

**Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)**

**Факультет информационных технологий и прикладной  
математики**

**Кафедра вычислительной математики и программирования**

**Лабораторная работа №2 по курсу «Дискретный анализ»**

Студент: С. В. Кудинов  
Преподаватель: А. А. Кухтичев  
Группа: М8О-206Б-18  
Дата:  
Оценка:  
Подпись:

**Москва, 2019**

## Лабораторная работа №2

**Задача:** Необходимо создать программную библиотеку, реализующую указанную структуру данных, на основе которой разработать программу-словарь. В словаре каждому ключу, представляющему из себя регистронезависимую последовательность букв английского алфавита длиной не более 256 символов, поставлен в соответствие некоторый номер, от 0 до  $2^{64} - 1$ . Разным словам может быть поставлен в соответствие один и тот же номер.

Программа должна обрабатывать строки входного файла до его окончания. Необходимо реализовать следующие функции:

- Добавление в словарь пары из ключа и значения
- Удаление из словаря элемента по ключу
- Поиск элемента в словаре по ключу
- Сохранение словаря в бинарный файл
- Загрузка словаря из бинарного файла

**Используемая структура данных:** AVL-дерево

# 1 Описание

АВЛ-дерево — сбалансированное по высоте двоичное дерево поиска: для каждой его вершины высота её двух поддеревьев различается не более чем на 1. АВЛ — аббревиатура, образованная первыми буквами фамилий создателей (советских учёных) Георгия Максимовича Адельсон-Вельского и Евгения Михайловича Ландиса.

## 2 Исходный код

### 1 Описание программы

Программа предоставляет интерфейс для работы с вышеописанной структурой данных, принимая во входной поток строки с командами. Существует 5 возможных команд.

- *+ KEY VALUE* — Добавляет в дерево пару из ключа KEY и значения VALUE, если такого элемента ещё нет в дереве
- *- KEY* — Удаляет из дерева элемент с ключом KEY, если он существует
- *KEY* — Осуществляет поиск элемента с ключом KEY в дереве
- *! Save PATH\_TO\_FILE* — Сохраняет словарь в файл в компактном бинарном представлении
- *! Load PATH\_TO\_FILE* — Загружает словарь из бинарного файла, заменяя им текущий

Само дерево реализовано с помощью структуры TNode, BalanceTree, в которой хранится какая-либо вершина дерева, а также с помощью методов RemoveElement, FindByKey, FindMinimum, RemoveMinimum, AddElement, строка из 256 английских символов считается числом в 26-ричной системе, переводится в 10-ричную и так записывается в ключи дерева.

Рассмотрим реализации вышеописанных функций.

#### 1.1 Поиск

Пусть в дереве мы ищем элемент с ключом *Key*. Сначала мы переводим *Key* из слова в число. Начиная с корневого элемента дерева, будем спускаться по дереву. Если ключ меньше ключа корневого элемента, нужно спуститься в левое поддерево и продолжить поиск, в ином случае, нужно продолжить спуск в правое поддерево.

## 1.2 Вставка

Стратегия для вставки элемента в дерево такова:

- Попытаться найти *Key* в дереве. Если он уже есть, вывести сообщение об ошибке.
- С помощью поиска *Key* найти пустой лист в дереве.
- Создать новый узел, вставив в него *Key* и *Value*. Рекурсивно вернуться в корень, балансируя при этом вершины.

## 1.3 Удаление

Для удаления существует всего 3 случая.

- Если в дереве корневой элемент не содержит потомков, то его просто удаляют. Рекурсивно вернуться, балансируя вершины.
- Если удаляемый элемент *p* содержит только левый/правый потомок, то удалить этот элемент, вставив родителю элемента ссылку на этот потомок вместо ссылки на удаленный элемент. Рекурсивно вернуться, балансируя вершины.
- Если удаляемый элемент содержит левого и правого потомка, тогда найти самый минимальный элемент в правом потомке – зайдя в правый потомок, всегда идти в левые потомки, пока не будет достигнут лист. Удалить этот лист и вставить его вместо того элемента, что требуется удалить. Сбалансировать дерево.[4]

## 1.4 Сохранение в файл

Рекурсивным обходом записать дерево в файл. Если узел равен null, записать в файл пару нулей. Иначе записать пару ключ-значение вершины, а после рекурсивно вызвать функции записи вершины у левого и правого потомка. Так как ключ и значения два числа, то запись пройдет быстро.

