

វិទ្យាល័យសម្តេច ឪសម្តេច ម៉ែ

គណិតវិទ្យា

១២

វិទ្យាសាស្ត្រ

កម្រងវិញ្ញាសា

ត្រៀមប្រឡង

សញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ

បង្រៀនដោយ : យ៉ា សុភាព

អារម្ភកថា

សៀវភៅកម្រងវិញ្ញាណនេះត្រូវបានរៀបចំឡើងស្របតាមកម្មវិធីថ្មី របស់ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា ។
យើងបានខិតខំចងក្រងសៀវភៅនេះឡើងដើម្បីជំនួយជាឯកសារ ដល់ការសិក្សារបស់ប្អូនៗសិស្សានុសិស្ស ។
យើងរៀបចំសៀវភៅនេះឡើង ក្នុងគោលបំណងតែមួយគត់ គឺចង់ជួយបណ្តុះសិស្សមួយចំនួនឱ្យចេះដោះស្រាយលំហាត់ ។

សៀវភៅមួយក្បាលនេះ គឺបានដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាណប្រឡងឆមាស និងវិញ្ញាណប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សា ទុតិយភូមិរបស់ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា ពីឆ្នាំ ២០០២ ដល់ឆ្នាំ ២០១៩ ។

ម្យ៉ាងទៀតយើងខ្ញុំរៀបចំសៀវភៅនេះ ស្របតាមប្រព័ន្ធកម្មវិធីសិក្សាថ្នាក់ទី ១២ ផ្នែកវិទ្យាសាស្ត្រ ។ ហើយខ្ញុំជឿជាក់ថា សៀវភៅនេះមិនមែនមានកម្រិតល្អប្រសើរលើសគេឯងនោះទេ គឺគ្រាន់តែបំពេញនូវការខ្វះខាតមួយចំនួនតែប៉ុណ្ណោះ ។

ដើម្បីឱ្យសៀវភៅនេះ កាន់តែល្អប្រសើរ យើងខ្ញុំអ្នករៀបរៀង រងចាំទទួលការរិះគន់ និងកែលម្អ ពីសំណាក់មិត្តអ្នកអានគ្រប់ពេលវេលា ។

សូមឱ្យមិត្តអ្នកសិក្សា ទទួលជោគជ័យក្នុងការសិក្សា ។

រតនគីរី ថ្ងៃទី ០១ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០២០

អ្នករៀបរៀង

យ៉ារ សុភាព

វិញ្ញាសាទី ០១

ប្រធាន

- I. ក្នុងប្រអប់មួយមានបិទខ្សែវ៉ែន៨ ដើមនិងបិទក្រហមចំនួន 5 ដើម ។ គេចាប់យកបិទ៤ដើមចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ ។
១. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានបិទខ្សែវ៉ែន៤ ដើម ។
 ២. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានបិទខ្សែវ៉ែន៣ ដើម និងចាប់បានបិទក្រហមចំនួន១ ដើម ។
 ៣. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានបិទក្រហមយ៉ាងតិច១ ដើម ។
- II. Z ជាចំនួនកុំផ្លិចដែល $Z = (\sqrt{2} - i\sqrt{2})(\cos \frac{\pi}{6} - i\sin \frac{\pi}{6})$ ។
១. សរសេរ Z ជាទម្រង់ពិជគណិត ។
 ២. សរសេរ Z^2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
 ៣. គណនា $\cos \frac{5\pi}{12}$ និង $\sin \frac{5\pi}{12}$ ។
- III. ១. ដោះស្រាយសមីការ $2y'' - 3y' + y = 0$ (E) ។
២. រកចម្លើយមួយនៃ(E) ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយនោះប៉ះនឹងបន្ទាត់ (L): $y = 2x + 1$ ត្រង់ចំណុច $A(0;1)$ ។
- IV. គេឱ្យ $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ ដែល x ជាចំនួនពិត ។
១. គណនាលីមីតនៃ y កាលណា x ខិតទៅ $+\infty$; $-\infty$ ។
 ២. គណនាឱ្យបានត្រឹមត្រូវនៃ dy រួចបង្ហាញថា $dy = \frac{1 - y^2}{2} dx$
- V. f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + \ln x}{x}$ ហើយមានខ្សែកោង(C)នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ដែលមានឯកតា 2cm ។
១. រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យ $y = f(x) = ax + b + \frac{\ln x}{x}$ ចំពោះ $x > 0$ ។ គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។
 - រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ (L_1) និងអាស៊ីមតូតទ្រេត (L_2) នៃខ្សែកោង(C) ។
 ២. គណនា $f'(x)$ ហើយសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ដោយដឹងថា $x^2 + 1 - \ln x > 0$ ចំពោះ $x > 0$ ។
 - សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
 ៣. រកសមីការនៃបន្ទាត់ (L_3) ដែលប៉ះខ្សែកោង(C) ត្រង់ចំណុច $A(e; e - 2 + \frac{1}{e})$ ។ គណនា $f(2)$ និងកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ B រវាង (L_2) និង(C) ។
 ៤. សង់ (L_2) , (L_3) និង(C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។ (គេយក $e = 2.7$; $\frac{1}{e} = 0.36$; $\ln 2 = 0.7$)
 - គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកបង្កង់ដែលកំណត់ដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (L_2) និងបន្ទាត់មានសមីការ $x = e$ ។
- VI. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ។ គេឱ្យប្លង់ពីរ (P): $3x + 4y + 6z - 12 = 0$ និង (Q): $x + y + z = 0$ ។

១. រកសមីការប៉ារ៉ាមែត្រនៃបន្ទាត់ (D) ដែលជាប្រសព្វរវាងប្លង់ (P) និង (Q) ដោយយក $z=t$ ជាប៉ារ៉ាមែត្រ (t ជាចំនួនពិត) ។ បញ្ជាក់កូអរដោនេនៃ វ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស \vec{U} នៃបន្ទាត់(D) ។
២. តាង \vec{p} ជាវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់នៃប្លង់ (P) និង \vec{q} ជាវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់នៃប្លង់ (Q) ។ គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{p} \times \vec{q}$ ។ បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រ $\vec{p} \times \vec{q}$ ស្របនឹង វ៉ិចទ័រ \vec{U} ។
៣. យក A, B និង C ជាចំណុចប្រសព្វរវាងប្លង់ (P) និងអ័ក្ស $\vec{ox}, \vec{oy}, \vec{oz}$ ។ ចូរប្រាប់កូអរដោនេនៃចំណុច A, B និង C ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។
៤. គណនាចម្ងាយ d ពីចំណុច O ទៅប្លង់ (P) រួចទាញរកមាឌនៃចតុមុខ OABC ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបង្គាប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ០២

ប្រធាន

- I. គណនាលីមីត ៖ $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+2x^2} - 1}{x^2}$ $B = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2}$ $C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$
- II. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $A = \sqrt{\sqrt{2}+1} + i\sqrt{\sqrt{2}-1}$ និង $B = \frac{x+iy}{i(1-i)}$ ។
 ១. សរសេរ A^2 ជាទម្រង់ពីជគណិត រួចហើយជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
 ២. សរសេរ B ជាទម្រង់ពីជគណិត ។ រកតម្លៃចំនួនពិត x និង y បើគេដឹងថា $A^2 - 2\bar{B} = 0$ (\bar{B} ជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃ B) ។
- III. ក្នុងស្បៀងមួយមានក្រដាសប្រាក់បីប្រភេទគឺ 10,000 ៛ ចំនួន 4 សន្លឹក 5,000 ៛ ចំនួន 3 សន្លឹក និង 1,000 ៛ ចំនួន 2 សន្លឹក ។ គេចាប់យកក្រដាសប្រាក់បីសន្លឹកដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : បានប្រាក់សរុប 16,000 ៛ B : បានប្រាក់សរុប 21,000 ៛ C : បានប្រាក់សរុប 7,000 ៛
- IV. គណនាអាំងតេក្រាល ៖ $I = \int_0^{-1} \left[\frac{1}{1-x} - \frac{2}{(x-1)^2} \right] dx$ $J = \int_1^{e^2} \ln x dx$
- V. គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $E : \pi^2 y + 9y'' = 0$ ។
 ១. បង្ហាញថា $g(x) = 2\cos \frac{\pi}{3}x + 4\sin \frac{\pi}{3}x$ ជាចម្លើយនៃសមីការ E ។
 ២. ដោះស្រាយសមីការ E តាមលក្ខខណ្ឌ $f(0) = 1$ និង $f'(0) = \frac{\pi}{3}$ ។ បង្ហាញថា $f(x) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{3}x - \frac{\pi}{4}\right)$ ។
- VI. A. កំណត់សមីការស្តង់ដារនៃអេលីប៊ែរ $F_1(-3, 3)$ និង $F_2(3, 3)$ ហើយក្រាបវាកាត់តាមគល់តម្រុយ ។
 សង់អេលីប៊ែរនេះ ។
 B. ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មួយ គេឱ្យចំណុច $A(0, 2, 0)$, $B(1, 0, 0)$ និង $C(0, 0, 3)$ ។
 ១. រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{CB}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។
 ២. រកសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាមគល់ O ហើយស្របនឹងប្លង់នៃត្រីកោណ ABC ។
 ៣. គណនា $(\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OC}) \cdot \overrightarrow{OB}$ ។ ទាញរកមាឌនៃចតុមុខ $OABC$ និងចម្ងាយពីកំពូល O មកប្លង់បាត ABC ។
- VII. អនុគមន៍ $f(x) = x + \frac{1}{x} + 2\frac{\ln x}{x}$ មានក្រាបតំណាង C និងកំណត់លើ $(0, +\infty)$ ។
 ១. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ ។
 ២. បង្ហាញថាបន្ទាត់ d មានសមីការ $y = x$ ជាអាស៊ីមតូតនៃក្រាប C ។ សិក្សាទីតាំងនៃ C ធៀបនឹង d ។

៣. បង្ហាញថា $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ដែល $g(x) = x^2 + 1 - 2\ln x$ ។ គណនា $g'(x)$ និង បង្ហាញថា $g(x) > 0$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ $f(x)$ ។
៤. តាង A ជាចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីសស្មើ 1 ។ កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះខ្សែកោង C ត្រង់ A ។
៥. សង់ខ្សែកោង C អាស៊ីមតូត d និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) ។
៦. បង្ហាញថា $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln x + [\ln x]^2$ ជាព្រីមីរមួយនៃ $f(x)$ ។ ទាញរកផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងបង្គោលដោយខ្សែកោង C ជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស និងបន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ០៣

ប្រធាន

- I. យើងមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ និង $z_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ។
១. គណនាកន្សោម $A = 1 + z_1 + z_1^2$ ២. សរសេរ z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ គណនា $z_1^{2022} + z_2^{2022}$ ។
- II. ក្នុងប្រអប់មួយមានក្រដាសប្រាក់ 5000 រៀល ចំនួន 7 សន្លឹក និងក្រដាសប្រាក់ 10000 រៀល ចំនួន 5 សន្លឹក ។ គេហូតយកក្រដាសប្រាក់ 4 សន្លឹកចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ ។
១. រកប្រូបាបដែលគេហូតបានក្រដាសប្រាក់ 5000 រៀល ទាំង 4 សន្លឹក ។
២. រកប្រូបាបដែលគេហូតបានក្រដាសប្រាក់ 10000 រៀល យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក ។
៣. រកប្រូបាបដែលគេហូតបានក្រដាសប្រាក់ 5000 រៀល ចំនួន 3 សន្លឹកគត់ ។
- III. យើងមានអនុគមន៍ $f(x) = \frac{5x^2 - 14x + 13}{(x+1)(x-3)^2}$ កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x \neq -1, x \neq 3$ ។
១. កំណត់តម្លៃ A, B និង C ដើម្បីបាន $f(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{(x-3)^2}$ ។
២. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int f(x)dx$ ។
- IV. ១. ដោះស្រាយសមីការ $9y'' + y = 0$ (E) ។
២. រកចម្លើយ g មួយនៃ (E) ដោយដឹងថា $\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)dx = 0$ និង $\int_0^{\pi} g(x)dx = 3$ ។
- V. A. គេមានកោនិច $P: (1-2x)^2 - 8(y+1) + 7 + 4x = 0$ ។ បង្ហាញថា P ជាប៉ារ៉ាបូល ។
- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ បន្ទាត់ប្រាប់ទិស និងសង់ក្រាបវា ។
- B. ក្នុងតម្រុយអវត្តមានម៉ាស់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ មានចំនុច $A(3;1;4)$, $B(-1,2,5)$ និង $C(5;-2;3)$ ។
១. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ និងសមីការឆ្លុះនៃបន្ទាត់ (D) ដែលកាត់តាមចំណុច C និងមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស \overrightarrow{AB}
២. រកសមីការប្លង់ (P) ដែលមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ \overrightarrow{AC} ហើយកាត់តាមចំណុច B ។ រកសមីការស្វ៊ែ (S) ដែលមានអង្កត់ធ្នឹម [AB] ។
៣. គណនា $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។ M ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (D) និងប្លង់ (P) ។ គណនាកូអរដោនេចំណុច M ។
- VI. f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 0$ ដោយ $y = f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ ហើយមានក្រាប (C)
- នៅក្នុងតម្រុយអវត្តមានម៉ាស់ (O, \vec{i}, \vec{j}) មួយ ។
១. តើ f ជាអនុគមន៍គូ ឬ សេស? គណនា $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. បន្ទាត់ (L): $y = 4$ ជួបក្រាប (C) ត្រង់ចំណុច A ។ រកកូអរដោនេនៃ A និងសមីការនៃបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះក្រាប (C) ត្រង់ A ។

៤. សង់បន្ទាត់ (L) និងក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។ ទាញរកសំណុំបូសនៃវិសមីការ

$$\frac{e^x + 1}{e^x - 1} \leq 4 \text{ ដោយប្រើក្រាប ។}$$

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ០៤

ប្រធាន

- I. គណនាលីមីត : $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^3 + 8} - 4}{x^2 + x - 6}$ $B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sin \frac{\pi x}{2}}{(1-x)^2}$ $C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 3x}{-x}$
- II. នៅក្នុងប្រអប់ A មានសៀវភៅពិជគណិត 3 ក្បាល និងធរណីមាត្រ 4 ក្បាល ហើយប្រអប់ B មានសៀវភៅពិជគណិត 5 ក្បាល និងធរណីមាត្រ 3 ក្បាល។ គេចាប់យកសៀវភៅមួយពីប្រអប់ A ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ B ហើយចាប់យកសៀវភៅមួយពីប្រអប់ B ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ A វិញ។ រកប្រូបាប ដែលចំនួនសៀវភៅទាំងពីរគណិត និងធរណីមាត្រ នៅក្នុងប្រអប់ទាំងពីរមិនប្រែប្រួល។
- III. អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x \neq 1$ ដោយ $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 1}{x - 1}$ ។
១. រកចំនួនពិត a, b, c និង d ដើម្បីឱ្យ $f(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x-1}$ ។
 ២. គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int_{-1}^0 f(x) dx$ ។
- IV. ១. រកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ $y'' + 4y = 0$ (E) ។
២. រកអនុគមន៍ g ដែលជាចម្លើយមួយនៃសមីការ (E) បើគេដឹងថា $g(\frac{\pi}{4}) = \frac{2}{3}$ និង $g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{3}$ ។
- V. A. អេលីប (E) មួយមានផ្ចិត $A(1, -2)$ កំណុំ $F_1(1 - \sqrt{5}, -2)$, $F_2(1 + \sqrt{5}, -2)$ និងអ័ក្សធំប្រវែង 6 ឯកតា។
១. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប E ។
 ២. រកកូអរដោនេកំពូល ហើយសង់អេលីប E ។
- B. ចំណុច $A(-2, 3, 0)$ និង $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មួយ។
១. រកសមីការឆ្លុះនៃបន្ទាត់ L ដែលកាត់តាម $A(-2, 3, 0)$ ហើយស្របនឹង \vec{u} ។
 ២. កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \vec{OA} \times \vec{u}$ ។ រកសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាម A និងមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ \vec{n} ។
 ៣. រកចម្ងាយពីចំណុច $B(1, 1, 1)$ ទៅប្លង់ P ។ រកសមីការស្វ៊ែរ S ដែលមានផ្ចិត B ហើយប៉ះប្លង់ P ។
- VI. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = e^x(-x^2 + 2x - 1)$ ហើយមានក្រាប C ។
១. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេក នៃក្រាប C ។
 ២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
 ៣. គណនា $f(-2), f(0)$ និង $f(2)$ ។ សង់ក្រាប C ក្នុងតម្រុយ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។
 (គេយក $e = 2.7, e^2 = 7.4, \frac{1}{e} = 0.37$ និង $\frac{1}{e^2} = 0.13$)
 ៤. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងដែលខណ្ឌដោយក្រាប C អ័ក្សអាប់ស៊ីស និងអ័ក្សអរដោនេ ។

