ជ្រើសរើសសម្រាំងពិសេស

សិក្សាអនុគមន៍លោការីតនេពែ

លំហាត់និងដំណោះស្រាយ

ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

រៀបរៀងដោយ លឹម ផល្គុន

សាស្ត្រាចារ្យគណិតវិទ្យាសាលាមហាសាស្ត្រា

ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំយុវជននិងកីឡា

លំហាត់ទី០១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=x^2-2-2\ln x+(\ln x)^2$

(C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរគណនាលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា $x\to 0^+$ និង $x\to+\infty$ ។

២.ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\frac{2}{x}\left(x^2-1+\ln x\right)$ ។

៣.គេយក $g(x)=x^2-1+\ln x$ គ្រប់ $x>0$ ។

ក)គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនលើ $(0,+\infty)$ ។

ខ)គណនា $g(1)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0,1)$ និង $(1,+\infty)$ ។

៤.ប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0,+\infty)$ ។

រក $f(1)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.គណនា $f\left(\frac{1}{e}\right)$ និង $f(2)$ រួចចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x)=0$ មានឫស

ពីរ α និង β ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{1}{e}<\alpha<1<\beta<2$ ។ ចូរសង់ក្រាប (C) ។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនាលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា $x\to 0^+$ និង $x\to+\infty$

យើងមាន $f(x)=x^2-2-2\ln x+(\ln x)^2$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left[x^2-2-2\ln x+\left(\ln x\right)^2\right]=+\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x^2-2-2\ln x+\left(\ln x\right)^2\right]$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left[x^2\left(1-\frac{2}{x^2}-\frac{2\ln x}{x^2}+\frac{(\ln x)^2}{x^2}\right)\right]=+\infty$$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ ។

២.ស្រាយថាគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\frac{2}{x}\left(x^2-1+\ln x\right)$

យើងមាន $f(x)=x^2-2-2\ln x+(\ln x)^2$

យើងបាន $f'(x)=2x-\frac{2}{x}+\frac{2\ln x}{x}=\frac{2}{x}\left(x^2-1+\ln x\right)$ ពិត

ដូចនេះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\frac{2}{x}\left(x^2-1+\ln x\right)$ ។

៣. ក)គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនលើ $(0,+\infty)$

យើងមាន $g(x)=x^2-1+\ln x$ គ្រប់ $x>0$

យើងបាន $g'(x)=2x+\frac{1}{x}=\frac{2x^2+1}{x}$ ។

ដោយគ្រប់ $x>0$ យើងមាន $g'(x)=\frac{2x^2+1}{x}>0$ នោះ g ជាអនុគមន៍កើន

ជានិច្ចលើចន្លោះ $(0,+\infty)$ ។

ខ)គណនា $g(1)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0,1)$ និង $(1,+\infty)$

យើងបាន $g(1)=1-1+\ln 1=0$ ។

ដោយ g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើចន្លោះ $(0,+\infty)$ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋាន

សញ្ញានៃ $g(x)$ ដូចតទៅ៖

ចំពោះគ្រប់ $x\in(0,1): g(x)<0$ ។

ចំពោះគ្រប់ $x\in(1,+\infty): g(x)>0$ ។

៤.បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0,+\infty)$

ដោយ $f'(x)=\frac{2}{x}\left(x^2-1+\ln x\right)=\frac{2g(x)}{x}$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ ។

ដូចនេះចំពោះគ្រប់ $x\in(0,1): f'(x)<0$ និងគ្រប់ $x\in(1,+\infty): f'(x)>0$ ។

រក $f(1)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងបាន $f(1)=1^2-2-2\ln 1+(\ln 1)^2=1-2=-1$ ។

ដូចនេះ $f(1)=-1$ ។

x	0 1 $+\infty$
$f'(x)$	$-$ 0 $+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘ -1 ↗ $+\infty$

៥.គណនា $f\left(\frac{1}{e}\right)$ និង $f(2)$ រួចស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x)=0$ មានឫស

ពីរ α និង β ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{1}{e}<\alpha<1<\beta<2$ ៖

យើងមាន $f(x)=x^2-2-2\ln x+(\ln x)^2$

យើងបាន $f\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1}{e^2}-2-2\ln\frac{1}{e}+\left(\ln\frac{1}{e}\right)^2=0.2-2+2+1=1.2$

និង $f(2)=2^2-2-2\ln 2+(\ln 2)^2=4-2-2(0.7)+(0.7)^2=1.09$ ។

ដូចនេះ $f\left(\frac{1}{e}\right)=1.2$ និង $f(2)=1.09$ ។

គេមាន $f(1)=-1$ ហើយ $f\left(\frac{1}{e}\right)=1.2$ និង $f(2)=1.09$

ដោយ $f\left(\frac{1}{e}\right)f(1)=-1.2<0$ និង $f(1)f(2)=-1.09<0$

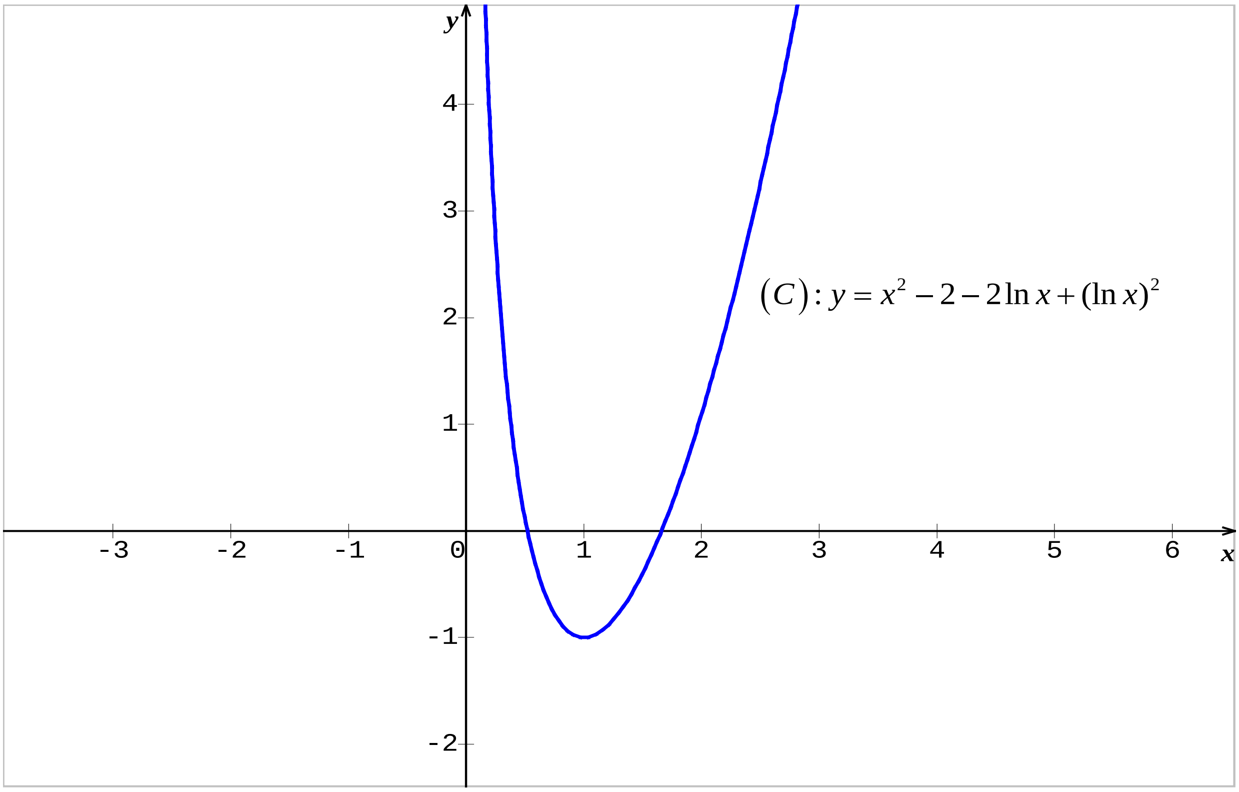
នោះតាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាលយ៉ាងហោចណាស់មាន $\alpha\in\left(\frac{1}{e},1\right)$ និង

$\beta\in(1,2)$ ដែល $f(\alpha)=0$ និង $f(\beta)=0$ ។

ដូចនេះសមីការ $f(x)=0$ មានឫសពីរ α និង β ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

$\frac{1}{e}<\alpha<1<\beta<2$ ។

សង់ក្រាប(C) ៖



លំហាត់ទី០២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ$\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 4 - e^x$ មានក្រាប(C)។

១.រកលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា $x \to -\infty$ និង $x \to +\infty$ ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y = x + 4$ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)កាលណា $x \to -\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C)និង(d)។

៣.គណនាដេរីវេ $f'(x)$រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គណនា $f(-2), f(-1)$, $f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប(C)នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ។

៥.គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង(C)និងអក្ស័(ox)និងបន្ទាត់ឈរ $x = -3$ និង $x = 1$ ។(គេឲ្យ $e = 2.7$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$)

ដំណោះស្រាយ

១.រកលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា $x\to-\infty$ និង $x\to+\infty$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+4-e^{x}\right)=-\infty$

និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+4-e^{x}\right)=+\infty$ ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y=x+4$ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)កាលណា $x\to-\infty$

យើងមាន $f(x)-y=-e^{x}$ ដោយ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-y\right]=-\lim\limits_{x\to-\infty}\left(e^{x}\right)=0$

ដូចនេះ$(d): y=x+4$ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C)កាលណា $x\to-\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C)និង(d)៖

យើងមាន $f(x)-y=-e^{x}<0\ \forall x\in\mathbb{R}$

ដូចនេះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅពីក្រោមបន្ទាត់(d) ជានិច្ច។

៣.គណនាដេរីវេ $f'(x)$រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f

យើងមាន $f(x)=x+4-e^{x}$

យើងបាន $f(x)=1-e^{x}$ ។

បើ $f'(x)<0\Leftrightarrow 1-e^{x}<0\Leftrightarrow x>0$

បើ $f'(x)=0\Leftrightarrow 1-e^{x}=0\Leftrightarrow x=0$

បើ $f'(x)>0\Leftrightarrow 1-e^{x}>0\Leftrightarrow x<0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

៤.គណនា $f(-2), f(-1)$, $f(1)$ និង $f(2)$

យើងមាន $f(x)=x+4-e^{x}$

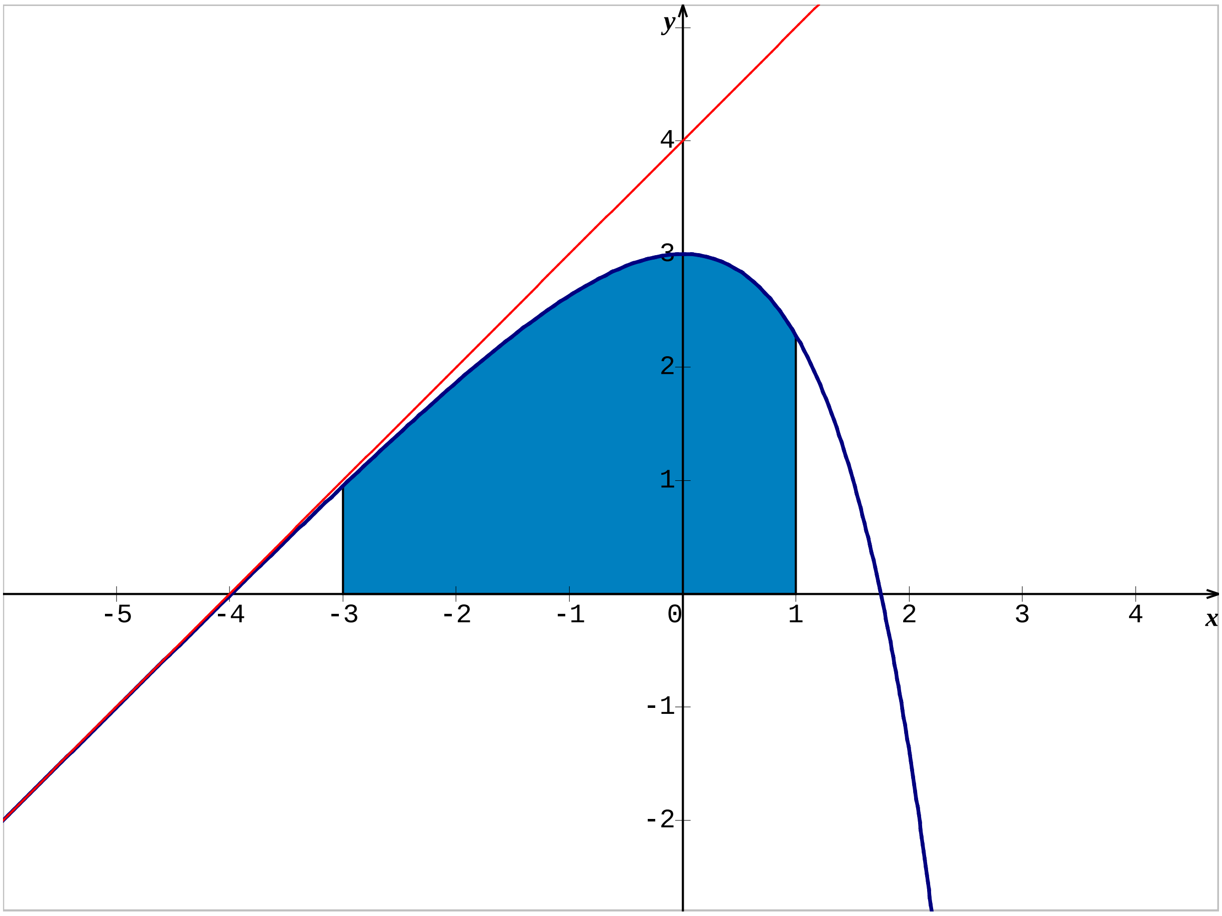
យើងបាន $f(-2)=-2+4-e^{-2}=2-0.2=1.8$

$f(-1)=-1+4-e^{-1}=3-0.4=2.6$

$f(1)=1+4-e=5-2.7=2.3$

$f(2)=2+4-e^{2}=6-7.3=-1.3$

សង់ក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$



៥.គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) និងអក្ស (ox) និង

បន្ទាត់ឈរ $x=-3$ និង $x=1$ ៖

យើងបាន $S=\int_{-3}^{1} f(x)dx=\int_{-3}^{1}\left(x+4-e^{x}\right)dx$

$$=\left[\frac{x^2}{2}+4x-e^x\right]_{-3}^{1}$$

$$=\left(\frac{1}{2}+4-e\right)-\left(\frac{9}{2}-12-e^{-3}\right)$$

$$=\frac{1}{2}+4-e-\frac{9}{2}+12+e^{-3}=12-e-\frac{1}{e^3}$$

ដូចនេះ $S=12-e-\frac{1}{e^3}$ (ឯកតាផ្ទៃ)

លំហាត់ទី០៣

អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ដោយ y= $f(x)=2+\frac{\ln x}{x^2}$

ហើយមានខ្សែកោង (C) ។

១-គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃ(C) ។

២-គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣-កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (c) ជាមួយ អាស៊ីមតូតដេករបស់វា ។ចូរសង់ (c) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់$(o,\vec{i},\vec{j})$។

៤-គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយខ្សែកោង(c) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករបស់វា និងបន្ទាត់ឈរ $x=1$; $x=e^{0.5}$ ។($e=2.72$; $e^{0.5}=1.65$)

ដំណោះស្រាយ

1)គណនាលីមីត

គេមាន $f(x)=2+\frac{\ln x}{x^2}$

គេបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(2+\frac{\ln x}{x^2})=2$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=0$

ហើយ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(2+\frac{\ln x}{x^2}\right)=-\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{x^2}=-\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$ ។

ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតនៃក្រាប ៖

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$

ដូចនេះបន្ទាត់ $y=2$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតដេក និង $x=0$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប ។

2)គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ៖

គេមាន $f(x)=2+\dfrac{\ln x}{x^2}$ គ្រប់ $x>0$

គេបាន $f'(x)=(2+\dfrac{\ln x}{x^2})'$

$$=\frac{(\ln x)'x^2-(x^2)'\ln x}{x^4}=\frac{\frac{1}{x}.x^2-2x.\ln x}{x^4}=\frac{x(1-2\ln x)}{x^3}=\frac{1-2\ln x}{x^3}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{1-2\ln x}{x^3}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

គេមាន $f'(x)=\dfrac{1-2\ln x}{x^3}$ ដោយ $x^3>0\ \forall x>0$ នោះ f' មានសញ្ញាដូចភាគយក $1-2\ln x$ ។

-បើ $1-2\ln x=0$ នោះ $\ln x=\dfrac{1}{2}$ គេទាញ $x=e^{\frac{1}{2}}$ ឬ $x=\sqrt{e}$ ។

-បើ $1-2\ln x>0$ នោះ $0<x<\sqrt{e}$

-បើ $1-2\ln x<0$ នោះ $x>\sqrt{e}$

ចំពោះ $x=\sqrt{e}$ គេបាន $f(\sqrt{e})=2+\dfrac{\ln\sqrt{e}}{e}=2+\dfrac{1}{2e}=2.184$