## 1.5 Считывание из файла

Благодаря тем данным, которые мы сохранили в файл, из них можно быстро сконструировать дерево. Достаточно считывать файл до его конца.

## 2 Таблица функций и методов

main.cpp, вспомогательная функция	
long long GetHeight(TNode* n)	Возвращает высоту узла
long long GetBalance(TNode* n)	Считает баланс узла
TNode* RotateLeft(TNode* q)	Выполняет поворот влево
TNode* RotateRight(TNode* q)	Выполняет поворот вправо
void WriteTree()	Записывает дерево в бинарном представлении в файл
void RemoveTree(Node* node)	Рекурсивно удаляет дерево
TNode* BalanceTree(TNode* p)	Балансирует узел
TNode* AddElement(TNode* p, unsigned long long k, unsigned long long value )	Добавляет элемент в дерево
TNode* RemoveElement(TNode* p, unsigned long long k)	Удаляет элемент из дерева
TNode* FindByKey(TNode* p, unsigned long long key)	Удаляет элемент с помощью ключа
void RemoveTree(Node* node)	Рекурсивно удаляет дерево
TNode* BalanceTree(TNode* p)	Балансирует узел
TNode* AddElement(TNode* p, unsigned long long k, unsigned long long value )	Добавляет элемент в дерево
TNode* RemoveElement(TNode* p, unsigned long long k)	Удаляет элемент из дерева
TNode* FindByKey(TNode* p, unsigned long long key)	Удаляет элемент с помощью ключа

### 3 Консоль

```
sergey@sergey-HP-Pavilion-dv7-Notebook-PC:~/Рабочий стол/work/da2$ g++ main.cpp
sergey@sergey-HP-Pavilion-dv7-Notebook-PC:~/Рабочий стол/work/da2$ ./a.out
+ a 1
OK
+ a 1
Exist
+ aaa 2
OK
+ aaaa 3
OK
aaa
OK: 2
! Save file1.txt
OK
-aaa
OK
aaa
NoSuchWord
! Load file1.txt
OK
aaa
OK: 2
^C
sergey@sergey-HP-Pavilion-dv7-Notebook-PC:~/Рабочий стол/work/da2$ hexdump
file1.txt
00000000 02bf 0000 0000 0000 0002 0000 0000 0000
00000010 0001 0000 0000 0000 0001 0000 0000 0000
00000020 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000
*
00000040 4767 0000 0000 0000 0003 0000 0000 0000
00000050 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000
*
00000070
```

