{x^2-3x+2} = 9$

$$3^{x^2-3x+2} = 9 \Rightarrow 3^{x^2-3x+2} = 3^2$$

គេបាន $x^2 - 3x + 2 = 2 \Rightarrow x^2 - 3x = 0$

$$x(x-3) = 0 \quad x_1 = 0, x_2 = 3$$

$$\text{ដូចនេះ } x_1 = 0, x_2 = 3$$

$$2.4^{x^2-2x} = 64$$

គេបាន $4^{x^2-2x} = 4^3 \Rightarrow x^2 - 2x = 3$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0 \quad x_1 = 1, x_2 = 3$$

$$\text{ដូចនេះ } x_1 = 1, x_2 = 3$$

$$3. \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \sin \frac{\pi}{6}$$

គេបាន

$$2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}$$

$$2x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ដូចនេះ } x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

VI. ដោះស្រាយ (E): $y'' + 2y' + 5y = 0$

$$\text{សមីការសំគាល់ } r^2 + 2r + 5 = 0$$

$$\Delta = (2)^2 - 4(5) = 4 - 20 = -16$$

គេបាន $r_1 = \frac{-2 + 4i}{2} = -1 + 2i$

$$\text{ដូចនេះ } y_c = e^{-x} (A \cos 2x + B \sin 2x) \text{ ជាចម្លើយទូទៅ}$$

គេបាន $\begin{cases} y_c = e^{-x} (A \cos 2x + B \sin 2x) \\ y(0) = e^{-0} (A \cos 0 + B \sin 0) = 1 \end{cases} \Rightarrow A = 1$

$$y'_c = -e^{-x} (A \cos 2x + B \sin 2x) + (2B \cos 2x - 2A \sin 2x) e^{-x}$$

$$y'(0) = -e^{-0} (A \cos 0 + B \sin 0) + e^{-0} (2B \cos 0 - 2A \sin 0)$$

$$y'(0) = -A + 2B = 5 \Rightarrow B = 3$$

ដូចនេះ $y_c = e^{-x} (\cos 2x + 2 \sin 2x)$ ជាចម្លើយពិសេស

បង្ហាញថា (E) ជាអ៊ីពែបូល

$$E: \left(\frac{x-2y}{8} \right) \left(\frac{x+2y}{2} \right) = 1$$

នាំអោយ $E: \frac{(x-2y)(x+2y)}{16} = 1$

$$E: x^2 - 4y^2 = 16 \Rightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$$

រូបមន្ត $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

នាំអោយ $a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$ $b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$

$$c^2 = a^2 + b^2 = 16 + 4 = 20 \Rightarrow c = 2\sqrt{5}$$

កំណត់ ផ្ចិត កំពូល កំណុំ

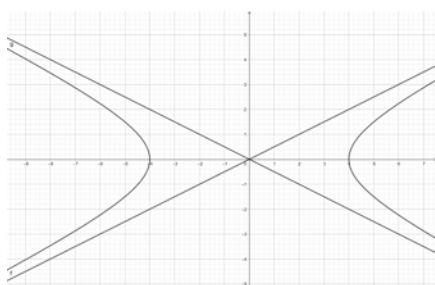
ផ្ចិត $I(h, k)$ កំពូល $V_1(-a, k), V_2(+a, k)$
 $I(0, 0)$ $V_1(-4, 0), V_2(+4, 0)$

កំណុំ $F_1(-c, k)$ $F_2(+c, k)$
 $F_1(-2\sqrt{5}, k)$ $F_2(+2\sqrt{5}, k)$

អាស៊ីមតូតទាំងពីរ $y_1 = k + \frac{b}{a}(x-h)$ $y_2 = k - \frac{b}{a}(x-h)$

$$y_1 = +\frac{2}{4}x \quad y_2 = -\frac{2}{4}x$$

សង់អ៊ីពែបូល



ក, កំណត់កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$

នាំអោយ $\overrightarrow{AB}(1-2, -3-2, -3-0) = (-1, -5, -3)$

$$\overrightarrow{AC}(-3-2, 3-2, 0-0) = (-5, 1, 0)$$

គេបាន $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & -5 & -3 \\ -5 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (3, 15, -26)$

ដូចនេះ $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (3, 15, -26)$

គណនា $P = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ទាញថា ABC ជាត្រីកោណកែង

នាំអោយ $P = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

$$P = (-1)(-5) + (-5)(1) + (-3)(0) = 0$$

ដូចនេះ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A

ខ, រកកូអរដោនេនៃចំណុច D ដើម្បីអោយចតុកោណកែង

ដើម្បីអោយ D(x y z) ជាចតុកោណកែង

នាំអោយ $\overrightarrow{AB}(-1, -5, -3)$

$$\overrightarrow{CD}(x+3, y-3, z)$$

គេបាន $x+3 = -1 \Rightarrow x = -4$

$$y-3 = -5 \Rightarrow y = -2, z = -3$$

ដូចនេះ $D(-4, -2, -3)$

គ, រកសមីការស៊ែរ (S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត (BC)

រូបមន្ត (S): $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = r^2$

គេបាន $BC\left(-1, 0, -\frac{3}{2}\right), x_0 = -1, y_0 = 0, z_0 = -\frac{3}{2}$

គេបាន $\overrightarrow{BC}(-4, 6, 3)$ នាំអោយ $r = \frac{\sqrt{61}}{2}$
 $BC = \sqrt{16+36+9} = \sqrt{61}$ $r^2 = \frac{61}{4}$

$$\text{ដូចនេះ: } (S): (x+1)^2 + (y-0)^2 + \left(z + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{61}{4}$$

