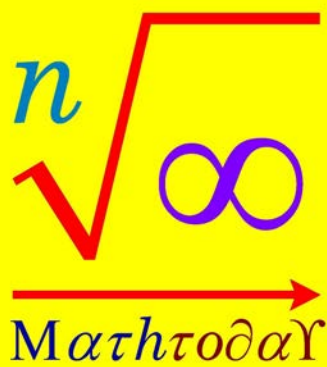


គណិតវិទ្យាថ្ងៃនេះ



សៀវភៅគណិតវិទ្យាគម្រិតគណិតវិទ្យាលំយ

ខ្សែកោងអនុគមន៍លំយកាតត្រឹមត្រូវ

លំយកាតត្រឹមត្រូវប្រឡងប្រឡងឆ្នាំ២០០២ដល់២០១៩

- * សង្ខេបមេរៀននិងគន្លឹះដោះស្រាយសំខាន់ៗ
- * លំយកាតត្រឹមត្រូវសរសេរដោយដំណោះស្រាយក្បាច់ស្រាវជ្រាវ
- * លំយកាតត្រឹមត្រូវសរសេរសម្រាប់អ្នកចូលរៀន

សម្រាប់ឆ្នាំទី១២ ឆ្នាំគណិតវិទ្យាសាស្ត្រពិត

អ្នករៀនរៀន

លើក ដំណូង

2020

ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាគោលរបស់ក្រសួងអប់រំយុវជននិងកីឡា

ជំពូកទី០១

រូបមន្តសំខាន់ៗគួរកត់សម្គាល់

១.លីមីតនៃអនុគមន៍លោការីតនេពែ

ក.រូបមន្តសំខាន់ៗ

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^n \ln x = +\infty, n > 0$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0, n > 0$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x^n} = -\infty, n > 0$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x = 0, n > 0$$

ខ.រូបមន្តផ្សេងៗទៀត

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+ax)}{ax} = 1, a \neq 0$$

២.ដេរីវេនៃអនុគមន៍លោការីតនេពែ

រូបមន្តសំខាន់ៗ

$$a) y = \ln x \quad \text{នោះ} \quad y' = \frac{1}{x}$$

$$b) y = \ln^n x \quad \text{នោះ} \quad y' = \frac{n}{x} (\ln x)^{n-1}$$

$$c) y = \ln(ax+b) \quad \text{នោះ} \quad y' = \frac{a}{ax+b}$$

$$d) y = \ln u(x) \quad \text{នោះ} \quad y' = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