## 4 Тест производительности

Напишем простую программу для генерации тестов и замера времени выполнения данных тестов. Она генерирует заданное количество пар из строк случайной длины от 1 до 256, содержащих случайные символы латинского алфавита, и чисел типа `unsigned long long`.

```
1 #include <ctime>
2 #include <random>
3 #include <map>
4 #include <limits>
5 #include <tuple>
6 #include <string>
7 #include <cstdlib>
8 #include <iostream>
9 #include <chrono>
10 #include <iomanip>
11 #include <iostream>
12 #include <string.h>
13 #include <fstream>
14 #include <stdlib.h>
15 #include "profile.h"
16 #include <algorithm>
17 using namespace std;
18
19 default_random_engine rng;
20 const int KEY_SIZE = 260;
21 const char ADD = '+';
22 const char DELETE = '-';
23 const char FILE_OPERATION = '!';
24 const int PATH_SIZE = 1000;
25 const int ALPHABET_SIZE = 26;
26 struct TNode {
27     unsigned long long Key;
28     unsigned long long Value;
29     TNode* Left;
30     long long Height;
31     TNode* Right;
32     TNode(unsigned long long key1, unsigned long long value1) {
33         Value = value1;
34         Key = key1;
35         Height = 1;
36         Left = 0;
37         Right = 0;
38     }
39
40 };
41 TNode* p = 0;
42
```

```

43 | long long GetHeight(TNode* n) {
44 |     if (n!=NULL) {
45 |         return n->Height;
46 |     }
47 |     return 0;
48 | }
49 | long long GetBalance(TNode* n) {
50 |     return GetHeight(n->Right)-GetHeight(n->Left);
51 | }
52 |
53 | void CountHeight(TNode* n)
54 | {
55 |     int hl = GetHeight(n->Left);
56 |     int hr = GetHeight(n->Right);
57 |     n->Height = (hl>hr?hl:hr)+1;
58 | }
59 | TNode* RotateLeft(TNode* q) {
60 |     TNode*p = q->Right;
61 |
62 |     q->Right = p->Left;
63 |     p->Left = q;
64 |     CountHeight(q);
65 |     CountHeight(p);
66 |     return p;
67 |
68 | }
69 | TNode* RotateRight(TNode* q) {
70 |     TNode* p = q->Left;
71 |     q->Left = p->Right;
72 |     p->Right = q;
73 |     CountHeight(q);
74 |     CountHeight(p);
75 |     return p;
76 | }
77 | TNode* BalanceTree(TNode* p) {
78 |     CountHeight(p);
79 |     if (GetBalance(p)==2) {
80 |         TNode* q = p->Right;
81 |         if (GetBalance(q)<0) {
82 |             p->Right = RotateRight(q);
83 |         }
84 |         return RotateLeft(p);
85 |     }
86 |     if (GetBalance(p)==-2) {
87 |         TNode* q = p->Left;
88 |         if (GetBalance(q)>0) {
89 |             p->Left=RotateLeft(q);
90 |         }
91 |         return RotateRight(p);

```



```

92 | }
93 | return p;
94 | }
95 |
96 | TNode* AddElement(TNode* p, unsigned long long k,unsigned long long value ) {
97 | if( !p ) {
98 |     return new TNode(k,value);
99 | }
100 | if (k<p->Key) {
101 |     p->Left = AddElement(p->Left,k,value);
102 | }
103 | else if (k>p->Key) {
104 |     p->Right = AddElement(p->Right,k,value);
105 | }
106 | return BalanceTree(p);
107 | }
108 | TNode* FindMinimum(TNode* p) {
109 |     if (p->Left==0) {
110 |         return p;
111 |     }
112 |     return FindMinimum(p->Left);
113 | }
114 | TNode* RemoveMinimum(TNode* p)
115 | {
116 |     if( p->Left==0 ) {
117 |         return p->Right;
118 |     }
119 |     p->Left = RemoveMinimum(p->Left);
120 |     return BalanceTree(p);
121 | }
122 | TNode* RemoveElement(TNode* p, unsigned long long k) {
123 |     if (!p) {
124 |         return 0;
125 |     }
126 |     if(k<p->Key) {
127 |         p->Left = RemoveElement(p->Left,k);
128 |     }
129 |     else if(k>p->Key) {
130 |         p->Right = RemoveElement(p->Right,k);
131 |     }
132 |     if (k==p->Key) {
133 |         TNode* q = p->Left;
134 |         TNode* r = p->Right;
135 |         delete p;
136 |         if (r==0) {
137 |             return q;
138 |         }
139 |         TNode* min = FindMinimum(r);
140 |         min->Right = RemoveMinimum(r);

```

```

141 min->Left = q;
142 return BalanceTree(min);
143 }
144 return BalanceTree(p);
145 }
146 }
147 void RemoveTree(TNode* p) {
148 if (!p) {
149 return;
150 }
151 RemoveTree(p->Left);
152 RemoveTree(p->Right);
153 delete p;
154 }
155 TNode* FindByKey(TNode* p, unsigned long long key) {
156 if (p==0) {
157 return 0;
158 }
159 }
160 if (key<p->Key) {
161 return FindByKey(p->Left,key);
162 }
163 if (key>p->Key) {
164 return FindByKey(p->Right,key);
165 }
166 return p;
167 }
168 std::ofstream fs;
169 std::ifstream input;
170 unsigned long long Key;
171 unsigned long long value;
172 void WriteTree(char path[PATH_SIZE], TNode* p) {
173 }
174 if (p==0) {
175 unsigned long long v = 0;
176 unsigned long long k = 0;
177 }
178 fs.write((char*)&k, sizeof(unsigned long long));
179 fs.write((char*)&v, sizeof (unsigned long long));
180 return;
181 }
182 fs.write((char*)&p->Key, sizeof(unsigned long long));
183 fs.write((char*)&p->Value, sizeof (unsigned long long));
184 WriteTree(path,p->Left);
185 WriteTree(path,p->Right);
186 }
187 }
188 TNode* ReadTree() {
189 TNode* q = 0;