តារាងអថេរភាព ៖

x	0		$\sqrt{e}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2.184	$\searrow$	0

3)រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប និងអាស៊ីមតូតដេក ៖

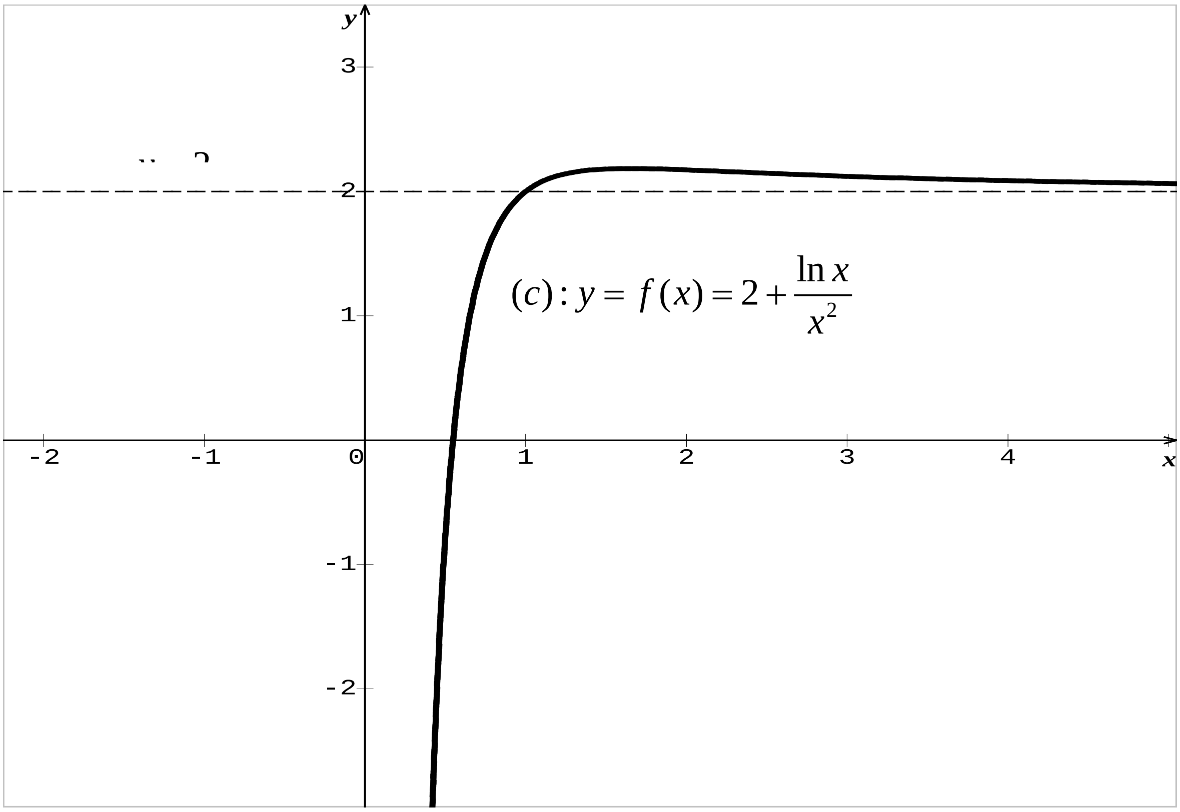
ប្រសព្វរវាងក្រាប និងអាស៊ីមតូតដេកជាចម្លើយនៃប្រពន្ធ័សមីការ ៖

$$\begin{cases} y = 2 + \dfrac{\ln x}{x^2} \\ y = 2 \end{cases}$$

សមីការអាប់ស៊ីស $2 + \dfrac{\ln x}{x^2} = 2$ ដោយ $x > 0$ នោះសមីការសមមូល

$\ln x = 0$ នោះ $x = 1$ ហើយ $y = 2$ ។ដូចនេះ $A(1\,,2)$ ។

សង់ក្រាប $(c): y = 2 + \dfrac{\ln x}{x^2}$



គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយក្រាប (c) និងអាស៊ីមតូតដេកក្នុង $[1, \sqrt{e}]$ ៖

$$S = \int_1^{\sqrt{e}} \left[(2 + \frac{\ln x}{x^2}) - 2 \right].dx = \int_1^{\sqrt{e}} \ln x.\frac{dx}{x^2}$$

តាង $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = \dfrac{dx}{x^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{1}{x}.dx \\ v = -\dfrac{1}{x} \end{cases}$

គេបាន $S=\left[-\frac{\ln x}{x}\right]_1^{\sqrt{e}}+\int_1^{\sqrt{e}}\frac{dx}{x^2}=\left[-\frac{\ln x}{x}-\frac{1}{x}\right]_1^{\sqrt{e}}$

$$=\left[-\frac{1}{2\sqrt{e}}-\frac{1}{\sqrt{e}}\right]-[0-1]=-\frac{3}{2\sqrt{e}}+1=\frac{2\sqrt{e}-3}{2\sqrt{e}}$$

ដូចនេះ $S=\frac{2\sqrt{e}-3}{2\sqrt{e}}=\frac{2(1.65)-3}{2(1.65)}=0.08$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។

លំហាត់ទី០៤

អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x>0$ ដោយ $y=f(x)=1-\frac{2\ln x}{x}$ មានក្រាប C ។

១-រក $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាបC ។

២-គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣-សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។ គេឲ្យ $e=2.7$, $\frac{2}{e}=0.7$

៤-គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់កំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$ ។

ដំណោះស្រាយ

១-រក $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

គេបាន $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(1-\frac{2\ln x}{x})=+\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$ ។

និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(1-\frac{2\ln x}{x})=1$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ ។

រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីតតូតដេកនៃក្រាបC ៖

ដោយ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ នោះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ និង $y=1$ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាបC ។

២-គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

គេមាន $f(x)=1-\frac{2\ln x}{x}$, $x>0$

យើងបាន $f'(x)=-2.\frac{(\ln x)'x-(x)'\ln x}{x^2}=-2.\frac{1-\ln x}{x^2}$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{2(\ln x-1)}{x^2}$ ។

ចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\frac{2(\ln x-1)}{x^2}$ មានសញ្ញាដូចភាគយក $\ln x-1$

-បើ $f'(x)>0$ គេបាន $\ln x-1>0$ ឬ $x>e$

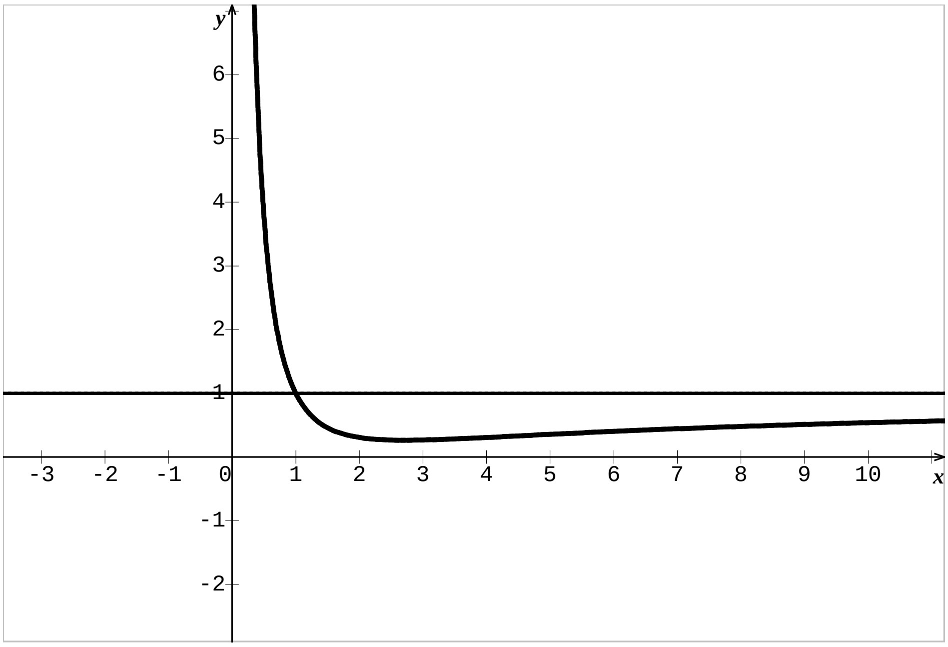
-បើ $f'(x)=0$ គេបាន $\ln x-1=0$ ឬ $x=e$

-បើ $f'(x)<0$ គេបាន $\ln x-1<0$ ឬ $x<e$

ចំពោះ $x=e$ គេបាន $f(e)=1-\frac{2\ln e}{e}=1-\frac{2}{e}=1-(0.7)=0.3$ ។

x	0		e		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0.3	$\nearrow$	1

៣-សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ៖



៤-គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកប្លង់កំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$

តាង S ផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកប្លង់ ដែលត្រូវរក ។

យើងបាន $S=\int_1^e\left[1-(1-\frac{2\ln x}{x})\right].dx$

$$=\int_1^e\frac{2\ln x}{x}.dx=\int_1^e 2\ln x.\frac{dx}{x}$$

តាង $u=\ln x$ នោះ $du=\frac{dx}{x}$

ចំពោះ $x=1$ នោះ $u=0$ ហើយ $x=e$ នោះ $u=1$

គេបាន $S=\int_0^1 2u.du=\left[u^2\right]_0^1=1^2-0^2=1$

ដូចនេះ $S=1$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា)។

លំហាត់ទី០៥

គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=(x-1)(e^{2x}+1)$ ដែល $x\in\Re$ ។

១)ចូរគណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ។

២)គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និង $f''(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ $f'(x)$

(មិនបាច់រកលីមីតនៃ $f'(x)$ ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$) ។

៣)កំនត់សញ្ញារបស់ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

៤)ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (c) នៃ $y=f(x)$ កាលណា $x\to-\infty$ ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (c) និងបន្ទាត់ (d)

៥)រកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (c) ហើយស្របជាមួយនឹង (d) ។

៦)គូសក្រាប (c) និងបន្ទាត់ $(d),(T)$ ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

ដំណោះស្រាយ

១) គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

យើងមាន $f(x)=(x-1)(e^{2x}+1)$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[(x-1)(e^{2x}+1)\right]=-\infty$

ព្រោះ $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}(x-1)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to-\infty}(e^{2x}+1)=1\end{cases}$

និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[(x-1)(e^{2x}+1)\right]=+\infty$ ព្រោះ $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}(e^{2x}+1)=+\infty\end{cases}$

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និង $f''(x)$

យើងមាន $f(x)=(x-1)(e^{2x}+1)$ កំនត់លើ $D=IR$

យើងបាន $f'(x)=(x-1)'(e^{2x}+1)+(e^{2x}+1)'(x-1)$

$$=e^{2x}+1+2e^{2x}(x-1)$$

$$=1+(2x-1)e^{2x}$$

និង $f''(x)=(2x-1)'e^{2x}+(e^{2x})'(2x-1)=4x\,e^{2x}$

ដូចនេះ: $f'(x)=1+(2x-1)e^{2x}$, $f''(x)=4x\,e^{2x}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ $f'(x)$

យើងមាន $f''(x)=4x\,e^{x}$ មានឫស $x=0$

ចំពោះ $x=0$ នោះ: $f'(0)=1-1=0$ ។

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$	1	↘	0	↗	$+\infty$

៣)កំនត់សញ្ញារបស់ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

តាមតារាងអថេរភាពខាងលើយើងទាញបាន $f'(x)\geq 0$, $\forall x\in IR$

ដូចនេះ $f'(x)$ មានសញ្ញាវិជ្ជមាន ។

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

៤)ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតយើងមាន

$f(x)=(x-1)(e^{2x}+1)=x-1+(x-1)e^{2x}$ ដោយ $\lim\limits_{x\to-\infty}(x-1)e^{2x}=0$

ដូចនេះ បន្ទាត់ $(d): y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (c) ។

-បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (c) និងបន្ទាត់ (d)

គេមាន $f(x)-y=(x-1)\,e^{2x}$ មានសញ្ញាដូច $x-1$

-បើ $x-1>0$ ឬ $x>1$ នោះខ្សែកោង (c) នៅលើបន្ទាត់ (d) ។

-បើ $x-1<0$ ឬ $x<1$ នោះខ្សែកោង (c) នៅក្រោមបន្ទាត់ (d) ។

-បើ $x-1=0$ ឬ $x=1$ នោះខ្សែកោងកាត់បន្ទាត់ត្រង់ $A(1,0)$ ។

៥)កំនត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (c) ៖

តាង $M_0(x_0,y_0)$ ជាចំនុចប៉ះរវាងបន្ទាត់ (T) និងក្រាប (c)

តាមរូបមន្តសមីការបន្ទាត់ប៉ះសរសេរ $(T): y-y_0=f'(x_0)\,(x-x_0)$

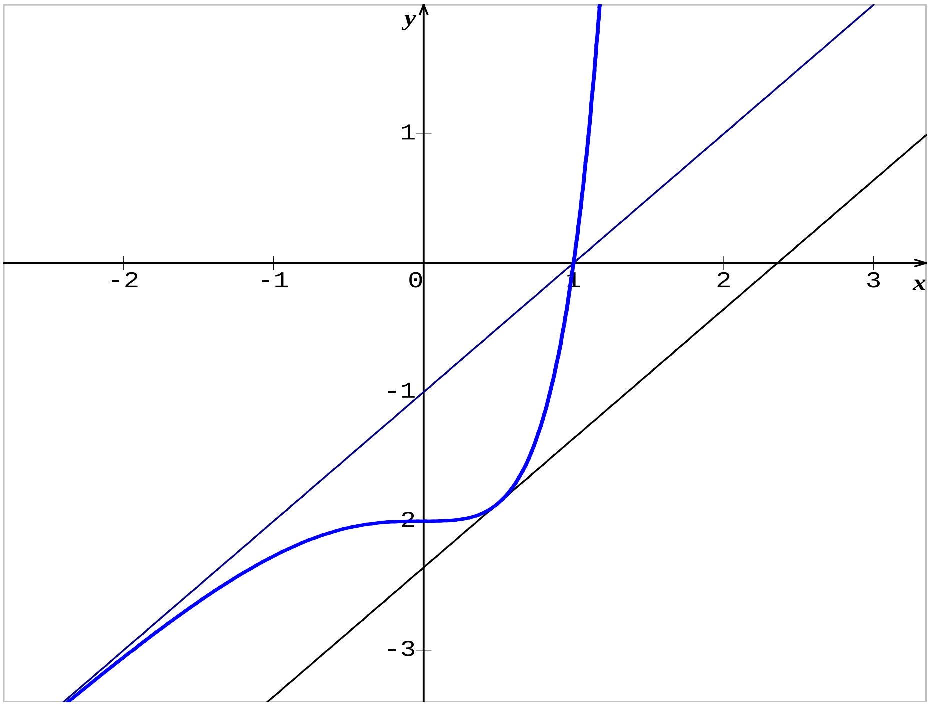
ដោយ $(T)//(d): y=x-1$ នាំឱ្យ $f'(x_0)=1$

តែ $f'(x_0)=1+(2x_0-1)e^{2x_0}$ គេបាន $1+(2x_0-1)e^{2x_0}=1$

នាំឱ្យ $x_0=\frac{1}{2}$ ហើយ $y_0=f(\frac{1}{2})=(\frac{1}{2}-1)(e+1)=-\frac{1}{2}(e+1)$

គេបាន $(T):\ y+\frac{1}{2}(e+1)=1(x-\frac{1}{2})$ នាំឱ្យ $y=x-1-\frac{e}{2}$ ។

៦)គូសក្រាប (c) និងបន្ទាត់ $(d),(T)$ ៖



លំហាត់ទី០៦

គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $y = f(x) = -x + 3 - \frac{4\ln x}{x}$

ដែល $x > 0$ ។តាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$

១)រកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0^+ និង ត្រង់ $+\infty$ ។

កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងពីរនៃក្រាប (C) ។

២)គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចកំណត់សញ្ញារបស់វាដោយដឹងថា

គ្រប់ $x > 0$ គេមាន $x^2 + 4 - 4\ln x > 0$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) A ជាចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប (C) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករបស់វា

តាង (d) ជាបន្ទាត់កែងនឹងអាស៊ីមតូតដេកត្រង់ A និង (T) ជាបន្ទាត់ប៉ះ

(C) ត្រង់ចំណុច A ។ ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ (d) និង (T) ។

៤)គណនា $f(\frac{1}{2}), f(2)$ និង $f(4)$ រួចសង់ $(C),(d)$ និង (T) ។

ដំណោះស្រាយ

១)រកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0^+ និង ត្រង់ $+\infty$

គេមាន $y=f(x)=-x+3-\dfrac{4\ln x}{x}$ ដែល $x>0$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(-x+3-\dfrac{4\ln x}{x}\right)=+\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$

ហើយ $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to +\infty}\left(-x+3-\dfrac{4\ln x}{x}\right)=-\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$ ។

កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងពីរនៃក្រាប (C) ៖

ដោយ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

ម្យ៉ាងទៀត $y=f(x)=-x+3-\dfrac{4\ln x}{x}$ ដោយ $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{4\ln x}{x}=0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(\Delta): y=-x+3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។

២)គណនាដេរីវេ

គេមាន $y=f(x)=-x+3-\dfrac{4\ln x}{x}$

គេបាន $f'(x)=-1-4\dfrac{1-\ln x}{x^2}=\dfrac{-x^2-4+4\ln x}{x^2}$

ដូចនេះ $f'(x)=-\dfrac{x^2+4-4\ln x}{x^2}$ ។

កំណត់សញ្ញា $f'(x)$ ៖

ដោយដឹងថាគ្រប់ $x>0$ គេមាន $x^2+4-4\ln x>0$ នោះគេទាញ

$f'(x)=-\dfrac{x^2+4-4\ln x}{x^2}<0$ គ្រប់ $x<0$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$-$
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$

៣)រកសមីការនៃបន្ទាត់(d)និង(T)

ដោយ Aជាចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប(C)ជាមួយអាស៊ីមតូតដេក

របស់វានោះវាជាគូចម្លើយនៃប្រពន្ធ័ $\begin{cases} y=-x+3-\dfrac{4\ln x}{x} \\ y=-x+3 \end{cases}$

ផ្ទឹមសមីការពីនេះគេបាន$-x+3=-x+3-\dfrac{4\ln x}{x}$ សមមូល $\ln x=0$

ឬ $x=1$ ហើយ $y=-1+3=2$ ។គេបាន $A(1,2)$ ។

ដោយ (d)ជាបន្ទាត់កែងនឹងអាស៊ីមតូតដេក$(\Delta): y=-x+3$ ត្រង់ A

នោះសមីការ(d)មានទម្រង់ $y=x+b$ ហើយ $A(1,2)\in(d)$ នោះ$2=1+b$ឬ

$b=1$ ។ ដូចនេះ $(d): y=x+1$ ។

ម្យ៉ាងទៀត (T)ជាបន្ទាត់ប៉ះ(C)ត្រង់ចំណុច A នោះសមីការ(T)សរសេរ

$(T): y=f'(1)(x-1)+f(1)$

ដោយ $f'(1)=-\dfrac{1+4-4\ln 1}{1^2}=-5$, $f(1)=2$

គេបាន $(T): y=-5(x-1)+2=-5x+7$ ។

ដូចនេះ $(T): y=-5x+7$ ។

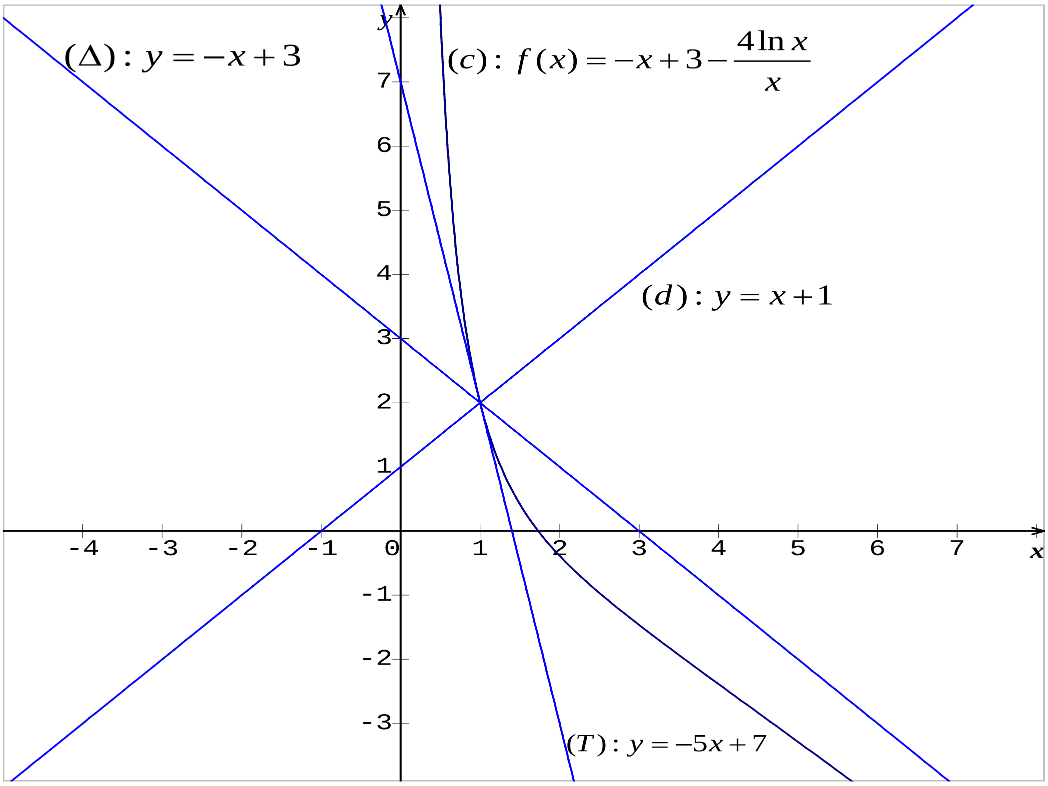
៤)គណនា $f(\frac{1}{2}), f(2)$ និង $f(4)$ រួចសង់$(C),(d)$ និង(T)

ដោយ $f(x)=-x+3-\dfrac{4\ln x}{x}$

គេបាន $f(\frac{1}{2})=-\dfrac{1}{2}+3-\dfrac{4\ln(\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}}=2.5+8(0.7)=8.1$ ។

$$f(2)=-2+3-\frac{4\ln 2}{2}=1-2(0.7)=-0.4 \text{ ។}$$

$$f(4)=-4+3-\frac{4\ln 4}{4}=-1-2\ln 2=-1-2(0.7)=-2.4 \text{ ។}$$



លំហាត់ទី០៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ $(0,+\infty)$ដោយ $f(x)=x+1-2\ln x$

មានក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

១)ចូររកលីមីតនៃ f ត្រង់ $+\infty$ និងត្រង់ 0 ខាងស្តាំ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប C ។

២)រកដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។

ទាញរកតម្លៃអប្បបរមាធៀបនៃអនុគមន៍ f រួចសង់តារាងអថេរភាព

៣)គណនាតម្លៃ $f(1)$ រួចសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង C ត្រង់ចំណុច $x=1$ ។

៤)ចូរបង្ហាញថាគេមិនអាចគូសបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង C ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (T) បានទេ ។

៥)គណនា $f(e)$ និង $f(\frac{7}{2})$ រួចគូសក្រាប C ។

គេយក $e=2.7$, $\ln 2=0.7$, $\ln 7=1.95$ ។

៦) ចូរស្រាយថា $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+3x-2x\ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ f លើចន្លោះ $(0,+\infty)$

៧) ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡា S_a នៃផ្ទៃកប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប C និងបន្ទាត់ T និងបន្ទាត់ឈរ $x=a$, $x=1$ ដែល $0<a<1$ ។

គណនាលីមីតនៃ S_a កាលណា a ខិតជិតសូន្យខាងស្តាំ ។

ដំណោះស្រាយ

១) រកលីមីតនៃ f ត្រង់ $+\infty$ និងត្រង់ 0 ខាងស្តាំ

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1-2\ln x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x(1+\dfrac{1}{x}-\dfrac{2\ln x}{x})\right]=+\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(x+1-2\ln x\right)=+\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to0^+}\ln x=-\infty$ ។

ដោយ $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ នៃក្រាប C ។

២) រកដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$

យើងមាន $f(x)=x+1-2\ln x$

យើងបាន $f'(x)=1-\dfrac{2}{x}=\dfrac{x-2}{x}$ ។

គ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{x-2}{x}$ មានសញ្ញាដូច $(x-2)$ ។

បើ $f'(x)=\dfrac{x-2}{x}=0$ នោះ $x=2$ ។

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

ទាញរកតម្លៃអប្បបរមាធៀបនៃអនុគមន៍ f រួចសង់តារាងអថេរភាព ៖

តាមតារាងសិក្សាសញ្ញាខាងលើយើងឃើញថា $f'(x)$ ប្តូរសញ្ញាពី $(-)$ ទៅ $(+)$ ត្រង់ចំណុច $x=2$ ។

ដូចនេះ f មានតម្លៃអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x=2$ គឺ

$f(2)=2+1-2\ln 2=3-2(0.7)=1.6$ ។

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1.6	$\nearrow$	$+\infty$

៣) គណនាតម្លៃ $f(1)$ រួចសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ (T)

គេមាន $f(x)=x+1-2\ln x$ ចំពោះ $x=1$ គេបាន $f(1)=1+1-2\ln 1=2$ ។

រូបមន្តសមីការបន្ទាត់ប៉ះ $(T): y=f'(1)(x-1)+f(1)$

ដោយ $f'(x)=\dfrac{x-2}{x}$ នោះ $f'(1)=\dfrac{1-2}{1}=-1$

គេបាន $(T): y=-1(x-1)+2=-x+3$ ។

៤) បង្ហាញថាគេមិនអាចគូសបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង C ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (T) ៖

ឧបមាថា (T') ជាបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង C ត្រង់ចំណុច x_0 ។

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ (T') គឺ $f'(x_0)=\dfrac{x_0-2}{x_0}$ ។

បើ $(T')\perp(T)$ នោះ $(-1)f'(x_0)=-1$

ឬ $f'(x_0)=1$ ឬ $\dfrac{x_0-2}{x_0}$ ឬ $x_0-2=x_0$ (មិនអាច)

ដូចនេះគេមិនអាចគូសបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង C ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (T) បានទេ

៥)គណនា $f(e)$ និង $f(\frac{7}{2})$ រួចគូសក្រាប

គេមាន $f(x)=x+1-2\ln x$

ចំពោះ $x=e$ នោះ $f(e)=e+1-2\ln e=2.7+1-2=1.7$ ។

ចំពោះ $x=\frac{7}{2}$ នោះ $f(\frac{7}{2})=\frac{7}{2}+1-2\ln\frac{7}{2}=4.5-2(\ln 7-\ln 2)$

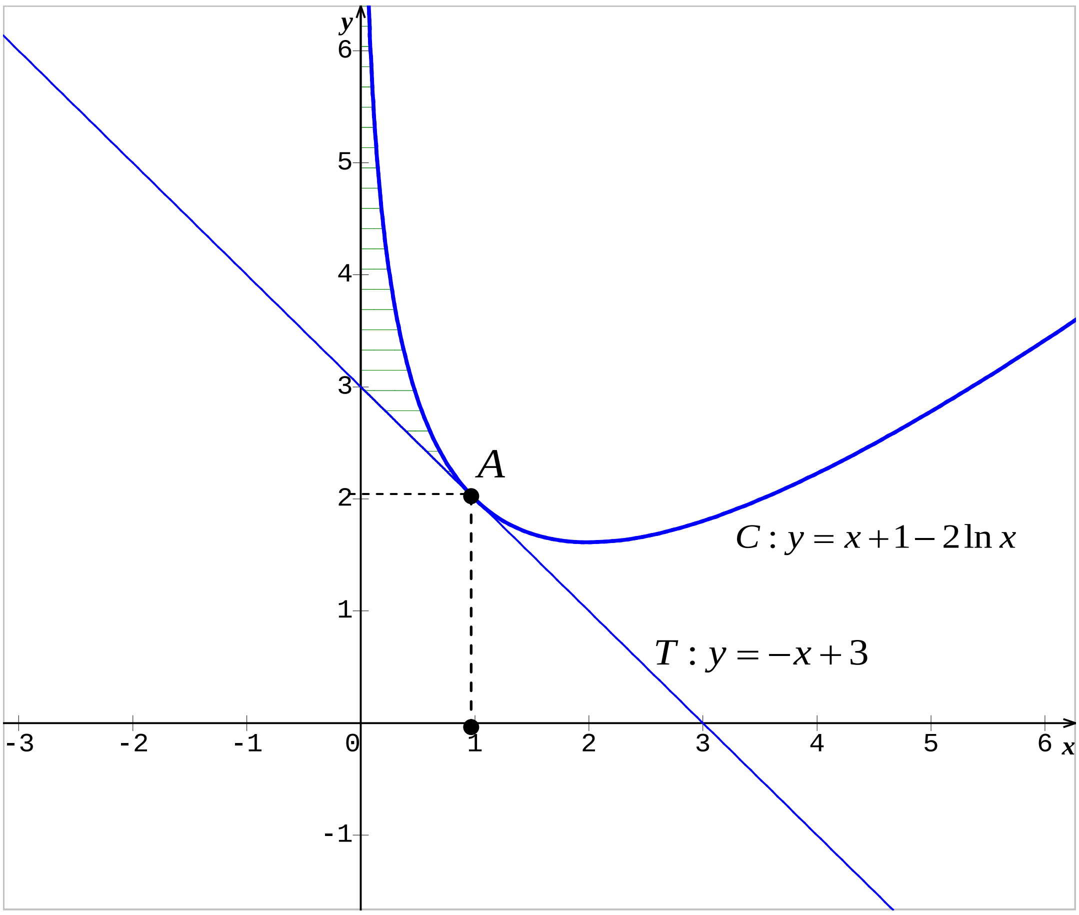
$=4.5-2(1.95-0.7)=2$

ដូចនេះ $f(e)=1.7$ និង $f(\frac{7}{2})=2$ ។

៦) ស្រាយថា $F(x)=\frac{x^2}{2}+3x-2x\ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ f

គេមាន $F'(x)=x+3-2(\ln x+1)=x+1-2\ln x=f(x)$ គ្រប់ $x>0$

ដូចនេះ $F(x)=\frac{x^2}{2}+3x-2x\ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ f លើ $(0,+\infty)$ ។



៧) គណនាផ្ទៃក្រឡា S_a នៃផ្ទៃកប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប C និងបន្ទាត់ T
និងបន្ទាត់ឈរ $x=a$, $x=1$ ដែល $0<a<1$ ៖

យើងបាន $S_a=\int_a^1[f(x)-(-x+3)]dx=\left[F(x)+\dfrac{x^2}{2}-3x\right]_a^1$

$$=\left[\frac{x^2}{2}+3x-2x\ln x+\frac{x^2}{2}-3x\right]_a^1$$

$$=\left[x^2-2x\ln x\right]_a^1$$

$$=(1-2\ln 1)-(a^2-2a\ln a)$$

$$=1-a^2+2a\ln a$$

ដូចនេះ $S_a=1-a^2+2a\ln a$ (ខ្នាតផ្ទៃ)

គណនាលីមីតនៃ S_a កាលណា a ខិតជិតសូន្យខាងស្តាំ ៖

យើងបាន $\lim\limits_{a\to 0^+}S_a=\lim\limits_{a\to 0^+}\left(1-a^2+2a\ln a\right)=1$ ព្រោះ $\lim\limits_{a\to 0^+}a\ln a=0$ ។

លំហាត់ទី០៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=e^x(-x^2+2x-1)$ ហើយមានក្រាប C

១)គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

២)គណនាដេរីវេ $f'(x)$ សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣)គណនា $f(-2), f(0)$ និង $f(2)$ ។ សង់ក្រាប C ក្នុងតម្រុយ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

៤)គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ដែលខណ្ឌដោយក្រាប C , អក្សអាប់ស៊ីសនិងអក្សអរដោនេ ។

ដំណោះស្រាយ

១)គណនាលីមីត រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេក ៖

គេមាន $f(x)=e^x(-x^2+2x-1)=-(x-1)^2e^x$

គេបាន $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[-(x-1)e^x\right]=0$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-(x-1)^2e^x\right]=-\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x=+\infty$ ។

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ ហើយបន្ទាត់ $y=0$

ជាសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (c) ។

២)គណនាដេរីវេ និងសិក្សាសញ្ញារបស់វា ៖

គេមាន $f(x)=-(x-1)^2e^x$ ដោយប្រើរូបមន្ត $(uv)'=u'v+uv'$

គេបាន $f'(x)=-2(x-1)e^x-(x-1)^2e^x=-(x-1)e^x[2+(x-1)]$

ដូចនេះ $f'(x)=-(x-1)(x+1)e^x$ ។

ដោយគ្រប់ $x\in\Re$: $e^x>0$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច

$g(x)=-(x-1)(x+1)$

បើ $g(x)=0\Leftrightarrow-(x-1)(x+1)=0$ គេទាញ $x_1=-1$, $x_2=1$ ។

តារាងសញ្ញានៃ $g(x)=-(x-1)(x+1)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

តាមតារាងខាងលើយើងអាចសន្និដ្ឋានសញ្ញានៃ $f'(x)=-(x-1)(x+1)e^x$

-ចំពោះ $x\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ គេបាន $f'(x)<0$

-ចំពោះ $x\in\{-1\,,1\}$ គេបាន $f'(x)=0$

-ចំពោះ $x\in(-1,1)$ គេបាន $f'(x)>0$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\frac{4}{e}$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