៣. វិសមីការនិចសមីការ ៖

a) $\ln x = k$ សមមូល $x = e^k$, $k \in \mathbb{R}$ ។

b) $\ln x > k$ សមមូល $x > e^k$ ឬ $x \in (e^k, +\infty)$ ដែល $k \in \mathbb{R}$ ។

c) $\ln x < k$ សមមូល $0 < x < e^k$ ឬ $x \in (0, e^k)$ ដែល $k \in \mathbb{R}$ ។

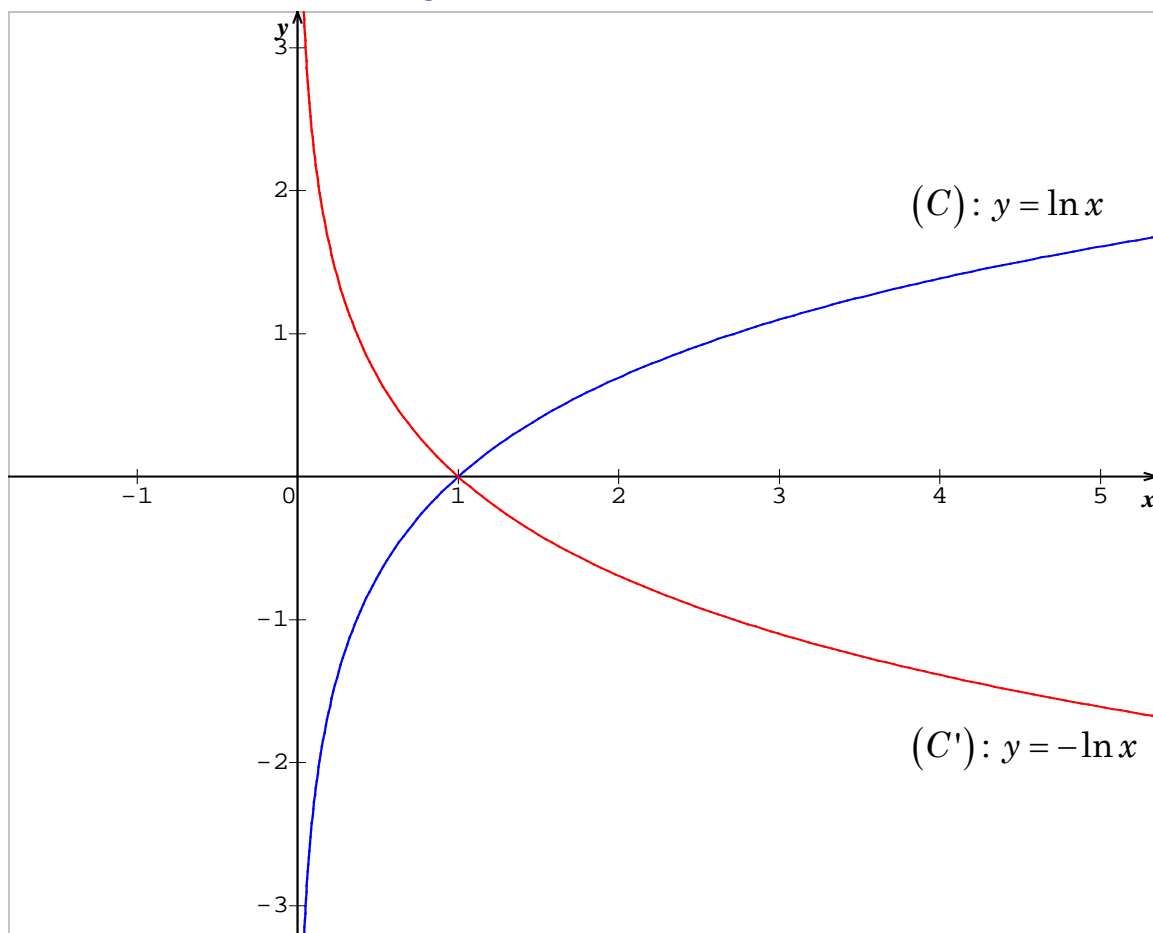
៣. លក្ខណៈនិចរូបមន្តលោការីតនេពែន ៖

a) $\ln a + \ln b = \ln(ab)$ គ្រប់ $a > 0$, $b > 0$ ។

b) $\ln a - \ln b = \ln\left(\frac{a}{b}\right)$ គ្រប់ $a > 0$, $b > 0$ ។

c) $\ln(a^b) = b \ln a$ គ្រប់ $a > 0$, $b \in \mathbb{R}$ ។ (C): $y = e^x$

d) $a^b = e^{b \ln a}$ គ្រប់ $a > 0$, $b \in \mathbb{R}$ ។



ជំពូកទី០២

គម្រោងលំហាត់អនុគមន៍លោការីតនេពែ

លំហាត់ទី០១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = -x + 2 + x \ln x$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអត្តនរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \ln x$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹង (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស $x = e$ ។

៥.ចូរគណនា $f(\frac{1}{2})$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) ។

៦.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(a)$ នៃផ្ទៃក្នុងខ័ណ្ឌដោយ (C) និង (T) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x = a$ និង $x = e$ ដែល $0 < a < e$ ។ ទាញរកលីមីត $\lim_{a \rightarrow 0^+} S(a)$ ។

លំហាត់ទី០២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = 1 + \frac{3 \ln x}{x}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអត្តនរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{3(1 - \ln x)}{x^2}$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹង (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស $x = 1$ ។
៥. ចូរគណនា $f(\frac{1}{2})$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) ។
៦. គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(b)$ នៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) និង $(d): y = 1$ និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x = 1$ និង $x = b$ ដែល $b > 1$ ។
- កំណត់តម្លៃ b ដើម្បីឲ្យ $S(b) = 6$ ។