```

```

190 | if (input.read((char*)&Key), sizeof(unsigned long long int))) {
191 | input.read((char*)&value), sizeof (unsigned long long int));
192 | if (Key==0) {
193 | return q;
194 | }
195 | q = new TNode(Key,value);
196 | }
197 | q->Left = ReadTree();
198 | q->Right = ReadTree();
199 | return q;
200 | }
201 | char command[KEY_SIZE];
202 | char operation[KEY_SIZE];
203 | unsigned long long GetHash(char key[KEY_SIZE]) {
204 | int i = 0;
205 | unsigned long long a=0;
206 | while ((key[i]))
207 | {
208 | a*=ALPHABET_SIZE;
209 | a+=(key[i]-('a'-1));
210 | ++i;
211 | }
212 | return a;
213 | }
214 | uint64_t get_number(uint64_t min = 0,uint64_t max = numeric_limits<unsigned long long
    >::max()) {
215 | uniform_int_distribution<unsigned long long> dist_ab(min, max);
216 | return dist_ab(rng);
217 | }
218 |
219 | string get_string() {
220 | size_t string_size = get_number(1,256);
221 | string string;
222 | string.resize(string_size);
223 | for (size_t i = 0; i < string_size; ++i) {
224 | string[i] = 'a' + get_number(0,25);
225 | }
226 | return string;
227 | }
228 |
229 | vector<unsigned char> convert_string(const string& s) {
230 | vector<unsigned char> vector(s.size());
231 | for (size_t i = 0; i < s.size(); ++i) {
232 | vector[i] = s[i];
233 | }
234 | return vector;
235 | }
236 |
237 | string convert_string(vector<unsigned char>& vec) {

```

```

238 string str;
239 str.resize(vec.size());
240 for (size_t i = 0; i < str.size(); ++i) {
241     str[i] = vec[i];
242 }
243 return str;
244 }
245 void add(char word[KEY_SIZE], unsigned long long num) {
246     int i = 0;
247     while (word[i]) {
248         word[i] = tolower(word[i]);
249         i++;
250     }
251
252     if (FindByKey(p, GetHash(word)) == 0) {
253         p = AddElement(p, GetHash(word), num);
254     } else {
255     }
256 }
257 void Delete(char word[KEY_SIZE]) {
258     int i = 0;
259
260     while (word[i]) {
261         word[i] = tolower(word[i]);
262         i++;
263     }
264     if (FindByKey(p, GetHash(word)) == 0) {
265     } else {
266         p = RemoveElement(p, GetHash(word));
267     }
268 }
269 int main() {
270     char cstr[KEY_SIZE];
271     rng.seed(std::chrono::system_clock::now().time_since_epoch().count());
272     size_t count;
273     cin >> count;
274
275     vector<pair<string, unsigned long long>> test_data(count);
276     ofstream test_data_log("file.test", ios::out);
277     {
278         LOG_DURATION("Generate")
279         for (size_t i = 0; i < count; ++i) {
280             test_data[i].first = (get_string());
281             test_data[i].second = get_number(0, numeric_limits<unsigned long long>::max());
282             test_data_log << test_data[i].first << " " << test_data[i].second << "\n";
283         }
284     }
285
286     cout << "AVL test\n";

