គណិតវិទ្យាថ្ងៃនេះ

សៀវភៅគណិតវិទ្យាកម្រិតវិទ្យាល័យ

ខ្សែកោង
អនុគមន៍សនិទាន

* សង្ខេបមេរៀននិងគន្លឹះដោះស្រាយសំខាន់ៗ
* លំហាត់ជ្រើសរើសអមដោយដំណោះស្រាយក្បោះក្បាយ
* លំហាត់ជ្រើសរើសសម្រាប់កិច្ចការផ្ទះ

សម្រាប់ថ្នាក់ទី១២ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិតនិងថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម

អ្នករៀបរៀង **លឹម ផល្គុន**

2020

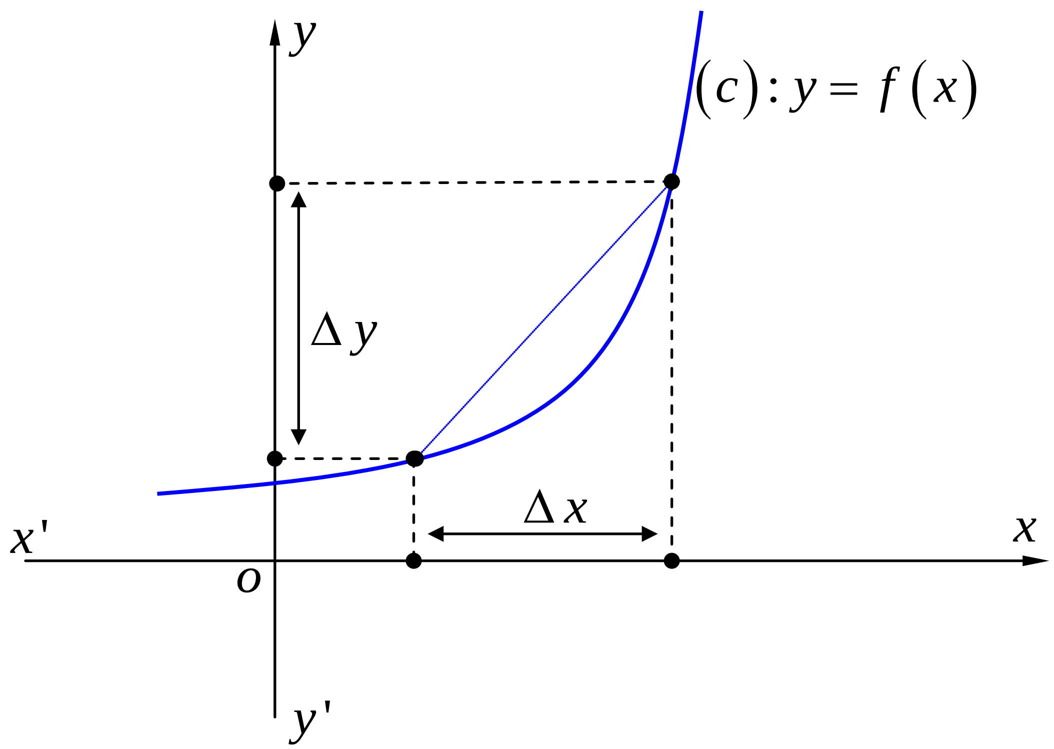
ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាគោលរបស់ក្រសួងអប់រំយុវជននិងកីឡា

ជំពូកទី០១

សង្ខេបមេរៀនទាក់ទងនិងសិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍

សង្ខេបរូបមន្តដេរីវេ

១.អត្រាបម្រែបម្រួលមធ្យម



បើអថេរ x ប្រែប្រួលពី x_1 ទៅ x_2 ហើយអនុគមន៍ $y = f(x)$ ប្រែប្រួលពី $y_1 = f(x_1)$ ទៅ $y_2 = f(x_2)$ នោះគេថាផលធៀប

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ ហៅថាបម្រែបម្រួលមធ្យមនៃ

អនុគមន៍ $y = f(x)$ កាលណា x ប្រែប្រួលពី x_1 ទៅ x_2 ។

២.ដេរីវេត្រង់ចំណុចមួយ

ដេរីវេ $f'(x_0)$ នៃអនុគមន៍ $y = f(x)$ នៅត្រង់ចំណុច $x = x_0$

កំណត់ដោយ $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ ។

បើគេតាង $x - x_0 = h$ ឬ $x = x_0 + h$ នោះគេបាន ៖

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$ ។

៣.ភាពមានដេរីវេ និង ភាពជាប់

សន្មតថាអនុគមន៍ $f(x)$កំនត់លើចន្លោះ I ហើយ x_0 ជាចំនួនពិតនៅក្នុង

ចន្លោះ I និង h ជាចំនួនពិតមិនសូន្យដែល $x_0 + h$ ជារបស់ I ។

* ចំនួនដេរីវេឆ្វេងត្រង់ចំនួន x_0 នៃអនុគមន៍ $f(x)$កំនត់តាងដោយ ៖

$$f'_-(x_0) = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$ ។

* ចំនួនដេរីវេស្តាំត្រង់ចំនួន x_0 នៃអនុគមន៍ $f(x)$កំនត់តាងដោយ ៖

$$f'_+(x_0) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$ ។

* ដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x)$ ត្រង់ x_0 (បើមាន)កំណត់តាងដោយ ៖

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

ហើយតម្លៃ $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ មានកាលណា

$\lim_{h\to 0^-}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ ។

៤.អនុគមន៍ដេរីវេ

និយមន័យ៖

* បើ f ជាអនុគមន៍មួយកំនត់លើចន្លោះ I និងមានដេរីវេត្រង់គ្រប់ចំណុចនៅក្នុងចន្លោះ I នោះគេថាអនុគមន៍ f មានដេរីវេលើចន្លោះ I ។

* អនុគមន៍ដែលគ្រប់ $x\in I$ ផ្សំបានចំនួនដេរីវេនៃ f ត្រង់ x ហៅថាអនុគមន៍ដេរីវេនៃ f ដែលគេកំនត់សរសេរ $f: x \mapsto f'(x)$ ។

*ដេរីវេ $f'(x)$ នៃអនុគមន៍ $y=f(x)$ គឺជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$ ។

គេអាចប្រើនិមិត្តសញ្ញា $y'=f'(x)=\frac{dy}{dx}=\frac{df(x)}{dx}$ សម្រាប់តាងដេរីវេនៃអនុគមន៍ $y=f(x)$ ។

៥.រូបមន្តដេរីវេនៃអនុគមន៍សំខាន់ៗ

អនុគមន៍	ដេរីវេ
1. $y=k$	$y'=0$
2. $y=x^n$	$y'=nx^{n-1}$
3. $y=\frac{1}{x}$	$y'=-\frac{1}{x^2}$