រកសមីការប្លង់ T ដែលប៉ះទៅនឹងស្វ័យ S ត្រង់ចំណុច B

$$\text{រូបមន្ត } T: a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$$

តាត់តាម $B(1, -3, -3)$
 $x_0 = 1, y_0 = -3, z_0 = -3$

វ៉ិចទ័រណ័រម៉ាល់ $\overrightarrow{BC}(-4, 6, 3)$
 $a = -4, b = 6, c = 3$

$$T: -4(x-1) + 6(y+3) + 3(z+3) = 0$$

$$\text{គេបាន } T: -4x + 6y + 3z + 4 + 18 + 9 = 0$$

$$T: -4x + 6y + 3z + 31 = 0$$

$$\text{ដូចនេះ: } T: -4x + 6y + 3z + 31 = 0$$

ឃ, រកចម្ងាយពី A ទៅប្លង់ T

$$\text{តាមរូបមន្ត } d(A, T) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\text{គេបាន } A(2, 2, 0)$$

$$\text{គេបាន } d(A, T) = \frac{-8 + 12 + 31}{\sqrt{(-4)^2 + (6)^2 + (3)^2}} = \frac{35\sqrt{61}}{61}$$

$$\text{ដូចនេះ: } d(A, T) = \frac{35\sqrt{61}}{61}$$

កូអរដោនេរវាងបន្ទាត់និងប្លង់ $L: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+4}{3}$

$$L: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+4}{3} = t$$

នាំអោយ $x+1=t \Rightarrow x=t-1, y+2=2t \Rightarrow y=2t-2$
 $z+4=3t \Rightarrow z=3t-4$

$$\text{គេបាន } T: -4x + 6y + 3z + 31 = 0$$

$$-4(t-1) + 6(2t-2) + 3(3t-4) + 31 = 0$$

នាំអោយ $-4t + 4 + 12t - 12 + 9t - 12 + 31 = 0 \Rightarrow t = -\frac{11}{17}$

$$x+1=t \Rightarrow x = -\frac{11}{17} - 1 = -\frac{28}{17}$$

$$\text{គេបាន } y+2=2t \Rightarrow y = -\frac{22}{17} - 2 = -\frac{56}{17}$$

$$z+4=3t \Rightarrow z = -\frac{33}{17} - 4 = -\frac{101}{17}$$

$$\text{ដូចនេះ: } x = -\frac{28}{17}, y = -\frac{56}{17}, z = -\frac{101}{17}$$

ក, គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (and) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1+2e^x) = +\infty$$

គេបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1+2e^x) = -\infty$


$$\text{ពីព្រោះ: } \lim_{x \rightarrow +\infty} 2e^x = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} 2e^x = 0$$

$$\text{ដោយ } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2e^x) = 0$$

$$\text{ដូចនេះ: } y = x-1 \text{ ជាអាស៊ីមតូតទ្រូត}$$

ខ, គណនាដេរីវេនិងសង់តារាងអថេរភាព

នាំអោយ $f(x) = x-1+2e^x$
 $f'(x) = 1+2e^x$ ជាអនុគមន៍កើន

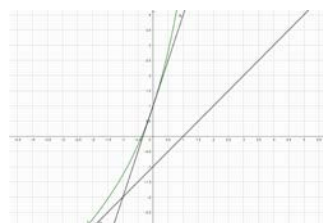
x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

$$\text{តាមរូបមន្ត } T: f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$$

$$\text{គេបាន } x_0 = 0, f(0) = 1, f'(0) = 3$$

$$\text{ដូចនេះ: } T: 3x+1$$

សង់ក្រាប



វិញ្ញាបនបត្រវិទ្យាសាស្ត្រប្រឡងសញ្ញាបត្រគុតិយភូមិ២០២២-២០២៣

សម្រាប់ត្រៀមប្រឡង



មជ្ឈមណ្ឌលប្រឡង.....

រយៈពេលៈ២៥០នាទី



ឈ្មោះបេក្ខជន.....

រៀបរៀងដោយ ស្នេហាប្រាសាទ

គណៈកម្មាធិការ

លេខបង្គាប់.....លេខគុត.....

I, គេមានចំនួនកុំផ្លិច $Z^2 - (1 + 2i)Z - (1 - i) = 0$

1, គណនាប្រលងនៃសមីការ រួចសរសេរជាតារាងត្រីកោណមាត្រ 2, បង្ហាញថា $Z_1^4 + Z_2^4 = -3$

II, គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int x\sqrt{x^2 + 1}dx$ $J = \int \frac{(2\sqrt{x} + 3)^2}{\sqrt{x}}dx$ $k = \int \frac{\sin(x^2)}{x}dx$ $G = \int \int x e^y dx dy$

III, គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' + 3y' = 4(E)$ ។ ក, រកប្រលងរបស់សមីការសំគាល់នៃសមីការ (E)

ខ, រកអនុគមន៍ g ដែល $g(x) = Ax$ ជាចម្លើយពិសេស គ, ដោះស្រាយសមីការ $y'' + 3y' = 5$

ឃ, រកចម្លើយពិសេសនៃសមីការកាលណា $y(0) = e^3, y'(1) = \frac{2}{3}e$

IV, សរសេរប្រលងនៃស្វ៊ីត $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ដោយ $a_n = 2n^2 + 1$ ។ តើចំនួន 163 (and) 883 ជាតួទីប៉ុន្មាននៃស្វ៊ីត

ខ, គណនា $A, \sum_{k=1}^{10} (2022 - k)^2$ $B, \sum_{k=1}^6 (2k^2 - 3k + 2)$ $C, \sum_{k=1}^4 k(k+1)(k+2)$

V, គណនាលីមីត $A, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{3x^2}$ $B, \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - x - 5)^{\frac{2}{x-3}}$
 $C, \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1-x}{x+1} \right)^{1-3x}$ $D, \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x \rightarrow 0}} \frac{\sin(xy) + \sin(2xy)}{xy}$

V. គេមានសមីការ $(H): 9x^2 - 4y^2 = 36$ ។ បញ្ជាក់សមីការស្តង់ដារនៃអ៊ីបេរបូល (H)

A, រកកូអរដោនេ ផ្ចិត កំពូល និងកំណុំ និងអាស៊ីមតូតទ្រូតនៃក្រាប (H) រួចសង់ក្រាប

VI, គេមាន $(0, i^{\rightarrow}, j^{\rightarrow}, k^{\rightarrow})$ ដែលកំណត់ដោយ $A(-1 \ 2 \ -1)$ $B(3 \ 2 \ 1)$ និង $C(0 \ 1 \ 1)$

ក, កំណត់កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។ កំណត់សមីការប្លង់ (ABC)

កំណត់ចម្ងាយពីគល់ 0 ទៅប្លង់ (ABC)

ខ, កំណត់សមីការស្វ៊ី (S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។ កំណត់សមីការប្លង់ (P) ដែលប៉ះស្វ៊ី (S) ត្រង់ A

VI. គេមាន $f(x) = x + \frac{e^x}{2(e^x - 2)}$ ហើយ (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍

ក, កំណត់លីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ $-\infty$ (and) $+\infty$ $\ln 2^+$, $\ln 2^-$

ខ, គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f

គ, រកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រូតនៃខ្សែកោងកាលណា $x \rightarrow -\infty$

ហើយបញ្ជាក់ពីទីតាំងរវាងខ្សែកោងនិងអាស៊ីមតូត

ឃ, គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(x + \frac{1}{2} \right) \right]$ ។ រួចទាញរកអាស៊ីមតូតទ្រូតនៃខ្សែកោងកាលណា $x \rightarrow +\infty$