$f(-1) = -(-1-1)^2 e^{-1} = -\frac{4}{e}$; $f(1) = 0$ ។

៣)គណនា $f(-2)$, $f(0)$ និង $f(2)$

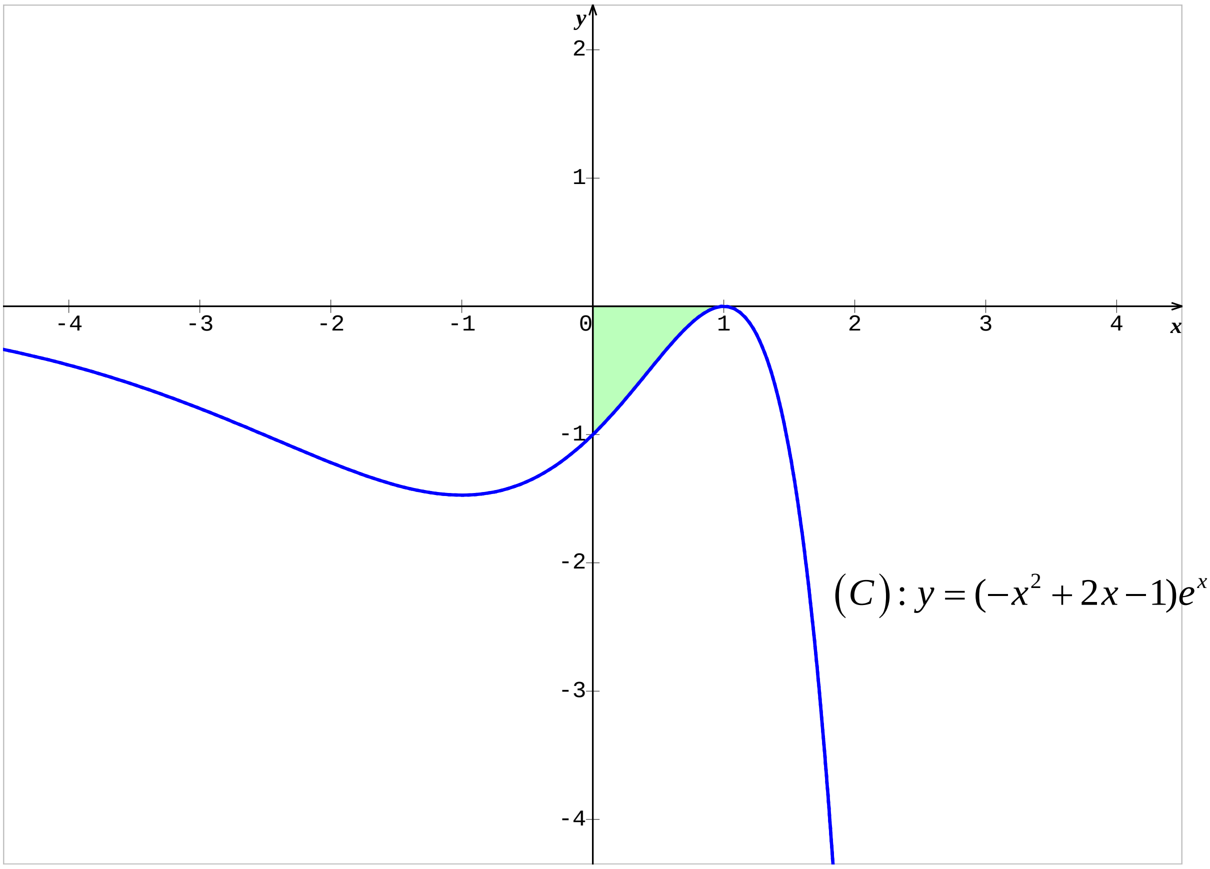
បើ $x = -2$ នោះ $f(-2) = -(-2-1)^2 e^{-2} = -\frac{9}{e^2} = -9(0.13) = -1.17$

បើ $x = 0$ នោះ $f(0) = -(0-1)^2 e^0 = -1$

បើ $x = 2$ នោះ $f(2) = -(2-1)^2 e^2 = -e^2 = -7.4$

ដូចនេះ $f(-2) = -\frac{9}{e} = -1.17$, $f(0) = -1$ និង $f(2) = -e^2 = -7.4$ ។

សង់ក្រាប $(c): y = f(x) = e^x(-x^2+2x-1) = -(x-1)^2 e^x$ ៖



៤)គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយ (c) ជាមួយអក្សអាប់ស៊ីស និង អក្សអរដោនេ ៖

តាង S ជាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប (c) , អក្សអាប់ស៊ីស និង អក្សអរដោនេ៖

គេបាន $S=\int_0^1 (x-1)^2 e^x .dx$

តាង $\begin{cases} u=(x-1)^2 \\ dv=e^x dx \end{cases}$ នោះ $\begin{cases} du=2(x-1)dx \\ v=e^x \end{cases}$

គេបាន $S=\left[(x-1)^2 e^x\right]_0^1-\int_0^1 2(x-1)e^x = 0-1-2\int_0^1 (x-1)e^x .dx$

តាង $\begin{cases} u=x-1 \\ dv=e^x dx \end{cases}$ នោះ $\begin{cases} du=dx \\ v=e^x \end{cases}$

គេបាន $S=-1-2\left(\left[(x-1)e^x\right]_0^1-\int_0^1 e^x dx\right)$

$=-1-2\left(0+1-\left[e^x\right]_0^1\right)=-1-2+2(e-1)$

$=2e-5=2(2.718)-5=0.436$ (ឯកតាផ្ទៃ) ។

ដូចនេះ $S=0.436$ (ឯកតាផ្ទៃ) ។

លំហាត់ទី០៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{e^x}{x^2}$, $x\neq 0$ មានក្រាប (C)

១)ចូររកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង ត្រង់ $\pm\infty$ ។

បញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់ក្រាប (C) ។

២)ចូរសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣)គណនា $f(-1)$, $f(1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។

(គេយក $e^{-1}=0.4$, $e=2.7, e^2=7.3$, $\dfrac{e^3}{27}=0.7$)។

ដំណោះស្រាយ

១)រកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង ត្រង់ $\pm\infty$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x}{x^2}=+\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{e^x}{x^2}=0 \quad \& \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2}=+\infty$$

បញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់ក្រាប(C) ៖

ដោយ $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃ(C)

ហើយ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ នោះបន្ទាត់ $y=0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ(C)។

២) សង់តារាងអថេរភាពនៃ f

គេបាន $f'(x)=\dfrac{e^x x^2-2xe^x}{x^4}=\dfrac{(x-2)e^x}{x^3}$

ចំពោះគ្រប់ $x\neq 0$ កន្សោម $f'(x)=\dfrac{(x-2)e^x}{x^3}$ មានសញ្ញាដូច $\dfrac{x-2}{x}$ ។

បើ $f'(x)=\dfrac{(x-2)e^x}{x^3}=0$ នោះ $x=2$ ។

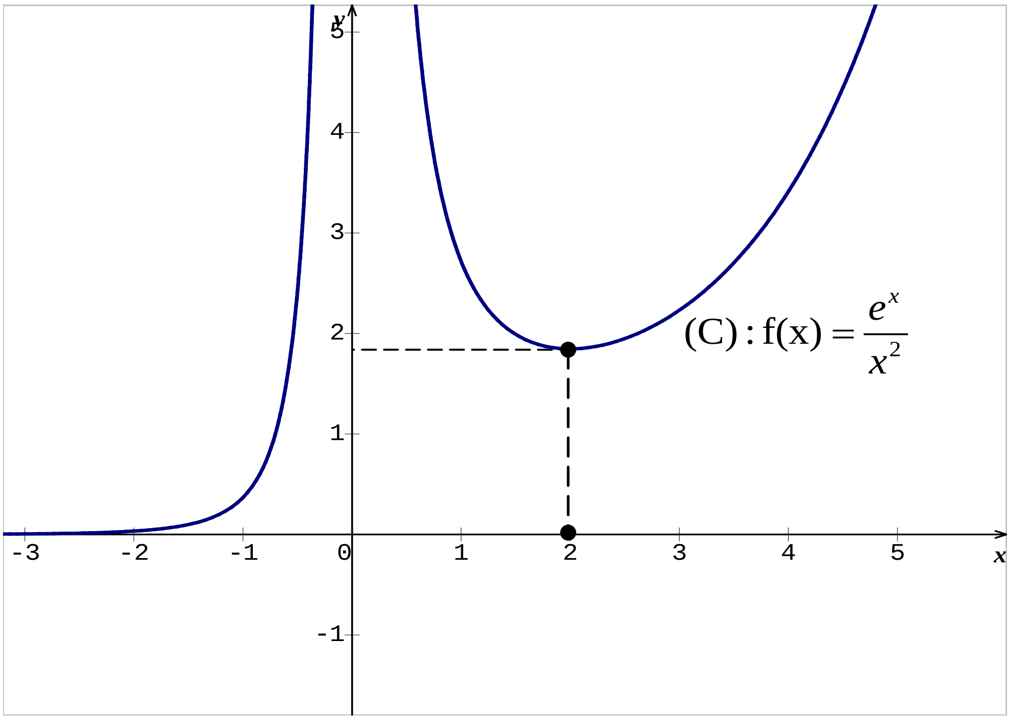
ចំពោះ $x=2$ នោះ $f(2)=\dfrac{e^2}{4}=\dfrac{7.3}{4}=1.8$ ។

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	1.8	$\nearrow$	$+\infty$

៣)គណនា $f(-1)$, $f(1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប(C)

យើងបាន $f(-1)=e^{-1}=0.4$, $f(1)=e=2.7$, $f(3)=\dfrac{e^3}{27}=0.7$

ដូចនេះ $f(-1)=0.4$, $f(1)=2.7$, $f(3)=0.7$



លំហាត់ទី១០

គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ ℝ ដោយ $f(x)=x+2-\dfrac{4e^x}{e^x+3}$ ។

គេតាងដោយ C ក្រាបរបស់អនុគមន៍ នៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

១) $a.$ គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$ ។

$b.$ សិក្សាទីតាំងធៀបនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y=x+2$ ។

២) $a.$ ស្រាយបំភ្លឺថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x, $f'(x)=\left(\dfrac{e^x-3}{e^x+3}\right)^2$ ។

$b.$ សិក្សាអថេរភាពនៃ f លើ ℝ និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) $a.$ តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច I ដែលមានអាប់ស៊ីស $\ln 3$ ។

$b.$ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ។

៤) $a.$ បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះ d_3 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុចមាន
អាប់ស៊ីសសូន្យមានសមីការ $y=\frac{1}{4}x+1$ ។

$b.$ ដោយសន្មតថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប C និងក្នុងតម្លៃ
ប្រហែលនៃ $\ln 3$ ចូរសង់ក្រាប C និងបន្ទាត់ប៉ះ d_1, d_2, d_3 ។
(នៅលើតម្រុយនេះមួយឯកតាស្មើ $2cm$)

ដំណោះស្រាយ

១) $a.$ គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+2-\frac{4e^x}{e^x+3}\right)=-\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+2-\frac{4e^x}{e^x+3}\right)=+\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4e^x}{e^x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4e^x}{e^x}=4$ ។

$b.$ សិក្សាទីតាំងធៀបនៃក្រាប C ធៀបនឹង d_1 សមីការ $y=x+2$

យកសមីការ C ដកសមីការ d_1 គេបាន $f(x)-y=-\frac{4e^x}{e^x+3}<0$

គ្រប់ $x\in\Re$ ព្រោះ $e^x>0\ \forall x\in\Re$

ដូចនេះក្រាប C ស្ថិតនៅក្រោមបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y=x+2$

២) $a.$ ស្រាយបំភ្លឺថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x, $f'(x)=\left(\frac{e^x-3}{e^x+3}\right)^2$

គេមាន $f(x)=x+2-\frac{4e^x}{e^x+3}$

គេអាចសរសេរដូចតទៅ៖

$$f(x)=x+2-\frac{4e^x}{e^x+3}=x+2-\frac{4(e^x+3)-12}{e^x+3}$$

$$=x+2-4+\frac{12}{e^x+3}=x-2+\frac{12}{e^x+3}$$

យើងបាន $f'(x)=(x-2)'-\frac{12(e^x+3)'}{(e^x+3)^2}$

$$=1-\frac{12e^x}{(e^x+3)^2}=\frac{(e^x+3)^2-2e^x}{(e^x+3)^2}$$

$$=\frac{e^{2x}+6e^x+9-12e^x}{\left(e^x+3\right)^2}=\frac{e^{2x}-6e^x+9}{\left(e^x+3\right)^2}$$

$$=\frac{\left(e^x-3\right)^2}{\left(e^x+3\right)^2}$$

ដូចនេះចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x, $f'(x)=\left(\frac{e^x-3}{e^x+3}\right)^2$ ។

$b.$ សិក្សាអថេរភាពនៃ f លើ $\mathbb{R}$ និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f

ដោយគេមានគ្រប់ចំនួនពិត x, $f'(x)=\left(\frac{e^x-3}{e^x+3}\right)^2\ge 0$

នោះ f ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ ។

បើ $f'(x)=0 \Leftrightarrow (e^x-3)^2=0 \Leftrightarrow x=\ln 3$

ហើយ $f(\ln 3)=\ln 3+2-\frac{4e^{\ln 3}}{e^{\ln 3}+3}=\ln 3+2-\frac{12}{6}=\ln 3$

តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$		$\ln 3$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\ln 3$	$\nearrow$	$+\infty$

៣) $a.$ តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច I ដែលមានអាប់ស៊ីស $\ln 3$

ចំពោះ $x=\ln 3$ នោះ $f'(\ln 3)=\left(\dfrac{e^{\ln 3}-3}{e^{\ln 3}+3}\right)^2=\left(\dfrac{3-3}{3+3}\right)^2=0$

ដូចនេះបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច I

ដែលមានអាប់ស៊ីស $\ln 3$ ជាបន្ទាត់ស្របនឹងអក្ស ox ដែលមានសមីការ $y=\ln 3$ ។

$b.$ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ប៉ះ d_2

តាមសម្រាយខាងលើយើងមាន f ជាអនុគមន៍កើនលើ ℝ

ហើយបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច I ជាបន្ទាត់ស្របនឹង ox

នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានទីតាំងរវាងក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ប៉ះ d_2

ដូចតទៅ ៖

ចំពោះ $x\in(-\infty,\ln 3)$ នោះក្រាប C ស្ថិតនៅក្រោមបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ។

ចំពោះ $x=\ln 3$ ក្រាប C និងបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ប៉ះគ្នាត្រង់ចំណុច $I(\ln 3,\ln 3)$

ចំពោះ $x\in(\ln 3,+\infty)$ នោះក្រាប C ស្ថិតនៅពីលើបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ។

៤) $a.$ បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះ d_3 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស សូន្យមានសមីការ $y=\dfrac{1}{4}x+1$

សមីការបន្ទាត់ប៉ះ d_3 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីសសូន្យ

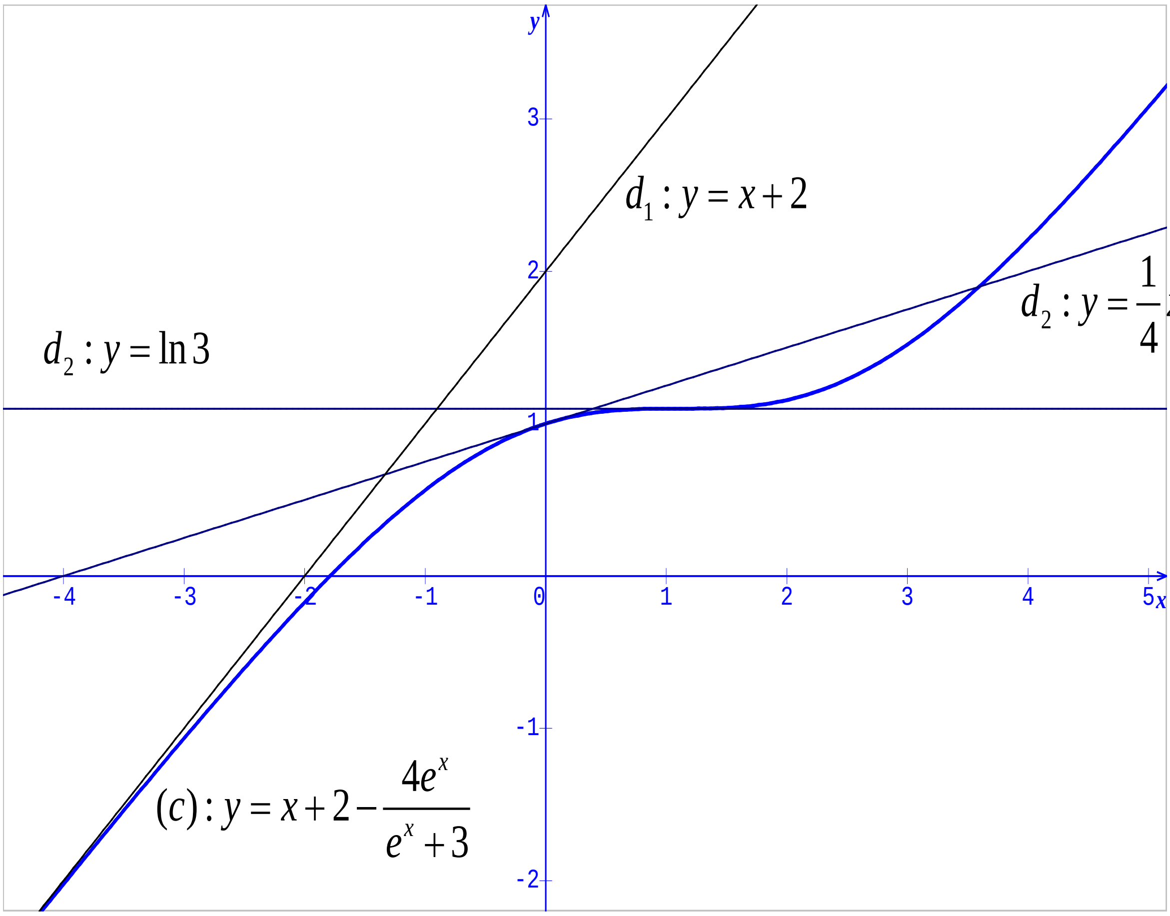
មានរាង $d_3: y=f'(0)(x-0)+f(0)$

ដោយ $f'(0)=\left(\dfrac{e^0-3}{e^0+3}\right)^2=\left(\dfrac{1-3}{1+3}\right)^2=\dfrac{1}{4}$