4. $y=\sqrt{x}$ $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

5. $y=e^x$ $y'=e^x$

6. $y=a^x$ $y'=a^x\ln a$

7. $y=\ln x$ $y'=\dfrac{1}{x}$

8. $y=\sin x$ $y=\cos x$

9. $y=\cos x$ $y'=-\sin x$

10. $y=\tan x$ $y'=\dfrac{1}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x$

11. $y=\cot x$ $y'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}=-(1+\cot^2 x)$

12. $y=\arcsin x$ $y'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

13. $y=\arccos x$ $y'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

14. $y=\arctan x$ $y'=\dfrac{1}{1+x^2}$

៦.រូបមន្តគ្រឹះនៃដេរីវេអនុគមន៍

អនុគមន៍ ដេរីវេ

1. $y=u^n$ $y'=n.u'.u^{n-1}$

2. $y=\sqrt{u}$ $y'=\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$

3. $y=u.v$ $y'=u'v+v'u$

4. $y=\dfrac{u}{v}$ $\quad y'=\dfrac{u'v-v'u}{v^2}$

5. $y=\ln u$ $\quad y'=\dfrac{u'}{u}$

6. $y=\sin u$ $\quad y'=u'.\cos u$

7. $y=\cos u$ $\quad y'=-u'\sin u$

8. $y=e^u$ $\quad y'=u'.e^u$

9. $y=\tan u$ $\quad y'=u'(1+\tan^2 u)$

10. $y=\arcsin u$ $\quad y'=\dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$

11. $y=\arccos u$ $\quad y'=-\dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$

12. $y=\arctan u$ $\quad y'=\dfrac{u'}{1+u^2}$

13. $y=u^V$ $\quad y'=u^V\left(v'\ln u+v\dfrac{u'}{u}\right)$

៧.ដេរីវេបន្តបន្ទាប់ ៖

ឧបមាថាគេមាន $f(x)$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេទី n លើចន្លោះ I ។

គេកំណត់ដេរីវេបន្តបន្ទាប់នៃអនុគមន៍នេះដូចតទៅ៖

* អនុគមន៍ដេរីវេទីមួយកំណត់តាងដោយ $f'(x)$
* អនុគមន៍ដេរីវេទីពីរកំណត់តាងដោយ $f''(x)$
* អនុគមន៍ដេរីវេទីបីកំណត់តាងដោយ $f'''(x)$
* អនុគមន៍ដេរីវេទីបួនកំណត់តាងដោយ $f^{(4)}(x)$

----

* អនុគមន៍ដេរីវេទី n កំណត់តាងដោយ $f^{(n)}(x)$ ។

៨.សមីការបន្ទាត់ប៉ះក្រាបតាងអនុគមន៍មួយ

✧ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=f(x)$ ត្រង់ចំណុច x_0 គឺជាដេរីវេនៃ f ត្រង់ x_0 គឺ $m=f'(x_0)$ ។

✧ សមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=f(x)$ ត្រង់ចំណុច x_0 គឺ $(T): y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$ ។

៩.ទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍

ក)អនុគមន៍កើន

✧ f ជាអនុគមន៍កើនលើចន្លោះ I លុះត្រាតែ $f'(x)>0$ គ្រប់ $x\in I$

✧ លក្ខណះ បើ $\alpha,\beta\in I$ ដែល $\alpha>\beta$ នាំឲ្យ $f(\alpha)<f(\beta)$ ។

ខ)អនុគមន៍ចុះ

✧ f ជាអនុគមន៍កើនលើចន្លោះ I លុះត្រាតែ $f'(x)<0$ គ្រប់ $x\in I$

✧ លក្ខណះ បើ $\alpha,\beta\in I$ ដែល $\alpha>\beta$ នាំឲ្យ $f(\alpha)>f(\beta)$ ។

១០.បរមាធៀបនៃអនុគមន៍

✧ អនុគមន៍ f មានអតិបរមាធៀបត្រង់ $x=x_0$ កាលណា $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)<0 \end{cases}$

✧ $f(x_0)=M$ ជាតម្លៃអតិបរមាធៀប ។

✧ អនុគមន៍ f មានអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x=x_0$ កាលណា $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)>0 \end{cases}$

✧ $f(x_0)=m$ ជាតម្លៃអប្បបរមាធៀប ។

១១.ភាពផត ប៉ោង និង ចំណុចរបត់

ក)អនុគមន៍ផត-ប៉ោង

✧ បើគ្រប់ $x \in I$ គេមាន $f''(x) < 0$ នោះគេថា f ជាអនុគមន៍ប៉ោង(Convex function)លើចន្លោះ I ។

✧ បើគ្រប់ $x \in I$ គេមាន $f''(x) < 0$ នោះគេថា f ជាអនុគមន៍ប៉ោង(Concave function)លើចន្លោះ I ។

ខ)ចំណុចរបត់នៃខ្សែកោង

✧ គេថាចំណុច $I(x_0, y_0)$ ជាចំណុចរបត់នៃខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $y = f(x)$ កាលណាខ្សែកោងប៉ោង(ឬផត) នៅលើ $[a, x_0]$ ហើយផត(ឬប៉ោង)នៅលើ $[x_0, b]$ ។

✧ របៀបរកចំណុចរបត់របស់ខ្សែកោងតាង $y = f(x)$ គេត្រូវ ៖

☞ គណនាដេរីវេទីពីរ $y'' = f''(x)$

☞ ដោះស្រាយសមីការ $f'(x) = 0$

☞ សិក្សាសញ្ញានៃ $f''(x)$

-បើ $f''(x)$ ប្តូរសញ្ញានៅសងខាងនៃឬស x_0 នោះខ្សែកោងមានចំណុចរបត់ $I(x_0, f(x_0))$ ។

-បើ $f''(x)$ មិនប្តូរសញ្ញានោះខ្សែកោងគ្មានចំណុចរបត់ទេ ។

សង្ខេបគន្លឹះសំខាន់ៗក្នុងការសិក្សាអនុគមន៍

១.សមីការអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង

១.១.អាស៊ីមតូតឈរ

គេថាបន្ទាត់ $x=a$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប $(C): y=f(x)$

លុះត្រាតែ $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$ ។

១.២.អាស៊ីមតូតដេក

គេថាបន្ទាត់ $y=b$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប $(C): y=f(x)$

លុះត្រាតែ $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=b$ ឬ $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)-b\right]=0$ ។

១.៣.អាស៊ីមតូតទ្រេត

គេថាបន្ទាត់ $y=ax+b$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប $(C): y=f(x)$