```

```

287 |
288 | {
289 | LOG_DURATION("Insert time")
290 | for (size_t i = 0; i < count; ++i) {
291 | std::copy(test_data[i].first.begin(), test_data[i].first.end(), cstr);
292 |
293 | add(cstr, test_data[i].second);
294 | }
295 | }
296 |
297 |
298 | std::shuffle(test_data.begin(), test_data.end(), rng);
299 | {
300 | LOG_DURATION("Write and erase one element")
301 | for (size_t i = 0; i < count; ++i) {
302 | std::copy(test_data[i].first.begin(), test_data[i].first.end(), cstr);
303 |
304 | Delete(cstr);
305 | add(cstr, test_data[i].second);
306 | }
307 | }
308 | {
309 | LOG_DURATION("Erase time")
310 | for (size_t i = 0; i < count; ++i) {
311 | std::copy(test_data[i].first.begin(), test_data[i].first.end(), cstr);
312 | Delete(cstr);
313 | }
314 | }
315 | {
316 | LOG_DURATION("Erase empty time")
317 | for (size_t i = 0; i < count; ++i) {
318 | std::copy(test_data[i].first.begin(), test_data[i].first.end(), cstr);
319 | Delete(cstr); }
320 | }
321 |
322 |
323 |
324 |
325 | vector<pair<string, unsigned long long>> map_test(test_data.size());
326 | for (size_t i = 0; i < map_test.size(); ++i) {
327 | map_test[i] = {(test_data[i].first), test_data[i].second};
328 | }
329 | cout << "std::map test\n";
330 | map<string, unsigned long long> map;
331 | {
332 | LOG_DURATION("Insert time")
333 | for (size_t i = 0; i < count; ++i) {
334 | map[map_test[i].first] = map_test[i].second;
335 | }

```

```

336 }
337
338 std::shuffle(test_data.begin(), test_data.end(), rng);
339
340 {
341     LOG_DURATION("Write and erase one element")
342     for (size_t i = 0; i < count; ++i) {
343         map.erase(map_test[i].first);
344         map[map_test[i].first] = map_test[i].second;
345     }
346 }
347 {
348     LOG_DURATION("Erase time")
349     for (size_t i = 0; i < count; ++i) {
350         map.erase(map_test[i].first);
351     }
352 }
353 {
354     // LOG_DURATION("Erase empty time")
355     // for (size_t i = 0; i < count; ++i) {
356     //     map.Erase(test_data[i].first);
357     // }
358 }
359
360 return 0;
361 }

```

## 1 Протокол тестирования производительности

```

sergey@sergey-HP-Pavilion-dv7-Notebook-PC:~/Рабочий стол/work/da2$ ./test1
1000000
Generate: 12222 ms
AVL test
Insert time: 4564 ms
Write and erase one element: 10648 ms
Erase time: 5066 ms
Erase empty time: 3521 ms
std::map test
Insert time: 3632 ms
Write and erase one element: 7176 ms
Erase time: 4811 ms

```

## 5 Выводы

Выполнив вторую лабораторную работу по курсу «Дискретный анализ», я научился эффективнее использовать функции заголовочного файла `chrono`. Также я узнал о строении и тонкостях реализации структуры данных AVL-дерево, одной из первых бинарных деревьев, где вставка и удаление занимают  $O(\log(n))$  написав бенчмарк.

## Список литературы

- [1] Томас Х. Кормен, Чарльз И. Лейзерсон, Рональд Л. Ривест, Клиффорд Штайн. *Алгоритмы: построение и анализ, 2-е издание*. — Издательский дом «Вильямс», 2007. Перевод с английского: И. В. Красиков, Н. А. Орехова, В. Н. Романов. — 1296 с. (ISBN 5-8459-0857-4 (рус.))
- [2] Роберт Седжвик. *Фундаментальные алгоритмы, 3-я редакция*. — Издательский дом «ДиаСофт», 2001. Перевод с английского: С. Н. Козлов, Ю. Н. Артеменко, О. А. Шадрин — 688 с. (ISBN 966-793-89-5(рус.))
- [3] *Лекции по курсу «Дискретный анализ» МАИ.*
- [4] Dinesh P. Mehta, Sartaj Sahni. *Handbook of Data Structures and Applications, 2nd Edition*. — Chapman and Hall/CRC, 2018. (ISBN 9781498701853).