និង $f(0)=0+2-\dfrac{4e^0}{e^0+3}=1$

ដូចនេះ $d_3 : y = \frac{1}{4}x + 1$ ។

$b.$ ដោយសន្មតថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប C និងក្នុងតម្លៃប្រហែល នៃ $\ln 3$ សង់ក្រាប C និងបន្ទាត់ប៉ះ d_1, d_2, d_3 ។



លំហាត់ទី១១

អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 1 - \frac{2\ln x}{x}$

ហើយមានក្រាប C ។

១-រក $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ និង $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

២-គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣-សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរមេ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ មួយ ។

៤-គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកប្លង់កំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក

បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$ ។ គេឲ្យ $e=2.7\,,\ \frac{2}{e}=0.7$

ដំណោះស្រាយ

១)រក $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ ។

គេបាន $\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}(1-\frac{2\ln x}{x})=+\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$ ។

និង $\lim_{x\to +\infty} f(x)=\lim_{x\to +\infty}(1-\frac{2\ln x}{x})=1$ ព្រោះ $\lim_{x\to +\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ ។

រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីតតូតដេកនៃក្រាបC ៖

ដោយ $\lim_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ និង $\lim_{x\to +\infty} f(x)=1$ នោះបន្ទាត់ $x=0$

ជាអាស៊ីមតូតឈរ និង $y=1$ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាបC ។

២)គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

គេមាន $f(x)=1-\frac{2\ln x}{x}\ ,\ x>0$

យើងបាន $f'(x)=-2.\frac{(\ln x)'x-(x)'\ln x}{x^2}=-2.\frac{1-\ln x}{x^2}$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{2(\ln x-1)}{x^2}$ ។

ចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\frac{2(\ln x-1)}{x^2}$

មានសញ្ញាដូចភាគយក $\ln x-1$ ។

-បើ $f'(x)>0$ គេបាន $\ln x-1>0$ ឬ $x>e$

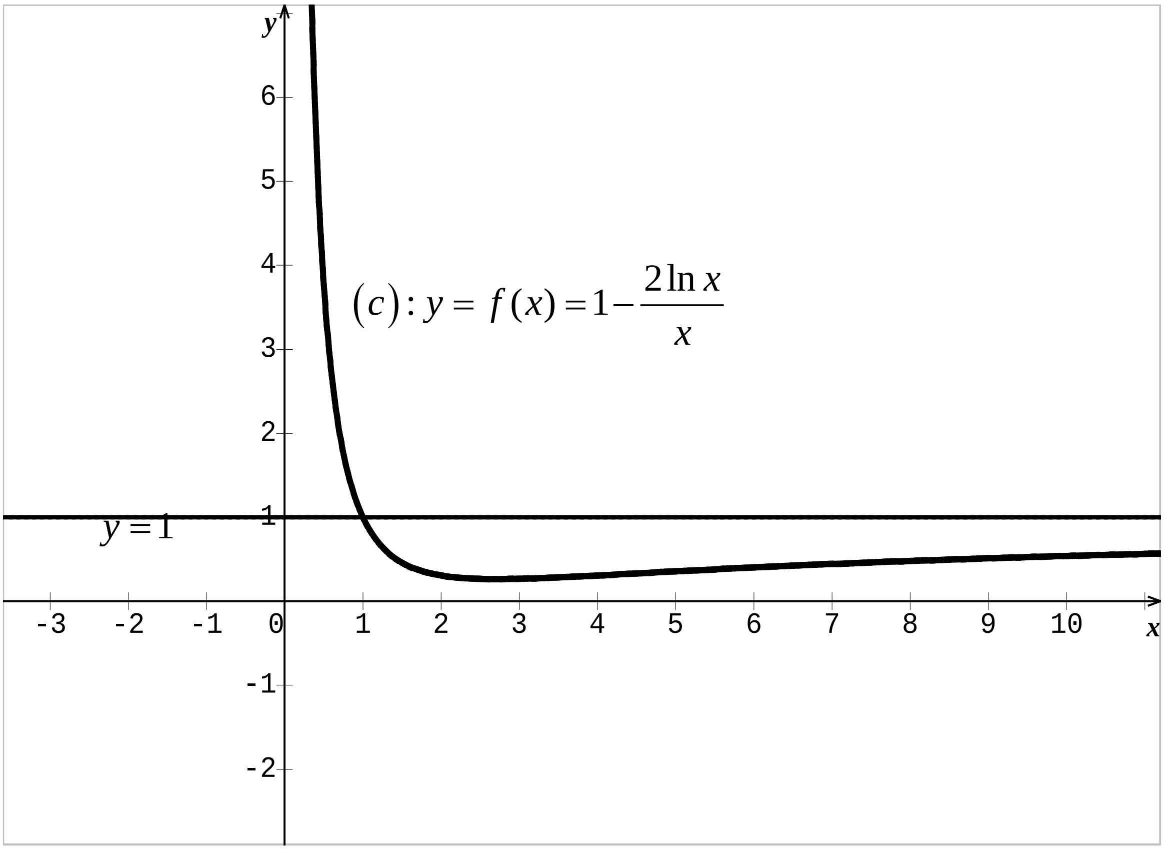
-បើ $f'(x)=0$ គេបាន $\ln x-1=0$ ឬ $x=e$

-បើ $f'(x)<0$ គេបាន $\ln x-1<0$ ឬ $x<e$

ចំពោះ $x=e$ គេបាន $f(e)=1-\frac{2\ln e}{e}=1-\frac{2}{e}=1-(0.7)=0.3$ ។

x	0		e		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0.3	$\nearrow$	1

៣-សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ៖



៤-គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់កំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$ ។ តាង S ផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ ដែលត្រូវរក

ដោយ $\forall x \in [1,e]$ ក្រាប C ស្ថិតនៅក្រោម $y=1$

យើងបាន $S = \int_1^e \left[1-(1-\frac{2\ln x}{x})\right].dx$

$$= \int_1^e \frac{2\ln x}{x}.dx = \int_1^e 2\ln x.\frac{dx}{x}$$

តាង $u=\ln x$ នោះ $du=\dfrac{dx}{x}$

ចំពោះ $x=1$ នោះ $u=0$ ហើយ $x=e$ នោះ $u=1$

គេបាន $S=\int_0^1 2u.du=\left[u^2\right]_0^1=1^2-0^2=1$

ដូចនេះ $S=1$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា)។

លំហាត់ទី១២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x-4+\dfrac{8}{e^x+2}$

តាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

១)ក.រកលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

ខ.ស្រាយថាអនុគមន៍ f អាចសរសេរជា $f(x)=x-\dfrac{4e^x}{e^x+2}$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ។

គ.ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតពីររបស់ខ្សែកោង (C) ។

២)ក.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\forall x\in\mathbb{R}: f'(x)=\left(\dfrac{e^x-2}{e^x+2}\right)^2$ ។

ខ.សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣)រកសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=\ln 2$ ។

៤)គណនា $f(-2)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ តែមួយ ។

ដំណោះស្រាយ

១)ក.រកលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

មាន $f(x)=x-4+\dfrac{8}{e^x+2}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-4+\dfrac{8}{e^x+2}\right)=-\infty$ ។

និង $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(x-4+\frac{8}{e^x+2}\right) = +\infty$ ។

ខ.ស្រាយថាអនុគមន៍ f អាចសរសេរជា $f(x) = x - \frac{4e^x}{e^x+2}$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$

យើងមាន $f(x) = x-4+\frac{8}{e^x+2} = x+\left(\frac{8}{e^x+2}-4\right) = x-\frac{4e^x}{e^x+2}$ ពិត

ដូចនេះ $f(x) = x-\frac{4e^x}{e^x+2}$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ។

គ.ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតពីររបស់ខ្សែកោង (C)

យើងមាន $f(x) = x-4+\frac{8}{e^x+2}$ និង $f(x) = x-\frac{4e^x}{e^x+2}$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ។

ដោយ $\lim_{x\to+\infty}\frac{8}{e^x+2} = 0$ និង $\lim_{x\to-\infty}\frac{4e^x}{e^x+2} = 0$

ដូចនេះ $(d_1): y = x-4$ និង $(d_2): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ។

២)ក.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\forall x\in\mathbb{R}: f'(x) = \left(\frac{e^x-2}{e^x+2}\right)^2$

យើងមាន $f(x) = x-4+\frac{8}{e^x+2}$

យើងបាន $f'(x) = 1-\frac{8e^x}{(e^x+2)^2} = \frac{(e^x+2)^2-8e^x}{(e^x+2)^2} = \frac{(e^x-2)^2}{(e^x+2)^2}$

ដូចនេះ $f'(x) = \left(\frac{e^x-2}{e^x+2}\right)^2$ ។

ខ.សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

យើងមាន $f'(x) = \left(\frac{e^x-2}{e^x+2}\right)^2 \geq 0$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នោះ f

ជាអនុគមន៍កើនហើយបើ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x-2 = 0$ ឬ $x = \ln 2$ ។

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-1.3	↗	$+\infty$

ចំពោះ $x=\ln 2$ នោះ $f(\ln 2)=-2+\ln 2=-1.3$ ។

៣)រកសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=\ln 2$

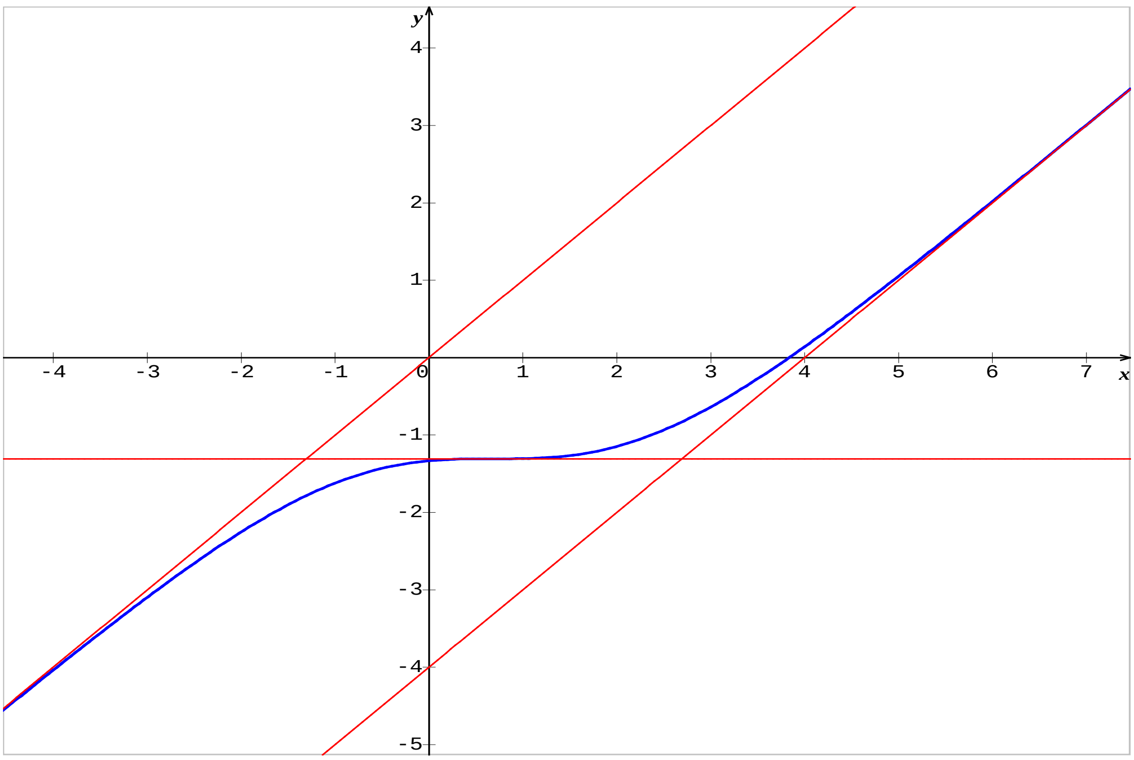
គេមាន $f'(x)=\left(\frac{e^x-2}{e^x+2}\right)^2$ នោះ $f'(\ln 2)=0$

ដូចនេះសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (T) គឺ $(T): y=-2+\ln 2$ ។

៤)គណនា $f(-2)$ និង $f(2)$

$f(-2)=-2-4+\frac{8}{e^{-2}+2}=-2.4$ និង $f(2)=2-4+\frac{8}{e^{2}+2}=-1.1$ ។

សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់ក្រាប (C)



លំហាត់ទី១៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ

$$f(x)=-1+2\ln x+\frac{1-2\ln x}{2x^2}=0$$

(C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

១)ចូរគណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C) ។

២)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{2\left(x^2-1+\ln x\right)}{x^3}$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

៣)គេតាង g ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $g(x)=x^2-1+\ln x$ ។

a. គណនាដេរីវេ $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $(0,+\infty)$ ។

b. គណនាតម្លៃ $g(1)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ g លើចន្លោះ $(0,1)$ និង $(1,+\infty)$ ។

៤)ចូរគណនា $f(1)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥)ដោះស្រាយសមីការ $f(x)=0$ ។គណនា $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។

(គេយក $\dfrac{\sqrt{2}}{2}=0.7$, $\sqrt{e}=1.6$, $e=2.7$ និង $\ln 2=0.7$)

ដំណោះស្រាយ

១)គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរនៃ (C)

យើងមាន $f(x)=-1+2\ln x+\dfrac{1-2\ln x}{2x^2}$ គ្រប់ $x>0$ ។

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-1+2\ln x+\dfrac{1-2\ln x}{2x^2}\right)=+\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-2\ln x}{x^2}=0$

ហើយ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(-1+2\ln x+\dfrac{1-2\ln x}{2x^2}\right)$

$$= \lim_{x\to 0^+}\left[-(1-2\ln x)+\frac{(1-2\ln x)}{2x^2}\right]$$

$$= \lim_{x\to 0^+}\left[(1-2\ln x)(-1+\frac{1}{2x^2})\right] = +\infty$$

ព្រោះ $\lim_{x\to 0^+}(1-2\ln x) = +\infty$ និង $\lim_{x\to 0^+}(-1+\frac{1}{2x^2}) = +\infty$ ។

ដូចនេះ $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ និង $\lim_{x\to 0^+} f\left(x\right) = +\infty$ ។

២) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2\left(x^2-1+\ln x\right)}{x^3}$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$

យើងមាន $f(x) = -1+2\ln x+\frac{1-2\ln x}{2x^2}$ គ្រប់ $x > 0$ ។

យើងបាន $f'(x) = \frac{2}{x}+\frac{-2x-2x(1-2\ln x)}{2x^4} = \frac{2}{x}+\frac{-4x+4x\ln x}{2x^4}$

$$= \frac{2}{x}-\frac{2-2\ln x}{x^3} = \frac{2x^2-2+2\ln x}{x^3}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{2\left(x^2-1+\ln x\right)}{x^3}$ ពិត។

៣) *a.* គណនាដេរីវេ $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $(0,+\infty)$

យើងមាន $g(x) = x^2-1+\ln x$

យើងបាន $g'(x) = 2x+\frac{1}{x} = \frac{2x^2+1}{x}$ ។

ដោយគ្រប់ $x > 0$ គេមាន $\frac{2x^2+1}{x} > 0$ នោះ $g'(x) > 0$ ។

ដូចនេះ g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $(0,+\infty)$ ។

b. គណនាតម្លៃ $g(1)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ g លើចន្លោះ $(0,1)$ និង $(1,+\infty)$