លុះត្រាតែ $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$ ។

រូបមន្តកំណត់រកសមីការនៃអាស៊ីមតូតទ្រេត $y=ax+b$

នៃក្រាប$(C): y=f(x)$គឺ $a=\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{f(x)}{x}\right]$ និង $b=\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)-ax\right]$ ។

បើអនុគមន៍ f អាចសរសេរជាទម្រង់ $f(x)=ax+b+g(x)$

ដែល $\lim\limits_{x\to\infty}\left[g(x)\right]=0$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $y=ax+b$ ហៅថា

អាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង $(C): y=f(x)$ ។

២.ទីតាំងនៃខ្សែកោងធៀបទៅនឹងអាស៊ីមតូត

២.១.ទីតាំងនៃខ្សែកោងធៀបនឹងអាស៊ីមតូតដេក

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង$(C): y = f(x)$និងបន្ទាត់$(d): y = b$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C)។

ដើម្បីសិក្សាទីតាំងនៃខ្សែកោង(C)ធៀបទៅនឹងអាស៊ីមតូតដេករបស់វាគេត្រូវ៖

- គណនាផលដក $f(x) - y_d = f(x) - b$ រួចសិក្សាសញ្ញារបស់វា។
- សន្និដ្ឋានលទ្ធផល៖
  - •បើ $f(x) - y_d < 0$ នោះខ្សែកោង (C)ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់(d)។
  - •បើ $f(x) - y_d = 0$ នោះខ្សែកោង (C)ប្រសព្វជាមួយបន្ទាត់(d)។
  - •បើ $f(x) - y_d > 0$ នោះខ្សែកោង (C)ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់(d)។

២.២.ទីតាំងនៃខ្សែកោងធៀបនឹងអាស៊ីមតូតទ្រេត

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$ និងបន្ទាត់$(d): y = ax + b$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)។

ដើម្បីសិក្សាទីតាំងនៃខ្សែកោង(C)ធៀបទៅនឹងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វាគេត្រូវ៖

- គណនាផលដក $f(x) - y_d = f(x) - (ax + b)$ រួចសិក្សាសញ្ញារបស់វា។
- សន្និដ្ឋានលទ្ធផល៖
  - •បើ $f(x) - y_d < 0$ នោះខ្សែកោង (C)ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់(d)។
  - •បើ $f(x) - y_d = 0$ នោះខ្សែកោង (C)ប្រសព្វជាមួយបន្ទាត់(d)។
  - •បើ $f(x) - y_d > 0$ នោះខ្សែកោង (C)ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់(d)។

៣.ផ្ចិតឆ្លុះនិងអ័ក្សឆ្លុះនៃខ្សែកោង

៣.១.ផ្ចិតឆ្លុះ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$ និងចំណុច $I(a,b)$

ដើម្បីស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(a,b)$ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C)គេត្រូវស្រាយឲ្យឃើញថាចំពោះគ្រប់ $x_0 \in D_f : f(x_0) + f(2a - x_0) = 2b$ ។

៣.២.អ័ក្សឆ្លុះ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$ និងបន្ទាត់ $(d): x = a$

ដើម្បីស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(d)ជាអ័ក្សឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C)គេត្រូវស្រាយឲ្យឃើញថាចំពោះគ្រប់ $x_0 \in D_f : f(x_0) = f(2a - x_0)$ ។

៤.ចំណុចរបត់នៃខ្សែកោង

ក)អនុគមន៍ផត-ប៉ោង

✧ បើគ្រប់ $x \in I$ គេមាន $f''(x) < 0$ នោះគេថា f ជាអនុគមន៍ប៉ោង(Convex function)លើចន្លោះ I ។

✧ បើគ្រប់ $x \in I$ គេមាន $f''(x) < 0$ នោះគេថា f ជាអនុគមន៍ប៉ោង(Concave function)លើចន្លោះ I ។

ខ)ចំណុចរបត់នៃខ្សែកោង

✧ គេថាចំណុច $I(x_0, y_0)$ ជាចំណុចរបត់នៃខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $y = f(x)$ កាលណាខ្សែកោងប៉ោង(ឬផត) នៅលើ $[a, x_0]$ហើយផត (ឬប៉ោង)នៅលើ $[x_0, b]$ ។

✧ របៀបរកចំណុចរបត់របស់ខ្សែកោងតាង $y=f(x)$ គេត្រូវ ៖

☞ គណនាដេរីវេទីពីរ $y''=f''(x)$

☞ ដោះស្រាយសមីការ $f'(x)=0$

☞ សិក្សាសញ្ញានៃ $f''(x)$

-បើ $f''(x)$ ប្តូរសញ្ញានៅសងខាងនៃឫស x_0 នោះខ្សែកោង មានចំណុចរបត់ $I\left(x_0,f\left(x_0\right)\right)$ ។

-បើ $f''(x)$ មិនប្តូរសញ្ញានោះខ្សែកោងគ្មានចំណុចរបត់ទេ ។

៥.សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះ

៥.១.សមីការបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោងត្រង់ចំណុចមួយ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y=f(x)$

ដើម្បីរកសមីការនៃបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស $x=x_0$ គេត្រូវ ៖

◆ប្រើរូបមន្តសមីការបន្ទាត់ប៉ះ $(T): y=f'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)+y_0$

◆គណនាដេរីវេ $y'=f'(x)$ រួចទាញរក $f'\left(x_0\right)$

◆គណនាអរដោនេនៃចំណុចប៉ះគឺ $y_0=f\left(x_0\right)$

◆យកតម្លៃ x_0, y_0 និង $f'\left(x_0\right)$ ជំនួសក្នុងរូបមន្តសមីការខាងលើ។

៥.២.សមីការបន្ទាត់គូសចេញពីចំណុចមួយប៉ះទៅខ្សែកោង

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y=f(x)$

ដើម្បីរកសមីការនៃបន្ទាត់ (T) ដែលគូសចេញពីចំណុច $A\left(x_A, y_A\right)$ ហើយប៉ះ

ទៅនិងខ្សែកោង(C)គេត្រូវ៖

◆តាង $M_0(x_0,y_0)$ជាចំណុចប៉ះរវាងបន្ទាត់(T)និងខ្សែកោង(C)

◆សមីការបន្ទាត់ប៉ះអាចសរសេរតាមរូបមន្ត $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$