ព្រមទាំងបញ្ជាក់ពីទីតាំងរវាងខ្សែកោងនិងអាស៊ីមតូតទ្រូត

ង, សង់ខ្សែកោងនិងអាស៊ីមតូតទ្រូតទាំងពីរក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ

1. គណនាបូលនៃសមីការ

$$Z^2 - (1+2i)Z - (1-i) = 0$$

$$\text{គេមាន } \Delta = [-(1+2i)]^2 + 4(1-i)$$

$$\Delta = 1 + 4i - 4 + 4 - 4i = 1$$

$$\text{គេបាន } Z_1 = \frac{1+2i+1}{2} = 1+i \quad Z_2 = \frac{1+2i-1}{2} = 0+i$$

$$\text{ដូចនេះ } Z_1 = 1+i \quad Z_2 = 0+i$$

រួចសរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

$$Z_1 = 1+i = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

គេបាន

$$Z_1 = \sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right)$$

$$\text{ដូចនេះ } Z_1 = \sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right)$$

$$Z_2 = 0+i$$

គេបាន

$$Z_2 = \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right)$$

$$\text{ដូចនេះ } Z_2 = \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right)$$

$$\text{នាំអោយ } Z_1^4 = \left[\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right) \right]^4$$

$$Z_1^4 = 4(-1+0i) = -4$$

$$\text{ដូចនេះ } Z_1^4 = -4+0i$$

$$\text{នាំអោយ } Z_1^4 = \left[\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right) \right]^4$$

$$Z_1^4 = (1+0i)$$

$$\text{ដូចនេះ } Z_1^4 = (1+0i)$$

$$2. \text{បង្ហាញថា } Z_1^4 + Z_2^4 = -3$$

$$\text{គេបាន } Z_1^4 + Z_2^4 = -3 \Rightarrow -4+1 = -3 \text{ ពិត}$$

$$\text{ដូចនេះ } Z_1^4 + Z_2^4 = -3$$

II. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម

$$I = \int x\sqrt{x^2+1}dx$$

$$\text{គេបាន } \int \frac{(x^2+1)'(x^2+1)^{\frac{1}{2}}}{2} dx = \frac{1}{2} \left(\frac{(x^2+1)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} \right) + c$$

$$\int x\sqrt{x^2+1}dx = \frac{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}{3} + c$$

$$\text{ដូចនេះ } \int x\sqrt{x^2+1}dx = \frac{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}{3} + c$$

$$J = \int \frac{(2\sqrt{x}+3)^2}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{4x+12\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}} dx$$

$$\text{គេ } \int \left(4x^{\frac{1}{2}} + 12 + \frac{9}{\sqrt{x}} \right) dx = 4 \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + 12x + 18\sqrt{x} + c$$

$$\int \frac{(2\sqrt{x}+3)^2}{\sqrt{x}} dx = \frac{8}{3}x^{\frac{3}{2}} + 12x + 18\sqrt{x} + c$$

$$\text{ដូចនេះ } \int \frac{(2\sqrt{x}+3)^2}{\sqrt{x}} dx = \frac{8}{3}x^{\frac{3}{2}} + 12x + 18\sqrt{x} + c$$

$$\text{រូបមន្ត } f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots$$

$$\text{គេបាន } y = \sin x \Rightarrow y(0) = 0, y' = \cos x \Rightarrow y'(0) = 1$$

$$y'' = -\sin x \Rightarrow y''(0) = 0, y''' = -\cos x = -1$$

$$\text{គេបាន } f(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \dots + \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

នាំអោយ

$$\sin x = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$\sin(x^2) = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{4n+2}}{(2n+1)!}$$

$$k = \int \frac{\sin(x^2)}{x} dx$$

នាំអោយ

$$\int \left(\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{4n+2}}{(2n+1)!} \right) \left(\frac{1}{x} \right) dx$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{(2n+1)!} \int x^{4n+1} dx$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{4n+2}}{(2n+1)!} \left(\frac{x^{4n+2}}{4n+2} \right) + c$$

$$\text{ដូចនេះ} \int \frac{\sin(x^2)}{x} dx = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{4n+2}}{(2n+1)!} \left(\frac{x^{4n+2}}{4n+2} \right) + c$$

ក, រកប្រលូមរបស់សមីការសំគាល់នៃសមីការ (E)

$$y'' + 3y' = 4 \Rightarrow y'' + 3y' - 4 = 0$$

គេបាន $r^2 + 3r - 4 = 0$

$$\Delta = (3)^2 - 4(-4) = 9 + 16 = 25$$

គេបាន $r_1 = \frac{-3+5}{2} = 1, r_2 = \frac{-3-5}{2} = -4$

$$\text{ដូចនេះ: } r_1 = 1, r_2 = -4$$

ខ, រកអនុគមន៍ g ដែល $g(x) = Ax$ ជាចម្លើយពិសេស

$$g(x) = Ax \Rightarrow g'(x) = A \Rightarrow g''(x) = 0$$

គេបាន $y'' + 3y' = 4 \Rightarrow 3A = 4 \Rightarrow A = \frac{4}{3}$

$$\text{ដូចនេះ: } g(x) = \frac{4}{3}x \text{ ជាចម្លើយពិសេស}$$

គ, ដោះស្រាយសមីការ $y'' + 3y' = 5$

$$\text{ដូចនេះ: } y_c = Ae^x + Be^{-4x} \text{ ជាចម្លើយទូទៅ}$$

ឃ, រកចម្លើយពិសេសនៃសមីការ

$$y(0) = e^3$$

$$y'(1) = \frac{2}{3}e$$

នាំអោយ

$$y_c = Ae^x + Be^{-4x}$$

$$y'_c = Ae^x - 4Be^{-4x}$$

$$y(0) = A + B = e^3$$

គេបាន $y'(1) = Ae - 4Be^{-4} = \frac{2}{3}e$

$$\begin{cases} A + B = e^3 \\ A - 4Be^{-5} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{5}{e^5} B = e^3 - \left(\frac{2}{3} \right)$$

នាំអោយ $B = \frac{e^5}{5} \left[e^3 - \left(\frac{2}{3} \right) \right]$

$$B = \frac{e^8}{5} - \frac{2e^5}{15}, A = e^3 - \frac{e^8}{5} + \frac{2e^5}{15}$$

$$\text{ដូចនេះ: } y_c = \left(e^3 - \frac{e^8}{5} + \frac{2e^5}{15} \right) e^x + \left(\frac{e^8}{5} - \frac{2e^5}{15} \right) e^{-4x}$$