ចំពោះ $x = 1$ យើងបាន $g(1) = 1^2-1+\ln 1 = 1-1+0 = 0$

ដូចនេះ $g(1) = 0$ ។

ម្យ៉ាងទៀតដោយ g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $(0,+\infty)$ នោះយើងទាញបាន៖

ចំពោះ $x\in(0,1): g(x)<0$ និង $x\in(1,+\infty): g(x)>0$ ។

៤)គណនា $f(1)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f

យើងមាន $f(x)=-1+2\ln x+\dfrac{1-2\ln x}{2x^2}$ គ្រប់ $x>0$

ចំពោះ $x=1$ នោះ $f(1)=-1+2\ln 1+\dfrac{1-2\ln 1}{2(1)^2}=-1+0+\dfrac{1-0}{2}=-\dfrac{1}{2}$

ដូចនេះ $f(1)=-\dfrac{1}{2}$ ។

ម្យ៉ាងទៀតដោយ $f'(x)=\dfrac{2\left(x^2-1+\ln x\right)}{x^3}=\dfrac{2g(x)}{x^3}$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ ។

យោងតាមសម្រាយខាងលើយើងបាន $f'(x)<0$ ចំពោះ $x\in(0,1)$

ហើយ $f'(x)=0$ ចំពោះ $x=1$ និង $f'(x)>0$ ចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ ។

តារាងអថេរភាពនៃ f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\dfrac{1}{2}$	↗	$+\infty$

៥)ដោះស្រាយសមីការ $f(x)=0$ និង គណនា $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C)

យើងមាន $f(x)=-1+2\ln x+\dfrac{1-2\ln x}{2x^2}=0$ ដែល $x>0$

សមមូល $-(1-2\ln x)+\dfrac{(1-2\ln x)}{2x^2}=0$

សមមូល $(1-2\ln x)\left(-1+\dfrac{1}{2x^2}\right)=0$

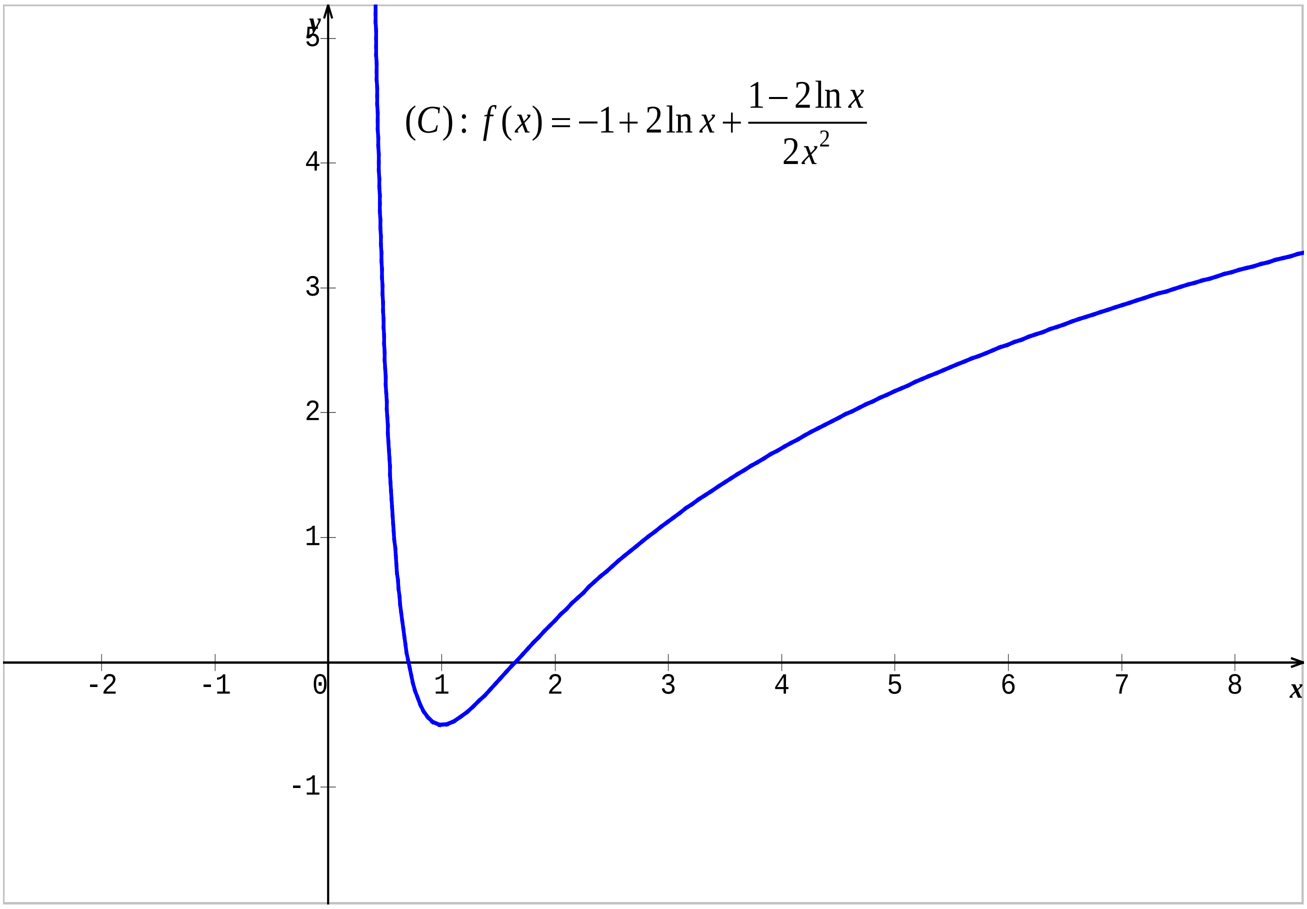
សមមូល $\dfrac{(1-2\ln x)(-2x^2+1)}{2x^2}=0$

សមមូល $\left[\begin{array}{l}\ln x = \dfrac{1}{2} \\ x^2 = \dfrac{1}{2}\end{array}\right.$ ឬ $\left[\begin{array}{l}x = \sqrt{e} \\ x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$

ដូចនេះសមីការមានឬសពីរគឺ $x = \sqrt{e}$, $x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ។

ម្យ៉ាងទៀតចំពោះ $x = 2$ នោះ $f(2) = \dfrac{(1-2\ln 2)(-8+1)}{8} = \dfrac{(1-1.4)(-7)}{8} = 0.35$

ដូចនេះ $f(2) = 0.35$ ។



លំហាត់ទី១៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=1-\ln x+\dfrac{\ln x}{x^2}$

មានក្រាប (C) ។

១)គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២)ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{-x^2+1-2\ln x}{x^3}$ ។

៣)គេតាង $g(x)=-x^2+1-2\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ក)ចូរស្រាយថា $g'(x)<0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$ ។

ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $x\in(1,+\infty)$ ។

៤)ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ

$(0,+\infty)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៥)គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$ និង $f(4)$ ។

ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

គេឲ្យ $\ln 2=0.7$ ។

ដំណោះស្រាយ

១)រក $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរនៃ (C)

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\ln x+\dfrac{\ln x}{x^2}\right)=-\infty$ ព្រោះ $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^2}=0\end{cases}$

និង $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(1-\ln x+\dfrac{\ln x}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left[1+\left(-1+\dfrac{1}{x^2}\right)\ln x\right]=-\infty$

ព្រោះ $\lim_{x\to0^+}(\ln x)=-\infty$, $\lim_{x\to0^+}\frac{1}{x^2}=+\infty$ ។

ដោយ $\lim_{x\to0^+}f(x)=-\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C) ។

២)ស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\frac{-x^2+1-2\ln x}{x^3}$

យើងមាន $f(x)=1-\ln x+\frac{\ln x}{x^2}$

យើងបាន $f'(x)=-\frac{1}{x}+\frac{x-2x\ln x}{x^4}=\frac{-x^2+1-2\ln x}{x^3}$ ពិត

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{-x^2+1-2\ln x}{x^3}$ ។

៣)គេតាង $g(x)=-x^2+1-2\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ក)ស្រាយថា $g'(x)<0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$

យើងបាន $g'(x)=-2x-\frac{2}{x}=-\frac{2(x^2+1)}{x}<0$ ព្រោះ $\forall x>0:\frac{x^2+1}{x}>0$

ដូចនេះ $g'(x)<0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$

យើងបាន $g(1)=-1+1-2\ln1=0$ ។

សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $x\in(1,+\infty)$ ៖

ដោយ $g'(x)<0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ នោះ g ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ច

លើ $(1,+\infty)$ យើងបាន $g(x)>0$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $g(x)<0$

ចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ ។

៤)ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទីពបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0,+\infty)$

ដោយ $f'(x)=\frac{-x^2+1-2\ln x}{x^3}=\frac{g(x)}{x^3}$ មានសញ្ញាដូច g លើចន្លោះ $(0,+\infty)$

តាមសម្រាយខាងលើយើងបាន ៖

$f(x)>0$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $f(x)<0$ ចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ៖

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

៥)គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$ និង $f(4)$

ដោយ $f(x)=1-\ln x+\dfrac{\ln x}{x^2}$

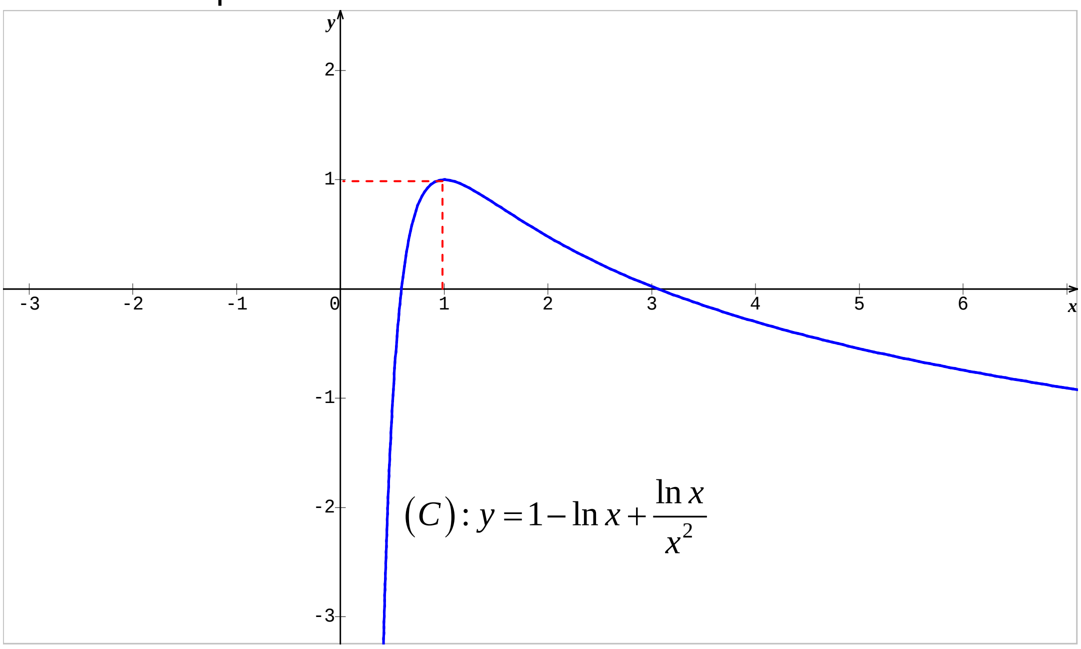
យើងបាន $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=1-\ln\dfrac{1}{2}+4\ln\dfrac{1}{2}=1-3\ln 2=1-3(0.7)=-1.1$

$$f(2)=1-\ln 2+\frac{\ln 2}{4}=1-0.7+\frac{0.7}{4}=0.475$$

$$f(4)=1-\ln 4+\frac{\ln 4}{16}=1-2\ln 2+\frac{\ln 2}{8}=-0.3125$$

ដូចនេះ៖ $f(\frac{1}{2})=-1.1,\ f(2)=0.475\ ,\ f(4)=-0.3125$ ។

សង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ៖



លំហាត់ទី១៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=x^3-6x+3x\ln x+3$

មានក្រាប (C) ។

១)គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ ។

២)ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=3\left(x^2-1+\ln x\right)$ ។

៣)គេតាង $g(x)=x^2-1+\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ក)ចូរស្រាយថា $g'(x)>0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$ ។

ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $x\in(1,+\infty)$ ។

៤)ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0,+\infty)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៥)គណនាតម្លៃ $f(2)$ ។ ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

គេឲ្យ $\ln 2=0.7$ ។

ដំណោះស្រាយ

១)គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$

អនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=x^3-6x+3x\ln x+3$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3-6x+3x\ln x+3\right)$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left[x^3\left(1-\frac{6}{x}+3\frac{\ln x}{x^2}+\frac{3}{x^3}\right)\right]=+\infty$$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^2}=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{6}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{x^3}=0$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(x^3-6x+3x\ln x+3\right)=3$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to0^+}\left(x\ln x\right)=0$

២)ស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=3\left(x^2-1+\ln x\right)$

យើងមាន $f(x) = x^3 - 6x + 3x\ln x + 3$

យើងបាន $f'(x) = 3x^2 - 6 + 3\ln x + 3 = 3x^2 - 3 + 3\ln x$

ដូចនេះចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = 3\left(x^2 - 1 + \ln x\right)$ ពិត។

៣)គេតាង $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ក)ស្រាយថា $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$

យើងមាន $g'(x) = 2x + \dfrac{1}{x} = \dfrac{2x^2 + 1}{x} > 0$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$

ដូចនេះស្រាយថា $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$

យើងបាន $g(1) = 1^2 - 1 + \ln 1 = 1 - 1 + 0 = 0$ ។ដូចនេះ $g(1) = 0$ ។

សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0,1)$ និង $x \in (1,+\infty)$

ដោយ $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ នោះ g ជាអនុគមន៍កើនលើ $(0,+\infty)$

ហើយដោយយើងមាន $g(1) = 0$ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានសញ្ញានៃ g ដូចតទៅ

ចំពោះ $x \in (0,1)$ នោះ $g(x) < 0$ និងចំពោះ $x \in (1,+\infty)$ នោះ $g(x) > 0$ ។

៤)ទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0,+\infty)$

យើងមាន $f'(x) = 3\left(x^2 - 1 + \ln x\right) = 3g(x)$

នោះ $f(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ ។

យោងតាមសម្រាយខាងលើយើងបាន $f'(x) < 0$ ចំពោះ $x \in (0,1)$

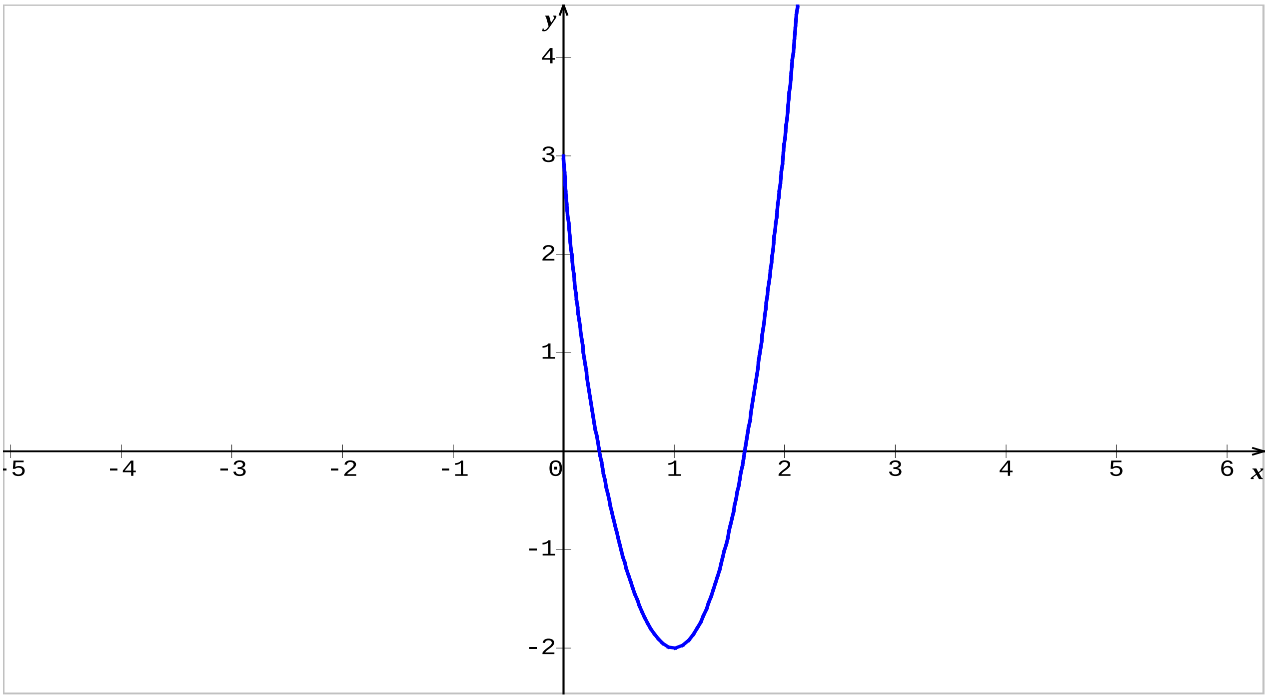
ហើយ $f'(x) = 0$ ចំពោះ $x = 1$ និង $f'(x) > 0$ ចំពោះ $x \in (1,+\infty)$ ។