◆ដោយបន្ទាត់(T)ដែលគូសចេញពីចំណុច $A(x_A,y_A)$នោះកូអរដោនេនៃចំណុចA ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់នឹងសមីការនៃ(T) ។ ដោយយកកូអរដោនេនៃចំណុចAជំនួសក្នុងសមីការនៃ(T)រួចដោះស្រាយរក x_0 បន្ទាប់មកយកតម្លៃនៃ x_0 ដែលទើប រកឃើញទៅជំនួសក្នុងសមីការនៃ(T)នោះគេទទួលបានសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះដែលត្រូវរក។

៥.៣.សមីការបន្ទាត់ប៉ះទៅខ្សែកោងហើយស្របនឹងបន្ទាត់មួយ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y=f(x)$

ដើម្បីរកសមីការនៃបន្ទាត់(T)ប៉ះទៅនិងខ្សែកោង(C)ហើយស្របទៅនឹងបន្ទាត់(d)មានសមីការ: $y=ax+b$គេត្រូវ៖

◆តាង $M_0(x_0,y_0)$ជាចំណុចប៉ះរវាងបន្ទាត់(T)និងខ្សែកោង(C)

◆សមីការបន្ទាត់ប៉ះអាចសរសេរតាមរូបមន្ត $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$

◆ដោយបន្ទាត់$(T)//(d): y=ax+b$ នោះគេបាន $f'(x_0)=a$

រួចដោះស្រាយរក x_0បន្ទាប់មកយកតម្លៃនៃx_0ដែលបានរកឃើញទៅជំនួសក្នុងសមីការនៃ(T)នោះគេទទួលបានសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះដែលត្រូវរក។

៥.៤.សមីការបន្ទាត់ប៉ះទៅខ្សែកោងហើយកែងនឹងបន្ទាត់មួយ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y=f(x)$

ដើម្បីរកសមីការនៃបន្ទាត់(T)ប៉ះទៅនិងខ្សែកោង(C)ហើយស្របទៅនឹងបន្ទាត់(d)មានសមីការ: $y=ax+b$គេត្រូវ៖

◆តាង $M_0(x_0,y_0)$ជាចំណុចប៉ះរវាងបន្ទាត់(T)និងខ្សែកោង(C)

◆សមីការបន្ទាត់ប៉ះអាចសរសេរតាមរូបមន្ត $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$

◆ដោយបន្ទាត់$(T)\perp(d): y=ax+b$ នោះគេបាន $a\times f'(x_0)=-1$

រួចដោះស្រាយរក x_0 បន្ទាប់មកយកតម្លៃនៃx_0ដែលបានរកឃើញទៅជំនួសក្នុងសមីការនៃ(T)នោះគេទទួលបានសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះដែលត្រូវរក។

៥.៥.សមីការបន្ទាត់ប៉ះរួមទៅនឹងខ្សែកោងពីរ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោងពីរ $(C_f): y=f(x)$និង$(C_g): y=g(x)$

ដើម្បីរកសមីការនៃបន្ទាត់(T)ប៉ះរួមទៅនិងខ្សែកោង(C_f)និង(C_g)គេត្រូវ៖

◆តាង$(T): y=ax+b$ ជាសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះរួមទៅនិងខ្សែកោង(C_f) និង(C_g)។

◆សរសេរសមីការអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប្រសព្វរវាង(T)ជាមួយនឹង(C_f)និង(C_g)

◆កំណត់លក្ខខណ្ឌឲ្យសមីការអាប់ស៊ីសទាំងនោះមានឫសឌុបរួចដោះស្រាយរកលេខមេគុណ a និង b ។

៥.៦.សមីការបន្ទាត់ប៉ះរួមទៅនឹងខ្សែកោងពីរត្រង់ចំណុចមួយ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោងពីរ $(C_f): y=f(x)$និង$(C_g): y=g(x)$

ខ្សែកោង(C_f)និង(C_g)មានបន្ទាត់ប៉ះរួម(T)ត្រង់$M_0(x_0,y_0)$លុះត្រាតែ៖

$f(x_0)=g(x_0)=y_0$ និង $f'(x_0)=g'(x_0)=a$ ។

សមីការបន្ទាត់ប៉ះរួមនេះគឺ $(T): y = a(x - x_0) + y_0$ ។

៥.៧.លក្ខខណ្ឌបន្ទាត់និងខ្សែកោងប៉ះគ្នាត្រង់ចំណុចមួយ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$ និងបន្ទាត់ $(d): y = \alpha x + \beta$

ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) ប៉ះគ្នាត្រង់ចំណុច $M_0(x_0, y_0)$ លុះត្រាតែ៖

$$\begin{cases} f'(x_0) = \alpha \\ f(x_0) = \alpha x_0 + \beta = y_0 \end{cases}$$

៦.កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ

៦.១.កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោងជាមួយអ័ក្សកូអរដោនេ (xoy):

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$

◆បើ $(C) \cap (x'ox)$: នោះ $y = f(x) = 0$

◆បើ $(C) \cap (y'oy)$: នោះ $x = 0$ និង $y = f(0)$

៦.២.កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោងនិងបន្ទាត់

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$ និងបន្ទាត់ $(d): y = \alpha x + \beta$

ដើម្បីរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង (C) និង (d) គេត្រូវ៖

◆សរសេរសមីការអាប់ស៊ីសដោយផ្ទឹមតម្លៃ y គឺ $f(x) = \alpha x + \beta$

◆ដោះស្រាយសមីការខាងលើរកអាប់ស៊ីស x រួចទាញរកអរដោនេ $y = \alpha x + \beta$

៦.៣.កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោងពីរ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោងពីរ $(C_f): y = f(x)$ និង $(C_g): y = g(x)$

ដើម្បីរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង (C_f) និង (C_g) គេត្រូវ៖

◆សរសេរសមីការអាប់ស៊ីសដោយផ្ទឹមតម្លៃ y គឺ $f(x)=g(x)$

◆ដោះស្រាយសមីការខាងលើរកអាប់ស៊ីស x រួចទាញរកអរដោនេ $y=f(x)$ ឬ $y=g(x)$។

៧.សំណុំចំណុចក្នុងប្លង់

៧.១.និយមន័យ

ឧបមាថាគេមានចំណុច M មានកូអរដោនេ $x=u(m), y=v(m)$ ដែល $m\in\Re$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រមួយ ។ ទំនាក់ទំនងរវាងកូអរដោនេ x និង y ដែលមិនអាស្រ័យនឹង m គឺ $\varphi(x,y)=0$ ហៅថាសមីការនៃសំណុំនៃ M ក្នុងប្លង់។

៧.២.សំណុំចំណុចជាបន្ទាត់ដេក

ឧបមាថាគេមានចំណុច M មានកូអរដោនេ $x=u(m), y=\beta$ ដែល $m\in\Re$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រមួយ និង β ជាចំនួនពិតថេរ។ដោយគ្រប់ m គេមាន $y=\beta$ ថេរ នោះសំណុំនៃចំណុច M គឺជាបន្ទាត់ដេក $y=\beta$ ។