វិញ្ញាសាទី ០៥

ប្រធាន

- I. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5e^x + 2}{7e^x + 3}$, $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{\ln(1+x)}$, $C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(1 - \cos x)}{x^4}$
- II. ក្នុងទូតាំងគ្រឿងអលង្ការមួយមានកងដៃ 3 កង ចិញ្ចៀន 3 រង់ ខ្សែក 7 ខ្សែ និងខ្សែដៃ 7 ខ្សែ ។
លក្ខណៈ ចង់ជ្រើសរើសយកអលង្ការ 4 គ្រឿង ។
១. រកប្រូបាបដែល លក្ខណៈ អាចជ្រើសរើសបានអលង្ការគ្រប់ប្រភេទ ។
២. រកប្រូបាបដែល លក្ខណៈ អាចជ្រើសរើសបានអលង្ការតែមួយប្រភេទ ។
៣. រកប្រូបាបដែល លក្ខណៈ អាចជ្រើសរើសបានចិញ្ចៀន 3 រង់ ។
៤. រកប្រូបាបដែល លក្ខណៈ អាចជ្រើសរើសបានខ្សែកយ៉ាងតិចមួយខ្សែ ។
- III. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$ និង $z_2 = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$
១. គណនា $S = z_1 + z_2$, $P = z_1 \cdot z_2$ និង $Q = \frac{z_1}{z_2}$
២. ទាញរកម៉ូឌុល និង អាគុយម៉ង់នៃ S, P, Q ។
- IV. គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int_{-1}^1 (x^2 + 1)dx$, $J = \int_1^2 \left(\frac{1}{x^3} - 3x + 2 \right) dx$, $K = \int_1^6 x \ln x dx$
- V. គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $-y'' + 2y' + 4y = -2\cos 2x$ ។
១. ដោះស្រាយសមីការ (F) : $-y'' + 2y' + 4y = 0$ ។
២. រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យ $g(x) = a \cos 2x + b \sin 2x$ ជាចម្លើយពិសេសនៃសមីការ (E) ។
៣. រកចម្លើយទូទៅនៃ (E) ។
៤. រកអនុគមន៍ h ជាចម្លើយដោយឡែកដែល $h(0) = 0$ និង $h'(0) = 0$ ។
- VI. A. បង្ហាញថា (H) : $\left(\frac{x}{2} - \frac{y}{3} \right) \left(\frac{x}{3} + \frac{y}{2} \right) = 1 + \frac{5xy}{36}$ ជាសមីការអ៊ីពែរបូល ។ កំណត់កូអរដោនេ កំពូល កំណុំ កំពូលអ័ក្សឆ្លាស់ និងសមីការអាស៊ីមតូត រួចសង់ក្រាប (H) ។
B. ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មួយគេមានចំណុច $A(1, 0, 1), B(-1, 1, 2), C(-1, 1, 0)$ និង $D(2, -1, -2)$ ។
១. គណនាកូអរដោនេនៃ $\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។
២. កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។ បង្ហាញថា $D \notin (ABC)$ ។
៣. គណនា $(\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{BD}$ ។ ទាញរកមាឌតេត្រាអែត ABCD ។
- VII. ១. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ IR ដោយ $f(x) = (1-x)e^x - 1$ ។
គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f (ដោយមិនបាច់រកលីមីត $\pm \infty$) ទាញរកសញ្ញានៃ $f(x)$ ។

២. g ជាអនុគមន៍កំណត់លើ IR ដោយ $g(x) = (2-x)e^x + 2-x$ ។

a. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ។

b. គណនាដេរីវេ $g'(x)$ ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី១ ចូរសិក្សាសញ្ញា $g'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ g ។

c. បង្ហាញថាខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ g មានបន្ទាត់ $(D): y = 2-x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតខាងមែក $-\infty$ ។

d. បញ្ជាក់ទីតាំង (C) ធៀបនឹង (D) ។ កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះខ្សែកោង (C) ដែលស្របនឹង (D) ។

e. រកចំណុចរបត់នៃខ្សែកោង (C) ។ គូសក្រាប (C) , (D) និង (T) នៃអនុគមន៍ ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ដោយយកឯកតា $2cm$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មន្ត្រីប្រឡង :
 លេខបង្គាប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ០៦

ប្រធាន

- I. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 3 + 2\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$ និង $z_2 = -3 + 2i\sqrt{3}$ ។ គណនា $z_1 + z_2$ និងសរសេរ $z_1 + z_2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ សរសេរ $\left(\frac{z_1 + z_2}{2}\right)^{30}$ ជាទម្រង់ពិជគណិត ។
- II. គណនាលីមីតខាងក្រោម

$$A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5-2x}{x+3\ln x} \quad B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{3x+1} - e)\sin 2x + (1 - \cos 2x)}{x^2} \quad C = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2 - 5x + 6}$$
- III. ក្នុងក្រុមកីឡាមួយមានសមាជិក 15 នាក់ ដែលក្នុងនោះមានជនជាតិអាស៊ី 5 នាក់ ជនជាតិអឺរ៉ុប 6 នាក់ និងជនជាតិអាហ្វ្រិក 4 នាក់ ។ គេជ្រើសរើសក្រុមហាត់មានសមាជិកចំនួន 4 នាក់ ដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍
 A: ជនជាតិអាស៊ីយ៉ាងតិច 50% B: ជនជាតិអាស៊ីតែមួយគត់ A: ជនជាតិអាហ្វ្រិក 75%
- IV. អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{e^{2x} + e^x + 1}{(1 + e^x)^2}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។
 ១. កំណត់ចំនួនពិត A និង B ដើម្បីឱ្យ $f(x) = A + \frac{Be^x}{(1 + e^x)^2}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។
 ២. គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ $I = \int_0^1 f(x)dx$ ។
- V. ១. ដោះស្រាយសមីការ $(E): y'' + 4y = 0$ (តាង y_1 ជាចម្លើយនៃ (E))
 ២. រកចម្លើយនៃសមីការ (E) ដោយដឹងថា $y(0) = 1$ និង $y'(0) = 4$ ។
 ៣. កំណត់ a និង b ដើម្បីឱ្យ $f(x) = ax + b$ ជាចម្លើយនៃសមីការ $(F): y'' + 4y = x - 1$ ។
 ៤. បង្ហាញថា បើ $f(x)$ ជាចម្លើយនៃ (F) នោះ $y_1 + f(x)$ ជាចម្លើយនៃ (F) ។
- VI. ១. ក្នុងតម្រុយ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យចំណុច $A(4, 3, 2)$, $B(6, 5, 3)$, $C(7, 6, 4)$ និង $D(5, 4, 3)$ ។
 រកវ៉ិចទ័រ \overrightarrow{AD} និង \overrightarrow{BC} ហើយទាញបង្ហាញថាចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។
 ២. គេមានសមីការ $\left(\frac{2y-3x}{18}\right)\left(\frac{2y+3x}{2}\right) = 1$ ។ បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអ៊ីពែរបូល ។ ចូរកូអរដោនេរបស់កំពូលទាំងពីរ និងកំណុំទាំងពីរនៃអ៊ីពែរបូល ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតរបស់អ៊ីពែរបូល និងសង់អ៊ីពែរបូលនេះ ។
- VII. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $D = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)e^x$ និងមានក្រាប C ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។
 ១. គណនាលីមីតត្រង់គោលនៃដែនកំណត់ ។
 ២. បង្ហាញថា $f'(x) = \frac{(x-1)(x^2+2)e^x}{x^3}$ ។ សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. សរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះ (T) ទៅនឹងខ្សែកោង C ត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីស $x_0 = 2$
៤. សង់ខ្សែកោង C និងបន្ទាត់ (T) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។
៥. កំណត់តម្លៃ a និង b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ $F(x) = \left(a + \frac{b}{x}\right)e^x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ f លើ $(0, +\infty)$
៦. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃក្នុងខណ្ឌដោយខ្សែកោង C និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសលើចន្លោះ $[1, 2]$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ០៧

ប្រធាន

- I. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ : $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{4x^2 - x - 3}$, $B = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \sin x}}$, $C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos^3 x)(1 - e^{2x})}{x^2 \sin 3x}$
- II. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = \frac{2\left(\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}\right)^{100}}{1 + i\sqrt{3}}$ ។
- សរសេរ z ជាទម្រង់ពិជគណិត រួចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
 - កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឱ្យ $x \cdot \bar{z} + y \cdot z = 1$ ដែល \bar{z} ជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃ z ។
 - កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យ $x = (2\bar{z})$ ជាឫសនៃសមីការ $x^2 + ax + b = 0$ ។
- III. ក្នុងក្រុមមួយកញ្ចប់មានលាយក្រូចបាត់ដំបង 30% និងក្រូចកំពង់ចាម 70% គេដឹងថាក្រូចទាំង 2 ប្រភេទនេះមានខ្លះផ្លែជូរផ្លែខ្លះផ្លែម ។ ក្រូចបាត់ដំបងមានក្រូចជូរ 5% និងក្រូចកំពង់ចាមមានជូរ 9% ។
- រកប្រូបាបដែលជ្រើសរើសក្រូចមួយផ្លែបានក្រូចជូរ ។
 - រកប្រូបាបដែលជ្រើសរើសបានក្រូចបាត់ដំបងដោយដឹងថាជាក្រូចជូរ ។
 - រកប្រូបាបដែលជ្រើសរើសបានក្រូចកំពង់ចាមដោយដឹងថាជាក្រូចផ្លែម ។
 - បើក្នុងកញ្ចប់នេះមានក្រូច 1000 ផ្លែ តើក្រូចជូរមានប៉ុន្មានផ្លែ? ក្រូចជូរជាក្រូចបាត់ដំបងមានប៉ុន្មានផ្លែ?
- IV. គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int_1^{-2} (x^2 - 3x - 4)dx$, $J = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x - \cos 2x)$
- $K = \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2(2x-1)} dx$ ដោយត្រូវបង្ហាញថា $\frac{1}{x^2(2x-1)} = -\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} + \frac{4}{2x-1}$ ។
- V. គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' + 2y' + y = 2\cos x + 3\sin x$ (E) ។
- ដោះស្រាយសមីការ $y'' + 2y' + y = 0$ យក y_c ជាចម្លើយ ។
 - កំណត់ចំនួនពិត a និង b បើគេដឹងថា $y_p = a \sin x + b \cos x$ ជាចម្លើយពិសេសនៃសមីការ (E) រួចទាញរកចម្លើយទូទៅនៃ (E) ។
 - រកចម្លើយមួយនៃ (E) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $y(0) = 0$ និង $y'(0) = 2$ ។
- VI. A. គេមានកោនិច $P: (1-2x)^2 - 8(y+1) + 7 + 4x = 0$ ។ បង្ហាញថា P ជាប៉ារ៉ាបូល ។ កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំបន្ទាត់ប្រាប់ទិស និងសង់ក្រាបរបស់វា ។
- B. ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ។ គេមាន $A(1, 2, 1)$, $B(4, 2, 4)$ និង $C(5, 3, 0)$ ។
- ចូរស្រាយថា ABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស ។ រកកូអរដោនេនៃ D បើគេដឹងថា $ABCD$ ជាតុកោណស្មើ ។
 - គណនា $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ។ រកសមីការប្លង់ (P) កាត់តាមបីចំណុច A, B, C ។
 - រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (L) កាត់តាម A ហើយស្របនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ ។
 - រកកូអរដោនេចំណុច E នៅលើបន្ទាត់ (L) ហើយមានចម្ងាយជិតបំផុតទៅនឹងចំណុច B ។

VII. ផ្នែក A . គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ IR ដោយ $f(x) = x - e^{2x-2}$ និងមានក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ (o, \vec{i}, \vec{j}) ដែលមានឯកតា $2cm$ ។

១. a. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ $-\infty$ ។

b. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 0$ គេបាន $f(x) = x \left[1 - \frac{1}{e^2} \left(\frac{e^{2x}}{x} \right) \right]$ ។ គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. គណនា $f'(x)$ និងសញ្ញា $f'(x)$ រួចតម្លៃអតិបរមានៃអនុគមន៍ $f(x)$ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. បង្ហាញថា បន្ទាត់ $(D) : y = x$ ជាអាស៊ីមតូតនៃក្រាប C ។ សិក្សាទីតាំងរវាងខ្សែកោង C និង (D) ។

៤. សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច A ដែលមានអាប់ស៊ីសស្មើ 1 ។

៥. បង្ហាញថា $f(x) = 0$ មានឫស α តែមួយគត់ក្នុងចន្លោះ $\left[0, \frac{1}{2} \right]$ ។ សង់ក្រាប C , (D) និង (T) ។

ផ្នែក B.

១. កំណត់ព្រីមីទីវ $F(x)$ នៃអនុគមន៍ $f(x)$ ។ (យក $\ln 2 = 0.7, e^{-2} = 0.14, e = 2.71$)

២. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកនៃប្លង់ដែលខណ្ឌដោយក្រាប C អ័ក្សអាប់ស៊ីសលើចន្លោះ $\left[\frac{1}{2}, 1 \right]$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របច្ចេកទេសវិស្វកម្ម
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ០៨

ប្រធាន

- I. គណនាលីមីត ៖ $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + \sin x} - 2}{\tan 2x}$ $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x)$ $C = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 1 - \sqrt{x^2 + 5}}{x^3 - 8}$
- II. គេមានសមីការ $(E) : z^3 - (4 + i)z^2 + (13 + 4i)z - 13i = 0$ ដែល z ជាចំនួនកុំផ្លិច ។
 ១. បង្ហាញថា i ជាឫសនៃសមីការ (E) ។
 ២. កំណត់ចំនួនពិត a, b និង c ដើម្បីឱ្យ $z^3 - (4 + i)z^2 + (13 + 4i)z - 13i = (z - i)(az^2 + bz + c)$ ។
រកឫសផ្សេងទៀត ។
- III. ក្នុងចងមួយមានប័ណ្ណចំនួន 15 មានចុះលេខខុសៗគ្នាពី 1 ដល់ 15 ។ គេលូកយកម្តងប័ណ្ណចំនួន 3 ដោយចៃដន្យ ។
 ១. រកប្រូបាបដែលយកបាន “ ប័ណ្ណទាំង 3 មានលេខសេស ” ។
 ២. រកប្រូបាបដែលយកបាន “ ប័ណ្ណទាំង 3 ជាពហុគុណនៃ 3 ” ។
 ៣. រកប្រូបាបដែលយកបាន “ ប័ណ្ណទាំង 3 ជាចំនួនបឋម ” ។
- IV. ១. បង្ហាញថាអនុគមន៍ $g(x) = (2\cos 3x - 3\sin 3x)e^x$ ជាចម្លើយនៃសមីការ $E : y'' - 2y' + 10y = 0$ ។
 ២. កំណត់អនុគមន៍ $h(x) = ax^2 + bx + c$ ជាចម្លើយនៃសមីការ $F : y'' - 2y' + 10y = x^2 + 3x$ ។
- V. គណនា អាំងតេក្រាល ៖ $I = \int_{-1}^2 (1-x)(x-3)^2 dx$ $J = \int_0^{\ln 2} \left(x + \frac{e^x}{e^x + 1} \right) dx$
 $K = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos x} dx$ ដោយត្រូវប្រើសមភាព $\frac{1}{\cos x} = \frac{a \cos x}{1 + \sin x} + \frac{b \cos x}{1 - \sin x}$ ។
- VI. ១. បង្ហាញថា $P : x^2 - 4y - 2x - 7 = 0$ ជាសមីការប៉ារ៉ាបូល ។ កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ បន្ទាត់ប្រាប់ទិស និងសង់ក្រាប P ។
 ២. ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ។ គេឱ្យបីចំណុច $A(-2, 3, 4), B(-5, 7, 7)$ និង $C(7, 7, 3)$ ។
 ក. គណនា $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ទាញបញ្ជាក់ថា A, B, C មិននៅត្រង់ត្នា និងកំណត់សមីការប្លង់ ABC ។
 ខ. កំណត់ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC និងមាឌតួមុខ $OABC$ ។
- VII. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = x^2 + ax + b - 2\ln x$ កំណត់លើចន្លោះ $D = (0, +\infty)$ និងមានខ្សែកោងតំណាង (C) ។
 A. កំណត់ចំនួនពិត a និង b បើខ្សែកោង (C) កាត់តាមចំណុច $A(1, -3)$ ហើយបន្ទាត់ប៉ះក្រាប (C) ត្រង់ហ្នឹងមានមេគុណ 0 ។
 B. ចំពោះ $f(x) = x^2 - 4 - 2\ln x$ កំណត់ចន្លោះ $D = (0, +\infty)$ ។
 ១. កំណត់លីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និងកំណត់សមីការអាស៊ីមតូត ។
 ២. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $f(x) = x\left(x - \frac{4}{x} - 2\frac{\ln x}{x}\right)$ និងកំណត់លីមីតនៃ f ត្រង់ $+\infty$ ។

៣. បង្ហាញថា $f'(x) = \frac{2(x-1)(x+1)}{x}$ ។ សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង្ខេបតារាងអថេរភាពនៃ f និងសង់ខ្សែកោង (C) ។
៤. បង្ហាញថា $H(x) = x \ln x - x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $\ln x$ រួចទាញរកព្រីមីទីវនៃ $f(x)$ ។ ទាញរកផ្ទៃក្រឡាផ្នែកក្នុង រង្វង់ខណ្ឌដោយ (C) ជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីសលើចន្លោះ $[1, 2]$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបង្គាប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ០៩

ប្រធាន

- I. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ : $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-x}}{\sin 3x}$, $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-2}{x} \right)^{3x+2020}$, $C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x^2} + \sin^2 3x - 1}{x^2}$
- II. គេឱ្យ $z = \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^{2021}$ ។
 ១. សរសេរ z ជាទម្រង់ពិជគណិត រួចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ រកចំនួនពិត x និង y បើ $z^{2020} = (1+2i)x - (2-3i)y$ ។
 ២. សរសេរ $(z + \sqrt{3})^2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ រួចជាទម្រង់ពិជគណិត ។
- III. ក្នុងចម្ងាយមានប៊ូល ១៦ ដែលគេសរសេរលេខពី ១ ដល់ ១៦ ។ គេចាប់យកប៊ូល ៣ ចេញពីចុងដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ :
 - A “ គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខចែកដាច់នឹងនឹង ៤ ”
 - B “ គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែមិនចែកដាច់នឹងនឹង ៥ ”
 - C “ គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹងនឹង ៤ ”
- IV. គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int_0^1 (x^2 + 1) dx$, $J = \int_0^{\ln 6} (e^x - 1) dx$, $K = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\sin \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) + \sin^4 x \cos x \right] dx$
- V. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល : $(E): y'' - 4y' + 3y = 0$ ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយរបស់សមីការនេះប៉ះទៅបន្ទាត់ $y = 4x + 2$ ត្រង់ $A(0, 2)$ ។
- VI. A. គេមានសមីការ $(E): x^2 + 10x + 4y^2 - 32y + 73 = 0$ ។
 ១. តើសមីការ (E) តំណាងអ្វី ?
 ២. ចូរកំណត់កូអរដោនេផ្ចិត កំណុំ កំពូល និងសងក្រាបនៃ (E) ។
 B. គេឱ្យ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ជាតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាននៃសំហ ។ គេមានបីចំណុច $A(3, 0, 1)$, $B(2, 2, -2)$ និង $C(0, 0, 2)$ ។
 ១. គណនា \overrightarrow{AB} និង \overrightarrow{AC} ទាញរកប្រភេតត្រីកោណ ABC ។
 ២. គណនា $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។ សរសេរសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាម A ហើយកែងនឹង $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។
 ៣. គណនាចម្ងាយពី O ទៅប្លង់ (P) ។
- VII. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{e^x - 1}$ ។ (C) ជាក្រាបនៃ f នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ។
 ១. កំណត់ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង (C) ។

២. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(D): y = 2x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតនៃនៃខ្សែកោង (C) ។

៣. សិក្សាទីតាំង (C) ធៀបនឹងបន្ទាត់ (D) ។

៤. គណនា $f'(x)$ ។ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ បង្ហាញថា $f'(x) = \frac{\left(e^x - \frac{1}{2}\right)(e^x - 2)}{(e^x - 1)^2}$ ។

៥. សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$ លើ $(0, +\infty)$ ។ (គេឱ្យ $\ln 2 = 0.7$) ។

៦. គូសខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់នៃ (C) ។

៧. កំណត់តម្លៃ a, b និង c ដែលចំពោះគ្រប់ $x > 0$: $f(x) = ax + b + \frac{ce^x}{e^x - 1}$ ។ ឆ្លុះបញ្ចាំងកំណត់ដោយ (C)

អ័ក្ស $(x'x)$ និងបន្ទាត់ $x = 1, x = 3$ ។ កំណត់ផ្ទៃក្រឡានៃប្លង់នេះ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង :
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ឆ្នាំកំរិត១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ : លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ១០

ប្រធាន

- I. (១០ ពិន្ទុ). ក. រកដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :
១. $y = \sin 2x + \cos 3x$ ២. $y = 2e^x + \ln x + x, x > 0$
- ខ. រកអាំងតេក្រាលខាងក្រោម :
១. $I = \int (3x^2 + 2x + 1)dx$ ២. $J = \int (\sin x + \cos x)dx$ ៣. $I = \int 2xe^{x^2} dx$
- II. (១០ ពិន្ទុ). h ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $h(x) = \frac{x^2}{x-1}, x \in \mathbb{R}$ និង $x \neq 1$ ។
- ក. កំណត់រក a, b និង c ដើម្បីឱ្យ $h(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ ចំពោះ $x \neq 1$ ។
- ខ. ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង (C) តំណាង h ។
- III. (១០ ពិន្ទុ). គណនាលីមីត : ក. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^x + 1}{5e^x + 2}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x-1}$ ។
- IV. (២០ ពិន្ទុ). ត្រីកោណមួយមានអ៊ីប៉ូតេនុសប្រវែង $5cm$ ហើយជ្រុងទាំងពីរទៀតមានប្រវែងប្រែប្រួល x ទៅ y ដែល $(0 < x < 5, 0 < y < 5)$ ។
- ក. គណនា y ជាអនុគមន៍នៃ x រួចគណនាផ្ទៃក្រឡា S នៃត្រីកោណនោះជាអនុគមន៍នៃ x ។
- ខ. ទាញរកតម្លៃអតិបរមានៃ S ។
- V. (១០ ពិន្ទុ). f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = \ln x$ ដែល $x \in (0, +\infty)$ ។
- ក. គណនា $f'(x)$ រួចបង្ហាញថា ចំពោះ $x \in [10, 11]$ គេបាន $\frac{1}{11} \leq f'(x) \leq \frac{1}{10}$ ។
- ខ. ដោយប្រើវិសមភាពកំណើនមានកំណត់ចូរទាញថា $\frac{1}{11} \leq \ln 11 - \ln 10 \leq \frac{1}{10}$ ។ រួចទាញបញ្ជាក់ថា $2.39 \leq \ln 11 \leq 2.40$ ដោយដឹងថា $\ln 10 = 2.30$ ។
- VI. (៣០ ពិន្ទុ). f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = e^{1-x}$ ហើយ (C) ជាក្រាបនៃ f ។
- ក. បញ្ជាក់ដែនកំណត់នៃ f រួចស្រាយបំភ្លឺថា f ជាអនុគមន៍ចុះលើ \mathbb{R} ។
- ខ. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) ។
- គ. ចូរគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
- ឃ. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង (C) និងអ័ក្សអរដោនេ ។ (គេឱ្យ $e = 2.7$) ។
- ង. សរសេរសមីការបន្ទាត់ (D) ដែលប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ $x = 1$ ។
- ច. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (D) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេតែមួយ ។

- VII. (១៥ ពិន្ទុ). នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មានទិសដៅវិជ្ជមាន គេឱ្យចំណុច $A(1, -3, 2)$ និងវ៉ិចទ័រ $\vec{w} = (2, 1, 3)$ ។ (បេក្ខជនមិនចាំបាច់គូសរូបទេ) ។
- ក. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (D) ដែលកាត់តាម A និងមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស \vec{w} ។
- ខ. រកអរដេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (D) និងប្លង់ (Q) ដែលមានសមីការ $2x - y + 5z + 3 = 0$ ។
- VIII. (២០ ពិន្ទុ). នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មានទិសដៅវិជ្ជមាន គេឱ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{u} = (1, 2, 3)$ និង $\vec{v} = (2, 2, -1)$ ។ (បេក្ខជនមិនចាំបាច់គូសរូបទេ) ។
- ក. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{u} \times \vec{v}$ ។
- ខ. រកសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាមចំណុច $A(1, 0, 1)$ និងវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v}$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មន្ត្រីប្រឡង :
 លេខបង្គាប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ១១

ប្រធាន

- I. (១០ ពិន្ទុ). ១. កំណត់តម្លៃ a និង b ដើម្បីឱ្យ $(2-i)$ ជាឫសនៃសមីការ $ax^2 + bx - 20 = 0$ ។
 ២. សរសេរ $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- II. (១០ ពិន្ទុ). គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2e^x - x}{1 + e^x} \right)$ និង $B = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1 - \sqrt{1 + \cos x}}{\frac{\pi}{2} - x} \right)$ ។
- III. (១០ ពិន្ទុ). គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{4}{x^2} - \frac{5}{\sin^2 x} \right) dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^4 x dx$ ។
- IV. (១៥ ពិន្ទុ). អនុគមន៍ g កំណត់ដោយ $g(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។
 ក. គណនាដេរីវេទីមួយ $g'(x)$ និងដេរីវេទីពីរ $g''(x)$ ។
 ខ. កំណត់តម្លៃ a, b, c បើ $g(0) = -1, g'(0) = 0$ និង $g''(0) = 3$ ។
- V. (២០ ពិន្ទុ). អង្កត់ប្រែប្រួល $[MN]$ មួយមានប្រវែងស្មើនឹង $h(x) = \cos^2 x + \sin x$ ដែល $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ។
 ១. គណនាដេរីវេទីមួយ $h'(x)$ និងដេរីវេទីពីរ $h''(x)$ ។ ២. កំណត់ប្រវែងអតិបរមានៃអង្កត់ $[MN]$ ។
- VI. (៣០ ពិន្ទុ). អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = 1 - x \ln x$ ហើយមានខ្សែកោង (C) ។
 ១. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ។ គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ចូរពន្យល់ពីអនុគមន៍ f ជាប់ខាងស្តាំ ត្រង់ $x = 0$ ឬទេ ?
 ២. បង្ហាញថា f មានតម្លៃអតិបរមាត្រង់ $x = e^{-1}$ ហើយគណនា $f(e^{-1})$ ។ សង់តារាងអថេរភាពអនុគមន៍ f ។
 ៣. គណនាតម្លៃ $f(1)$ និង $f(2)$ ។ សង់ក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ។
 (គេនឹងយក $e^{-1} = 0.4, \ln 2 = 0.7$) ។
 ៤. គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (D) មានសមីការ $y = 1 - x$ ។
- VII. (៣០ ពិន្ទុ). នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មានទិសដៅវិជ្ជមាន គេឱ្យចំណុច $A(1, 1, 0)$ និង $B(1, 3, 1)$ ។ (បេក្ខជនមិនចាំបាច់គូសរូបទេ) ។
 ១. គណនាផលគុណ $\vec{OA} \times \vec{OB}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ OAB ។
 ២. កំណត់សមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាមចំណុច A ហើយមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n} = \vec{OA} \times \vec{OB}$ ។
 ៣. គណនាវ៉ិចទ័រ $\vec{u} = \left(\frac{\vec{OA} \cdot \vec{OB}}{\vec{OA} \cdot \vec{OA}} \right) \cdot \vec{OA}$ ជាអនុគមន៍នៃវ៉ិចទ័រ \vec{i} និង \vec{j} ។ គណនាវ៉ិចទ័រ $\vec{OC} = \vec{OB} - \vec{u}$ ជាអនុគមន៍នៃវ៉ិចទ័រ \vec{i}, \vec{j} និង \vec{k} ។ ទាញរកកូអរដោនេចំណុច C ។ បង្ហាញថាចំណុច C នៅលើប្លង់ (P) ។
 ៤. គណនាចម្ងាយពីចំណុច C ទៅប្លង់ (Q) ដែលមានសមីការ $x + y + z\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ១២

ប្រធាន

- I. (១០ពិន្ទុ) អនុគមន៍ $g(x) = ax + 1 + b \ln x$ ហើយមានក្រាប (H) ។ បន្ទាត់ (D) មានសមីការ $y = x - 1$ ។
 កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ (D) ប៉ះនឹងក្រាប (H) ត្រង់ចំណុច $A(1;0)$ ។
- II. (១០ពិន្ទុ) ចតុកោណកែងមួយមានផ្ទៃក្រឡា $2500m^2$ ។ រកប្រវែងជ្រុងដើម្បីឱ្យចតុកោណកែង
 មានបរិមាត្រតូចបំផុត ។
- III. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z = (\sqrt{3} - 1) + i(\sqrt{3} + 1)$ ។
 ១. សរសេរ Z^2 ជាទម្រង់ពិជគណិត ។ ២. សរសេរ Z^2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ រួចទាញរកម៉ូឌុល និង អាកុយម៉ង់នៃ Z ។
 ៣. ទាញពីសំណួរខាងលើនូវតម្លៃប្រាកដនៃ $\cos \frac{5\pi}{12}$ និង $\sin \frac{5\pi}{12}$ ។
- IV. (១៥ពិន្ទុ) ១. ដោះស្រាយសមីការ $g''(x) - 5g'(x) + 6g(x) = 0$ (E) ។
 ២. កំណត់ចម្លើយ $g(x)$ មួយនៃសមីការ (E) ដែល $g(0) = 0$ និង $g'(0) = 1$ ។
- V. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int \left(\frac{2003}{\sqrt{x}} - \frac{2004e^x}{2+e^x} \right) dx$ និង $J = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (\tan x + \cot x)^2 dx$
- VI. (២៥ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ មួយ គេមានចំនុច $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$
 និង $C(0;0;3)$ ។
 ១. សង់ចតុមុខ $OABC$ ។ ២. កំណត់កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{N} = \overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។
 ៣. បង្ហាញថាប្លង់ (ABC) មានសមីការ $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ ។
 ៤. គណនា $(\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{OC}$ ។ ទាញរកមាឌនៃចតុមុខ $OABC$ ។
- VII. (៣៥ពិន្ទុ) ១. f ជាអនុគមន៍ដែលកំណត់ក្នុងសំណុំចំនួនពិតដោយ $f(x) = ax + b - e^x$ ។
 ក. បង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនពិត a និង b , $a \neq 0$ ខ្សែកោងតំនាង f មានអស៊ីមតូតទ្រេតមួយ ។
 ខ. កំណត់ a និង b ដើម្បីឱ្យ f មានអតិបរមាស្មើ -1 ចំពោះ $x = 0$ ។
 ២. g ជាអនុគមន៍ កំណត់ក្នុងសំណុំចំនួនពិតដោយ $g(x) = x - e^x$ ។
 ក. រកលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ។
 ខ. គណនាដេរីវេ $g'(x)$ ។ សិក្សាសញ្ញានៃ $g'(x)$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ g ។
 គ. គណនា $g(-1)$ និង $g(1)$ ។ សង់ក្រាប (C) នៃ g នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ដោយយក ១
 ឯកតានៅលើអ័ក្សស្មើ 2 cm ។ (គេឱ្យ $e^{-1} = 0,36$) ។
 ឃ. រកក្រឡាផ្ទៃនៃផ្នែកប្លង់នៅចន្លោះខ្សែកោង (C) និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ដែលត្រូវនឹង $-1 \leq x \leq 1$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ១៣

ប្រធាន

- I. (១០ពិន្ទុ) កំណត់កូអរដោនេនៃកំពូល កំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសរបស់ប៉ារ៉ាបូល $(P): y^2 + y + 4x - \frac{15}{4} = 0$ ។
- II. (១៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ g កំណត់ដោយ $G(X) = ax + b + \frac{b}{x+2}$, ចំពោះ $x \neq -2$ ហើយមានក្រាប (H) ។
- កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យ g មានអប្បបរមា $g(0) = 2$ ។
 - កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (H) ចំពោះតម្លៃ a និង b ក្នុងសំណួរទី១ ។
- III. (១៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{e^{2x} + e^x + 1}{(1 + e^x)^2}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។
- កំណត់ចំនួនពិត A និង B ដើម្បីឱ្យ $f(x) = A + \frac{Be^x}{(1 + e^x)^2}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។
 - គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ $I = \int_0^1 f(x) dx$ ។
- IV. (២០ពិន្ទុ) ១. ដោះស្រាយសមីការ $(E): y'' + 4y = 0$ (តាង y_1 ជាចម្លើយនៃ (E))
- រកចម្លើយនៃសមីការ (E) ដោយដឹងថា $y(0) = 1$ និង $y'(0) = 4$ ។
 - កំណត់ a និង b ដើម្បីឱ្យ $f(x) = ax + b$ ជាចម្លើយនៃសមីការ $(F): y'' + 4y = x - 1$ ។
 - បង្ហាញថា បើ $f(x)$ ជាចម្លើយនៃ (F) នោះ $y_1 + f(x)$ ជាចម្លើយនៃ (F) ។
- V. (៣០ពិន្ទុ) គេឱ្យ $y = f(x) = x \ln x - x + 1$, x ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន ។
- រកលីមីត $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។
 - គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ គណនាតម្លៃបរមានៃ f ។
 - គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
 - គណនា $f(2)$ ។ រក x បើ $f(x) = 1$ ។ (គេឱ្យ $\ln 2 = 0,69$)
 - សង់ក្រាបនៃ f នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ។
- VI. (៣៥ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ មួយ គេមានចំនុច $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 1; 2)$, $C(-1; 1; 0)$ និង $D(2; -1; -2)$ ។
- កំណត់កូអរដោនេនៃ $\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។
 - កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។ បង្ហាញថា $D \notin (ABC)$ ។
 - គណនា $(\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{BD}$ ។ ទាញរកមាឌនៃតេត្រាអែត $ABCD$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ១៤

ប្រធាន

I. (១០ពិន្ទុ) ១. កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យ $(2-3i)$ ជាឫសនៃសមីការ $x^2+ax+b=0$ ។

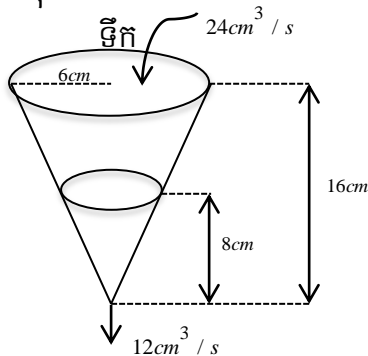
២. កំណត់ម៉ូឌុល និង អាកុយម៉ង់នៃ $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^{10}$ ។

II. (១០ពិន្ទុ) គេឱ្យអនុគមន៍ $y = \frac{2x+5}{(x+2)(x+3)}$, $x \neq -2$, $x \neq -3$ ។

ក. សរសេរអនុគមន៍ជា រាង $y = \frac{a}{x+2} + \frac{b}{x+3}$, a និង b ជាចំនួនដែលត្រូវរក ។

ខ. គណនាដេរីវេ y', y'', y''' និង $y^{(4)}$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) ឡាវមួយមានរាងជាគោណ មានកំពូលចុះក្រោម មានកាំបាត $6cm$ និងកំពស់ $12cm$ ។



គេចាក់ទឹកចូលក្នុងឡាវដោយអត្រាថេរ $24cm^3/s$ ហើយទឹក
 ហូរចេញតាមកំពូលគោណដោយអត្រាថេរ $12cm^3/s$ ។
 រកអត្រាបំប្លែងនៃកំពស់ទឹកក្នុងឡាវ បើទឹកក្នុងឡាវ
 មានកំពស់ $8cm$ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានថ្នាំគីណាល់ចំនួន 7 គ្រាប់ និងថ្នាំអាស៊ីរីនចំនួន 5 គ្រាប់ ។ គេចាប់យកថ្នាំ 4 គ្រាប់
 ចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ ។

១. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានថ្នាំគីណាល់ទាំង 4 គ្រាប់ ។

២. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានថ្នាំអាស៊ីរីនយ៉ាងតិច 1 គ្រាប់ ។

V. (២០ពិន្ទុ) ១. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int \left(\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{4}{\sin^2 x} + \frac{5}{\cos^2 x} - \frac{6}{e^x} \right) dx$

២. គណនាអាំងតេក្រាល $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + \sin^2 x) \sin x dx$ ។

VI. (២៥ពិន្ទុ) តម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ មួយ គេមានចំនុច $A(1;0;-2)$, $B(0;2;0)$
 និង $C(0;0;3)$ ។

១. កំណត់កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{N} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។

២. កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។ កំណត់ចម្ងាយពីគល់ O មកប្លង់ (ABC) ។

៣. កំណត់សមីការស្វ៊ែរ (S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។

កំណត់សមីការប្លង់ (P) ដែលប៉ះស្វ៊ែរ (S) ត្រង់ចំណុច $A(1,0,-2)$ ។

VII. (៣០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = \frac{x^2 + \ln x}{x^2}$ ហើយមានខ្សែកោង (C)

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃ (C) ។

២. បង្ហាញថា f មានអតិបរមាត្រង់ $x = \sqrt{e}$ ហើយគណនា $f(\sqrt{e})$ ។

សង់តារាងថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតដេក ។

គណនា $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ហើយសង់ខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