តារាងអថេរភាពនៃ f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

៥)គណនាតម្លៃ $f(2)$រួចសង់ក្រាប(C)ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$

ចំពោះ$x=2$ នោះ $f(2)=8-12+6\ln 2+3=3.2$



លំហាត់ទី១៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ$(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=2(x-2)+\dfrac{1-\ln x}{x}$

មានក្រាប(C) ។

១)គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរ។

២)ស្រាយថាបន្ទាត់$(\Delta): y=2x-4$ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C)

បើ$x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(Δ)ជាមួយខ្សែកោង(C)។

៣)ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់$x>0$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{2(x^2-1)+\ln x}{x^2}$ ។

៤)គេតាង$g(x)=2(x^2-1)+\ln x$ ចំពោះគ្រប់$x>0$ ។

ក)ចូរស្រាយថា $g'(x)>0$ជានិច្ចចំពោះគ្រប់$x>0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$ ។

ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ$g(x)$ចំពោះ$x\in(0,1)$និង$x\in(1,+\infty)$។

៥)ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$លើចន្លោះ

$(0,+\infty)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៦)គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{e})$និង $f(2)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $f(x)=0$

មានឬសពីរαនិងβ ដែល $\frac{1}{e}<\alpha<1<\beta<2$ ។

ចូរសង់ក្រាប(C)ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

គេឲ្យ $\ln 2=0.7$, $e^{-1}=0.4$ ។

ដំណោះស្រាយ

១)គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរ

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\left[2(x-2)+\frac{1-\ln x}{x}\right]=+\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1-\ln x}{x}=0$ ។

និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left[2(x-2)+\frac{1-\ln x}{x}\right]=+\infty$ព្រោះ $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1-\ln x}{x}=+\infty$ ។

ដូចនេះបន្ទាត់$x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប។

២)ស្រាយថា$(\Delta):y=2x-4$ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C)បើ$x\to+\infty$

យើងបាន $f(x)-y=\frac{1-\ln x}{x}$

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1-\ln x}{x}=0$

នោះបន្ទាត់$(\Delta):y=2x-4$ជាអាស៊ីមតូត

ទ្រេតនៃក្រាប(C)បើ$x\to+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(Δ)ជាមួយខ្សែកោង(C)៖

យើងមាន $f(x)-y=\frac{1-\ln x}{x}$ មានសញ្ញាដូចភាគយក$(1-\ln x)$គ្រប់$x>0$

ចំពោះ$1-\ln x=0\Leftrightarrow x=e$ នោះ $f(x)-y=0$ នាំឲ្យបន្ទាត់(Δ) និងក្រាប(C)

ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $A(e,2e-4)$ ។

ចំពោះ $1-\ln x<0 \Leftrightarrow x>e$ នោះ $f(x)-y<0$

នាំឲ្យបន្ទាត់ (Δ) ស្ថិតនៅខាងលើ (C) ។

ចំពោះ $1-\ln x>0 \Leftrightarrow 0<x<e$ នោះ $f(x)-y>0$

នាំឲ្យបន្ទាត់ (Δ) ស្ថិតនៅពីលើខ្សែកោង (C) ។

៣) ស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{2(x^2-1)+\ln x}{x^2}$

យើងមាន $f(x)=2(x-2)+\dfrac{1-\ln x}{x}$

យើងបាន $f'(x)=2+\dfrac{-1-(1-\ln x)}{x^2}=\dfrac{2x^2-2+\ln x}{x^2}=\dfrac{2\left(x^2-1\right)+\ln x}{x^2}$

ដូចនេះចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{2(x^2-1)+\ln x}{x^2}$ ។

៤) គេតាង $g(x)=2(x^2-1)+\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ក) ស្រាយថា $g'(x)>0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$

យើងមាន $g'(x)=4x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{4x^2+1}{x}>0$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$

ដូចនេះស្រាយថា $g'(x)>0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ខ) គណនា $g(1)$ យើងបាន $g(1)=2(1^2-1)+\ln 1=2(1-1)+0=0$

ដូចនេះ $g(1)=0$ ។

សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $x\in(1,+\infty)$

ដោយ $g'(x)>0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ នោះ g ជាអនុគមន៍កើន

លើ $(0,+\infty)$ ហើយដោយយើងមាន $g(1)=0$ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានសញ្ញា

នៃ g ដូចតទៅ៖

ចំពោះ $x\in(0,1)$ នោះ $g(x)<0$ និងចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ នោះ $g(x)>0$ ។

៥) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0,+\infty)$

រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

យើងមាន $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ នោះ $f(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$។

យោងតាមសម្រាយខាងលើយើងបាន $f'(x)<0$ ចំពោះ $x\in(0,1)$

ហើយ $f'(x)=0$ ចំពោះ $x=1$ និង $f'(x)>0$ ចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ ។

តារាងអថេរភាពនៃ f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

៦)គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{e})$ និង $f(2)$

យើងបាន $f\left(\dfrac{1}{e}\right)=f\left(e^{-1}\right)=2\left(e^{-1}-2\right)+\dfrac{1-\ln e^{-1}}{e^{-1}}=2\left(0.4-2\right)+\dfrac{2}{0.4}=1.8$

ហើយ $f(2)=0+\dfrac{1-\ln 2}{2}=\dfrac{1-0.7}{2}=0.15$ ។

ដូចនេះ $f(\frac{1}{e})=1.8$ និង $f(2)=0.15$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការ $f(x)=0$ មានឫសពីរ α និង β ដែល $\dfrac{1}{e}<\alpha<1<\beta<2$

យើងមាន $f(1)=2(1-2)+\dfrac{1-\ln 1}{1}=-1$ ។

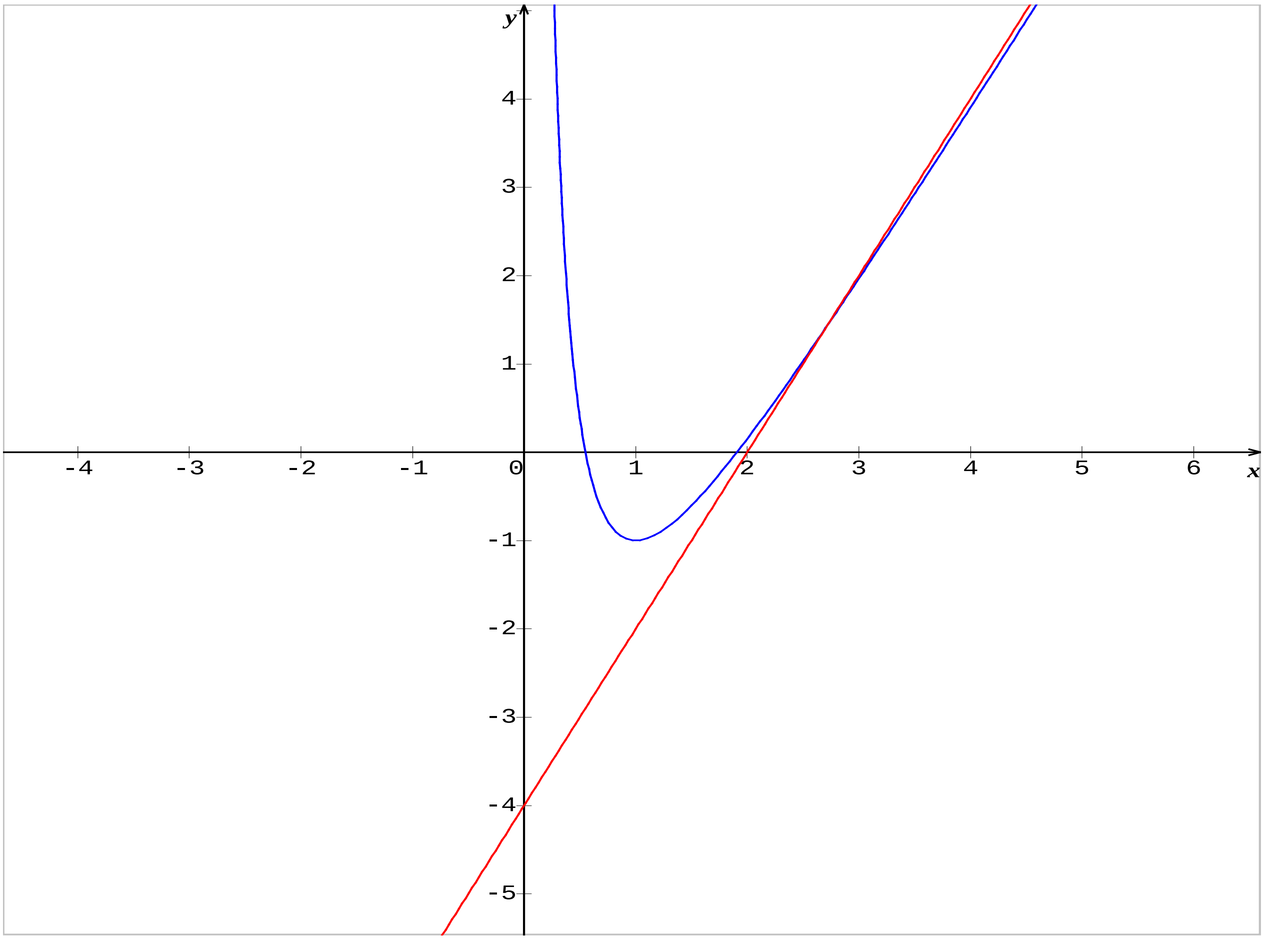
ដោយ $f\left(\dfrac{1}{e}\right)f(1)=-1.8<0$ និង $f(1)f(2)=-0.15<0$

តាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាលមានពីរចំនួនពិត α និង β ដែល $\dfrac{1}{e}<\alpha<1<\beta<2$

ធ្វើឲ្យកន្សោម $f(x)=0$ មានន័យថាសមីការ $f(x)=0$ មានឫសពីរ α និង β

ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\dfrac{1}{e}<\alpha<1<\beta<2$ ។

សង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$



លំហាត់ទី១៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=-2x+3-\dfrac{1-\ln x}{x}$

មានក្រាប (C) ។

១) គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការ

អាស៊ីមតូតឈរ។

២) ស្រាយថាបន្ទាត់ $(\Delta): y=-2x+3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)

បើ $x\to+\infty$ ។ ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (Δ) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{2(1-x^2)-\ln x}{x^2}$ ។

៤)គេតាង $g(x)=2(1-x^2)-\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ក)ចូរស្រាយថា $g'(x)<0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$ ។

ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $x\in(1,+\infty)$ ។

៥)ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទីពចូរទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0,+\infty)$

រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៦)ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

គេឲ្យ $\ln 2=0.7$, $e^{-1}=0.4$

ដំណោះស្រាយ

-១)គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរ

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\left[-2x+3-\dfrac{1-\ln x}{x}\right]=-\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\ln x}{x}=0$ ។

និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left[-2x+3-\dfrac{1-\ln x}{x}\right]=-\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1-\ln x}{x}=+\infty$ ។

ដូចនេះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប។

២)ស្រាយថាបន្ទាត់ $(\Delta): y=-2x+3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)

យើងបាន $f(x)-y=-\dfrac{1-\ln x}{x}$

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=-\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\ln x}{x}=0$

នោះបន្ទាត់ $(\Delta): y=-2x+3$ ជាអាស៊ីម

តូតទ្រេតនៃក្រាប (C) បើ $x\to+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (Δ) ជាមួយខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y=-\dfrac{1-\ln x}{x}$ មានសញ្ញាដូចភាគយក $(\ln x-1)$ គ្រប់ $x>0$

ចំពោះ $\ln x-1=0\Leftrightarrow x=e$ នោះ $f(x)-y=0$ នាំឲ្យបន្ទាត់ (Δ) និងក្រាប (C)

ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $A(e,-2e+3)$ ។

ចំពោះ $\ln x-1<0 \Leftrightarrow 0<x<e$ នោះ $f(x)-y<0$

នាំឲ្យបន្ទាត់(Δ)ស្ថិតនៅខាងលើ(C) ។

ចំពោះ $\ln x-1>0 \Leftrightarrow x>e$ នោះ $f(x)-y>0$ នាំឲ្យបន្ទាត់(Δ)ស្ថិតនៅពីលើខ្សែកោង (C)។

៣)ស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{2(1-x^2)-\ln x}{x^2}$

យើងមាន $f(x)=-2x+3-\dfrac{1-\ln x}{x}$

យើងបាន $f'(x)=-2-\dfrac{-1-(1-\ln x)}{x^2}=\dfrac{-2x^2+2-\ln x}{x^2}$

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{2(1-x^2)-\ln x}{x^2}$ ។

៤)គេតាង $g(x)=2(1-x^2)-\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ក)ស្រាយថា $g'(x)<0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$

យើងមាន $g'(x)=-2x-\dfrac{1}{x}=-\dfrac{2x^2+1}{x}<0$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$

ដូចនេះស្រាយថា $g'(x)<0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$ យើងបាន $g(1)=2(1-1)-\ln 1=2(1-1)+0=0$

ដូចនេះ $g(1)=0$ ។

សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $x\in(1,+\infty)$

ដោយ $g'(x)<0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ នោះ g ជាអនុគមន៍ចុះលើ $(0,+\infty)$

ហើយដោយយើងមាន $g(1)=0$ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានសញ្ញានៃ g ដូចតទៅ៖

ចំពោះ $x\in(0,1)$ នោះ $g(x)>0$ និងចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ នោះ $g(x)<0$ ។

៥)ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទីពបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0,+\infty)$

រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ៖

យើងមាន $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ នោះ $f(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ ។

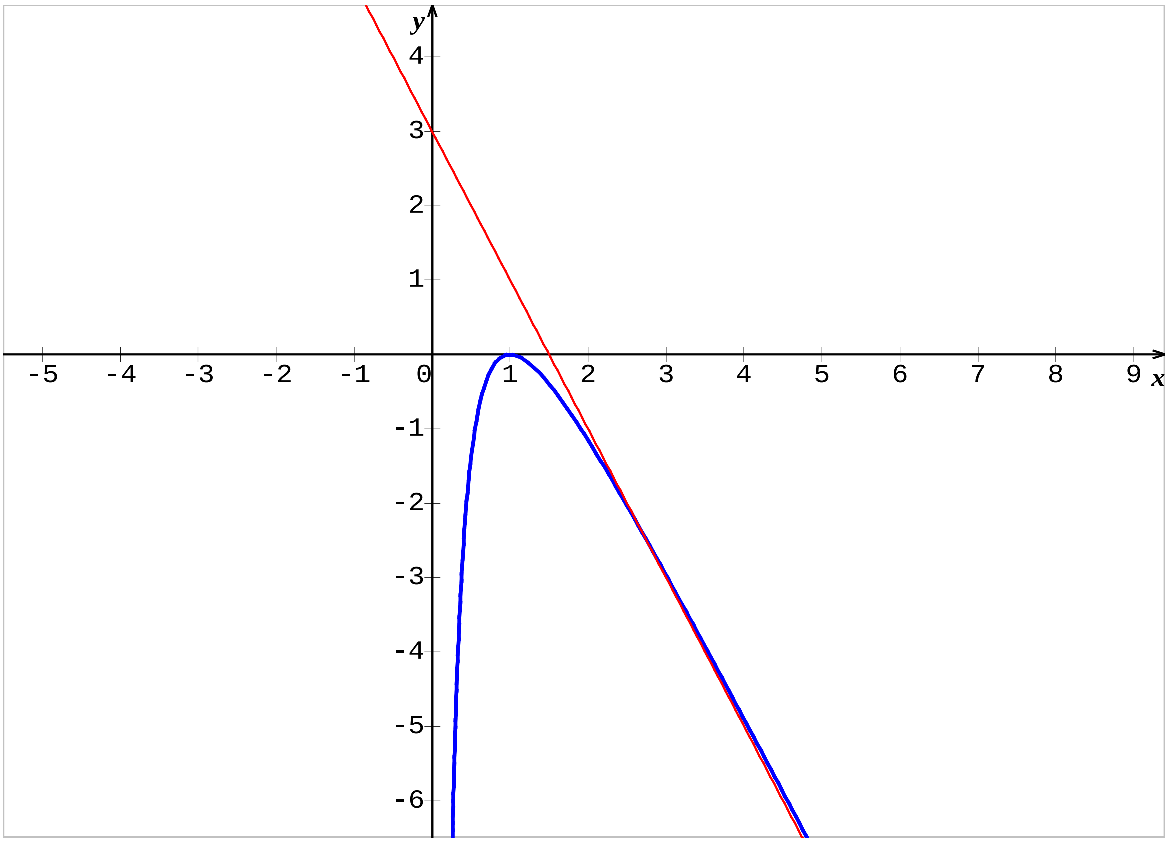
យោងតាមសម្រាយខាងលើយើងបាន $f'(x)>0$ ចំពោះ $x\in(0,1)$