៧.៣.សំណុំចំណុចជាបន្ទាត់ឈរ

ឧបមាថាគេមានចំណុច M មានកូអរដោនេ $x=\alpha , y=v(m)$ ដែល $m\in\Re$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រមួយនិង α ជាចំនួនពិតថេរ។

ដោយគ្រប់ m គេមាន $x=\alpha$ ថេរនោះសំណុំនៃចំណុច M គឺជាបន្ទាត់ឈរ ដែលមានសមីការ $x=\alpha$ ។

៧.៤.សំណុំចំណុចជាបន្ទាត់ទ្រេត

ឧបមាថាគេមានចំណុច M មានកូអរដោនេ $x = u(m), y = \beta$ ដែល $m \in \Re$

ដោយបំបាត់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រ m បើគេបានទំនាក់ទំនង ៖

$y = \alpha x + \beta, \alpha \neq 0, \alpha, \beta \in \Re$

នោះគេថាសំណុំចំណុច M គឺជាបន្ទាត់ទ្រេត $(d): y = \alpha x + \beta$ ។

៧.៥.សំណុំចំណុចជារង្វង់

បើកូអរដោនេនៃចំណុច $M(x,y)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ ៖

$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$

នោះគេថាសំណុំនៃចំណុច M គឺជារង្វង់ផ្ចិត $I(\alpha,\beta)$ និងកាំ r ។

៧.៦.សំណុំចំណុចជាប៉ារ៉ាបូល

បើកូអរដោនេនៃចំណុច $M(x,y)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $(x-h)^2 = 4p(y-k)$

ឬ $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ ឬ $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0, \alpha, \beta, \gamma \in \Re$

នោះគេថាសំណុំនៃចំណុច M គឺជាប៉ារ៉ាបូល ។

៧.៧.សំណុំចំណុចជាអេលីប

បើកូអរដោនេនៃចំណុច $M(x,y)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ ៖

$\dfrac{(x-h)^2}{\alpha^2} + \dfrac{(y-k)^2}{\beta^2} = 1$ នោះគេថាសំណុំនៃចំណុច M គឺជាអេលីបមួយ។

៧.៨.សំណុំចំណុចជាអ៊ីពែបូល

បើកូអរដោនេនៃចំណុច $M(x,y)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ៖

$\dfrac{(x-h)^2}{\alpha^2} - \dfrac{(y-k)^2}{\beta^2} = \pm 1$ នោះគេថាសំណុំនៃចំណុច M គឺជាអ៊ីពែបូល។

៨.អនុគមន៍កើន អនុគមន៍ចុះ

៨.១.អនុគមន៍កើន

✧ f ជាអនុគមន៍កើនលើចន្លោះ I លុះត្រាតែ $f'(x) > 0$ គ្រប់ $x \in I$

✧ លក្ខណៈ បើ $\alpha, \beta \in I$ ដែល $\alpha > \beta$ នាំឲ្យ $f(\alpha) < f(\beta)$ ។

៨.២.អនុគមន៍ចុះ

✧ f ជាអនុគមន៍កើនលើចន្លោះ I លុះត្រាតែ $f'(x) < 0$ គ្រប់ $x \in I$

✧ លក្ខណៈ បើ $\alpha, \beta \in I$ ដែល $\alpha > \beta$ នាំឲ្យ $f(\alpha) > f(\beta)$ ។

៩.អតិបរមាធៀបនិងអប្បបរមាធៀប

៩.១.អតិបរមាធៀប

✧ អនុគមន៍ f មានអតិបរមាធៀបត្រង់ $x = x_0$ កាលណា $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases}$

✧ $f(x_0) = M$ ជាតម្លៃអតិបរមាធៀប ។

៩.២.អប្បបរមាធៀប

✧ អនុគមន៍ f មានអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x = x_0$ កាលណា $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$

✧ $f(x_0) = m$ ជាតម្លៃអប្បបរមាធៀប ។

១០.សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍មួយនិងតារាងអថេរភាព

១០.១.សិក្សាទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍មួយ

ឧបមាថាគេមានអនុគមន៍ $y = f(x)$

ដើម្បីសិក្សាទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍នេះគេត្រូវ៖

◆រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍

◆គណនាដេរីវេ $y' = f'(x)$

◆គូសតារាងសញ្ញានៃ $y' = f'(x)$

◆បញ្ជាក់ភាពកើនចុះនៃអនុគមន៍

១០.២.តារាងអថេរភាព

ឧបមាថាគេមានអនុគមន៍ $y = f(x)$

ដើម្បីគូសអថេរភាពនៃអនុគមន៍នេះគេត្រូវ៖

◆រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍

◆គណនាដេរីវេ $y' = f'(x)$

◆គូសតារាងសញ្ញានៃ $y' = f'(x)$

◆បញ្ជាក់តម្លៃបរមាធៀប(បើមាន)

◆រកលីមីតចុងដែនកំណត់

◆គូសតារាងអថេរភាព

១១.របៀបសិក្សាអថេរភាពនិងសង់ខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ទូទៅ

✧ ***រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍*** ៖ សំណុំតម្លៃនៃ x ដែលអនុគមន៍ $y = f(x)$ មានន័យ។

✧ ***ទិសដៅអថេរភាព*** ៖

☞រកដេរីវេ $y' = f'(x)$

☞សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ $y' = f'(x)$

☞បញ្ជាក់ចំណុចបរមាធៀប (បើមាន)

☞គណនាលីមីត

☞កំណត់សមីការអាស៊ីមតូត

☞គូសតារាងអថេរភាព

✧ ***សំណង់ក្រាប*** ៖

☞រកអក្សផ្ចិតឆ្លុះ-ផ្ចិតឆ្លុះ-ចំណុចរបត់ (បើមាន)

☞រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វជាមួយអក្សកូអរដោនេ

☞តារាងតម្លៃលេខត្រូវគ្នារវាង x និង y រួចគូសក្រាបតំណាងអនុគមន៍

ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ មួយ ។

www.mathtoday.wordpress.com

ជំពូកទី០២

កម្រងលំហាត់សិក្សាអនុគមន៍សនិទាននិងសំណង់ក្រាហ្វ

លំហាត់ទី០១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត $x \neq 1$ ដោយ ៖

$f(x)=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$ តាង (C)ជាក្រាបនៃf ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{x-1}$ គ្រប់ $x \neq 1$ ។ គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់(T)ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចM មានអាប់ស៊ីស $x=2$ ។