(គេយក $e = 2,7$; $\sqrt{e} = 1,7$; $\ln 2 = 0,7$)

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ១៥

ប្រធាន

- I. (១០ពិន្ទុ) ១. ចំនួនកុំផ្លិច Z មានម៉ូឌុលស្មើ ២ និងអាកុយម៉ង់ស្មើ $\frac{\pi}{3}$ ។ សរសេរ Z ជាទម្រង់ពីជគណិត
 $a+ib$ ដែល a និង b ជាចំនួនពិត ។
 ២. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $Y = 2(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3})$ ។ គណនា $Z \times Y$ ដោយឱ្យលទ្ធផលជាទម្រង់ពីជគណិត ។
 ៣. បង្ហាញថា $\bar{\bar{Y}} = Z$ ។
- II. (១០ពិន្ទុ) ប៉ារ៉ាបូល (P) មានសមីការទូទៅ $y^2 - 4x - 4y + 12 = 0$ ។
 ១. សរសេរសមីការនៃ(P)ជាទម្រង់ស្តង់ដា ។ កំណត់រកកូអរដោនេនៃកំពូល S និង កំណុំ F
 នៃ(P) រួចរកសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស(Δ) ។
 ២. គណនា y ចំពោះ $x=3$ ។ សង់ប៉ារ៉ាបូល (P) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ($O; \vec{i}; \vec{j}$) ។
- III. (១៥ពិន្ទុ) ១. ដោះស្រាយសមីការ $y'' + 2y' + 2y = 0$ (E) ។
 ២. រកចម្លើយមួយនៃ(E) ដោយដឹងថា $y(0) = 1$ និង $y'(0) = -1$ ។
- IV. (១៥ពិន្ទុ) ១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{e^x}{x} - \frac{1}{x} + \frac{\sin 2x}{x})$ និង $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x+1}$ ។
 ២. គណនា $xy + x^2 y'$ ដោយដឹងថា $y = \frac{e^x - \ln x}{x}$ ។
- V. (១៥ពិន្ទុ) ថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស 50 នាក់ ។ ក្នុងការធ្វើសម្ភាសសិស្សទាំង 50 នាក់ គេដឹងថានៅក្នុងថ្នាក់
 រៀននេះមានសិស្ស 30 នាក់ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា សិស្ស 25 នាក់ចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា និង សិស្ស
 15 នាក់ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យានិងរូបវិទ្យា ។ រកចំនួនសិស្សដែល :
 ១. ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ឬ រូបវិទ្យា ។
 ២. មិនចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា និង មិនចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា ។
 ៣. ចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា តែមិនចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ។
- VI. (៣០ពិន្ទុ) ចំនុច $A(1;1;1), B(2;0;3), C(-1;2;0)$ និង $D(2;4;2)$ ស្ថិតនៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន
 ($O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$) មួយ ។
 ១. គណនាផលគុណវ៉ិទ័រ $\vec{N} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។
 ២. រកសមីការប្លង់ (ABC) ។ រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់(L) ដែលកាត់តាមចំណុច D
 ហើយកែងនឹងប្លង់(ABC) ។
 ៣. គណនា $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ និង $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$ ។ ទាញថា $[DA]$ ជាកម្ពស់នៃតេត្រាអែត ABCD ។
 គណនាប្រវែង DA ។ គណនាមាឌនៃតេត្រាអែត ABCD ។

VII. (៣០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = x + \frac{1 + \ln x}{x}$ ហើយមានខ្សែកោង (C)

នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ដែលមានឯកតា 2cm ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង (C) ។

២. គណនា $f'(x)$ ហើយសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ដោយដឹងថា $x^2 - \ln x > 0$ ចំពោះ $x > 0$ ។

សង់តារាងថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (L): $y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។ សិក្សាទីតាំងរវាង (L) និង (C) ។

៤. បន្ទាត់ (D) ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច M ហើយ (D) ស្របនឹង (L) ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច M ។

គណនា $f(2)$ ។ សង់ (L) ; (D) និង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ១៦

ប្រធាន

- I. (១០ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចខៀវចំនួន៧ ដើមនិងប៊ិចក្រហមចំនួន៥ ដើម ។ គេចាប់យកប៊ិច៤ដើមចេញពីប្រអប់ ដោយចៃដន្យ ។
 ១. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចខៀវទាំង៤ ដើម ។
 ២. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចខៀវចំនួន៣ ដើម និងចាប់បានប៊ិចក្រហមចំនួន១ ដើម ។
 ៣. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចក្រហមយ៉ាងតិច១ ដើម ។
- II. (១៥ពិន្ទុ) Z ជាចំនួនកុំផ្លិចដែល $Z = (\sqrt{2} - i\sqrt{2})(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6})$ ។
 ១. សរសេរ Z ជាទម្រង់ពីជគណិត ។
 ២. សរសេរ Z^2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
 ៣. គណនា $\cos \frac{5\pi}{12}$ និង $\sin \frac{5\pi}{12}$ ។
- III. (១៥ពិន្ទុ) ១. ដោះស្រាយសមីការ $2y'' - 3y' + y = 0$ (E) ។
 ២. រកចម្លើយមួយនៃ(E) ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយនោះប៉ះនឹងបន្ទាត់ (L): $y = 2x + 1$ ត្រង់ចំណុច $A(0;1)$ ។
- IV. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យ $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ ដែល x ជាចំនួនពិត ។
 ១. គណនាលីមីតនៃ y កាលណា x ខិតទៅ $+\infty$; $-\infty$ ។
 ២. គណនាឱ្យបានត្រឹមត្រូវនៃ dy រួចបង្ហាញថា $dy = \frac{1 - y^2}{2} dx$
- V. (៣០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + \ln x}{x}$ ហើយមានខ្សែកោង(C)នៅក្នុងតម្រុយ អរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ដែលមានឯកតា 2cm ។
 ១. រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យ $y = f(x) = ax + b + \frac{\ln x}{x}$ ចំពោះ $x > 0$ ។ គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។
 រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ (L_1) និងអាស៊ីមតូតទ្រេត (L_2) នៃខ្សែកោង(C) ។
 ២. គណនា $f'(x)$ ហើយសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ដោយដឹងថា $x^2 + 1 - \ln x > 0$ ចំពោះ $x > 0$ ។
 សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
 ៣. រកសមីការនៃបន្ទាត់ (L_3) ដែលប៉ះខ្សែកោង(C) ត្រង់ចំណុច $A(e; e - 2 + \frac{1}{e})$ ។
 គណនា $f(2)$ និងកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ B រវាង (L_2) និង (C) ។
 ៤. សង់ (L_2), (L_3) និង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។
 (គេយក $e = 2.7$; $\frac{1}{e} = 0.36$; $\ln 2 = 0.7$) គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកប្បងដែលកំណត់ដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (L_2) និងបន្ទាត់មានសមីការ $x = e$ ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន($O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$) គេឱ្យប្លង់ពីរ(P): $3x+4y+6z-12=0$
និង(Q): $x+y+z=0$ ។

១. រកសមីការប៉ារ៉ាមែតនៃបន្ទាត់(D) ដែលជាប្រសព្វរវាងប្លង់(P)និង(Q) ដោយយក $z=t$ ជា
ប៉ារ៉ាមែត(t ជាចំនួនពិត) ។ បញ្ជាក់កូអរដោនេនៃ វ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស \vec{U} នៃបន្ទាត់(D) ។

២. តាង \vec{p} ជាវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់នៃប្លង់(P) និង \vec{q} ជាវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់នៃប្លង់(Q) ។ គណនាផលគុណ
វ៉ិចទ័រ $\vec{p} \times \vec{q}$ ។ បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រ $\vec{p} \times \vec{q}$ ស្របនឹង វ៉ិចទ័រ \vec{U} ។

៣. យកA,B និង C ជាចំណុចប្រសព្វរវាងប្លង់(P)និងអ័ក្ស $\vec{ox}, \vec{oy}, \vec{oz}$ ។ ចូរប្រាប់កូអរដោនេ
នៃចំណុចA, B និងC ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

៤. គណនាចម្ងាយពីចំណុចOទៅប្លង់(P) រួចទាញរកមាឌនៃចតុមុខ OABC ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ១៧

ប្រធាន

I. (១៥ពិន្ទុ)

១. គេឱ្យអនុគមន៍ $y = e^{-x} \ln x$ ។ បង្ហាញថា $2009(y' + y)xe^x - 2010$ មានតម្លៃមិនប្រែប្រួលចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។
២. គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int \left(\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{2}{x+1} + e^{2009x} \right) dx$ និង $J = \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{2 + \cos x} dx$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ)

១. រកកូអរដោនេនៃកំពូល S កំណុំ F និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (D) នៃប៉ារ៉ាបូល $(P): x^2 - 2x - 2y + 4 = 0$ ២. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង (P) និងអ័ក្សអរដោនេ ហើយសង់ (P) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ xOy មួយ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងផ្ទាំងមួយមានប៊ូលពណ៌ក្រហម 8 និងប៊ូលពណ៌ខ្មៅ 6 ។ គេចាប់យកប៊ូល 5 ព្រមគ្នាចេញពីផ្ទាំងដោយចៃដន្យ ។

១. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលទាំង 5 ពណ៌ក្រហមទាំងអស់ ។
២. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូល 3 ពណ៌ក្រហម និងប៊ូល 2 ពណ៌ខ្មៅ ។
៣. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលពណ៌ខ្មៅ 1 យ៉ាងតិច ។

IV. (១៥ពិន្ទុ)

១. ដោះស្រាយសមីការ $y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$ (E) ។
២. រកចម្លើយមួយនៃ (E) ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយនោះកាត់តាមចំណុច $M(0, 4)$ ហើយប៉ះនឹងបន្ទាត់ដេកមួយត្រង់ចំណុច $x = 2$ ។

V. (៣០ពិន្ទុ) ចំណុច $A(1; 2; -2)$, $B(2, 3, -2)$, $C(0; 3; -2)$ និង $D(1; 2; -2 + \sqrt{2})$ ស្ថិតនៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ មួយ ។

១. ដាក់កំពូល A; B; C; D នៃតេត្រាអែត ABCD ។
 បង្ហាញថា $AB = AC = AD$ ហើយបន្ទាត់ $(AB), (AC), (AD)$ កែងរវាងគ្នាពីរៗ ។
២. បង្ហាញថា $[AD]$ ជាកំពស់ចំពោះបាត ABC នៃតេត្រាអែត ABCD ហើយទាញរកមាឌនៃតេត្រាអែត ABCD ។
៣. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{N} = \vec{BC} \times \vec{BD}$ និងផ្ទៃក្រឡានៃ $\triangle BCD$ ។ រកសមីការប្លង់ (BCD) ។
៤. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (L) ដែលកាត់តាម A ហើយកែងនឹងប្លង់ (BCD) ត្រង់ចំណុច H ។
 រកកូអរដោនេនៃ H ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ដែល $x \neq 0$ ដោយ $y = f(x) = x - \frac{e^x}{e^x - 1}$ ហើយមាន

ក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ មួយ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(L): y = x$ និង $(M): y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) នៅខាង $-\infty$ និង $+\infty$ រៀងគ្នា

៣. គណនា $f'(x)$ ហើយបង្ហាញថា $f'(x) > 0$ ចំពោះ $x \neq 0$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤. គណនា $f(1)$ និង $f(-1)$ ហើយសង់បន្ទាត់ $(L); (M)$ និងក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ។

(គេយក $\frac{e}{e-1} = 1.6; \frac{1}{1-e} = -0.6$) ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកប្បងដែលកំណត់ដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (M)

និងបន្ទាត់ឈរមានសមីការ $x = 1$ និង $x = 2$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ : លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ១៨

ប្រធាន

I. (១៥ពិន្ទុ) យើងមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ និង $z_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ។

១. គណនាកន្សោម $A = 1 + z_1 + z_1^2$

២. សរសេរ z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ គណនា $z_1^{2010} + z_2^{2010}$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានក្រដាសប្រាក់ 5000 រៀល ចំនួន 7 សន្លឹក និងក្រដាសប្រាក់ 10000 រៀល ចំនួន 5 សន្លឹក ។ គេហូតយកក្រដាសប្រាក់ 4 សន្លឹកចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ ។

១. រកប្រូបាបដែលគេហូតបានក្រដាសប្រាក់ 5000 រៀល ទាំង 4 សន្លឹក ។

២. រកប្រូបាបដែលគេហូតបានក្រដាសប្រាក់ 10000 រៀល យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក ។

៣. រកប្រូបាបដែលគេហូតបានក្រដាសប្រាក់ 5000 រៀល ចំនួន 3 សន្លឹកគត់ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) យើងមានអនុគមន៍ $f(x) = \frac{5x^2 - 14x + 13}{(x+1)(x-3)^2}$ កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x \neq -1, x \neq 3$ ។

១. កំណត់តម្លៃ A, B និង C ដើម្បីបាន $f(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{(x-3)^2}$ ។

២. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int f(x)dx$ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ)

១. ដោះស្រាយសមីការ $9y'' + y = 0$ (E) ។

២. រកចម្លើយ g មួយនៃ (E) ដោយដឹងថា $\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)dx = 0$ និង $\int_0^{\pi} g(x)dx = 3$ ។

V. (៣០ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ មានចំនុច $A(3;1;4)$, $B(-1;2;5)$ និង $C(5;-2;3)$ ។

១. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ និងសមីការឆ្លុះនៃបន្ទាត់ (D) ដែលកាត់តាមចំណុច C និងមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស \overrightarrow{AB}

២. រកសមីការប្លង់ (P) ដែលមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ \overrightarrow{AC} ហើយកាត់តាមចំណុច B ។ រកសមីការស្វ៊ែ (S) ដែលមានអង្កត់ធ្នឹត [AB] ។

៣. គណនា $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាទ្រីកោណ ABC ។ M ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (D) និងប្លង់ (P) ។ គណនាកូអរដោនេចំណុច M ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតមិនសូន្យ x ដោយ $y = f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ ហើយមានក្រាប (C)

នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) មួយ ។

១. តើ f ជាអនុគមន៍គូ ឬ សេស? គណនា $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការ

អាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. បន្ទាត់ (L): $y = 4$ ជួបក្រាប (C) ត្រង់ចំណុច A ។ រកកូអរដោនេនៃ A និងសមីការនៃបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះក្រាប (C) ត្រង់ A ។

៤. សង់បន្ទាត់ (L) និងក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។ ទាញរកសំណុំបូសនៃវិសមីការ

$$\frac{e^x + 1}{e^x - 1} \leq 4 \text{ ដោយប្រើក្រាប ។}$$

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ១៩

ប្រធាន

- I. (១០ពិន្ទុ) រកចំនួនពិត m និង n ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ $l: y = mx + n$ ប៉ះនឹងក្រាប $H: g(x) = 1 + e^x$ ត្រង់ចំណុច $A(0, 2)$ ។
- II. (១៥ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z = x + yi$, $\bar{z} = x - yi$, $a = \sqrt{3} - i$ និង $b = 2 - 2\sqrt{3}i$ ។
 ១. រកចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឱ្យបាន $z = \frac{a}{b}$ ។ ក្នុងករណីនេះទាញបញ្ជាក់ថា $a = 4\bar{z}$ ។
 ២. សរសេរ $z = \frac{a}{b}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ ទាញរកបូសការេនៃចំនួនកុំផ្លិច $\frac{\sqrt{3}+i}{4}$ ។
- III. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int (-2x+1)e^{-x} dx$ និង $J = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} \cos^2 x dx$ ។
- IV. (២០ពិន្ទុ)
 ១. រកចម្លើយទូទៅ y_g នៃសមីការ $y'' - 5y' + 6y = 0$ ។
 ២. រកចំនួនពិត a, b និង c ដើម្បីឱ្យ $y_p = ax^2 + bx + c$ ជាចម្លើយនៃសមីការ $y'' - 5y' + 6y = x^2 + x$ (E) ។
 ៣. ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (E) ។
- V. (៣០ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មួយ គេឱ្យចំណុច $A(0, 2, 0)$, $B(1, 0, 0)$ និង $C(0, 0, 3)$ ។
 ១. រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{CB}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។
 ២. រកសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាមគល់ O ហើយស្របនឹងប្លង់នៃត្រីកោណ ABC ។
 ៣. គណនា $(\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OC}) \cdot \overrightarrow{OB}$ ។ ទាញរកមាឌនៃចតុមុខ $OABC$ និងចម្ងាយពីកំពូល O មកប្លង់បាត ABC ។
- VI. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $y = f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ ហើយមានក្រាប C ។
 ១. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។
 ២. បង្ហាញថា f មានតម្លៃអតិបរមាត្រង់ $x = \sqrt{e}$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
 ៣. រកសមីការបន្ទាត់ d ដែលប៉ះក្រាប C ត្រង់ចំណុច $M(1, 0)$ ។

សង់ d និង C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេតែមួយ ។ (គេនឹងយក $\sqrt{e} = 1.6, \frac{1}{2e} = 0.2$)