ហើយ $f'(x)=0$ ចំពោះ $x=1$ និង $f'(x)<0$ ចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ ។

តារាងអថេរភាពនៃ f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

៦)សង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$



លំហាត់ទី១៨

គេឲ្យ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x+2-\dfrac{2(e^x-1)}{e^x+1}$

មានក្រាប (C) ។

១.ចូរគណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀប

រវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយនឹងបន្ទាត់ $(\Delta): y=x+2$ ។

២.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

ខ)គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣.ក)ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបំភ្លឺថាកន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរ

ជាពីរទម្រង់ $f(x)=x+\dfrac{4}{e^x+1}$ និង $f(x)=x+4-\dfrac{4e^x}{e^x+1}$ ។

ខ)ទាញបញ្ជាក់ថាខ្សែកោង (C) មានអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរតាងដោយ (d_1) និង (d_2)

៤.គណនា $f(x)+f(-x)$ រួចទាញថាចំណុច $I(0,2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៥.គណនា $f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) បន្ទាត់ $(\Delta),(d_1),(d_2)$

នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ តែមួយ។

គេយក $e=2.7,\ \dfrac{e-1}{e+1}=0.5$ និង $\dfrac{e^2-1}{e^2+1}=0.8$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀប

រវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយនឹងបន្ទាត់ $(\Delta): y=x+2$ ៖

យើងមាន $f(x)=x+2-\dfrac{2(e^x-1)}{e^x+1}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x+2-\dfrac{2\left(e^x-1\right)}{e^x+1}\right]=-\infty$

និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[x+2-\dfrac{2\left(e^x-1\right)}{e^x+1}\right] = +\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $\begin{cases}(C): f(x) = x+2-\dfrac{2(e^x-1)}{e^x+1}\\(\Delta): y = x+2\end{cases}$

យើងបាន $(C)-(\Delta): f(x)-y = -\dfrac{2(e^x-1)}{e^x+1} = \dfrac{2(1-e^x)}{e^x+1}$

ដោយគ្រប់ $x\in\mathbb{R}: e^x+1>0$ នោះ $f(x)-y = \dfrac{2\left(1-e^x\right)}{e^x+1}$

បើ $1-e^x<0 \Leftrightarrow x>0$ នោះ (C) ស្ថិតនៅពីក្រោមបន្ទាត់ (Δ) ។

បើ $1-e^x=0 \Leftrightarrow x=0$ នោះ (C) ប្រសព្វបន្ទាត់ (Δ) ត្រង់ចំណុច $I(0,2)$ ។

បើ $1-e^x>0 \Leftrightarrow x<0$ នោះ (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (Δ) ។

២.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x

យើងមាន $f(x) = x+2-\dfrac{2(e^x-1)}{e^x+1}$

យើងបាន $f'(x) = 1-\dfrac{2e^x\left(e^x+1\right)-2e^x\left(e^x-1\right)}{\left(e^x+1\right)^2} = \dfrac{\left(e^x+1\right)^2-4e^x}{\left(e^x+1\right)^2}$

$$f'(x) = \frac{e^{2x}+2e^x+1-4e^x}{\left(e^x+1\right)^2} = \frac{\left(e^x-1\right)^2}{\left(e^x+1\right)^2} = \left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2 \text{ ពិត}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

ខ)គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x)=\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2 \geq 0$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នោះ f ជាអនុគមន៍កើនហើយបើ $f'(x)=0 \Leftrightarrow e^x-1=0$ ឬ $x=0$ ។

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

៣.ក) ស្រាយបំភ្លឺថាកន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរជាពីរទម្រង់៖

$$f(x)=x+\frac{4}{e^x+1} \text{ និង } f(x)=x+4-\frac{4e^x}{e^x+1}$$

យើងមាន $f(x)=x+2-\frac{2(e^x-1)}{e^x+1}=x+\left[2-\frac{2(e^x-1)}{e^x+1}\right]=x+\frac{4}{e^x+1}$ ពិត

ហើយ $f(x)=x+2-\frac{2(e^x-1)}{(e^x+1)}=x+4+\left[-\frac{2(e^x-1)}{(e^x+1)}-2\right]=x+4-\frac{4e^x}{e^x+1}$ ពិត

ខ) ទាញបញ្ជាក់ថាខ្សែកោង (C) មានអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរតាងដោយ (d_1) និង (d_2)

យើងមាន $f(x)=x+\frac{4}{e^x+1}$ និង $f(x)=x+4-\frac{4e^x}{e^x+1}$

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4}{e^x+1}=0$ និង $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4e^x}{e^x+1}=0$

នោះបន្ទាត់ $(d_1): y=x$ និង $(d_2): y=x+4$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) រៀងគ្នាត្រង់ $+\infty$ និង $-\infty$ ។

៤.គណនា $f(x)+f(-x)$ រួចទាញថាចំណុច $I(0,2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C)

យើងមាន $f(x)=x+2-\dfrac{2\left(e^{x}-1\right)}{e^{x}+1}\quad(1)$

ជំនួស x ដោយ $-x$ ក្នុង (1) យើងបាន៖

$$f(x)+f(-x)=-x+2-\frac{2\left(e^{-x}-1\right)}{e^{-x}+1}=-x+2+\frac{2\left(e^{x}-1\right)}{e^{x}+1}\quad(2)$$

បូកសមីការ $(1)\&(2)$ យើងបាន $f(x)+f(-x)=4$ ។

ដូចនេះ $f(x)+f(-x)=4$ ។

តាមរូបមន្ត $f(x)+f(2a-x)=2b$ នោះគេទាញ $a=0\ ,\ b=2$ ។

ដូចនេះ $I(0,2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

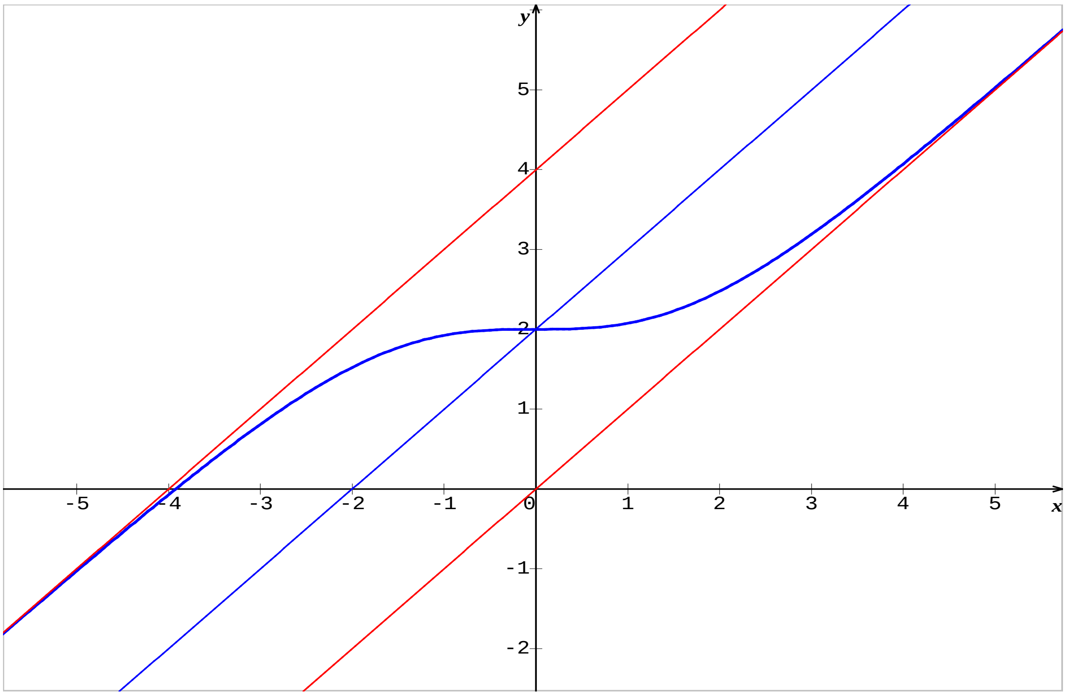
៥.គណនា $f(1)$ និង $f(2)$ និងសង់ក្រាប (C) បន្ទាត់ $(\Delta),(d_1),(d_2)$៖

យើងមាន $f(x)=x+2-\dfrac{2\left(e^{x}-1\right)}{e^{x}+1}$

ចំពោះ $x=1:\ f(1)=1+2-\dfrac{2(e-1)}{e+1}=3-2\times0.5=2$

ចំពោះ $x=2:f(2)=2+2-\dfrac{2\left(e^{2}-1\right)}{e^{2}+1}=4-2\times0.8=2.4$

ដូចនេះ $f(1)=2$ និង $f(2)=2.4$ ។



លំហាត់ទី១៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=2(x+1)^2e^x$

តាង (C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១) គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាក្រាប (C) មានអក្ស័អាប់ស៊ីសជាអាស៊ីមតូតដេក ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) កំណត់បីចំនួនពិត a,b,c ដោយដឹងថា $F(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^x$ គឺជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៤) ចូរសង់ក្រាប (C) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប (C) និងអក្ស័អាប់ស៊ីសនិងបន្ទាត់ $x=-2$, $x=0$ ។

(គេឲ្យ $e=2.7$, $e^{-1}=0.4$, $e^{-3}=0.05$)

ដំណោះស្រាយ

១) គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

យើងមាន f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=2(x+1)^2e^x$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 2(x+1)^2e^x=+\infty$

និង $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} 2(x+1)^2e^x=0$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0$ ។

ទាញបញ្ជាក់ថាក្រាប (C) មានអក្ស័អាប់ស៊ីសជាអាស៊ីមតូតដេក ៖

ដោយ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ នោះក្រាប (C) មានអក្ស័អាប់ស៊ីសជាអាស៊ីមតូតដេក។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f

យើងមាន $f(x)=2(x+1)^2e^x$

យើងបាន
$$\begin{aligned} f'(x)&=4(x+1)e^x+2(x+1)^2e^x\\ &=2(x+1)e^x\left[2+(x+1)\right]\\ &=2(x+1)(x+3)e^x \end{aligned}$$

ដូចនេះ $f'(x)=2(x+1)(x+3)e^x$ ។

បើ $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x+3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-3 \end{array}\right.$

យើងបាន $f(-3)=\dfrac{8}{e^3}=0.4$ និង $f(-1)=0$

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	0.4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

៣)កំណត់បីចំនួនពិត a,b,c

ដើម្បីឲ្យ $F(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ គឺជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$

កាលណា $\forall x\in\mathbb{R}:\ F'(x)=f(x)$

យើងមាន $F'(x)=(2ax+b)e^x+(ax^2+bx+c)e^x$

$$=\left[ax^2+(2a+b)x+(b+c)\right]e^x$$

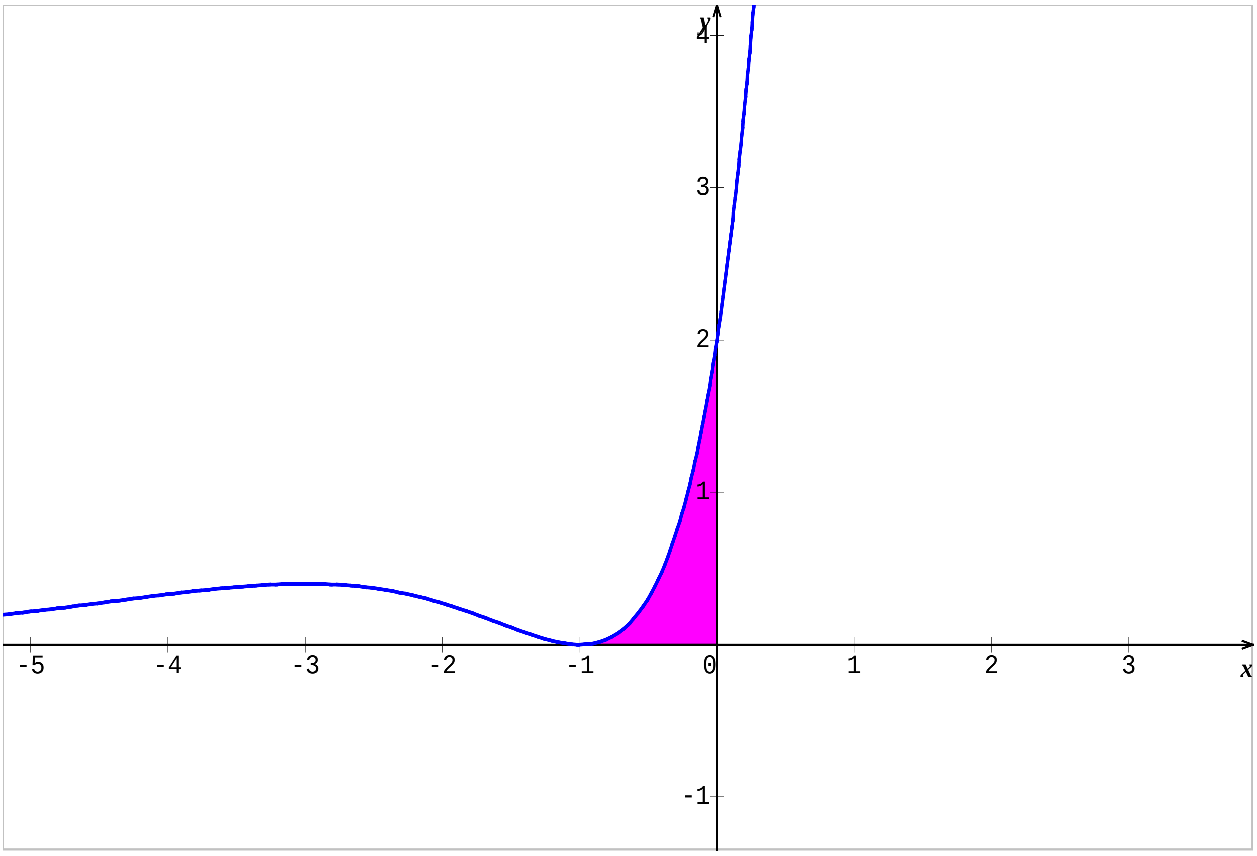
យើងបាន $\left[ax^2+(2a+b)x+(b+c)\right]e^x=2(x^2+2x+1)e^x$

យើងទាញ $\begin{cases} a=2 \\ 2a+b=4 \\ b+c=2 \end{cases}$ នោះ $a=2\ ,b=0\ ,c=2$

ដូចនេះ $a=2\ ,b=0\ ,c=2$ ។

ហើយ $F(x)=2(x^2+1)e^x$ ។

៤) សង់ក្រាប (C)



គណនាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប (C) និងអក្ស័អាប់ស៊ីស និងបន្ទាត់ $x=-1$, $x=0$ ៖

យើងបាន $S=\int_{-1}^{0} f(x)\,dx=\left[F(x)\right]_{-1}^{0}=F(0)-F(-1)$

ដោយ $F(x)=2\left(x^2+1\right)e^x$ នោះ $F(0)=2$, $F(-1)=\frac{4}{e}$

ដូចនេះ $S=2-\frac{4}{e}=\frac{2(e-2)}{e}$ (ឯកតាផ្ទៃ)។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២០

គេឲ្យ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ ។

(c) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

១)រកលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (c) ។

២)គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣)ចូរសង់ក្រាប (c) ។ គេយក $e=2.7$, $\ln 2=0.7$ ។

ដំណោះស្រាយ

១)រកលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$:

យើងមាន $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$

ហើយ $\lim\limits_{x\to0^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\ln x}{x}=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x}\times\lim\limits_{x\to0^+}(\ln x)=-\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty$ និង $\lim\limits_{x\to0^+}\left(\ln x\right)=-\infty$ ។

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=-\infty$ ។

បញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (c) :

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=-\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=0$ ឬអក្ស (oy) ជាអាស៊ីមតូតឈរ និងបន្ទាត់ $y=0$ ឬអក្ស (ox) ជាអាស៊ីមតូតដេក។

២)គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

យើងមាន $f\left(x\right)=\dfrac{\ln x}{x}$ ជាអនុគមន៍មានដែនកំណត់ $D_f=(0,+\infty)$

ដេរីវេ $f'(x)=(\dfrac{\ln x}{x})'=\dfrac{(\ln x)'(x)-(x)'(\ln x)}{x^2}=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$ ។

មានសញ្ញាដូច $(1-\ln x)$ គ្រប់ $x\in D_f$ ។

បើ $f'(x)>0$ នោះ $1-\ln x>0$ ឬ $\ln x<1$ ឬ $0<x<e$ ។

បើ $f'(x)=0$ នោះ $1-\ln x=0$ ឬ $\ln x=1$ ឬ $x=e$ ។

បើ $f'(x)<0$ នោះ $1-\ln x<0$ ឬ $\ln x>1$ ឬ $x>e$ ។

ចំពោះ $x=e$ នោះ $f(e)=\dfrac{\ln e}{e}=\dfrac{1}{e}=0.4$ ។

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0.4	$\searrow$	0

៣)សង់ក្រាប (c)