IV, សរសេរប្រលូមនៃស្វ៊ីត $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ដោយ $a_n = 2n^2 + 1$

គេបាន $a_n = 2n^2 + 1$ $n=0$ គេបាន $a_1 = 2(0^2) + 1 = 1$

គេបាន $a_n = 2n^2 + 1$ $n=1$ គេបាន $a_2 = 2(1^2) + 1 = 3$

គេបាន $a_n = 2n^2 + 1$ $n=2$ គេបាន $a_3 = 2(2^2) + 1 = 9$

គេបាន $a_n = 2n^2 + 1$ $n=3$ គេបាន $a_4 = 2(3^2) + 1 = 19$

$$\text{ដូចនេះ: } a_1 = 2(0^2) + 1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 9, a_4 = 19$$

តើចំនួន 163 (and) 883 ជាតួទីប៉ុន្មាននៃស្វ៊ីត

គេបាន $a_n = 163$ នាំ $\text{ដូចនេះ: ចំនួន 163 ជាតួទី 9}$

$$a_n = 2n^2 + 1 \Rightarrow 163 = 2n^2 + 1$$

$$2n^2 = 162 \Rightarrow n^2 = \frac{162}{2} = 81 \Rightarrow n = 9$$

គេបាន $a_n = 883$

$$a_n = 2n^2 + 1 \Rightarrow 883 = 2n^2 + 1$$

នាំឱ្យ

$$2n^2 = 882 \Rightarrow n^2 = \frac{882}{2} = 441 \Rightarrow n = 21$$

ដូចនេះចំនួន 883 ជាតួទី 21

$$\sum_{k=1}^{10} (2022 - k)^2 \Rightarrow \sum_{k=1}^{10} [(2022)^2 - 4044k + k^2]$$

$$\text{នាំ } (2022)^2 \sum_{k=1}^{10} 1 - 4044 \sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=1}^{10} k^2$$

$$10(2022)^2 - 4044(10) + (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2)$$

$$\text{រូបមន្ត } \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\text{នាំឱ្យ } B. \sum_{k=1}^6 (2k^2 - 3k + 2) = 2 \sum_{k=1}^6 k^2 - 3 \sum_{k=1}^6 k + \sum_{k=1}^6 2$$

$$= 2(1^2 + 2^2 + \dots + 5^2 + 6^2) - 24$$

$$\text{រូបមន្ត } \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \sum_{k=1}^n 1 = 1.n$$

$$\sum_{k=1}^4 k(k+1)(k+2) = \sum_{k=1}^4 (k^2 + k)(k+2)$$

$$\sum_{k=1}^4 (k^3 + 2k^2 + k^2 + 2k) = \sum_{k=1}^4 (k^3 + 3k^2 + 2k)$$

$$\text{នាំ } \sum_{k=1}^4 k^3 + 3 \sum_{k=1}^4 k^2 + 2 \sum_{k=1}^4 k$$

$$= (1^3 + 2^3 + \dots + 4^3) + 3(1^2 + \dots + 4^2) + 2(1 + \dots + 4)$$

គណនាលីមីតខាងក្រោម

$$A. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{3x^2} \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{3x^2}$$

គេបាន

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\left(\frac{1 - \cos x}{x^2} \right) \left(\frac{1 + \cos x}{3} \right) \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} \right) = \frac{1}{3}$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{3x^2} = \frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - x - 5)^{\frac{2}{x-3}} (1^\infty) = \lim_{x \rightarrow 3} (1 + x^2 - x - 6)^{\frac{2}{x-3}}$$

$$\text{គេបាន } \lim_{x \rightarrow 3} \left[1 + (x^2 - x - 6) \right]^{\frac{1}{x^2 - x - 6} \left(\frac{2(x^2 - x - 6)}{x-3} \right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(x^2 - x - 6)}{x-3} = e^{\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(x-3)(x+2)}{(x-3)}} = e^{\lim_{x \rightarrow 3} 2(x+2)} = e^{10}$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - x - 5)^{\frac{2}{x-3}} = e^{10}$$

$$C. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1-x}{x+1} \right)^{1-3x} (1^\infty) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1-2x}{x+1} \right)^{1-3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{-2x}{x+1} \right)^{1-3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{-\frac{(x+1)}{2x} \left(-\frac{2x}{x+1} \right) (1-3x)} \right)^{1-3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x(3x-1)}{x+1} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2(6-\frac{2}{x})}{x(1+\frac{1}{x})}} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(6-\frac{2}{x})}{(1+\frac{1}{x})}} = e^{+\infty} = +\infty$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1-x}{x+1} \right)^{1-3x} = +\infty$$

$$C. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x \rightarrow 0}} \frac{\sin(xy) + \sin(2xy)}{xy} \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$\text{គេបាន } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x \rightarrow 0}} \left[\left(\frac{\sin(xy)}{xy} \right) + \left(\frac{\sin 2xy}{xy} \right) \right]$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x \rightarrow 0}} \left[\left(\frac{\sin(xy)}{xy} \right) + \left(\frac{2 \sin 2xy}{2xy} \right) \right] = 3$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x \rightarrow 0}} \frac{\sin(xy) + \sin(2xy)}{xy} = 3$$

គេមានសមីការ $(H): 9x^2 - 4y^2 = 36$

$$(H): 9x^2 - 4y^2 = 36$$

$$\text{គេបាន } (H): \frac{x^2}{\frac{36}{9}} - \frac{y^2}{\frac{36}{4}} = \frac{36}{36} \Rightarrow (H): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\text{តាមរូបមន្ត } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

គេបាន $a^2 = 4 \Rightarrow a = 2, b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$
 $c^2 = a^2 + b^2 = 13 \Rightarrow c = \sqrt{13}$