លំហាត់ទី០៣

- គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = 2\left(1 - \frac{4 \ln x}{x^2}\right)$
- (C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។
១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។
 ២. ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{8(2 \ln x - 1)}{x^3}$ ។
 ៣. សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
 ៤. ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹង (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស $x = 1$ ។
 ៥. ចូរគណនា $f(2)$ និង $f(4)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) ។
 ៦. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយ (C) និង $(d): y = 2$ និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x = 1$ និង $x = e$ ។

លំហាត់ទី០៤

- គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = 1 + \frac{10 \ln x}{x^3}$
- (C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។
១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតឈរ

និងសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{10(1 - 3\ln x)}{x^4}$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.ចូរគណនា $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) ។

៥.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(b)$ នៃផ្ទៃក្នុងខ័ណ្ឌដោយ (C) និង (d): $y = 1$

និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x = 1$ និង $x = b$ ដែល $b > 1$ ។ រក $\lim_{b \rightarrow +\infty} S(b)$ ។

លំហាត់ទី០៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $y = f(x) = \frac{3}{2}x - 2 + \frac{1 - 2\ln x}{2x}$

មានក្រាបតំណាង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

១.ចូរគណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២. a) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d): $y = \frac{3}{2}x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

b) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d) ធៀបទៅនឹងខ្សែកោង(C) ។

៣. a) ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{3(x^2 - 1) + 2\ln x}{2x^2}$ ។

b) ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេយក $g(x) = 3(x^2 - 1) + 2\ln x$ ។ គណនា $g'(x)$

រួចបង្ហាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។

c) គណនា $g(1)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0, 1)$ និង $(1, +\infty)$

d) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. គេយក $\frac{1}{e} \approx 0.4$ ។ គណនាតម្លៃនៃ $f'(\sqrt{e})$ រួចទាញរកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = \sqrt{e}$ ។

៥. គណនា $f(\frac{1}{e})$, $f(2)$ និង $f(e)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) និង (T) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។ (គេយក $\ln 2 = 0.7$, $\sqrt{e} = 1.6$ និង $e = 2.72$)

លំហាត់ទី០៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x + 2 \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ មានក្រាបតំណាង (C)

ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរពីរបស់ខ្សែកោង (C) ។

២. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d) លើចន្លោះ $(-\infty, 0)$ និង $(1, +\infty)$

៣. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នៃចន្លោះ $(-\infty, 0)$ និង $(1, +\infty)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = \frac{(x+1)(x-2)}{x(x-1)} \text{ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ } f \text{ ។}$$

៤. រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដោយដឹងថាបន្ទាត់

ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ ។

៥. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(1, \frac{1}{2})$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៦. គណនា $f(-2)$ និង $f(3)$ រួចសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី០៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{2}{3}x - \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ មានក្រាបតំណាង (C)

ក្នុងតម្រុយអត្តនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរពីរបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y = \frac{2x}{3}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d) លើចន្លោះ $(-\infty, -1)$ និង $(1, +\infty)$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នៃចន្លោះ $(-\infty, -1)$ និង $(1, +\infty)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = \frac{2(x+2)(x-2)}{3(x+1)(x-1)} \text{ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ } f \text{ ។}$$

៤.រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដោយដឹងថាបន្ទាត់

ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $\frac{5}{12}$ ។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគល់ O ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៦.គណនា $f(-3)$ និង $f(3)$ រួចសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី០៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x - 2 + \frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្តនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរពីរបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d)លើចន្លោះ $(-\infty, 1)$ និង $(3, +\infty)$ ។
 ៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នៃចន្លោះ $(-\infty, 1)$ និង $(3, +\infty)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = \frac{x(x-4)}{(x-1)(x-3)} \text{ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ } f \text{ ។}$$

៤.រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង(C)ដោយដឹងថាបន្ទាត់
 ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $\frac{5}{8}$ ។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(2, 0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប(C) ។

៦.គណនា $f(-1)$ និង $f(5)$ រួចសង់បន្ទាត់(d)និងក្រាប(C)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។
 (គេឃើញ $\ln 2 = 0.69$ និង $\ln 3 = 1.10$) ។

លំហាត់ទី០៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = 3 + x - \frac{3}{2} \ln(2e^x + 1)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ $\left(o, \vec{i}, \vec{j} \right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = 3 - \frac{3}{2} \ln 2 - \frac{x}{2} - \frac{3}{2} \ln \left(1 + \frac{1}{2e^x} \right)$

គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 3 + x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង
 (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_1)និង(C) ។

៣. ស្រាយថាបន្ទាត់(d_2): $y = 2 - \frac{3}{2} \ln 2 - \frac{x}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C)
 កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_2)និង(C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{1 - e^x}{2e^x + 1}$
 រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. ចូរគណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (d_1) និង(d_2) ។
 គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + 2 - 2\ln(e^x + 1)$
 មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

លំហាត់ទី១០

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = -x + 2 - 2\ln(1 + \frac{1}{e^x})$
 គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។
២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ (d_1): $y = x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C)
 កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_1)និង(C) ។
៣. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់(d_2): $y = -x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C)
 កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_2)និង(C) ។
៤. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = -\frac{e^x - 1}{e^x + 1} = \frac{1 - e^x}{e^x + 1}$
 រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
៥. ស្រាយថា $f(-x) = f(x)$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ រួចទាញថាក្រាប(C)មានអ័ក្សឆ្លុះមួយ
 ដែលគេនឹងបញ្ជាក់។
៦. ចូរគណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (d_1) និង(d_2) ។

លំហាត់ទី១១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = -x - 1 + 2\ln(e^x + 3)$
 មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x - 1 + 2\ln(1 + \frac{3}{e^x})$
 គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = -x - 1 + 2\ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។
៣. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។
៤. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^x - 3}{e^x + 3}$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
៥. ស្រាយថា $f(2\ln 3 - x) = f(x)$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ រួចទាញថាក្រាប (C) មានបន្ទាត់ $(\Delta): x = \ln 3$ ជាអ័ក្សឆ្លុះ ។
៦. ចូរគណនា $f(0)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

លំហាត់ទី១២

- គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 + 3\ln x$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។
១. ចូរគណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរមួយនៃក្រាប (C) ។
 ២. ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{x}$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
 ៣. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) កែងនឹងបន្ទាត់ $(d): 4x + 2y - 1 = 0$ ហើយប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ។
 ៤. ចូរសង់បន្ទាត់ (T) និង (d) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។
 ៥. គ្រប់ $x > 0$ ចូរស្រាយថា $F(x) = \frac{x^3}{6} - 2x^2 + 2x + 3x \ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ

$f(x)$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡាខ័ណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ $x = 1, x = 3$ ។

លំហាត់ទី១៣

ឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 7x + 8 + 10\ln x$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១. ចូរគណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរមួយនៃក្រាប (C) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{(x-2)(x-5)}{x}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 1$ ។

៤. ចូរសង់បន្ទាត់ (T) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

៥. ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ស្រាយថា $F(x) = \frac{x^3}{6} - \frac{7x^2}{2} - 2x + 10x \ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយ

នៃ $f(x)$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡាខ័ណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរ $x = 2$, និង $x = 5$ ។

លំហាត់ទី១៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១. ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ f កំណត់ជានិច្ចលើ \mathbb{R} រួចចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): x = 1$ ជាអ័ក្សបង្អែងឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

- ៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់ពីរ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់
ចំណុចមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x_1 = 0$ និង $x_2 = 2$ ។ បង្ហាញថា $(T_1) \perp (T_2)$ ។
៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។
- ៦.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរសង់ខ្សែកោង (C') តាងឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ
 $g(x) = \ln(x^2 + 2x + 2)$ ដែល $x \in \mathbb{R}$ ។

លំហាត់ទី១៥

- គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \ln(x^2 + 4x + 5)$
មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។
- ១.ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ f កំណត់ជានិច្ចលើ \mathbb{R} រួចចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។
- ២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
៣. ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): x = -2$ ជាអ័ក្សបង្គោលនៃខ្សែកោង (C) ។
- ៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់ពីរ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់
ចំណុចមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x_1 = 0$ និង $x_2 = -4$ ។
៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។
- ៦.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរសង់ខ្សែកោង (C') តាងឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ
 $g(x) = \ln(x^2 - 4x + 5)$ ដែល $x \in \mathbb{R}$ ។