៥.តាងI ជាប្រសព្វរវាងអាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេត ហើយ A និងB ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់(T)ជាមួយនឹងអាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេត

រៀងគ្នារបស់ខ្សែកោង(C) ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច I, A និង B រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង ។

៦.គណនា $f(-2), f(0)$ និង $f(5)$ រួចសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)និង(T) ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ IAB និងផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង(C) ជាមួយបន្ទាត់(d)និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=2$ និង $x=5$ រួចប្រៀបធៀបផ្ទៃក្រឡាទាំងពីរនេះ ។ គេឲ្យ $\ln 2 \approx 0.69315$ ។

លំហាត់ទី០២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត $x \neq 2$ ដោយ ៖

$f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 10}{x-2}$ តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m, n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x) = mx + n + \dfrac{p}{x-2}$ គ្រប់ $x \neq 2$ ។ គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y = x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា$x \to \infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោ(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{(x-2)^2}$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់(T_1)និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុច M មានអាប់ស៊ីស $x=1$ និង N មានអាប់ស៊ីស $x=3$ រៀងគ្នា។

៥.បន្ទាត់(T_1) កាត់អាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ(C)ត្រង់ AនិងBហើយ

បន្ទាត់(T_2) កាត់អាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ(C)ត្រង់ CនិងD។

ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A,B,C,D រួចស្រាយថាចតុកោណ$ABCD$

ជាប្រលេឡូក្រាម ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡូក្រាម$ABCD$ ។

៦.យក I ជាផ្ចិតនៃប្រលេឡូក្រាម$ABCD$ ។ ចូរស្រាយថាI ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C) ។

៧.គណនា$f(-2)$ និង$f(6)$ រួចសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់$(d),(T_1),(T_2)$។

លំហាត់ទី០៣

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត$x\neq 3$ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-5x+10}{x-3}$

តាង (C)ជាក្រាបនៃf ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{x-3}$

គ្រប់ $x\neq 3$ ។ គណនា $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 3}f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d):y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោ(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.គេឲ្យគ្រួសារបន្ទាត់ $(\Delta):y=mx+m+5$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចនឹង A របស់គ្រួសារនៃបន្ទាត់(Δ) ។

ខ)បង្ហាញថាមានបន្ទាត់ពីរ(Δ') និង (Δ'') នៃគ្រួសារបន្ទាត់(Δ) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C) ។ សរសេរសមីការ(Δ') និង (Δ'')រួចគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប៉ះ M និង N រវាងបន្ទាត់(Δ') និង (Δ'')ជាមួយខ្សែកោង(C) ។ (គេដឹងថា (Δ'') ជាបន្ទាត់ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស) ។

គ)បន្ទាត់(Δ') និង (Δ'')ប្រសព្វបន្ទាត់(d) ត្រង់ចំណុច B និង C រៀងគ្នា។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B និង C។

ឃ)តាង I ជាចំណុចកណ្តាលនៃ A លើ BC។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច I រួចស្រាយថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។គណនាផ្ទៃក្រឡា ΔABC ។

៥.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d),(Δ')និង(Δ'')ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង(C) ជាមួយបន្ទាត់ប៉ះ (Δ')និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-1$ និង $x=2$ ។

លំហាត់ទី០៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត $x \neq \frac{1}{2}$ ដោយ $f(x)=\dfrac{2x^2-7x+5}{2x-1}$

តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{2x-1}$ គ្រប់ $x\neq\frac{1}{2}$ ។ គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \to \infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{1}{2}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{4x^2 - 4x - 3}{(2x-1)^2}$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច M និង N មានអាប់ស៊ីស $x = 0$ និង $x = 1$ រួចស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ស្របគ្នា ។

៥.តាង A និង B ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (d) ជាមួយបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) រៀងគ្នា ។ យក I ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ។

ក.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A, B និង I រួចស្រាយថាចតុកោណ $AMBN$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

ខ.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៦.គណនា $f(-1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ $(d), (T_1)$ និង (T_2) ។

លំហាត់ទី០៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត $x \neq \frac{3}{2}$ ដោយ ៖

$f(x) = \frac{2x^2 - 11x + 14}{2x - 3}$ តាង (C) ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{2x-3}$

គ្រប់ $x\neq\dfrac{3}{2}$ ។ គណនា $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to\frac{3}{2}}f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d):y=x-4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq\dfrac{3}{2}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(2x-1)(2x-5)}{(2x-3)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\dfrac{3}{2},-\dfrac{5}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.តាមចំណុច I គេគូសបន្ទាត់ (Δ) មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=5$ ។

ក)រកកូអរដោនេចំណុច A និង B ជាប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (Δ) និងក្រាប (C) ។

ខ)សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ A និង B ។

ទាញបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ស្របគ្នា។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) , (Δ), (T_1) និង (T_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

៧.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនៃឫសរបស់សមីការ ៖

$\dfrac{2x^2-11x+14}{2x-3}=-3x+m$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។

លំហាត់ទី០៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ដោយ ៖

$f(x)=\frac{3x^2-4x+3}{3x-4}$ តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x)=x+\frac{3}{3x-4}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to\frac{4}{3}} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ

នៃខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C) កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C)

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{(3x-1)(3x-7)}{(3x-4)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C)។

៥.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx+6$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក.ចូរបង្ហាញថាគ្រប់ $m\in\mathbb{R}$ បន្ទាត់(Δ_m)នីមួយៗសុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹង A មួយដែលគេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។

ខ.កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(Δ_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C)រួចកំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះ។

៦.គណនា $f(-1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)ព្រមទាំងបន្ទាត់ប៉ះទាំងអស់ទៅនឹងខ្សែកោង(C)ដែលគូសចេញពីចំណុច A ។

លំហាត់ទី០៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ដោយ ៖

$f(x)=\frac{3x^2-4x+3}{3x-4}$ តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x)=x+\frac{3}{3x-4}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to\frac{4}{3}} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ

នៃខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C) កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C)។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{(3x-1)(3x-7)}{(3x-4)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C)។

៥.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx+6$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក.ចូរបង្ហាញថាគ្រប់ $m\in\mathbb{R}$ បន្ទាត់(Δ_m)នីមួយៗសុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹង A មួយដែលគេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។

ខ.កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(Δ_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C)រួចកំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះ។

៦.គណនា $f(-1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)ព្រមទាំងបន្ទាត់ប៉ះទាំងអស់ទៅនឹងខ្សែកោង(C)ដែលគូសចេញពីចំណុច A ។