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ២០

ប្រធាន

- I. (១០ពិន្ទុ) រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យក្រាបនៃ $y = a \sin x + b$ ប៉ះនឹងបន្ទាត់ $y = x + 1$ ត្រង់ចំណុច $M(0,1)$ ។
- II. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល : $I_1 = \int \left(x^2 - 2x + \frac{\ln x}{x} \right) dx$ និង $I_2 = \int (4x-1) \cos x dx$ ។
- III. (១៥ពិន្ទុ) ក្នុងកាបូបមួយមានក្រដាសប្រាក់ 1000 រៀល ចំនួន 4 សន្លឹក និងក្រដាសប្រាក់ 500 រៀល ចំនួន 5 សន្លឹក ។
 គេហូតក្រដាសប្រាក់ 3 សន្លឹក ចេញពីកាបូបដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖
 ១. A : ហូតបានក្រដាសប្រាក់ 1000 រៀល ទាំង 3 សន្លឹក ។
 ២. B : ហូតបានយ៉ាងតិចណាស់ក្រដាសប្រាក់ 500 រៀល ចំនួន 1 សន្លឹក ។
 ៣. C : ហូតបានប្រាក់ចំនួន 2000 រៀល ។
- IV. (២០ពិន្ទុ) គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) : y'' - 6y' + 5y = xe^{2x}$ ។
 ១. រកចម្លើយទូទៅ y_h នៃសមីការ $y'' - 6y' + 5y = 0$ ។
 ២. កំណត់ A និង B ដើម្បីឱ្យ $y_p = e^{2x}(Ax + B)$ ជាចម្លើយនៃសមីការ (E) ។
 ៣. បង្ហាញថា $y = y_h + y_p$ ជាចម្លើយនៃសមីការ (E) ។
- V. (៣០ពិន្ទុ) ចំណុច $A(0,3,0)$, $B(2,0,0)$ និង $C(0,0,-1)$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មួយ ។
 ១. រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{BC}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។
 ២. រកសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាមគល់ O ហើយស្របនឹងប្លង់នៃត្រីកោណ ABC ។
 ៣. គណនា $(\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{OC}$ ។ ទាញរកមាឌនៃចតុមុខ OABC និងចម្ងាយពីកំពូល O មកប្លង់បាត ABC ។
- VI. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $y = f(x) = x - 2 + e^{1-x}$ ហើយមានក្រាប C ។
 ១. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត L នៃក្រាប C ។
 ២. បង្ហាញថា f មានតម្លៃអប្បបរមាត្រង់ $x=1$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
 ៣. សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។ គេយក $e = 2.7$ ។
 ៤. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់កំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូត L បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=2$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ២១

ប្រធាន

I. (១៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងប្រអប់ A មានស្បៀវភៅពិជគណិត 3 ក្បាល និងធរណីមាត្រ 4 ក្បាល ហើយប្រអប់ B មានស្បៀវភៅពិជគណិត 5 ក្បាល និងធរណីមាត្រ 3 ក្បាល ។ គេចាប់យកស្បៀវភៅមួយពីប្រអប់ A ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ B ហើយចាប់យកស្បៀវភៅមួយពីប្រអប់ B ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ A វិញ ។ រកប្រូបាប ដែលចំនួនស្បៀវភៅទាំងពីរគណិត និងធរណីមាត្រ នៅក្នុងប្រអប់ទាំងពីរមិនប្រែប្រួល ។

II. (១៥ពិន្ទុ) អេលីប (E) មួយមានផ្ចិត $A(1, -2)$ កំណុំ $F_1(1-\sqrt{5}, -2)$, $F_2(1+\sqrt{5}, -2)$ និងអ័ក្សធំប្រវែង 6 ឯកតា ។
 ១. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប E ។ ២. រកកូអរដោនេកំពូល ហើយសង់អេលីប E ។

III. (១៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x \neq 1$ ដោយ $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 1}{x - 1}$ ។
 ១. រកចំនួនពិត a, b, c និង d ដើម្បីឱ្យ $f(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x - 1}$ ។
 ២. គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int_{-1}^0 f(x) dx$ ។

IV. (២០ពិន្ទុ) ១. រកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ $y'' + 4y = 0$ (E) ។
 ២. រកអនុគមន៍ g ដែលជាចម្លើយមួយនៃសមីការ (E) បើគេដឹងថា $g(\frac{\pi}{4}) = \frac{2}{3}$ និង $g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{3}$ ។

V. (៣០ពិន្ទុ) ចំណុច $A(-2, 3, 0)$ និង $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មួយ ។
 ១. រកសមីការឆ្លុះនៃបន្ទាត់ L ដែលកាត់តាម $A(-2, 3, 0)$ ហើយស្របនឹង \vec{u} ។
 ២. កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \overrightarrow{OA} \times \vec{u}$ ។ រកសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាម A និងមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ \vec{n} ។
 ៣. រកចម្ងាយពីចំណុច $B(1, 1, 1)$ ទៅប្លង់ P ។ រកសមីការស្វ៊ែរ S ដែលមានផ្ចិត B ហើយប៉ះប្លង់ P ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = e^x(-x^2 + 2x - 1)$ ហើយមានក្រាប C ។
 ១. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេក នៃក្រាប C ។
 ២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
 ៣. គណនា $f(-2), f(0)$ និង $f(2)$ ។ សង់ក្រាប C ក្នុងតម្រុយ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។
 គេយក) $e = 2.7, e^2 = 7.4, \frac{1}{e} = 0.37$ និង $\frac{1}{e^2} = 0.13$ (
 ៤. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងដែលខណ្ឌដោយក្រាប C អ័ក្សអាប់ស៊ីស និងអ័ក្សអរដោនេ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របច្ចេកវិទ្យាឧស្សាហកម្ម
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ឆ្នាំទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ២២

ប្រធាន

- I. (០៥ពិន្ទុ). f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ
$$\begin{cases} f(x) = x - 2 + \frac{e}{\ln x} & , x > 0 \text{ និង } x \neq 1 \\ f(0) = m \end{cases}$$

គណនា $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ទាញរកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យ f ជាអនុគមន៍ជាប់ខាងស្តាំត្រង់ $x=0$ ។

- II. (១០ពិន្ទុ) គណនា

ក. $A = (1+i)(2-i)$ ខ. $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x+4}}{x}$ គ. $C = \ln e^{x-2} + e^{\ln 2}$ ឃ. $D = \int (2x + \cos x) dx$

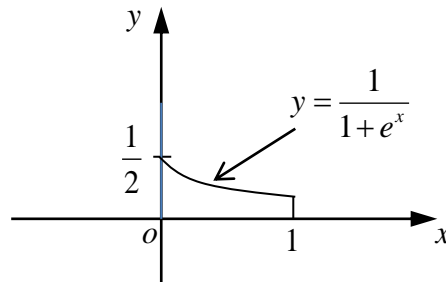
- III. (១០ពិន្ទុ)

១. គេឱ្យ $z = 1 - i\sqrt{3}$ ។ សរសេរ z និង z^{2002} ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

២. គេឱ្យ $u = x + iy$ និង $z_1 = a + ib$ ។ គណនា x និង y ជាអនុគមន៍នៃ a និង b បើគេដឹងថា $u = z_1^2 + iz_1 - \frac{1}{2}$ ។

- IV. (១០ ពិន្ទុ). ១. កំណត់តម្លៃនៃ α និង β ដែលចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x គេបាន $\frac{1}{1+e^x} = \alpha + \frac{\beta e^x}{1+e^x}$ ។

២. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងកូសឆ្លុតនៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (xoy) ។



- V. (១៥ ពិន្ទុ). ១. ដោះស្រាយសមីការ $2y'' - 3y' + y = 0$ (E) ។

២. កំណត់ចម្លើយ $g(x)$ មួយរបស់សមីការ (E) ដើម្បីឱ្យខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ប៉ះនឹងបន្ទាត់ (d) មានសមីការ

$y = -\frac{1}{2}x$ នៅត្រង់ចំណុច $O(0, 0)$ ។

- VI. (៤០ ពិន្ទុ). ១. អនុគមន៍ h កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ដោយ $h(x) = e^{2x} - 2x - 1$ ហើយមានតារាងអថេរភាព ដូចខាងក្រោម :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$		0	
	$-$		$+$
$h(x)$	$+\infty$		$+\infty$
		0	

ដោយប្រើតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ h ចូរបញ្ជាក់ថា $e^{2x} \geq 2x+1$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

២. f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = (x+1)(e^{-2x} + 1)$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x មានក្រាប (C) ។

ក. គណនា $f'(x)$ និង $f'(0)$ ។ បញ្ជាក់ថា $f'(x)$ និងអនុគមន៍ $h(x)$ មានសញ្ញាដូចគ្នាចំពោះគ្រប់ $x \neq 0$ ។

ខ. គណនា $f(0)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ សង្កេតរកអថេរភាពនៃអនុគមន៍ $f(x)$ ។

គ. បង្ហាញថា $f(x) = x+1 + \left(\frac{x}{e^x}\right)\left(\frac{1}{e^x}\right) + \left(\frac{1}{e^x}\right)^2$ ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ (D) មានសមីការ $y = x+1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) នៅខាង $+\infty$ ។

ឃ. សិក្សាទីតាំងរវាងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (D) ។

ង. បន្ទាត់ (Δ) មួយស្របនឹងបន្ទាត់ (D) ហើយប៉ះក្រាប (C) ត្រង់ M ។ កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច M និងសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ (Δ) ។

ច. សង់បន្ទាត់ (D) , (Δ) និង ក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។ (គេឱ្យ $e = 2.7$) ។

VII. (៣៥ ពិន្ទុ). នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន គេឱ្យចំណុច $A(3, 0, 1)$, $B(2, 4, 0)$ និង $C(0, 3, 3)$ ។ (បេក្ខជនមិនចាំបាច់គូសរូបទេ) ។

ក. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (D) ដែលកាត់តាម O និងមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{u} = (1, 1, 1)$ ។

ខ. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។ ទាញថាចំណុច A, B, C មិនរត់ត្រង់គ្នា ។

គ. រកសមីការប្លង់ (ABC) ដោយយកវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។

ឃ. គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ។

ង. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (D) និងប្លង់ (ABC) ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ២៣

ប្រធាន

- I. (១០ ពិន្ទុ). គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{e^x}{ax+b}$ ដែល a និង b ជាចំនួនពិត ។
 ១. គណនា $f'(x)$ និង $f''(x)$ ។
 ២. កំណត់រក a និង b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ f មានអប្បបរមាស្មើ e ត្រង់ $x=1$ ។
- II. (១៥ ពិន្ទុ). គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = \frac{2(-1+i\sqrt{3})}{1+i\sqrt{3}}$ ។
 ១. សរសេរ z ជាទម្រង់ពិជគណិត រួចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
 ២. សរសេរ $z' = 1+i$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ រួចទាញរកម៉ូឌុល និងអាក្យុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច $\frac{z'}{z}$ ។
- III. (១៥ ពិន្ទុ). គេមានអនុគមន៍ $f(x) = \frac{5x^2 + 20x + 6}{x^3 + 2x + x}$ ។
 ១. សរសេរ $f(x)$ ជា រាង $\frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$ ដែល A, B និង C ជាចំនួនពិតថេរត្រូវកំណត់ ។
 ២. គណនា $\int \frac{5x^2 + 20x + 6}{x^3 + 2x + x} dx$ ។
- IV. (២០ ពិន្ទុ). អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = \frac{x + \ln x}{x}$ និងមានខ្សែកោង (C) ។
 ១. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ។ បង្ហាញថា f មានអតិបរមាមួយ ហើយគណនាតម្លៃអតិបរមានោះ ។
 ២. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃ (C) ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
- V. (៣៥ ពិន្ទុ). ១. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ IR ដោយ $f(x) = (1-x)e^x - 1$ ។ គណនា $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f (ដោយមិនចាំបាច់គណនាលីមីតនៅត្រង់ $-\infty$ និងត្រង់ $+\infty$) ។ ទាញរកសញ្ញានៃ $f(x)$ ។
 ២. g ជាអនុគមន៍កំណត់លើ IR ដោយ $g(x) = (2-x)e^x + 2 - x$ ។
 - ក. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ។ គណនា $g'(x)$ ។ ដោយប្រើលទ្ធផលដែលបាននៅសំណួរ ១ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ g ។
 - ខ. បង្ហាញថាខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ g មានបន្ទាត់ $(D): y = 2 - x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតកាលណា x ខិតទៅ $-\infty$ ។ បញ្ជាក់តាំងនៃខ្សែកោង (C) ធៀបនឹងបន្ទាត់ (D) ។
 - គ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ដែលស្របនឹង (D) ។
 - ឃ. រកកូអរដោនេនៃចំណុចបត់របស់ខ្សែកោង (C) ។
 - ង. សង់ខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។ (ឯកតាលើអ័ក្សស្មើ $1cm$) ។

- VI. (៣០ ពិន្ទុ). ១. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន (ឯកតាលើអ័ក្សស្មើ $1cm$) ចូរដៅចំណុច $A(2, 0, 2)$, $B(1, 2, 0)$ និង $C(0, 2, 3)$ ។
២. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (L) ដែលកាត់តាម A ហើយស្របនឹង \overrightarrow{BC} ។
៣. គណនា $|\overrightarrow{AB}|$ និង $|\overrightarrow{AC}|$ ។ ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ ABC ។
៤. គណនា $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។ ទាញថាចំណុច A, B, C មិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។ រកសមីការប្លង់ (ABC) ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ។
៥. រកមាឌនៃតេត្រាអែត $OABC$ ។ ទាញរកចម្ងាយពី O ទៅប្លង់ (ABC)

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ២៤

I. (១០ពិន្ទុ) កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ $y = \frac{ax^2 + bx}{x^2 + 1}$ មានបរមាតិកាមួយគត់ និងខ្សែកោងនៃអនុគមន៍នោះមានបន្ទាត់ $y = 2$ ជាអាស៊ីមតូតដេក ។

II. (១០ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ $y'' + 4y = 0$ បើ $y(0) = 1, y'(0) = -1$ ។

III. (១០ពិន្ទុ) រកកំពូល S និងកំនុំ F របស់ប៉ារ៉ាបូល $x^2 - 4x - 12y + 16 = 0$ ។

IV. (១០ពិន្ទុ) គេចង់ជ្រើសរើសយកសិស្ស 3 នាក់ក្នុងចំណោមសិស្ស 10 នាក់ ដែលក្នុងនោះមានសិស្សប្រុស 6 នាក់ និង សិស្សស្រី 4 នាក់ ។ រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស 2 នាក់ និងសិស្សស្រី 1 នាក់ ។

V. (១៥ពិន្ទុ) កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឱ្យ $2xi - y = \frac{(3-2i)(1+i)}{i(1+2i)}$ ។

២. គេអោយ $Z = \cos \frac{2\pi}{9} + i \sin \frac{2\pi}{9}$ ។ សរសេរ $(1+Z)^4$ ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ ។

VI. (១៥ពិន្ទុ) គេអោយ $g(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 2x - 3}$ ។

១. កំណត់ចំនួនពិត $m; n$ និង p ដើម្បីអោយបាន $g(x) = m + \frac{n}{x+1} + \frac{p}{x-3}$ ចំពោះគ្រប់ $x \in]-1; 3[$ ។

២. គណនា $I = \int_0^2 g(x) dx$ ។

VII. (២៥ពិន្ទុ) ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យចំណុច $A(3; 2; 0)$ និង $K(0; -1; 3)$ ។

១. រកសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាម A ហើយកែងនឹង (AK) ។

២. គេឱ្យចំនុច $B(5; 0; 0), C(0; 5; 0)$ និង $D(0; 0; -5)$ ។ ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា ចំនុច B, C និង D ជាចំនុចរបស់ (P) ។

៣. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ BCD ។ ៤. គណនាប្រវែង AK រួចទាញរកមាឌនៃតេត្រាអែត $KBCD$ ។

VIII. (៣០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $f(x) = 1 + 2\left(\frac{\ln x}{x}\right)$ ហើយ មានខ្សែកោង (C) ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនិងដេកនៃ (C) ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ A រវាងខ្សែកោង (C) និង បន្ទាត់ $(D): y = 1$ ។ កំណត់សមីការបន្ទាត់ (L) ដែលប៉ះក្រាប (C) ត្រង់ A ។

៤. គណនា $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ។ សង់បន្ទាត់ (L) អាស៊ីមតូត និងក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

គេយក) $e = 2,7; \frac{2}{e} = 0,7; \ln 2 = 0,7$ (

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ២៥

ប្រធាន

I. (១០ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិចពីរ $Z_1 = \frac{2\left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)^2}{1+i\sqrt{3}}$ និង $Z_2 = (1-i)x + (1-y)(1+i)$ ។

១. សរសេរ Z_1 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ហើយសរសេរជាទម្រង់ពិជគណិត ។
២. កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឱ្យបាន $2\bar{Z}_1 - (Z_2 + y - 1) = 0$ ជាចំនួនកុំផ្លិចស្មើនៃ Z_1 ។

II. (១៥ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ $(E): y'' + 5y' + 6y = 0$ ។

២. កំណត់ចម្លើយមួយនៃសមីការ (E) បើគេដឹងថាបន្ទាត់ $(D): y - x - 1$ ប៉ះក្រាបនៃចម្លើយត្រង់ $x = 0$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) ប្រធានវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យានៃការប្រឡងមួយ មានលំហាត់ពិជគណិត 6 និង លំហាត់ធរណីមាត្រ 4 ។

បេក្ខជនម្នាក់ៗត្រូវធ្វើលំហាត់ 2 ក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំង 10 នេះ ទៅតាមការជ្រើសរើសរបស់ខ្លួន ។

១. រកចំនួនករណីអាច ។
២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចតទៅ :
 - A: សិស្ស X ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពិជគណិតទាំងពីរ ។
 - B: សិស្ស Y ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ធរណីមាត្រទាំងពីរ ។
 - C: សិស្ស Z ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពិជគណិតមួយ និង លំហាត់ធរណីមាត្រមួយ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{3x^2 - 5x - 2}{x(x-1)}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 0; x \neq 1$ ។

១. កំណត់ចំនួនពិត $a; b$ និង c ដើម្បីឱ្យបាន $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 0; x \neq 1$ ។
២. គណនា $I = \int_2^3 f(x) dx$ ។

V. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យ $f(x) = e^x$ និង $g(x) = \ln(x+1) + 1$ ។

១. ផ្សេងផ្ទាត់ថាខ្សែកោង $(C_1): y = f(x)$ និង $(C_2): y = g(x)$ មានចំណុចរួម $A(0;1)$ ។
២. គណនា $f'(0)$ និង $g'(0)$ រួចទាញថា (C_1) និង (C_2) ប៉ះគ្នាត្រង់ A ។
៣. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះរួមរវាង (C_1) និង (C_2) ។

VI. (២០ពិន្ទុ) នៅក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យចំណុច $A(0;2;2)$ និង បន្ទាត់ (D) ដែលមានសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - t, t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

១. បង្ហាញថាប្លង់ $(P): x - y - z + 4 = 0$ កាត់តាម A ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (D) ។

២. ប្លង់ (P) កាត់អ័ក្ស \vec{OX} ត្រង់ M , \vec{OY} ត្រង់ N និង \vec{OZ} ត្រង់ P ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច M, N និង P រួចសង់ចំណុច A, M, N, P នៅក្នុងតំរុយ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ។