ក.រកកូអរដោនេផ្ចិត កំពូល និងកំណុំ និងអាស៊ីមតូត

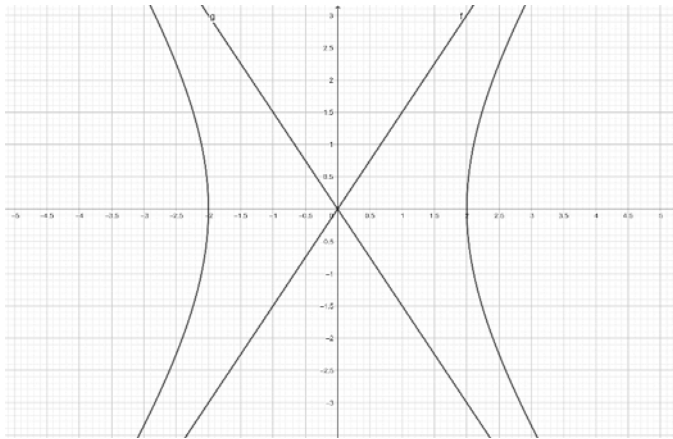
ទ្រូតនៃក្រាប (H) រួចសង់ក្រាប

ផ្ចិត $I(h, k)$ កំពូល $V_1(h-a, k) V_2(h+a, k)$
 $I(0, 0)$ $V_1(-2, 0), V_2(+2, 0)$

កំណុំ $F_1(h-c, k), F_2(h+c, k)$
 $F_1(-\sqrt{13}, 0), F_2(+\sqrt{13}, 0)$

អាស៊ីមតូតទ្រូត $y_1 = k + \frac{b}{a}(x-h), y_2 = k - \frac{b}{a}(x-h)$
 $y_1 = +\frac{3}{2}x, y_2 = -\frac{3}{2}x$

សង់ក្រាប



ក, កំណត់កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$

គេបាន $\overrightarrow{AB}(4, 0, 2), \overrightarrow{AC}(1, -1, 2)$

នាំអោយ $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = (2, -6, -4)$

ដូចនេះ $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (2, -6, -4)$

កំណត់សមីការប្លង់ (ABC)

រូបមន្ត (ABC): $a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

គេកាត់តាម $C(0, 1, 1)$
 $x_0 = 0, y_0 = z_0 = 1$

វ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n} = (2, -6, -4)$
 $a = 2, b = -6, c = -4$

គេបាន $(ABC): 2(x-0) - 6(y-1) - 4(z-1) = 0$
 $(ABC): 2x - 6y - 4z + 10 = 0$

ដូចនេះ (ABC): $2x - 6y - 4z + 10 = 0$

កំណត់ចម្ងាយពីគល់ 0 ទៅប្លង់

តាមរូបមន្ត $d(0, ABC) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

គេបាន $d(0, ABC) = \frac{10}{\sqrt{2^2 + 6^2 + (-4)^2}} = \frac{10\sqrt{56}}{56}$

ដូចនេះ $d(0, ABC) = \frac{10\sqrt{56}}{56}$

ខ, កំណត់សមីការស្វ័យ (S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$

រូបមន្ត (S): $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = r^2$

គេបាន $[AB] = \left(\frac{3-1}{2}, \frac{2+2}{2}, \frac{1-1}{2} \right)$

$[AB] = (1, 2, 0), x_0 = 1, y_0 = 2, z_0 = 0$

$\overrightarrow{AB}(4, 0, 2), AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

នាំអោយ $r = \frac{AB}{2} = \sqrt{5}, r^2 = 5$

ដូចនេះ (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-0)^2 = 5$

កំណត់សមីការប្លង់ (P) ដែលប៉ះនិងស្វ័យ (S) ត្រង់ A

រូបមន្ត (P): $a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

តាត់តាម $A(-1, 2, -1)$ គេមាន $\overline{AB}(4, 0, 2)$
 $x_0 = z_0 = -1, y_0 = 2$ $a = 4, b = 0, c = 2$

នាំអោយ $(P): 4(x+1) + 2(z+1) = 0$
 $(P): 4x + 2z + 6 = 0$

ដូចនេះ $(P): 4x + 2z + 6 = 0$

ក, កំណត់លីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ $-\infty$ (and) $+\infty$
 $\ln 2^+, \ln 2^-$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{e^x}{2(e^x - 2)} \right) = +\infty$

នាំអោយ

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x + \frac{e^x}{2(e^x - 2)} \right) = -\infty$

ពីព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$

ខ, គណនាដេរីវេអនុគមន៍និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f

$f(x) = x + \frac{e^x}{2(e^x - 2)}$

$f'(x) = 1 + \frac{1}{2} \left[\frac{e^x(e^x - 2) - e^{2x}}{(e^x - 2)^2} \right]$

នាំអោយ $f'(x) = 1 - \frac{e^x}{(e^x - 2)^2}$

$f'(x) = \frac{e^{2x} - 4e^x + 4 - e^x}{(e^x - 2)^2} = \frac{e^{2x} - 5e^x + 4}{(e^x - 2)^2}$

$f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x - 4)}{(e^x - 2)^2}$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x - 4)}{(e^x - 2)^2}$

គេបាន $(e^x - 2) > 0$

$(e^x - 1)(e^x - 4) = 0$

សញ្ញាតាម $e^x - 1 = 0 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0$

$e^x - 4 = 0 \Rightarrow e^x = 4 \Rightarrow x = \ln 4$

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$	0	$\ln 2$	$\ln 4$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$-\infty$		$+\infty$	$+\infty$

ឃ, គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(x + \frac{1}{2} \right) \right]$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(x + \frac{1}{2} \right) \right]$

នាំអោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\left(x + \frac{e^x}{2(e^x - 2)} \right) - \left(x + \frac{1}{2} \right) \right]$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{e^x}{2(e^x - 2)} - \frac{1}{2} \right] = 0$

រួចទាញរកអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោងកាលណា $x \rightarrow +\infty$

ព្រមទាំងបញ្ជាក់ពីទីតាំងរាងខ្សែកោង

ដូចនេះគេបាន $y = x + \frac{1}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

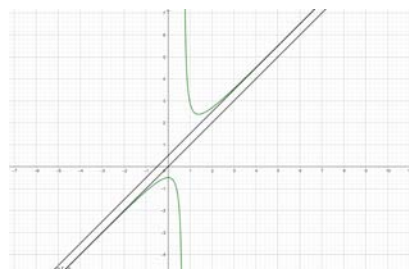
$\left[f(x) - \left(x + \frac{1}{2} \right) \right] = \left[\left(x + \frac{e^x}{2(e^x - 2)} \right) - \left(x + \frac{1}{2} \right) \right]$

គេ

$\left[\frac{e^x}{2(e^x - 2)} - \frac{1}{2} \right] = \frac{e^x - e^x + 2}{2(e^x - 2)} = \frac{2}{2(e^x - 2)} > 0$

ដូចនេះ $y = x + \frac{1}{2}$ ខ្សែកោងត្រូវនៅលើ

ង, សង់ខ្សែកោងនិងអាស៊ីមតូតទ្រេតទាំងពីរ



វិញ្ញាបនបត្រវិទ្យាសាស្ត្រប្រឡងសញ្ញាបត្រគុតិយឆ្នាំ២០២២-២០២៣

សម្រាប់ត្រូវប្រឡង

រយៈពេលៈ២៥០នាទី

រៀបរៀងដោយ ស្នេហាប្រាជ្ញា



គណៈកម្មាធិការ

មជ្ឈមណ្ឌលប្រឡង.....