លំហាត់ទី០៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{1}{2}$ ដោយ ៖

$f(x)=\frac{(x-2)^2}{2x-1}$ តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{1}{2}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x)=\frac{x}{2}-\frac{7}{4}+\frac{9}{4(2x-1)}$

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ

នៃខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=\frac{x}{2}-\frac{7}{4}$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប

(C) កាលណា $x \to \infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C)

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{1}{2}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{2(x+1)(x-2)}{(2x-1)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C)។

៥.គេមានបីចំណុច A , B និង M ស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) មានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា

$x_a=0, x_b=1$ និង $x_m=-4$ ។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A , B និង M ។

ខ)សរសេរសមីការបន្ទាត់(T_1)និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោងត្រង់ចំណុច

A និង B រៀងគ្នា ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់(T_1)និង (T_2) ស្របគ្នា។

គ)កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច $N\in(C)$ ដោយដឹងថាចតុកោណ $AMBN$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)ព្រមទាំងបន្ទាត់ប៉ះ(T_1)និង (T_2) ។

លំហាត់ទី០៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=x-1+\dfrac{1}{x-3}$ ដែល $x\neq 3$ ។

តាង (C)ជាក្រាបនៃf ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d):y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់(T)ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចA មានអាប់ស៊ីស $x=\dfrac{5}{2}$ ។

៥.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(3,2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)និង(T)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់ប៉ះ(T)និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=0$ និង $x=\dfrac{5}{2}$ ។

លំហាត់ទី០៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{-x^2+3x+2}{x-2}$ ដែល $x\neq 2$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\neq 2$ ចូរស្រាយថា $f(x)=-x+1+\dfrac{4}{x-2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=-x+1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។ កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=-\dfrac{(x-2)^2+4}{(x-2)^2}$ ។

បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះរួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ក)រកសមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច M និង N មានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x_M=0$ និង $x_N=4$ ។

ខ)ក្រៅពីចំណុច M និង N ចូរបង្ហាញថាមានបួនចំណុចទៀតស្ថិតនៅលើក្រាប (C) មានកូអរដោនេជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីហ្វដែលត្រូវកំណត់។

រកប្រភេទនៃចតុកោណដែលបង្កើតដោយបួនចំណុចនោះ ។

៥.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-2$ និង $x=1$ ។

លំហាត់ទី១០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-3x-2}{x-1}$ ដែល $x\neq 1$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\neq 1$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-2-\dfrac{4}{x-1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ នៃក្រាប (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(x-1)^2+4}{(x-1)^2}$ ។

បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចរួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.គេគូសបន្ទាត់ $(\Delta): y=2x+2$ កាត់ខ្សែកោង (C) ត្រង់ពីចំណុច A និង B ។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A និង B ។

ខ)រកចំណុចទាំងអស់ស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដែលបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុចទាំងនោះស្របទៅនឹងបន្ទាត់ (Δ) ។

៥.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(1,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=2$ និង $x=5$ ។

លំហាត់ទី១១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x-2}$ ដែល $x\neq 2$ ។

តាង (C)ជាក្រាបនៃf ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\neq 2$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-3-\dfrac{2}{x-2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y=x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(x-2)^2+2}{(x-2)^2}$ ។

បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចរួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.ខ្សែកោង(C)កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស (ox) ត្រង់ពីរចំណុចAនិងB។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច AនិងB (គេដឹងថា $x_A<x_B$)។

ខ)សរសេរសមីការបន្ទាត់(T_1)និង(T_2)ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C)រៀងគ្នាត្រង់ចំណុចAនិងBរួចគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចSជាប្រសព្វរវាង(T_1)និង(T_2)

៥.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d) , (T_1),(T_2)រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(T_1)និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-2$ និង $x=1$

លំហាត់ទី១២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{3+2x-x^2}{x-2}$ ដែល $x\neq 2$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\neq 2$ ចូរស្រាយថា $f(x)=-x+\dfrac{3}{x-2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=-x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=-\dfrac{(x-2)^2+3}{(x-2)^2}$ ។

បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចរួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) រួចសង់ខ្សែកោង (C) ។

៥.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx+m+4$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់តាមចំណុចនឹង M មួយគ្រប់តម្លៃ m ។

ខ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) រួចកំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះនិងសង់វាក្នុងតម្រុយរួមគ្នាជាមួយខ្សែកោង (C) ។

គ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់ខ្សែកោង (C) តែមួយចំណុចគត់រួចសង់បន្ទាត់ (Δ_m) ចំពោះតម្លៃ m ដែលទើបរកឃើញ។

ឃ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់ក្រាប (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា A និង B រួចសរសេរទំនាក់ទំនងមិនអាស្រ័យនឹង m រវាងអាប់ស៊ីស x' និង x'' នៃចំណុច A និង B ។

លំហាត់ទី១៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-3}$ ដែល $x \neq 3$ ហើយ $a,b,c \in \mathbb{R}$ និង $c \neq 0$ ។

១.កំណត់លេខមេគុណ a,b,c ដោយដឹងថាខ្សែកោង (C) តាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ កាត់តាមបីចំណុច $A(0,-2),B(4,-2),C(6,2)$ ។

២.ចំពោះតម្លៃលេខមេគុណ a,b,c ទើបរកឃើញខាងលើចូរសិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាប (C) ។

៣.គេពិនិត្យគ្រួសារបន្ទាត់ $(\Delta_m): y = mx - 6$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ (Δ_m) នីមួយៗកាត់តាមចំណុចនឹង M ដែលគេនិងបញ្ជាក់កូអរដោនេរបស់វា។

ខ)តើគេត្រូវឲ្យ m មានតម្លៃប៉ុន្មានទើបបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វខ្សែកោង (C) ខាងលើតែមួយចំណុចគត់រួចសង់បន្ទាត់ (Δ_m) ចំពោះតម្លៃ m ទើបរកឃើញ។

គ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យ (Δ_m) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) រួចរកនិងសង់នូវបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះក្នុងតម្រុយរួមគ្នាជាមួយខ្សែកោង (C) ។

ឃ)ចូររកលក្ខខណ្ឌសម្រាប់ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា P និង Q ។

ង)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យអាប់ស៊ីស x_1 និង x_2 នៃចំណុច P និង Q ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $x_1^2 + x_2^2 = 12$ ។

លំហាត់ទី១៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-4x-1}{x-1}$ ដែល $x\neq 1$ ។

១.ចូរសិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចគូសក្រាប (C) តាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយ អរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

២.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx-5m$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។