៣. បង្ហាញថាត្រីកោណ MNP ជាត្រីកោណសម័ង្ស ។

៤. គណនា $\vec{MP} \times \vec{MN}$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ MNP ។

VII. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $f(x) = 2\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$ ហើយ មានខ្សែកោង (C) ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនិងដេកនៃ (C) ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ កំណត់តម្លៃបរមាណៃ f ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ M រវាងខ្សែកោង (C) និង អាស៊ីមតូតដេករបស់វា ។

កំណត់សមីការបន្ទាត់ (L) ដែលប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច M ។

៤. សង់បន្ទាត់ (L) និងខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ យក $e = 2,7; \frac{2}{e} = 0,7$ ។

៥. កំណត់តំលៃ k ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ដើម្បីឱ្យសមីការ $2\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right) = k$ មានបួស ។

គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ដែលកំណត់ដោយក្រាប (C) អ័ក្ស $(x'Ox)$ បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ២៦

ប្រធាន

- I. (១០ពិន្ទុ) ១. កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យ $x_1 = 1 + i\sqrt{3}$ ជាឫសមួយនៃសមីការ $x^2 + ax + b = 0$ ។
 ២. រកឫស x_2 មួយទៀតនៃសមីការ ។ សរសេរ $Z = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- II. (១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីត : ១. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + e^x - 1}{x^2 + x}$ ២. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x + 2}{x + 1}$ ។
- III. (១០ពិន្ទុ) គេប្រើលេខពី ០ ដល់ ៩ ដើម្បីសរសេរចំនួនដែលមានលេខ ៤ ខ្ទង់ដោយខ្ទង់ដើមដំបូងមិនប្រើលេខ ០ ទេ ។
 ១. តើគេអាចសរសេរបានប៉ុន្មានចំនួនខុសគ្នាតាមរបៀបខាងលើនេះ?
 ២. តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខទាំង ៤ ខ្ទង់ខុសគ្នា? ៣. តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខទាំង ៤ ខ្ទង់ដូចគ្នា?
- IV. (១៥ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ $y'' - 2y' + 5y = 0$ ដោយដឹងថា $y(0) = -1$ និង $y'(0) = 1$ ។
- V. (១៥ពិន្ទុ) ១. កំណត់ចំនួនពិត $a; b$ និង c ដើម្បីឱ្យ $\frac{2x+1}{x^2(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x+1}$ ចំពោះគ្រប់ x ដែល $x \neq 0; x \neq -1$
 ២. គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int_1^2 \left(\frac{2x+1}{x^2(x+1)} \right) dx$ ។
- VI. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 1 - \frac{\ln x}{x^3}$ ហើយ មានខ្សែកោង (C) ។
 ១. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនិងដេកនៃ (C) ។
 ២. បង្ហាញថា f មានតម្លៃអប្បបរមាត្រង់ $x = \sqrt[3]{e}$ ។ គណនា $f(\sqrt[3]{e})$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
 ៣. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ M រវាងខ្សែកោង (C) និង អាស៊ីមតូតដេក ។
 សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច M ។
 ៤. សង់បន្ទាត់ (T) និងខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មួយ ។ $e = 2,7; \sqrt[3]{e} = 1,4; \frac{1}{3e} = 0,12$ (
 កំណត់តំលៃ k ដើម្បីឱ្យវិសមីការ $1 - \frac{\ln x}{x^3} > k$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ។
- VII. (៣៥ពិន្ទុ) អរតូណរម៉ាល់ក្នុងតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យចំណុច $A(1; 0; 1)$ និងវ៉ិចទ័រ $\vec{AB}(-1; 2; 1)$ ។
 ១. គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B ។ រកសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាម A ហើយកែងនឹង \vec{AB} ។
 ២. គេឱ្យចំណុច $C(2; 1; 0)$ និង $D(1; 3; 1)$ ។ រកកូអរដោនេវ៉ិចទ័រ \vec{AC} និង \vec{CD} ។
 គណនា $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ រួចបង្ហាញថា $ABCD$ ជាចតុកោណកែង ។
 ៣. គណនា $\vec{AB} \times \vec{AC}$ ។ ទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $ABCD$ ។
 ៤. រកមាឌចតុមុខ $OABC$ ។ ទាញរកចម្ងាយពី O ទៅប្លង់ (ABC) ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ២៧

ប្រធាន

- I. (១០ពិន្ទុ) គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $A = (\sqrt{3}-1) + i(\sqrt{3}+1)$ និង $B = \frac{x+iy}{1+i}$ ដែល $x; y$ ជាចំនួនពិត ។
១. សរសេរ A^2 ជាទម្រង់ពីជគណិត ហើយជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
 ២. សរសេរ B ជាទម្រង់ពីជគណិត ។ រក x និង y ដោយដឹងថា $2\bar{B} - A^2 = 0$ ។ \bar{B} ជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃ B ។
- II. (១៥ពិន្ទុ) យើងមានសមីការ $(E): y' - y \ln 3 = 0$ ។
១. រកសំណុំចម្លើយនៃ (E) ។
 ២. កំណត់ f ដែលជាចម្លើយនៃ (E) ដោយដឹងថា $f(1) = 2$ ។
 ៣. បង្ហាញថា $g(x) = 3^{x-1}$ ជាចម្លើយនៃ (E) ។ សម្គាល់: $U(x) = a^x$ នោះ $U'(x) = a^x \ln a$
- III. (១៥ពិន្ទុ) ១. កំណត់ចំនួនពិត a, b និង c ដើម្បីឱ្យបាន $\frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2(x+2)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2} + \frac{c}{x+2}$ ចំពោះគ្រប់ x ដែល $x \neq -2; x \neq 1$ ។
២. គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int_{-1}^0 \left(\frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2(x+2)} \right) dx$ ។
- IV. (១៥ពិន្ទុ) ១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x \ln x + 1}{x^2}, x > 0$ ។
២. គណនាដេរីវេនៃ $y = e^x \ln(x+1), x > 0$ ។ ទាញរកព្រីមីទីវនៃ $f(x) = e^x \ln(x+1) + \frac{e^x+1}{x+1}$ ដោយដឹងថាព្រីមីទីវនោះស្មើ ១ ចំពោះ $x = 0$ ។
- V. (៣៥ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $((O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}))$ គេឱ្យចំណុច $S(0;0;3)$ និងវ៉ិចទ័រ $\vec{U}(1;1;1)$ ។
១. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (D) ដែលកាត់តាមចំណុច S ហើយស្របនឹងវ៉ិចទ័រ \vec{U} ។
 ២. $M(x; y; z)$ ជាចំនួនមួយនៅក្នុងតម្រុយ $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ។ គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{U} \cdot \vec{SM}$ ។ កំណត់រកសមីការមួយដែលជាប់ទាក់ទងនឹង x, y, z ដើម្បីឱ្យវ៉ិចទ័រ \vec{SM} អរតូកូណាល់នឹងវ៉ិចទ័រ \vec{U} ។ តើសំណុំចំណុច M ជាអ្វី?
 ៣. គេឱ្យចំណុច $A(3;0;0)$ និង $B(0;3;0)$ ។ បង្ហាញថាត្រីកោណ SAB ជាត្រីកោណសម័ង្ស ។
 ៤. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{SA} \times \vec{SB}$ ។ ទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ SAB ។
 ៥. រកសមីការស្វ៊ែរដែលមានផ្ចិត O ហើយកាត់តាមចំណុច S, A និង B ។
- VI. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x \in D =]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$ ដោយ $y = f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$ ហើយ មានខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មួយ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរទាំងពីរនៃ (C) ។

២. គណនា និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ បើគេដឹងថា $x(x-1) > 0$ ចំពោះគ្រប់ $x \in D$ ។

គណនាតម្លៃអប្បបរមា និងអតិបរមានៃ f ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(L): y = -\frac{x}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។

៤. សង់អាស៊ីមតូតទាំងអស់ និងខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មួយ ។

គេយក) $\ln 2 = 0,7; \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2 = -0,7$

រកតម្លៃ a ដើម្បីឱ្យសមីការ $-\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right) = a$ មានឫសអចរិជ្ជមានពីរផ្សេងគ្នា ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ២៨

ប្រធាន

I. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z = x + iy$ និង $W = \cos a + i \sin a$ ដែល x និង y ជាចំនួនពិតខុសពី ០ ហើយ a ជាចំនួនពិត ។

១. កំណត់ទំនាក់ទំនងរវាង x និង y ដើម្បីឱ្យ $|Z| = |W|$ ។

២. ក្នុងលក្ខខណ្ឌ $|Z| = |W|$ ចូរបង្ហាញថា $\frac{1}{Z} = \bar{Z}$ ។

៣. រក x និង y រួចរក a ដើម្បីឱ្យ $Z = 1, W = 1$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ គេឱ្យខ្សែកោង $(E): \frac{(x-4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ។

១. បញ្ជាក់ប្រភេទនៃខ្សែកោង (E) រួចបញ្ជាក់កូអរដោនេនៃផ្ចិត កំណុំ កំពូល និងចំណុចប្រសព្វរវាង (E) និងអ័ក្សតូច ។

២. សង់ (E)

III. (១៥ពិន្ទុ) ក្រុមក្នុង ២០ ផ្លែដែលដាក់លក់មាន ១៦ ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម និង ៤ ផ្លែទៀតមានរសជាតិជូរ ។ អ្នកទិញម្នាក់ជ្រើសរើសយកក្រូច ៣ ផ្លែដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោមនេះ :

១. A : ក្រូចទាំង ៣ ផ្លែសុទ្ធតែជូរ ។

២. B : ក្រូចទាំង ៣ ផ្លែសុទ្ធតែផ្អែម ។

៣. C : យ៉ាងតិចមានក្រូច ១ ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $f'' + 2f' = 0$ ។

១. គេតាង $g = f'$ ។ បង្ហាញថា g ជាចម្លើយនៃសមីការ $g' + 2g = 0$ ។

២. ដោះស្រាយសមីការ $g' + 2g = 0$ រួចទាញរកចម្លើយនៃសមីការ $f'' + 2f' = 0$ ។

៣. ផ្ទៀងផ្ទាត់ចម្លើយនៅសំណួរ ២ ដោយដោះស្រាយសមីការ $f'' + 2f' = 0$ តាមសមីការសំគាល់ ។

V. (៣០ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មួយ គេមានចំណុច $A(-1; 1; 0); B(2; 0; 1); C(1; 2; 2); D(0; 1; -2)$ និង $M(x; y; z)$ ។

១. រកទំនាក់ទំនងរវាង $x; y$ និង z ដើម្បីឱ្យ \vec{AM} កែងនឹង \vec{BM} ។ តើសំណុំនៃចំណុច M ជាអ្វី?

២. គណនា $\vec{n} = \vec{BC} \times \vec{BD}$ ។ រកចំនួនពិត m ដើម្បីឱ្យផ្ទៃក្រឡា S នៃ $\triangle BCD$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាព $S = \sqrt[3]{e^m}$ ។

៣. រកសមីការបង្គង់ (BCD) ។ រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ N រវាងបង្គង់ (BCD) និងបន្ទាត់ $(L): \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ ។

៤. គណនាចម្ងាយពីចំណុច A ទៅប្លង់ (BCD) រួចទាញរកមាឌនៃតេត្រាអែត $ABCD$ ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន x ដោយ $y = f(x) = -x - 2 + \frac{4e^x}{e^x + 1}$ ហើយមាន

ខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(0; \vec{i}; \vec{j})$ មួយដែលមានឯកតា $1cm$ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយបង្ហាញថា $f'(x) \leq 0$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

៣. បង្ហាញថាគល់កូអរដោនេ O ជាចំណុចរបត់ និងជាផ្ចិតឆ្លុះរបស់ខ្សែកោង (C) ។

៤. គណនា $f(3)$ ហើយសង់ខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o; \vec{i}; \vec{j})$ ។ គេយក $e^3 = 20$ (

ដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{4e^x}{e^x + 1} \geq x + 2$ ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ២៩

ប្រធាន

- I. (១០ពិន្ទុ) សរសេរ $A = \frac{2(1+i)^2}{1-i\sqrt{3}}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ហើយជាទម្រង់ពិជគណិត ។
- II. (១៥ពិន្ទុ) មេបញ្ជាការកងទ័ពការពារព្រំដែន បានបង្កើតចំនួនសម្ងាត់ដែលជាចំនួនគត់មានលេខបីខ្ទង់ ហើយ(លេខទាំងបីខ្ទង់នោះខុសៗគ្នា ដោយប្រើលេខក្នុងចំណោមលេខពី 1 ដល់ 9 ។
១. តើមេបញ្ជាការអាចបង្កើតចំនួនសម្ងាត់បានទាំងអស់ប៉ុន្មានរបៀបខុសៗគ្នា ។
 ២. មេបញ្ជាការបានជ្រើសរើសយកចំនួនសម្ងាត់មួយដោយចៃដន្យ ដើម្បីប្រើការក្នុងពេលចេញធ្វើប្រតិបត្តិការសឹក ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ :
- A: $\langle \langle \text{ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់} \rangle \rangle$ B: $\langle \langle \text{ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់សេស} \rangle \rangle$ ។
- III. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' - 3y' + 2y = 2x + 1$ ។
១. ដោះស្រាយសមីការ $(E_1): y'' - 3y' + 2y = 0$ ។ កំណត់ចម្លើយ f នៃ (E_1) ដែល $f(0) = 3$ និង $f'(0) = 4$ ។
 ២. កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យ $g(x) = ax + b$ ជាចម្លើយនៃ (E) ។
- IV. (១៥ពិន្ទុ) ១. រកកូអរដោនេនៃផ្ចិត កំពូល និងកំណុំនៃអេលីប $(E): 4x^2 + 9y^2 - 8x + 36y + 4 = 0$ ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ។
២. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង (E) និងអ័ក្សទាំងពីរនៃតម្រុយ ហើយសង់អេលីប (E) ដោយយក $\frac{4\sqrt{2}}{3} = 1,9$ ។
- V. (៣៥ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មួយ គេដាក់ចំណុច $A(2, 2, 0)$, $B(0, 2, 2)$ និង $C(1, 0, 1)$ ។
១. រកសមីការស្វ៊ែរ (S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វទាំងពីររវាងស្វ៊ែរ (S) និងបន្ទាត់ (d) ដែលមានសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ $x = 1 + t$; $y = 2$ និង $z = 1 + t$ ដែល t ជាចំនួនពិត ។
 ២. រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រផលគុណ $\vec{n} = \vec{CA} \times \vec{CB}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ $\triangle ABC$ ។ រកសមីការប្លង់ (ABC) ។
 ៣. ប្លង់ (ABC) ជួប (Ox) ត្រង់ M និងជួប (Oz) ត្រង់ N ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច M និង N ។ បង្ហាញថា $\vec{AB} = \vec{MN}$ និង $\vec{MA} \cdot \vec{MN} = 0$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា $ABMN$ ជាតុកោណកែង ។
- VI. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន x ដោយ $y = f(x) = -x - \frac{4 \ln x}{x}$ ហើយមានក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(0; \vec{i}; \vec{j})$ មួយ ។

១.គណនា $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(L): y = -x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។ សិក្សាទីតាំងរវាង (C) និង (L) ។

៣.បង្ហាញថាដេរីវេ $f'(x) < 0$ បើគេដឹងថា $x^2 + 4 - 4\ln x > 0$ ចំពោះ $x > 0$ ។សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។បន្ទាត់ (D) ប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុច A ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ (L) ។ រកកូអរដោនេនៃ A និងសមីការនៃ (D) ។

៤.សង់ $(L); (D)$ និង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o; \vec{i}; \vec{j})$ ដោយយក $e = 2, 7; \frac{4}{e} = 1,5$ ។

គេយក $S(a)$ ជាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់កំណត់ដោយក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតទ្រេត (L) ដែលត្រូវនឹង $1 \leq x \leq a$ ។ រកតម្លៃ a ដើម្បីឱ្យ $S(a) = 2$ ឯកតាក្រឡាផ្ទៃ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ៣០

ប្រធាន

- I. (១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីត : $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{2\cos x} - 1}{2\cos 2x + 1}$; $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(a+x)^3} - \frac{1}{a^3}$
- II. (១៥ពិន្ទុ) ១. ដោះស្រាយសមីការ $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$ (I) ក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច ។ រកម៉ូឌុល និង អាក្រូយម៉ង់នៃបូសនីមួយៗរបស់សមីការ(I) ។
 ២. សរសេរ $w = \left(\frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{\sqrt{2} - i\sqrt{2}} \right)^2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- III. (១៥ពិន្ទុ) ១. ដោះស្រាយសមីការ $y'' - 6y' + 8y = 0$ (a) ។
 ២. រកអនុគមន៍ g ដែលជាចម្លើយមួយនៃ(a) ដោយដឹងថាក្រាប(G) របស់វា ប៉ះនឹងបន្ទាត់ដេកមួយនៅត្រង់ $E(0; -1)$ ។
- IV. (១៥ពិន្ទុ) ទេសចរមួយក្រុមមានបុរស 3 នាក់ និងស្ត្រី 5 នាក់ បានឈរជួរគ្នាជាជួរដោយចៃដន្យ ដើម្បីទិញសំបុត្រចូលទស្សនាប្រាសាទអង្គរវត្ត ។
 ១. រកចំនួនរបៀបនៃការឈរជួរគ្នាជាជួររបស់ក្រុមទេសចរនោះ ។
 ២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ :
 $A : \langle \langle \text{ទេសចរដែលឈរនៅមុខគេបង្អស់ជាស្ត្រី} \rangle \rangle$ $B : \langle \langle \text{ទេសចរជាបុរសទាំងអស់ឈរនៅជាប់ៗគ្នា} \rangle \rangle$ ។
- V. (៣៥ពិន្ទុ) មានក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជ ($(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$) គេឱ្យចំណុច $A(-1, 2, 1)$, $B(1, -6, -1)$ និង $C(2, 2, 2)$ ។
 ១. គណនា $\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC}$ ។ កំណត់សមីការប្លង់(P) ដែលកាត់តាមចំណុច A, B និង C ហើយមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ \vec{n} ។ កំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (d) ដែលកាត់តាមចំណុច $J(-2, 0, 0)$ និងមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{u}(3, 0, 1)$ ។
 ២. រកកូអរដោនេនៃផ្ចិត I និង កាំ r នៃស្វ៊ែរ(S) ដែលមានសមីការ $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 2 = 0$ ។
 រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងស្វ៊ែរ(S) និង បន្ទាត់(d) ។
 ៣. គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ។ គណនាចម្ងាយពីចំណុច $D(0, 1, -1)$ ទៅប្លង់(P) ។
- VI. (៣៥ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 6}{x + 2}$ កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x \neq -2$ និងមានខ្សែកោង(C) ។