លំហាត់ទី១៦

- គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \ln(e^{2x} - 4e^x + 5)$
មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។
- ១.ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ f កំណត់ជានិច្ចលើ \mathbb{R} រួចចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y = \ln 5$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយបន្ទាត់ (d_1) ។
៣. ចូរបង្ហាញថាអនុគមន៍ f អាចសរសេរជា $f(x) = 2x + \ln\left(1 - \frac{4}{e^x} + \frac{5}{e^{2x}}\right)$ រួចទាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) បើ $x \rightarrow +\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយបន្ទាត់ (d_2) ។
៤. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
៥. គណនា $f(-1)$, $f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។
៦. ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរកំណត់ចំនួនពិត k ដើម្បីឲ្យសមីការ ៖
- $$\ln(e^{2x} - 4e^x + 5) = k \text{ មានឫសពីរ } x_1 \text{ និង } x_2 \text{ ដែល } x_1 < \ln \frac{5}{4} < x_2 < \ln 5 \text{ ។}$$

លំហាត់ទី១៧

- គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x - 2 - 3 \ln\left(\frac{e^x + 1}{e^x + 4}\right)$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។
១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។
២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។
៣. ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 2 + 3 \ln 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។
៤. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(e^x - 2)^2}{(e^x + 1)(e^x + 4)}$

សង់តារាងអប្បបរមាភាពនៃ f ។

៥. សង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (d_1) និង(d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x - 1 - 4 \ln\left(\frac{e^x + 1}{e^x + 3}\right)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ (d_1): $y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង
(C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងជ្រៀបរវាង(d_1)និង(C) ។

៣. ស្រាយថាបន្ទាត់(d_2): $y = x - 1 + 4 \ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង
(C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងជ្រៀបរវាង(d_2)និង(C) ។

៤. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^{2x} - 4e^x + 3}{(e^x + 1)(e^x + 3)}$

៥. សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = e^{2x} - 4e^x + 3$ រួចសង់តារាងអប្បបរមាភាពនៃ f ។

៦. សង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (d_1) និង(d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + 3 + 6 \ln\left(\frac{e^x + 1}{2e^x + 1}\right)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ (d_1): $y = x + 3 - 6 \ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

- (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។
- ៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង
- (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។
- ៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(2e^x - 1)}{(e^x + 1)(2e^x + 1)}$
- ៥.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = (e^x - 1)(2e^x - 1)$ រួចសង់តារាងអបេរភាពនៃ f ។
៦. សង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២០

- គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x - 2 - 6 \ln\left(\frac{e^x + 1}{e^x + 2}\right)$
- មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ។
- ១.គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។
- ២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង
- (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។
- ៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 2 + 6 \ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង
- (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។
- ៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^{2x} - 3e^x + 2}{(e^x + 1)(e^x + 2)}$
- ៥.ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = e^{2x} - 3e^x + 2$ រួចសង់តារាងអបេរភាពនៃ f ។
៦. សង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + 1 - 3\ln\left(\frac{2e^x + 1}{e^x + 2}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x + 1 - 3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣. ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x + 1 + 3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2(e^x - 1)^2}{(e^x + 2)(2e^x + 1)}$

រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + 2 - \ln(e^x + 3) + \frac{6}{e^x + 3}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x + 4 - \ln 3 - \ln\left(\frac{1}{3}e^x + 1\right) - \frac{2e^x}{e^x + 3}$

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x + 4 - \ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = 2 - \ln\left(1 + \frac{3}{e^x}\right) + \frac{6}{e^x + 3}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែ

កោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{3(3 - e^x)}{(e^x + 3)^2}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$ ។

៥.គណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) , (d_1) និង (d_2) ។

លំហាត់ទី២៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = -3x - 4 + 5\ln(e^x + 1) + \frac{4}{e^x + 1}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = -3x + 5\ln(e^x + 1) - \frac{4e^x}{e^x + 1}$

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = -3x$ ជាអាស៊ីមតូត

ទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = 2x - 4 + 5\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{4}{e^x + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_2)

៣.គណនារង្វាស់មុំរវាងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(e^x - 3)(2e^x + 1)}{(e^x + 1)^2}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.សរសេរសមីការបន្ទាត់(T)ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ $x = 0$ ។