ចូរបង្ហាញថាទោះបី m ប្រែប្រួលតម្លៃយ៉ាងណាក៏ដោយបន្ទាត់ (Δ_m) នីមួយៗ សុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹង K មួយជានិច្ចដែលគេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។

៣.កំណត់តម្លៃ m តាងដោយ m_0 ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) តែមួយចំណុចគត់ រួចសង់បន្ទាត់ (Δ_m) ចំពោះ $m=m_0$ ។

៤.ចំពោះ $m\neq m_0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា M និង N ជានិច្ច។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ដែលភ្ជាប់ពីចំណុច M និង N ទៅចំណុច $A(0,1)$ ជាបន្ទាត់ពីរកែងនឹងគ្នាជានិច្ចគ្រប់តម្លៃ $m\neq m_0$ ។

លំហាត់ទី១៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x-3}$ ដែល $x\neq 3$ ។

១.ចូរសិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចគូសក្រាប (C) តាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយ អរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

២.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx-5m+1$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។

ចូរបង្ហាញថាទោះបី m ប្រែប្រួលតម្លៃយ៉ាងណាក៏ដោយបន្ទាត់(Δ_m) នីមួយៗ សុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹងKមួយជានិច្ចដែលគេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។

៣.កំណត់តម្លៃmតាងដោយm_0ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(Δ_m)ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង(C) តែមួយចំណុចគត់ រួចសង់បន្ទាត់(Δ_m)ចំពោះ $m = m_0$ ។

៤.ចំពោះ$m \neq m_0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(Δ_m)ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង(C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា M និង N ជានិច្ច។

៥.សរសេរទំនាក់ទំនងគ្មានmរវាងx_1និងx_2ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុចM និង N។

៦.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ដែលភ្ជាប់ពីចំណុចM និង Nទៅចំណុច $A(2,2)$ ជាបន្ទាត់ពីរកែងនឹងគ្នាជានិច្ចគ្រប់តម្លៃ $m \neq m_0$ ។

លំហាត់ទី១៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \dfrac{4x-2}{x^2-x-6}$ ។ គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍fក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់D_fនៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$និង$\lim\limits_{x\to 3} f(x)$រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការ អាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C)។

៣.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់$x \in D_f$: $f'(x) = -\dfrac{2\left(2x^2-2x+13\right)}{(x^2-x-6)^2}$ ។

ខ)បង្ហាញថា $2x^2-2x+13 = \dfrac{1}{2}\left[(2x-1)^2+25\right]$ រួចទាញថាfជាអនុគមន៍

ចុះជានិច្ចលើដែនកំណត់របស់វា។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេគូសបន្ទាត់ $(d): y=-x+\frac{1}{2}$ កាត់ខ្សែកោង (C) ត្រង់បីចំណុច A , B និង I ។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A , B និង I ដែល I នៅចន្លោះ A និង B ។

ខ)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

គ)ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A និង B ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា។

៥.សង់ខ្សែកោង (C) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-1$ និង $x=2$ ។

លំហាត់ទី១៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{3x-9}{x^2-6x+5}$ ។

គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 5} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាសុីមតូតដេកនិងសមីការអាសុីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x\in D_f$: $f'(x)=-\dfrac{3\left[(x-3)^2+4\right]}{\left(x^2-6x+5\right)^2}$ ។

ខ)បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ D_f គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(d_m): y=mx-3m$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)កាលណា m ផ្លាស់ប្តូរតម្លៃចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ (d_m) នីមួយៗកាត់តាមចំណុច

នឹង I មួយដែលគេត្រូវបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។ ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $I\in(C)$ ។

ខ)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប(C)។

គ)កំណត់តម្លៃmដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(d_m)ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C)។

ឃ)ក្រៅពីចំណុចIចូរកំណត់mដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(d_m)ប្រសព្វនឹងខ្សែកោង(C) បានពីរចំណុចផ្សេងទៀតតាងដោយ A និង B ។

ង)កំណត់m ដើម្បីឲ្យអាប់ស៊ីសx_1 និងx_2 នៃចំណុចA និងB ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $x_1{}^2-x_1x_2+x_2{}^2=12$ ។

៥.ក)សរសេរសមីការបន្ទាត់(T)ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ $x=2$ ។

ខ)ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់ប៉ះ(T)រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់ (T) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=2$ និង $x=4$ ។

លំហាត់ទី១៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{3x-3}{x^2-2x-3}$ ។

គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍fក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់D_fនៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)$, $\lim\limits_{x\to-1}f(x)$និង$\lim\limits_{x\to3}f(x)$រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូរដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C)។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់$x\in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x)=-\dfrac{3\left[(x-1)^2+4\right]}{(x^2-2x-3)^2}$ ។

ខ.បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ D_f រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេឲ្យពីរចំណុច $A(-3,-1)$ និង $B(5,1)$ ។

ក)ចូរបង្ហាញថា $A\in(C)$ និង $B\in(C)$ ។

ខ)យក I ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$ ។ចូរស្រាយថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

គ)ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A និង B ជាបន្ទាត់ស្របគ្នារួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះ។

៥.តាង M ជាចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយអ័ក្ស (oy) និង N ជាចំណុចឆ្លុះគ្នានៃចំណុច M ធៀបនឹងចំណុច I ។ ចូរស្រាយថាចតុកោណ $AMBN$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

៦.ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (C) ត្រង់ចំណុច A និង B ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-2x-9}{x^2-4x-5}$ ។

គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)$, $\lim\limits_{x\to-1}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to5}f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x)=-\dfrac{2\left[(x-2)^2+9\right]}{(x^2-4x-5)^2}$ ។

ខ.បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ D_f រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(2,1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច I រួចសង់បន្ទាត់ (T) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

៦.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរពិភាក្សាតាមតម្លៃ m នូវអត្ថិភាពនិងទីតាំងនៃឫសធៀបនិងចំនួនពិតពីរ $\alpha=-1$ និង $\beta=5$ នៃសមីការខាងក្រោម ៖

$(m-1)x^2-2(2m-1)x-5m+9=0$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

លំហាត់ទី២០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{2x^2-5x+5}{x^2-4x+3}$ ។

គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x)=-\dfrac{3x^2-2x-5}{(x^2-4x+3)^2}$ ។

ខ.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេឲ្យចំណុច $A(2,-3)$ ។ចូរស្រាយថា $A\in(C)$ រួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A ។

៥.ក្រៅពីចំណុច A បន្ទាត់ (T) ប្រសព្វខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច B ផ្សេងទៀត។

ក.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B ។

ខ.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T') ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច B ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) និង (T') ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

www.mathtoday.wordpress.com