១. គណនា $f'(x)$ ។ រកតម្លៃបរមានៃ f ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតនៃ (C) ។ គណនាលីមីតនៃ f កាលណា x ខិតទៅ $+\infty, -\infty$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
២. រកសមីការបន្ទាត់នឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x_0 = 1$ ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ A រវាងសមីការបន្ទាត់ប៉ះនិងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ។
៣. សង់ខ្សែកោង (C) សមីការបន្ទាត់ប៉ះនៃ (C) និងអាស៊ីមតូត ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេតែមួយ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) អ័ក្សអាប់ស៊ីស និងបន្ទាត់ $x=1$ និង $x=2$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ : លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ៣១

ប្រធាន

- I. (១០ពិន្ទុ) ១. រកបូស t_1, t_2 នៃសមីការ $-t^2 + 2t - 4 = 0$ ដោយយក t_1 ជាបូសដែលមានផ្នែកនិមិត្តអវិជ្ជមាន ។
 ២. សរសេរ $z = \frac{4t_2}{t_1^3}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- II. (១០ពិន្ទុ) រកចំនួនពិត p និង q ដើម្បីឱ្យ $M(1, 0)$ ជាចំណុចរបត់នៃក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = g(x) = px^3 + qx^2 + \frac{2}{3}$ ។
- III. (១៥ពិន្ទុ) ក្នុងផង់មួយមានបិទពណ៌ក្រហម 8 និងបិទពណ៌ខៀវ 6 ។ គេចាប់យកបិទ 5 ព្រមគ្នាចេញពីផង់ដោយគណនាប្រូបាប ចែងន្យា៖ A: បិទទាំង 5 ពណ៌ក្រហម
 B: បិទ 3 ពណ៌ក្រហម និងបិទ 2 ពណ៌ខៀវ , C: មានបិទពណ៌ខៀវមួយ 1 យ៉ាងតិចក្នុងចំណោមបិទទាំង 5
- IV. (២០ពិន្ទុ) គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) = y'' - 2y' + 5y = nx^2 + px + q$ ។
 ១. ដោះស្រាយសមីការ $(F) : y'' - 2y' + 5y = 0$ ។ រកចម្លើយនៃ (F) បើ $y(0) = 2$ និង $y'(0) = 6$ ។
 ២. រកចំនួនពិត n, p និង q ដោយដឹងថា $y = 2x^2 + 3x + 1$ ជាចម្លើយនៃសមីការ (E) ។ រកចម្លើយទូទៅ y នៃសមីការ (E) ។
- V. (៣៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ ដោយ $y = f(x) = x - 1 + 2e^{-x}$ ហើយមានក្រាប C ។
 ១. រក $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត L_1 នៃក្រាប C ។ បង្ហាញថា f មានអប្បបរមាត្រង់ $x = \ln 2$ ។
 ២. សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។ រកសមីការបន្ទាត់ L_2 ដែលប៉ះក្រាប C ត្រង់ចំណុច $A(0, 1)$ ។
 ៣. សង់បន្ទាត់ L_1, L_2 និងក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេតែមួយ ។ គេឱ្យ $\ln 2 = 0.7$ ។
 ៤. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកបង្កកំណត់ដោយ អាស៊ីមតូតទ្រេត L_1 ក្រាប C បន្ទាត់ឈរ $x = 0$ និង $x = 1$
- VI. (៣៥ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យចំណុច $A(1, 2, 4), B(2, -1, 3)$ និង $C(-2, 3, -2)$ ។
 ១. រកសមីការស្តង់ដារនៃស្វ៊ែរ S ដែលមានផ្ចិត A និង កាំ $r = \frac{1}{2} |\vec{BC}|$ ។ រកសមីការទូទៅនៃប្លង់ P ដែលមានរមែងរឹចទំរង់ \vec{AC} ហើយកាត់តាមចំណុច B ។ រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ d ដែលកាត់តាមចំណុច C ហើយមានរឹចទំរង់ប្រាប់ទិស \vec{AB} ។
 ២. រកចម្ងាយ D_{BA} ពីចំណុច B ទៅ A ។ រកចម្ងាយ D_{Bd} ពីចំណុច B ទៅបន្ទាត់ d ។
 រកចម្ងាយ D_{DP} ពីចំណុច $D(3, -3, -3)$ ទៅប្លង់ P ។
 ៣. រកផ្ទៃក្រឡារបស់ប្រលេឡូក្រាម និងផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ដែលសង់លើរឹចទំរង់ \vec{BA} និង \vec{BC} ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ៣២

ប្រធាន

- I. (១០ពិន្ទុ) គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $x = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ និង $y = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ។
១. គណនា $A = x - y^2$ និង $B = x^2 + x + 1$ ។
 ២. សរសេរ x និង y ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ហើយបង្ហាញថា $C = x^{2013} + y^{2013}$ ជាចំនួនពិត ។
- II. (១៥ពិន្ទុ) គេចង់បង្កើតចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ ដែលខ្ទង់ទាំងបីមានលេខខុសៗគ្នា ដោយយកលេខចេញពីលេខ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ។
១. រកចំនួនករណីអាច ។ ២. រកប្រូបាបដែល ចំនួនមានលេខបីខ្ទង់នេះ ជាពហុគុណនៃ 5 ។
 ៣. រកប្រូបាបដែល ចំនួនមានលេខបីខ្ទង់នេះ ជាចំនួនគូ ។
- III. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យអនុគមន៍ $y = g(x) = xe^{2x}$ ។
១. រកដេរីវេ $g'(x)$ និង $g''(x)$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា អនុគមន៍ g មានអប្បបរមាត្រង់ $x = -0.5$ ។
 ២. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបតាង $y = g(x)$ ត្រង់ $x = 1$ ។
- IV. (២០ពិន្ទុ) គេឱ្យសមីការ $y'' - 4y' + 5y = 0$ (E) ។
១. រកចម្លើយទូទៅ y_R នៃសមីការ (E) ។
 ២. គេដឹងថា $y_p = a \cos x + b \sin x$ ជាចម្លើយពិសេសនៃសមីការ $y'' - 4y' + 5y = 4 \cos x - 12 \sin x$ (F) ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។ រកចំនួនពិត a និង b ហើយទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (F) ។
- V. (៣០ពិន្ទុ) ១. អេលីប E មួយមានសមីការ $25x^2 + 16y^2 - 150x + 64y = 111$ ។
- ក. រកកូអរដោនេនៃផ្ចិត កំពូល និងកំណុំរបស់អេលីប E ។
 - ខ. សង់អេលីប E ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។
 ២. ចំណុច $M(-1, 0, 1)$, $N(0, 1, 2)$ និង $P(1, 2, -1)$ ស្ថិតនៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មួយ ។ ប្លង់ α មួយមានសមីការ $x - 2y + z - 4 = 0$ ។
 - ក. រកកូអរដោនេនៃ $\vec{n} = \vec{MN} \times \vec{MP}$ ហើយទាញរកសមីការប្លង់ β ដែលកាត់តាមចំណុច M, N និង P ។
 - ខ. រកសមីការស្តង់ដារនៃស្វ៊ែរ S មួយដែលមានផ្ចិត M ហើយកាត់តាម N ។ តើប្លង់ α ជួបនឹងស្វ៊ែរ S ឬទេ?
- VI. (៣៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 1 - \frac{2 \ln x}{x}$ ហើយមានក្រាប C ។
១. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។
 ២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣. សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។ គេឱ្យ $e = 2.7, \frac{2}{e} = 0.7$ ។

៤. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់កំណត់ដោយ ក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ៣៣

ប្រធាន

- I. (១០ពិន្ទុ) គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = 2\sqrt{3} - 2i$ និង $b = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ។
១. សរសេរ $Z = a^2 + b^2 + 4ai + \sqrt{2}b$ ជាទម្រង់ពីចតុកោណ។ ២. សរសេរ a, b និង ab ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។
- II. (១៥ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ស (2 គ្រាប់ ដែលមានចុះលេខ 1, 2 និងឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 3 គ្រាប់ ដែលមានចុះលេខ 1, 2, 3 ។ គេចាប់យកឃ្លី 2 គ្រាប់ ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យពីក្នុងប្រអប់នោះ ។
១. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A : គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា ។
២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B : គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 ។
៣. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C : គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 ដោយបានដឹងថា វាមានពណ៌ដូចគ្នា ។
- III. (១៥ពិន្ទុ) ១. កំណត់ចំនួនពិត m, n និង p ដើម្បីឱ្យ $\frac{x^2 + 6x + 5}{(x-2)(x^2 + x + 1)} = \frac{m}{x-2} + \frac{nx + p}{x^2 + x + 1} \quad (x \neq 2)$
២. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_0^1 \frac{x^2 + 6x + 5}{(x-2)(x^2 + x + 1)} dx$
- IV. (២០ពិន្ទុ) គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E_1) : -y'' - y' + 6y = 6x^2 - 2x + 4$ ។
១. ដោះស្រាយសមីការ $(E_2) : -y'' - y' + 6y = 0$ ។
២. រកពហុធាតុ $p(x) = ax^2 + bx + c$ ដែលជាចម្លើយមួយនៃសមីការ (E_1) ។ ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃ (E_1) ។
- V. (៣០ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យបីចំណុច $A(1, 0, 1), B(0, 2, 2)$ និង $C(2, 1, 0)$
១. បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល A ។
២. គណនា $\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចរកសមីការប្លង់ ABC ។
៣. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ d ដែលកាត់តាម $D(1, -1, 3)$ ហើយកែងនឹងប្លង់ ABC ត្រង់ M ។ រកកូអរដោនេចំណុច M ។
- VI. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 2 + \left(\frac{\ln x}{x^2}\right)$ ហើយ មានខ្សែកោង (C) ។
១. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនិងដេកនៃ (C) ។
២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
៣. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) និង អាស៊ីមតូតដេក ។ សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។ គេឱ្យ $e = 2.72, e^{0.5} = 1.65$ ។
៤. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយ ក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក បន្ទាត់ឈរ $x = 1$ និង $x = e^{0.5}$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ៣៤

ប្រធាន

I. (១៥ ពិន្ទុ). គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2 \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)}{\frac{\pi}{4} - x}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin 5x}{\sqrt{5} - \sqrt{5+x}}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 3x}{-2x^2}$ ឃ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{|x|}$

II. (១៥ ពិន្ទុ). គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$ និង $z_2 = -1 - i\sqrt{3}$ ។

- ក. គណនា $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 z_2$ ។
 ខ. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
 គ. បង្ហាញថា z_1 និង z_2 ជាឫសរបស់សមីការ $z^3 - 8 = 0$ ។

III. (១៥ ពិន្ទុ). នៅក្នុងផ្ទះមួយមានប៊ូល 12 ដែលសរសេរពីលេខ 1 ដល់ 12 ។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ចេញពីផ្ទះព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ ។

- ក. រកប្រូបាបដែល គេចាប់បានប៊ូលទាំង 3 មានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 3 ។
 ខ. រកប្រូបាបដែល គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង 3 ។
 គ. រកប្រូបាបដែល គេចាប់បានប៊ូលមានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ័យគុណដែលមានផលសង្ខេប $d = 3$ ។

IV. (៣៥ ពិន្ទុ). f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x - 5 + \frac{8 \ln x}{x} + \frac{9}{x}$ ដែលមានខ្សែកោង (C) ។

- 1 . ក. រក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។
 ខ. រក $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ។
 គ. ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ Δ ដែលមានសមីការ $y = x - 5$ ជាអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង (C) នៅជិត $+\infty$ ។
 ឃ. កំណត់អាស៊ីមតូតនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ Δ និងខ្សែកោង (C) ។

2 . ក. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ x នៅលើ $(0, +\infty)$ គេបាន $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ។

ខ. សិក្សាអថេរភាពនៃ f ដោយដឹងថាសមីការ $g(x) = 0$ មានចម្លើយ $x = 1$ និង $x = \alpha$ ($1 < \alpha$) ។

V. (៤៥ ពិន្ទុ). f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ IR ដោយ $f(x) = 4 - x - 2e^{-x}$ និងមានខ្សែកោង (C) ។

- 1 . ក. រក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។
 ខ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ D ដែលមានសមីការ $y = 4 - x$ ជាអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង (C) ។

គ. តើខ្សែកោង (C) នៅលើឬនៅក្រោមបន្ទាត់ D ចូរបញ្ជាក់ ។

ឃ. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាគ្រប់ចំនួនពិត $x, f(x) = \frac{4e^x - xe^x - 2}{e^x}$ ។

ង. រក $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (ប្រើលទ្ធផល $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$) ។

2 . ក. គណនា $f'(x)$ ។ សិក្សាអថេរភាពនៃ f ។ កំណត់តម្លៃពិតនៃអតិបរមារបស់ f ។

ខ. A ជាចំណុចនៅលើខ្សែកោង (C) ដែលមានអាប់ស៊ីស 0 ។ កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ A

គ. បង្ហាញថាសមីការ $f(x) = 0$ មានចម្លើយតែមួយគត់ដែលគេតាងដោយ β នៅក្នុងចន្លោះ $[-1, 0]$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ៣៥

ប្រធាន

- I. (២០ ពិន្ទុ). គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម : ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x - 1}{1 - \sin x}$
- គ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$ ឃ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{-x} + e^x) \sin^2 x}{2x^2}$ ង. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\ln(x+2) - \ln x - \frac{2}{x+2} + \frac{1}{4} \right]$
- II. (២០ ពិន្ទុ). 1 . គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \sqrt{2}$, $z_2 = -i\sqrt{2}$ និង $z_3 = +i\sqrt{2}$ ។
 ក. គណនា $z_1 + z_2$, $z_1 + z_3$, $(z_1 + z_2)(z_1 + z_3)$ ។
 ខ. កំណត់ម៉ូឌុល និងអាក្យុយម៉ង់នៃ $z_1 + z_2$, $z_1 + z_3$, $\left(\frac{z_1 + z_3}{z_1 + z_2} \right)^2$ ។
 2 . គណនា i^n ចំពោះតម្លៃនៃចំនួនវិជ្ជាទីប $n \geq 1$ ។ ទាញយកតម្លៃ $i^{2015} - i^{2014}$ ។
- III. (១៥ ពិន្ទុ). ក្នុងផ្នែករៀនមួយមានសិស្សអាស៊ី 4 នាក់ សិស្សអាហ្វ្រិក 2 នាក់ សិស្សអឺរ៉ុប 3 នាក់ ។ គេរៀបចំជាក្រុមស្វ័យសិក្សា ក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស 3 នាក់ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម :
 ក. យ៉ាងតិចមានសិស្ស 2 នាក់ជាសិស្សអាស៊ី ។ ខ. យ៉ាងតិចមានសិស្ស 2 នាក់ជាសិស្សអឺរ៉ុប ។
 គ. មានសិស្សម្នាក់ក្នុងមួយទ្វីប ។
- IV. (៣៥ ពិន្ទុ). គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $I = (0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{x + \ln x}{x^2}$ ។
 A . h ជាអនុគមន៍កំណត់លើ I ដោយ $h(x) = -x + 1 - 2 \ln x$ ។
 គណនា $h(1)$ និងសិក្សាអថេរភាពនៃ $h(x)$ ដោយមិនតម្រូវឱ្យគណនាលីមីតនៃ $h(x)$ ត្រង់ 0 និងត្រង់ $+\infty$ ឡើយ
 B . 1. គណនាលីមីតនៃ $f(x)$ ត្រង់ 0 និងត្រង់ $-\infty$ ។
 2. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ នៃអនុគមន៍ $f(x)$ ។
 3. បង្ហាញថានៅលើ I , $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $h(x)$ ។
 4. ទាញអថេរភាពនៃ $f(x)$ លើ I និងសង់ក្រាប (C) នៃ $f(x)$ នៅលើប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។
- V. (១៥ ពិន្ទុ). គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' + 4y = x^2 + 2x - 1$ ។
 ក. រកអនុគមន៍ $f_1(x) = ax^2 + bx + c$ ជាចម្លើយរបស់សមីការ (E) ។
 ខ. បង្ហាញថាបើ $f(x)$ ជាចម្លើយរបស់សមីការ (E) នោះ $g(x) = f(x) - f_1(x)$ ជាចម្លើយរបស់សមីការ $y'' + 4y = 0$

- VI. (២០ ពិន្ទុ). ក. ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(2, 2, 1)$, $B(4, -2, 0)$, $C(3, 1, 1)$ និង $D(1, 5, 2)$ ។ បង្ហាញថាចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាមនេះ ។
- ខ. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $A(2, 2, 1)$ និង $B(4, -2, 0)$, ។
- គ. រកសមីការប្លង់ដែលកាត់តាម $A(2, 2, 1)$, $B(4, -2, 0)$ និង $C(3, 1, 1)$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ៣៦