៦.ចូរសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(T) , (d_1) និង(d_2)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = 3x + 6 - \ln(e^x + 2) - \frac{12e^x}{e^x + 2}$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = 3x + 6 - \ln 2 - \ln\left(1 + \frac{e^x}{2}\right) - \frac{12e^x}{e^x + 2}$

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់(d_1): $y = 3x + 6 - \ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងជ្រៀបរវាង(C)និង(d_1)

២.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = 2x - 6 - \ln(1 + \frac{2}{e^x}) + \frac{24}{e^x + 2}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់(d_2): $y = 2x - 6$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2(e^{2x} - 7e^x + 6)}{(e^x + 2)^2}$ ។

៤.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = e^{2x} - 7e^x + 6$ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.ចូរសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d_1)និង(d_2)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x - 2 + 6 \ln\left(\frac{e^x + 2}{e^x + 1}\right)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x - 2 + 6 \ln 2 + 6 \ln\left(\frac{e^x + 2}{2e^x + 2}\right)$

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x - 2 + 6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x - 2 + 6\ln\left(1 + \frac{1}{e^x + 1}\right)$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_2) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^{2x} - 3e^x + 2}{(e^x + 1)(e^x + 2)}$ ។

៤. សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = e^{2x} - 3e^x + 2$ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

សំណួរទី២៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = 3 - 2\ln x + \frac{2\ln x}{x^2}$

មានក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(1 - x^2 - 2\ln x)}{x^3}$ ។

៣) គេតាង $g(x) = 1 - x^2 - 2\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ក. ចូរស្រាយថា $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ. គណនា $g(1)$ ។ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ។

៤) ប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។

គូសតារាងអប្បបរមាភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៥) គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$ និង $f(4)$ ។ គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$ ។

ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

៦) គ្រប់ $x > 0$ ចូរស្រាយថា $F(x) = 5x - \frac{2}{x} - 2(x + \frac{1}{x}) \ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយខ្សែកោង (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x = 1$ និង $x = e$ ។

លំហាត់ទី២៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = 2(x - 2) + \frac{1 - \ln x}{x}$

មានក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរ។

២) ស្រាយថាបន្ទាត់ $(\Delta): y = 2x - 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)

បើ $x \rightarrow +\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (Δ) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(x^2 - 1) + \ln x}{x^2}$ ។

៤) គេតាង $g(x) = 2(x^2 - 1) + \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ក) ចូរស្រាយថា $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ) គណនា $g(1)$ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ។

៥) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ ចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ

$(0, +\infty)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៦) គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{e})$ និង $f(2)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $f(x) = 0$ មានឫស

ពីរ α និង β ដែល $\frac{1}{e} < \alpha < 1 < \beta < 2$ ។ គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$, $e^{-1} = 0.4$ ។

ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

លំហាត់ទី២៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x + \frac{1 - 2\ln x}{4x^2}$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

១. រក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C) ។

២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។

៣. គ្រប់ $x > 0$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{x^3 - 1 + \ln x}{x^3}$ ។

៤. គេតាង $g(x) = x^3 - 1 + \ln x$ គ្រប់ $x > 0$ ។

ក) គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $(0, +\infty)$ ។

ខ) កំណត់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0, 1)$ និង $(1, +\infty)$ ។

៥. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។ គណនា $f(0.5)$ និង $f(2)$ រួចសង់ (C) ។

គេឲ្យ $\ln 2 = 0.69$ និង $\ln(0.5) = -0.69$ ។

លំហាត់ទី២៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = 3x - 4 - 2\ln(e^x + 1) + \frac{8}{e^x + 1}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = 3x + 4 - 2\ln(e^x + 1) - \frac{8e^x}{e^x + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 3x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x - 4 - 2\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{8}{e^x + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{e^{2x} - 4e^x + 3}{(e^x + 1)^2}$ ។

៤. សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = e^{2x} - 4e^x + 3$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. គណនា $f(-2), f(-1), f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

លំហាត់ទី៣០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = 2x - 1 - \ln(e^x + 2) + \frac{12}{e^x + 2}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = 2x + 5 - \ln 2 - \ln(\frac{1}{2}e^x + 1) - \frac{6e^x}{e^x + 1}$

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 2x + 5 - \ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x - 1 - \ln(1 + \frac{2}{e^x}) + \frac{12}{e^x + 2}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{e^{2x} - 6e^x + 8}{(e^x + 2)^2}$ ។