ឈ្មោះបេក្ខជន.....

លេខបង្គាប់.....លេខគុត.....

I. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $(E): Z^3 + 2Z^2 - 16 = 0$ ។ បង្ហាញថា $Z = 2$ ជាឫលនៃសមីការ (E)

១, សរសេរ (E) ជាទម្រង់ $(Z - 2)(aZ^2 + bZ + c) = 0$ ដែល a, b, c ជាចំនួនដែលត្រូវរក

២, ដោះស្រាយសមីការ (E) ដោយសរសេរជាទម្រង់ពិជគណិត រួចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

II. គេអោយអនុគមន៍ $F(x) = (Ax + B)\sqrt{1+x}$ និង $f(x) = \frac{9x+8}{2\sqrt{1+x}}$

ក, គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int f(x)dx$

III. ចូរដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខា $A, y' - 3y = 0$ $B, y' + 4y = 0$ $C, (\sqrt{3} + 1)y' - 2y = 0$

IV. កំណត់តួទី n និងតួទី 15 នៃស្វ៊ីតធរណីម $a, 625, 125, 25, 5, 1, \dots$ $b, 5, -\frac{5}{2}, \frac{5}{3}, -\frac{5}{8}, \dots$

A. ផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាពដែលមាន $a. \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$ $b. \frac{\sin(x+y)}{\cos(x-y)} = \frac{\tan x + \tan y}{1 + \tan x \tan y}$

B. ដោះស្រាយសមីការ $a, 2\log_3(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ $b, \log_2\left(\frac{x-2}{x-1}\right) - 1 = \log_2\left(\frac{3x-7}{3x-1}\right)$

V. គណនាលីមីតខាងក្រោម

A, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\sin x}$ B, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{\sin x} - 1)(1 - \cos 2x)}{\sin^3 x}$ C, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x+1}}{\sqrt{x+3} - \sqrt{2x+3}}$ D, $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x \sin(xy) + \cos(xy) - 1}{(xy)^2}$

VI. រកកូអរដោនេ កំពូល និងកំណុំនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ(S): $y^2 - 4y + 4x + 4 = 0$

V. គេមាន $(0, i^{\rightarrow}, j^{\rightarrow}, k^{\rightarrow})$ ដែលកំណត់ដោយ $A(1, 0, -2)$ $B(2, 1, 2)$ $C(3, -1, 1)$ $D(2, -3, 0)$

1, បង្ហាញថា A, B, C រត់មិនត្រង់គ្នា 2, រកសមីការប្លង់ (ABC) រួចបង្ហាញថា $D \notin (ABC)$

3, គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC 4, គណនាមាឌចតុមុខ $DABC$

VII, គេមាន $f(x) = \frac{10e^x}{e^x + 4}$ ហើយ (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍

ក, កំណត់លីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ $-\infty$ (and) $+\infty$ ហើយទាញរកអាស៊ីមតូតរបស់ (C)

ខ, គណនាដេរីវេអនុគមន៍និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f

គ, សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីស $\ln 4$

ឃ, សង់ខ្សែកោង

គណិតវិទ្យាកម្ពុជា

បង្ហាញថា $Z = 2$ ជាឫសនៃសមីការ (E)

$$Z^3 + 2Z^2 - 16 = 0$$

គេបាន $Z = 2$ នាំអោយ $(2)^3 + 2(2)^2 - 16 = 0$

$$8 + 8 - 16 = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

ដូចនេះ $Z = 2$ ជាឫសរបស់សមីការ

សរសេរ (E) ជាទម្រង់ $(Z - 2)(aZ^2 + bZ + c) = 0$

$$Z^3 + 2Z^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow Z^3 - 8 + 2Z^2 - 8 = 0$$

$$Z^3 - 2^3 + 2(Z^2 - 4) = 0$$

គេបាន $(Z - 2)(Z^2 + 2Z + 4) + 2(Z - 2)(Z + 2) = 0$

$$(Z - 2)[(Z^2 + 2Z + 4) + 2(Z + 2)] = 0$$

$$(Z - 2)(Z^2 + 4Z + 8) = 0$$

ដូចនេះ $(Z - 2)(Z^2 + 4Z + 8) = 0$

$$\begin{cases} (Z - 2)(aZ^2 + bZ + c) = 0 \\ (Z - 2)(Z^2 + 4Z + 8) = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 4, c = 8$$

ដូចនេះ $a = 1, b = 4, c = 8$

២. ដោះស្រាយសមីការ (E)

$$(Z - 2)(Z^2 + 4Z + 8) = 0$$

$$(Z - 2) = 0 \Rightarrow Z = 2 + 0i$$

ដូចនេះ $Z = 2 + 0i$

$$Z^2 + 4Z + 8 = 0$$

នាំអោយ

$$\Delta = (4)^2 - 4(8) = 16 - 32 = -16$$

$$Z_1 = \frac{-4 + 4i}{2} = -2 + 2i$$

នាំអោយ

$$Z_2 = \frac{-4 - 4i}{2} = -2 - 2i$$

ដូចនេះ $Z_1 = -2 + 2i$
 $Z_2 = -2 - 2i$

$$Z_1 = -2 + 2i = 2\sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

គេបាន

$$Z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \right)$$

ដូចនេះ $Z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \right)$

$$Z_1 = -2 - 2i = 2\sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

គេបាន

$$Z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) \right)$$

ដូចនេះ $Z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) \right)$

$$II. F(x) = (Ax + B)\sqrt{1+x} \text{ និង } f(x) = \frac{9x+8}{2\sqrt{1+x}}$$

$$F(x) = (Ax + B)\sqrt{1+x} = F'(x)$$

$$A(\sqrt{1+x}) + \frac{(Ax+B)}{2\sqrt{1+x}}$$

គេបាន

$$F'(x) = \frac{2A(1+x) + (Ax+B)}{2\sqrt{1+x}} = \frac{3Ax + 2A + B}{2\sqrt{1+x}}$$