ប្រធាន

- I. (១៥ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$ និង $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ ។
 ១ គណនា $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \times z_2$ ។ ២ រកម្រងត្រីកោណចំនួនកុំផ្លិចសរសេរ $z_1 - z_2, z_1 \times z_2$ ។
- II. (១៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីត ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 8}{\sqrt{x+2} - 2}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin^2 x}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 3x}{x}$ ។
- III. (១០ពិន្ទុ) ក្នុងស្បែងមួយមានប៊ូលពណ៌ស ៣ ប៊ូលពណ៌ខៀវ ៣ និងប៊ូលពណ៌ក្រហម២ ។ គេចាប់យកប៊ូលម្តង ៣ ក្នុងពេលតែមួយចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ ។ គេសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ូលនីមួយៗជាសមប្រូបាប ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖
 A. យ៉ាងតិចមានប៊ូលពីរពណ៌ខៀវ ។ B. ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ខុសៗគ្នា ។
- IV. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល ក. $I = \int_1^2 \left(\frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} + 3 \right) dx$ ខ. $f(x) = -\frac{2-x}{(x-1)^2}$ ។ បង្ហាញថា
 $f(x) = -\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x-1}$, គណនា $K = \int_{-1}^0 f(x) dx$ ។
- V. (២៥ពិន្ទុ) A. គេមានវ៉ិចទ័រ $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{w} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$
 រកវ៉ិចទ័រ ក. $\vec{u} + \vec{v}$ ខ. $\vec{w} \times \vec{u}$ គ. $\vec{w} \times \vec{v}$
 B. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីបដែលមានកំណុំមួយជាចំណុចមានកូអរដោនេ $(-1, 0)$ និងចំណុចកំពូលពីរមានកូអរដោនេ $(-3, 0)$ និង $(3, 0)$ ។ សង់អេលីបនេះ ។
- VI. (ពិន្ទុ១០) គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) : y' + 2y = 2 \frac{e^{-x}}{1 + 2e^x}$
 ១. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាអនុគមន៍ f ដែល $f(x) = e^{-2x} \ln(1 + 2e^x)$ ជាចម្លើយនៃសមីការ (E) ។
 ២. បង្ហាញអនុគមន៍ φ ជាចម្លើយនៃ (E) លុះត្រាតែ $(\varphi - f)$ ជាចម្លើយនៃសមីការ $(E') : y' + 2y = 0$ ។
- VII. (៣៥ពិន្ទុ) A. គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = x^2 + \ln x$ ។
 ១. a. បង្ហាញថា ជាអនុគមន៍កើនដាច់ខាតលើ ។
 b. គណនា $g(1)$ ។
 ២. a. ទាញយកពិសេសនៃសំណួរទី១បញ្ជាក់លទ្ធផលខាងក្រោម៖បើ $x \geq 1$ នោះ $x^2 + \ln x \geq 1$ និងបើ $0 < x \leq 1$ នោះ $x^2 + \ln x \leq 1$ ។
 b. កំណត់សញ្ញានៃកន្សោម $x^2 + \ln x - 1$ កាលណា x នៅលើ $(0, +\infty)$ ។
 B. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x + 1 - \frac{\ln x}{x}$ និងតាងដោយ C ក្រាបរបស់វាក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(0, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ (យើងដឹងថា $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) ។

២. បង្ហាញថាដេរីវេនៃអនុគមន៍ f គឺ $f'(x) = \frac{x^2 + \ln x - 1}{x^2}$ ។

៣. ប្រើលទ្ធផលនៃសំណួរ A សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ និងសង់តារាងអាក្រក់នៃ f លើ $(0, +\infty)$ ។

៤. a . បង្ហាញថាបន្ទាត់ Δ មានសមីការ $y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ $+\infty$ ។

b . សិក្សាទីតាំង C ធៀបនឹង Δ និងបញ្ជាក់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ I រវាងក្រាប និង សង់ នឹងក្រាប C ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ : លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ៣៧

ប្រធាន

- I. (១៥ ពិន្ទុ). គណនាលីមីត : ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{x^2+2-3x}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{x^3-27}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin 5x}{x}$
- II. (១៥ ពិន្ទុ). គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \sqrt{3} - i$, $z_2 = (1 - \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})i$ និង $z_3 = -\frac{1}{2}$ ។ គណនា $z_1 + z_2$, $(z_1 + z_2) \times z_3$ ។ សរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រចំនួនកុំផ្លិច $z = (z_1 + z_2) \times z_3$ ។ ទាញយកតម្លៃនៃ z^3 ។
- III. (១៥ ពិន្ទុ). គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int_0^2 (6x^2 - 3x - 1)dx$, $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 - 2 \sin^2 x)dx$ ។ គេមាន f កំណត់លើ IR^* ដោយ $f(x) = -2\left(\frac{x+1}{x^2}\right)$ ។ បង្ហាញថា $f(x) = -\frac{2}{x} - \frac{2}{x^2}$ ។ គណនា $K = \int_1^e f(x)dx$ ។ ($\ln e = 1$) ។
- IV. (១០ ពិន្ទុ). ក្នុងចុងមួយមានប៊ូល 15 ដែលចែកជាប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន 7 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង 7 នេះតាមលេខរៀងពី 1 ដល់ 7 រួចប៊ូលខៀវចំនួន 5 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង 5 នេះតាមលេខរៀងពី 1 ដល់ 5 ចុងក្រោយប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន 3 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង 3 នេះតាមលេខរៀងពី 1 ដល់ 3 ។ គេចាប់យកប៊ូលមួយចេញពីចុងដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម :
 A: ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង ។ B: ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស ។
 C: ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតងនិងលេខសេស ។
- V. (២៥ ពិន្ទុ). ១. គេមានសមីការ $18x^2 + 10y^2 = 90$ ។
 ក. បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប ។ រកប្រវែងអ័ក្សធំ ប្រវែងអ័ក្សតូច និងកូអរដោនេនៃកំណុំទាំងពីរ ។
 ខ. សង់អេលីបនេះ ។
 ២. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $M(2, 3, 4)$, $N(3, 5, 6)$, $P(4, 6, 7)$ និង $Q(3, 4, 5)$ ។
 ក. រកវ៉ិចទ័រ \overrightarrow{MN} , \overrightarrow{QP} ។
 ខ. ទាញបង្ហាញថា ចតុកោណ $MNPQ$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។
- VI. (១០ ពិន្ទុ). ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' + 2y' - 3y = 0$ ។
 ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល $y(0) = 1$, $y'(0) = e$ ។
 (e ជាចំនួនពិតដែល $\ln e = 1$)
- VII. (៣៥ ពិន្ទុ). គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ IR ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$ ។ គេតាង (C) ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។
 ១. a. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$ ។
 b. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប (C) ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = x + 2$ ។

២. a. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x , $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3} \right)^2$ ។
 b. សិក្សាអថេរភាពនៃ f លើ IR និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
៣. a. តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុច I ដែលមានអាប់ស៊ីស $\ln 3$ ។
 b. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប (C) ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_2 ។
៤. a. បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះ d_3 ទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីសសូន្យមានសមីការ $y = \frac{1}{4}x + 1$ ។
 b. ដោយសន្មតថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) និងក្នុងតម្លៃប្រហែលនៃ $\ln 3$ ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ d_1, d_2, d_3 ។ (ក្នុងតម្រុយនេះមួយឯកតាស្មើ $2cm$) ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មន្ត្រីប្រឡង :
 លេខបង្គាប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ឋានៈបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ៣៨

ប្រធាន

- I. (១៥ ពិន្ទុ). គណនាលីមីត ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{x^3-x^2+x-1}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{-x}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{\sin x}$
- II. (១០ ពិន្ទុ). ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សៗក្រៃចំនួន 10 នាក់ ដែលក្នុងនោះ 4 នាក់ជាសិស្សស្រី និង 6 ជាសិស្សប្រុស ។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុម ក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស 4 នាក់ដោយចៃដន្យ យកទៅប្រកួតជាមួយសិស្សសាលាដទៃ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម :
 A : “ ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី ” , B : “ ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស ”
 C : “ ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស ”
- III. (១៥ ពិន្ទុ). គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 1+i\sqrt{3}$ និង $z_2 = 6\left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4}\right)$
 a . សរសេរ z_1 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ b . រកម៉ូឌុល និងអាក្យុយម៉ង់ z_1^3
 c . សរសេរផលគុណ $z_1 \times z_2$ ជាទម្រង់ពិជគណិត ។
- IV. (២៥ ពិន្ទុ). 1. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(-2, 1, 0)$, $B(0, 1, 1)$, $C(1, 2, 2)$ និង $D(0, 3, -4)$ ។
 a . រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CD}$
 b . គណនាប្រវែង AB, AC, AD, BD និង CD ។ ទាញបង្ហាញថាត្រីកោណ ABC និង ACD កែងគ្នា ។
 2. គេឱ្យសមីការ $9y^2 - 16x^2 = 144$ ។ បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអ៊ីពែរបូល ។ រកកូអរដោនេរបស់កំពូលទាំងពីរ និងកំណុំទាំងពីរនៃអ៊ីពែរបូល ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតរបស់អ៊ីពែរបូលនេះ និងសង់អ៊ីពែរបូលនេះ ។
- V. (១៥ ពិន្ទុ). គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int_1^3 (x-2+3x^2)dx$, $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin 2x - \cos x)dx$
 $K = \int_0^1 \frac{x^3 + (x+1)^2}{x^2 + 1} dx$ ។ ដើម្បីគណនា K យើងត្រូវបង្ហាញថា $\frac{x^3 + (x+1)^2}{x^2 + 1} = x + 1 + \frac{x}{x^2 + 1}$ ។
- VI. (១០ ពិន្ទុ). ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល : $(E): y'' - 3y' + 2y = 0$ ។
 ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល $y(0) = 1$ និង $y'(1) = 2e^2$ ។
- VII. (៣៥ ពិន្ទុ). គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ IR ដោយ $f(x) = x + \frac{1-3e^x}{1+e^x}$ ។ គេតាងដោយ (C) ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

- 1 . បង្ហាញថា $f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{1+e^x}$ និងគណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ d_1 ដែលមាន សមីការ $y = x + 1$ អាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ $-\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប (C) ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_1 ។
- 2 . គណនាលីមីត f ត្រង់ $+\infty$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ d_2 ដែលមានសមីការ $y = x - 3$ អាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ $+\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប (C) ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_2 ។
- 3 . a . គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងបង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនពិត $x, f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ ។
 b . សិក្សាអថេរភាពនៃ f រួចសង្ខេបតារាងអថេរភាពនៃ f ។ សង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូត d_1 និង d_2 របស់វា ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាទុតិយភូមិ
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មន្ត្រីប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ៣៩

ប្រធាន

- I. (១០ ពិន្ទុ). ក្នុងផែនដ្ឋមានឃ្លីពណ៌សចំនួន 2 ឃ្លីពណ៌ក្រហមចំនួន 4 និងឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន 4 ។ គេចាប់យកឃ្លីម្តង 3 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍
 A “ ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ក្រហម ” , B “ យ៉ាងតិចមានឃ្លី 2 មានពណ៌ខៀវ ” , C “ ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ខុសៗគ្នា ” ។
- II. (១៥ ពិន្ទុ). គណនាលីមីត : ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2(x-2)+x^2+x-1}{1-x}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x}{\sin 3x}$ គ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin x - \sqrt{3} \cos x}{2(\pi - 3x)}$
- III. (១៥ ពិន្ទុ). គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 3 + 3i\sqrt{3}$ និង $z_2 = \sqrt{3} + i$ ។
 ក. គណនា $z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ។ ខ. សរសេរ $z_1 \times z_2$ និង $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^3$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
 គ. សរសេរ $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^3$ ជាទម្រង់ពិជគណិត ។
- IV. (១៥ ពិន្ទុ). គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int_1^2 (2-x+x^2)dx$, $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\cos 2x - \frac{1}{2} \cos 4x \right) dx$,
 $K = \int_2^3 \left(3x - 2 + \frac{1}{x-1} \right) dx$
- V. (២៥ ពិន្ទុ). 1. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យចំណុច
 $A(1, 2, 3)$, $B(3, 0, 1)$, $C(-1, 0, 1)$ និង $D(2, 1, 2)$ ។
 a . រកវ៉ិចទ័រ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} និង \overrightarrow{BC} ។ b . បង្ហាញថាចំណុច A, B និង C មិននៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។
 c . បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រ $\vec{n}(0, 1, -1)$ ជាវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ទៅនឹងប្លង់ (ABC) ។
 2. គេមានសមីការ $(2x+3y)^2 = 12(xy+3)$ ។
 បង្ហាញថាសមីការខាងលើនេះជាសមីការអេលីប ។ រកប្រវែងអ័ក្សតូច អ័ក្សធំ កូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ និងសង់អេលីបនេះ ។
- VI. (១០ ពិន្ទុ). a . ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y''+4y'=5y$ ។
 b . រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) បើគេដឹងថាក្រាប (C) នៃអនុគមន៍ចម្លើយនេះកាត់តាមចំណុច $(0, 3)$ ហើយបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -3 ។
- VII. (៣៥ ពិន្ទុ). គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(1, +\infty)$ ដោយ $f(x) = -x + 4 + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ ។ គេតាងដោយ (C) ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។
 1. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ 1 និងត្រង់ $+\infty$ ។

2. ស្រាយបំភ្លឺថានៅលើ $(1, +\infty)$ គេបានដេរីវេនៃអនុគមន៍ f គឺ $f'(x) = \frac{-(x^2+1)}{(x+1)(x-1)}$ ។ សិក្សាអថេរភាពនៃ អនុគមន៍ f និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f លើ $(1, +\infty)$ ។
3. a. បង្ហាញថាបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = -x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ $+\infty$ ។
 b. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ x លើ $(1, +\infty)$, $\frac{x+1}{x-1} > 1$ និងទាញយកការប្រៀបធៀបទីតាំងនៃ (C) ធៀបនឹង d_1 ។
4. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចនៅលើ (C) ដែលបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $-\frac{5}{3}$ និងសរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះ d_2 នេះ ។ សង់ក្រាប (C) អាស៊ីមតូត d_1 និងបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ។ ប្រើតម្លៃប្រហែល $\ln 3 = 1.1$ និងក្រាប (C) កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ចំណុច $(4.5, 0)$ ។

ក្រុមប្រឡងសញ្ញាបត្របឋមសិក្សាធុនតូច
 សម័យប្រឡង : ឆ្នាំ ២០២០
 វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ (វិទ្យាសាស្ត្រ)
 ពិន្ទុ : ១២៥ រយៈពេល : ១៥០ នាទី

មណ្ឌលប្រឡង :
 លេខបន្ទប់ :លេខតុ :
 ឈ្មោះបេក្ខជន :
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន :

វិញ្ញាសាទី ៤០

ប្រធាន

១. (១៥ ពិន្ទុ). គណនាលីមីត : ក. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{x^2 + 2x + 3} - (x+1)]$, ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x \sin x}{1 - \cos^2 x}$, គ. $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin x}{\sin^4 x - 1}$ ។
២. (១០ ពិន្ទុ). ក្នុងចំណោមមូលដ្ឋាន 16 ដែលគេសរសេរលេខពី 1 ដល់ 16 ។ គេចាប់យកមូលដ្ឋាន 3 ចេញពីចំណោមដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:
 A : “ គេចាប់បានមូលដ្ឋានទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 4 ” ។ B : “ គេចាប់បានមូលដ្ឋានទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែមិនអាចចែកដាច់នឹង 5 ” ។
 C : “ គេចាប់បានមូលដ្ឋានតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង 4 ” ។
៣. (១៥ ពិន្ទុ). a. ដោះស្រាយនៅក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច C សមីការ : $z^2 - 8z + 64 = 0$ ។
 b. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 4 + 4\sqrt{3}i$ និង $z_2 = 4 - 4\sqrt{3}i$ ។ សរសេរ $(2z_1 + \bar{z}_2)$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ និងគណនា $(2z_1 + \bar{z}_2)^3$ ។ (យើងតាងដោយ \bar{z}_2 ជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃចំនួនកុំផ្លិច z_2)
៤. (១៥ ពិន្ទុ). គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$, $J = \int_0^{\ln 6} (e^x - 1) dx$, $K = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin^4 x \cos x \right] dx$
៥. (២៥ ពិន្ទុ). ក. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ។ គេមានចំណុច $A(1; -1; 4)$, $B(7; -1; -2)$ និង $C(1; 5; -2)$
 1. a. គណនាកូអរដោនេរបស់វ៉ិចទ័រ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BC} ។ b. ស្រាយបំភ្លឺថាចំណុច A, B និង C កំណត់បានប្លង់មួយ ។
 c. បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រ $\vec{n}(1; 1; 1)$ ជាវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ទៅនឹងប្លង់ (ABC) ។ d. ទាញបង្ហាញសមីការរបស់ប្លង់ (ABC) ។
 2. បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស ។
 ខ. គេមានប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការទូទៅ : $y^2 + 4y - 8x - 12 = 0$ ។ ចូរបម្លែងសមីការនេះជាទម្រង់សមីការ ។
 ស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល ។ ចូររកកូអរដោនេនៃកំពូល កំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសរួចសង់ប៉ារ៉ាបូលនេះ ។
៦. (១០ ពិន្ទុ). គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' + 4y' + 3y = 2y' + 5y$ (E) ។ ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលនេះ ។
 បង្ហាញថាអនុគមន៍ $y = -e^{-2x} + 2e^x$ ជាចម្លើយពិសេសមួយនៃមីការ (E) ។
៧. (៣៥ ពិន្ទុ). អនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0; +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x} - \ln x$; គេតាង (C) ក្រាបរបស់អនុគមន៍ f ក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{k}) ។
 1. a. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ x នៅលើ $(0; +\infty)$ គេអាចសរសេរ : $f(x) = x\left(1 - \frac{\ln x}{x} - \frac{2}{x^2}\right)$ និង $f(x) = \frac{1}{x}(x^2 - x \ln x - 2)$ ។
 b. ដោយប្រើលទ្ធផលនេះដើម្បីគណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ 0 និងត្រង់ $+\infty$ ។
 2. a. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ នៃអនុគមន៍ $f(x)$ និងបង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ x លើ $(0; +\infty)$, $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $(x^2 - x + 2)$ ។
 b. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចសង់តារាងអថេរភាពរបស់វា ។
 3. a. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុច A នៅលើ (C) ដែលមានអាប់ស៊ីសស្មើ 1 ។
 b. រកកូអរដោនេចំណុច B នៃ (C) ដែលបន្ទាត់ប៉ះទៅ (C) ត្រង់ B ស្របនឹងបន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y = x$ ។
 ៤. សងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ A និងត្រង់ B ។ (គេឱ្យតម្លៃ $\ln 2 = 0,7$)