៤. សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = e^{2x} - 6e^x + 8$ រួចសង់តារាងអបេរភាពនៃ f ។

៥. គណនា $f(-1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

លំហាត់ទី៣១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = 3x + 2 - 3\ln(e^x + 1) + \frac{4}{e^x + 1}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = 3x + 6 - 3\ln(e^x + 1) - \frac{4e^x}{e^x + 1}$

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 3x + 6$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = 2 - 3\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{4}{e^x + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{3 - e^x}{(e^x + 1)^2}$ ។

សង់តារាងអប្បបរមាភាពនៃ f ។

៤.សរសេរសមីការបន្ទាត់(T)ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ $x = 0$ ។

៥.គណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(T) , (d_1) និង (d_2) ។

លំហាត់ទី៣២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = -2x + 3 - \frac{1 - \ln x}{x}$

មានក្រាប(C) ។

១)គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការ

អាស៊ីមតូតឈរ។

២)ស្រាយថាបន្ទាត់(Δ): $y = -2x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C)

បើ $x \rightarrow +\infty$ ។ ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(Δ)ជាមួយខ្សែកោង(C)។

៣)ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(1 - x^2) - \ln x}{x^2}$ ។

៤)គេតាង $g(x) = 2(1 - x^2) - \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ក)ចូរស្រាយថា $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$ ។

ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ។

៥)ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ចូរទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ

$(0, +\infty)$ រួចគូសតារាងអប្បបរមាភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៦)ចូរសង់ក្រាប(C)ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

(គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$, $e^{-1} = 0.4$) ។

៧.ដោយប្រើក្រាប(C) ចូរសង់ក្រាប(C') តាងអនុគមន៍ g កំណត់គ្រប់ $x > 0$

ដោយ $g(x) = 2x - 3 + \frac{1 - \ln x}{x}$ ។

សំណួរទី៣៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $y = f(x) = 2 - x + \frac{1 + 2 \ln x}{x}$

(C) ជាខ្សែកោងតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១. ចូរគណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(d): $y = 2 - x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(C) និងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វា។

៣. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\forall x > 0$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ដែល $g(x) = 1 - x^2 - 2 \ln x$

៤. ក) គណនា $g'(x)$ រួចបញ្ជាក់ថា g ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ $(0, +\infty)$ ។

ខ) គណនាតម្លៃ $g(1)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0, 1)$ និងនៅលើចន្លោះ $(1, +\infty)$ ។

៥. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។ សង់ខ្សែកោង(C) និងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វា

៦. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃក្នុងខ័ណ្ឌដោយ(C) និងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វានិងបន្ទាត់ឈរពីរ $x = 1$ និង $x = e$ ។

៧. ដោយប្រើខ្សែកោង(C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនៃឫសរបស់សមីការ៖

$$x^2 + (m - 2)x - 1 - 2 \ln x = 0 \quad \text{ដែល } m \text{ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។}$$

លំហាត់ទី៣៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + 3 - 3\ln(2 + e^{-x}) + \frac{9}{1 + 2e^x}$

មានក្រាប(C) ។

១. a) គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

b) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(Δ_1): $y = x + 3 - 3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) ខាង $+\infty$ ។

២. a) គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា ៖

$$f(x) = 4(x + 3) - 3 \left[\ln(1 + 2e^x) + \frac{6e^x}{1 + 2e^x} \right] \text{ ។}$$

b) គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ។

c) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(Δ_2): $y = 4(x + 3)$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) ខាង $-\infty$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(Δ_2) ស្ថិតនៅខាងលើក្រាប(C) ជានិច្ចគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

៣. a) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{4(e^x - 1)^2}{(2e^x + 1)^2}$ ។

b) សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

(គេឲ្យ $\ln 3 = 1.1$) ។

៤. ចូរសង់បន្ទាត់(Δ_1) , (Δ_2) និងខ្សែកោង(C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់(O, \vec{i}, \vec{j}) ។

គេឲ្យតម្លៃប្រហែល $f(-2) = 1.4$, $f(-1) = 2.5$, $f(1) = 2.8$ និង $\ln 2 = 0.7$

www.mathtoday.wordpress.com

ផ្នែកដំណោះស្រាយ