$$3A = 9 \Rightarrow A = 3, 2A + B = 8 \Rightarrow B = 2$$

ដូចនេះ $F(x) = (3x + 2)\sqrt{1+x}$

$$I = \int f(x)dx \quad F'(x) = f(x)$$

គេបាន

$$\int F'(x)dx = F(x) = (3x + 2)\sqrt{1+x} + c$$

ដូចនេះ $\int F'(x)dx = F(x) = (3x + 2)\sqrt{1+x} + c$

ចូរដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

$$\text{គេបាន } A, y' - 3y = 0 \text{ ដែលគេបាន } a = -3$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{3x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

$$\text{រូបមន្ត } y_c = Ae^{-ax}$$

$$y' - 3y = 0 \Rightarrow y' = 3y$$

$$\frac{dy}{dx} = 3y \Rightarrow \frac{dy}{3y} = dx$$

របៀបទី២ $\int \frac{1}{3y} dy = \int dx \Rightarrow \frac{1}{3} \ln y = x + c$

$$\ln y = 3x \Rightarrow \ln y = \ln e^{3x+c}$$

$$y = e^{3x} \times e^c \Rightarrow y = Ae^{3x}$$

ដូចនេះ $y = Ae^{3x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

គេបាន $B, y' + 4y = 0$ ដែលគេបាន $a = 4$
 $y' + ay = 0$

រូបមន្ត $y_c = Ae^{-ax}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-4x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

$$y' + 4y = 0 \Rightarrow y' = -4y$$

$$\frac{dy}{dx} = -4y \Rightarrow -\frac{1}{4y} dy = dx$$

របៀបទី២ $-\frac{1}{4} \int \frac{1}{y} dy = \int dx \Rightarrow -\frac{1}{4} \ln y = x + c$

$$\ln y = -4x - c \Rightarrow \ln y = \ln e^{-4x-c}$$

$$y = e^{-4x} \times e^{-c} \Rightarrow y = Ae^{-4x}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-4x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

$$C, (\sqrt{3}+1)y' - 2y = 0$$

គេបាន $y' - \frac{2}{(\sqrt{3}+1)}y = 0$

គេបាន $y' + ay = 0$ ដែលគេបាន $a = \frac{2}{(\sqrt{3}+1)}$

រូបមន្ត $y_c = Ae^{-ax}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{\frac{2}{(\sqrt{3}+1)}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

$$y' - \frac{2}{(\sqrt{3}+1)}y = 0 \Rightarrow y' = \frac{2}{(\sqrt{3}+1)}y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{(\sqrt{3}+1)}y \Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{2}{(\sqrt{3}+1)}dx$$

របៀប២ $\int \frac{dy}{y} = \int \frac{2}{(\sqrt{3}+1)}dx \Rightarrow \ln y = \frac{2}{(\sqrt{3}+1)}x + c$

$$\ln y = \ln e^{\frac{2}{(\sqrt{3}+1)}x+c} \Rightarrow y = e^{\frac{2}{(\sqrt{3}+1)}x} \times e^c$$

$$y = A \times e^{\frac{2}{(\sqrt{3}+1)}x}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{\frac{2}{(\sqrt{3}+1)}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

IV, កំណត់តួទី n និងតួទី 15

តាមរូបមន្ត $S = u_1 q^{n-1}$

នាំអោយ $a, 625, 125, 25, 5, 1, \dots$

$$u_1 = 625$$

នាំអោយ $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{125}{625}$ គេបាន $S = 625 \left(\frac{125}{625} \right)^{n-1}$

ដូចនេះ $S_{15} = 625 \left(\frac{125}{625} \right)^{14}$

នាំអោយ $b, 5, -\frac{5}{2}, \frac{5}{3}, -\frac{5}{8}, \dots$

តាមរូបមន្ត $S = u_1 q^{n-1}$

$$u_1 = 5$$

នាំអោយ $q = \frac{-\frac{5}{2}}{5} = -\frac{1}{2}$ គេបាន $S = 5 \left(-\frac{1}{2} \right)^{n-1}$

ដូចនេះ $S_{15} = 5 \left(-\frac{1}{2} \right)^{14}$

A, ផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាពដែលមាន

$$a. \tan \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$$

គេបាន

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = \sin \frac{\pi}{4} \cos x - \sin x \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\cos\frac{\pi}{4}\cos x+\sin x\sin\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\sin\frac{\pi}{4}\cos x-\sin x\cos\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{4}\cos x+\sin x\sin\frac{\pi}{4}}=\frac{1-\tan x}{1+\tan x}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x-\sin x)}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x+\sin x)}=\frac{1-\tan x}{1+\tan x}$$

$$\frac{(\cos x-\sin x)}{(\cos x+\sin x)}=\frac{1-\tan x}{1+\tan x}$$

$$\frac{\cos x\left(1-\frac{\sin x}{\cos x}\right)}{\cos x\left(1+\frac{\sin x}{\cos x}\right)}=\frac{1-\tan x}{1+\tan x}\Rightarrow\frac{1-\tan x}{1+\tan x}=\frac{1-\tan x}{1+\tan x}$$

$$\text{ដូច្នេះ: } \frac{1-\tan x}{1+\tan x}=\frac{1-\tan x}{1+\tan x}$$

$$\frac{\sin(x+y)}{\cos(x-y)}=\frac{\tan x+\tan y}{1+\tan x\tan y}$$

$$\frac{\sin x\cos y+\cos x\sin y}{\cos x\cos y+\sin x\sin y}=\frac{\tan x+\tan y}{1+\tan x\tan y}$$

$$\frac{\sin x\cos y+\cos x\sin y}{\cos x\cos y}=\frac{\tan x+\tan y}{1+\tan x\tan y}$$

$$\frac{\left(\frac{\sin x\cos y}{\cos x\cos y}\right)+\left(\frac{\cos x\sin y}{\cos x\cos y}\right)}{\left(\frac{\cos x\cos y}{\cos x\cos y}\right)+\left(\frac{\sin x\sin y}{\cos x\cos y}\right)}=\frac{\tan x+\tan y}{1+\tan x\tan y}$$

$$\frac{\tan x+\tan y}{1+\tan x\tan y}=\frac{\tan x+\tan y}{1+\tan x\tan y}$$

$$\text{ដូច្នេះ: } \frac{\tan x+\tan y}{1+\tan x\tan y}$$

B, ដោះស្រាយសមីការ $a.\log_3(x-2)+\log_3(x-4)=0$

$$\text{គេបាន } a.\log_3(x-2)+\log_3(x-4)=0$$

$$\log_3(x-2)+\log_3(x-4)=0$$

$$\log_3[(x-2)(x-4)]=0$$

$$\text{នាំអោយ } \log_3[(x-2)(x-4)]=\log_3 3^0$$

$$(x-2)(x-4)=1\Rightarrow x^2-6x+7=0$$

$$x_1=\frac{6+2\sqrt{2}}{2}=3+\sqrt{2}$$

នាំអោយ

$$x_2=\frac{6-2\sqrt{2}}{2}=3-\sqrt{2}$$

$$\text{ដូច្នេះ: } x_1=3+\sqrt{2}, x_2=3-\sqrt{2}$$

$$\log_2\left(\frac{x-2}{x-1}\right)-1=\log_2\left(\frac{3x-7}{3x-1}\right)$$

$$\log_2\left(\frac{x-2}{x-1}\right)-\log_2\left(\frac{3x-7}{3x-1}\right)=1$$

$$\text{នាំអោយ } \log_2\left(\frac{\frac{x-2}{x-1}}{\frac{3x-7}{3x-1}}\right)=\log_2 2$$

$$\frac{x-2}{x-1}$$

$$\frac{x-1}{3x-7}=2\Rightarrow(x-2)(3x-1)$$

$$3x-1$$

$$2(x-1)(3x-7)$$

$$3x^2-7x+2=2(3x^2-10x+7)$$

$$\text{គេបាន } 3x^2-7x+2=6x^2-20x+14$$

$$6x^2-20x+14-3x^2+7x-2=0$$

$$3x^2-13x+12=0$$

$$\text{នាំអោយ } x_1=\frac{13-5}{6}=\frac{8}{6}, x_2=\frac{13+5}{6}=\frac{18}{6}=3$$

$$\text{ដូច្នេះ: } x_1=\frac{8}{6}, x_2=\frac{18}{6}=3$$

គណនាលីមីតខាងក្រោម

$$\text{គេបាន } A, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\sin x} \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\ln(1+x)}{x}}{\frac{\sin x}{x}} = 1$$

$$B, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{\sin x} - 1)(1 - \cos 2x)}{\sin^3 x} \left(\frac{0}{0} \right)$$

គេបាន

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{\sin x} - 1)(2 \sin^2 x)}{\sin^3 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(e^{\sin x} - 1)}{\sin x} = 2$$

$$\text{ដូចនេះ: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{\sin x} - 1)(1 - \cos 2x)}{\sin^3 x} = 2$$

$$C, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x+1}}{\sqrt{x+3} - \sqrt{2x+3}} \left(\frac{0}{0} \right)$$

គេបាន

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(-x)(\sqrt{x+3} + \sqrt{2x+3})}{(-x)(\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+1})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+3} + \sqrt{2x+3})}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+1})} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{ដូចនេះ: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x+1}}{\sqrt{x+3} - \sqrt{2x+3}} = 2\sqrt{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xy \sin(xy) + \cos(xy) - 1}{(xy)^2} \left(\frac{0}{0} \right)$$

គេបាន

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\left(\frac{xy \sin(xy)}{(xy)^2} \right) - \left(\frac{1 - \cos(xy)}{(xy)^2} \right) \right] = \frac{1}{2}$$

$$\text{ដូចនេះ: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xy \sin(xy) + \cos(xy) - 1}{(xy)^2} = \frac{1}{2}$$

រកកូអរដោនេកំពូលនិងកំណុំនៃប៉ារ៉ាបូល

$$(S): y^2 - 4y + 4x + 4 = 0$$

$$\text{គេបាន } y^2 - 2.2y + 2^2 - 4 = -4x - 4$$

$$(y-2)^2 = -4x \Rightarrow (y-2)^2 = -4(x-0)$$

$$\text{រូបមន្ត } (y-k)^2 = 4p(x-h)$$

គេបាន

$$k=2, h=0 \\ 4p=-4 \Rightarrow p=-1 \quad \text{ប្រាប់ទិស } x=h-p=1$$

V. គេមាន

$$A(1,0,-2), B(2,1,2)$$

$$C(3,-1,1), D(2,-3,0)$$

1. បង្ហាញថា A, B, C រត់មិនត្រង់គ្នា

គេបាន

$$\overrightarrow{AB}(1,1,4)$$

$$\overrightarrow{AC}(2,-1,3)$$

$$\text{នាំអោយ } \vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} = (7, 5, -3)$$

2. រកសមីការប្លង់ (ABC) រួចបង្ហាញថា $D \notin (ABC)$

$$\text{រូបមន្ត } (ABC): a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$$

$$\text{កាត់តាម } A(1,0,-2) \quad x_0=1, y_0=0, z_0=-2$$

$$\text{រឹចទំលាក់ម៉ាស់ } \vec{n} = (7, 5, -3) \quad a=7, b=5, c=-3$$

$$(ABC): a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$$

$$\text{នាំអោយ } (ABC): 7(x-1) + 5(y-0) - 3(z+2) = 0$$

$$(ABC): 6x + 5y - 3z - 13 = 0$$

$$\text{ដូចនេះ: } (ABC): 6x + 5y - 3z - 13 = 0$$

3. គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC

$$\text{តាមរូបមន្ត } S_{ABC} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC})$$

$$\text{គេបាន } S_{ABC} = \frac{\sqrt{7^2 + 5^2 + (-3)^2}}{2} = \frac{\sqrt{83}}{2}$$

$$\text{ដូចនេះ: } S_{ABC} = \frac{\sqrt{83}}{2}$$

4. គណនាមាឌចតុមុខ $DABC$

$$\text{តាមរូបមន្ត } V_{ABCD} = \frac{1}{6} (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$\text{នាំអោយ } \overrightarrow{AD}(1,-3,2)$$

គេបាន $(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD} = (7) + (-3)(5) + (2)(-3) = 14$

ដូចនេះ $V_{ABCD} = \frac{14}{6}$

ក, កំណត់លីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ $-\infty$ (and) $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{10e^x}{e^x + 4} = 0$$

នាំអោយ

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10e^x}{e^x \left(1 + \frac{4}{e^x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10}{\left(1 + \frac{4}{e^x}\right)} = 10$$

ដូចនេះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 10$

ដូចនេះ $y = 0$
 $y = 10$ ជាអាស៊ីមតូតដេក



ខ, គណនាដេរីវេអនុគមន៍និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f

$$f(x) = \frac{10e^x}{e^x + 4}$$

គេបាន $f'(x) = \frac{10e^x(e^x + 4) - 10e^{2x}}{(e^x + 4)^2}$

$$f'(x) = \frac{40e^x}{(e^x + 4)^2} > 0$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{40e^x}{(e^x + 4)^2} > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		
$f(x)$		

សង់ក្រាប

