

Zadaci za Praktični kolokvij iz Programiranja 1

Zadatak 1:

Za broj $n \in \mathbb{N}$ kažemo da je obilan ako je strogo manji od zbroja svih svojih djelitelja (izuzevši njega samog). Na primjer, $12 < 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$, pa je 12 obilan broj, dok broj $16 > 1 + 2 + 4 + 8 = 15$, nije obilan broj. Napišite program koji, za uneseni $k \in \mathbb{N}$, ispisuje sve obilne brojeve manje ili jednake k .

Zadatak 2:

Kažemo da su međusobno različiti prirodni brojevi a i b prijateljski ako je zbroj svih djelitelja broja a , strogo manjih od a , jednak broju b , a zbroj svih djelitelja broja b , strogo manjih od b , jednak broju a . Napišite program koji učitava dva prirodna broja m i n , uz pretpostavku da je $m < n$, i ispisuje sve parove prijateljskih brojeva (a, b) , takve da je $m \leq a < b \leq n$. Svaki par treba ispisati točno jednom. Na primjer, ako je $m = 100$ i $n = 300$, onda program treba ispisati $a = 220$, $b = 284$, jer su to jedini prijateljski brojevi između 100 i 300. Brojevi $a = 220$ i $b = 284$ su prijateljski, jer su djelitelji broja a (strogo manji od njega): 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110 (suma im je 284), dok su djelitelji broja b (strogo manji od njega): 1, 2, 4, 71, 142 (njihova suma je 220).

Zadatak 3:

Za broj $n \in \mathbb{N}$, Eulerova funkcija $\varphi(n)$ definira se kao broj prirodnih brojeva u skupu $\{1, \dots, n\}$ koji su relativno prosti s n . Napišite program koji će učitati prirodni broj n i ispisati vrijednost Eulerove funkcije od n .

Zadatak 4:

Pitagorin trokut je pravokutni trokut sa stranicama čije duljine su prirodni brojevi (na primjer, 3, 4, 5, ili 5, 12, 13). Napišite program koji učitava prirodni broj n i nalazi sve Pitagorine trokute s hipotenuzom duljine n . Za svaki takav trokut treba ispisati duljine sve tri stranice u uzlaznom poretku. Ako takvih trokuta nema, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Zadatak 5:

Prirodni broj je savršen, ako je jednak sumi svih svojih djelitelja, osim samog sebe. Na primjer, broj 6 je (najmanji) savršen broj, jer je $6 = 1 + 2 + 3$. Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje sve savršene brojeve manje ili jednake n . Ako je takvih brojeva nema, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Zadatak 6:

Napišite program koji učitava prirodni broj $n \leq 10$. Program prvo treba provjeriti je li $n \leq 10$. Ako je, onda treba ispisati najmanji prirodni broj sa svojstvom da pri dijeljenju s 2 daje ostatak 1, pri dijeljenju s 3 daje ostatak 2, pri dijeljenju s 4 daje ostatak 3, ..., pri dijeljenju s n daje ostatak $n - 1$. Ako je $n > 10$, treba ispisati odgovarajuću poruku. Na primjer, za $n = 4$, rezultat je 11.

Zadatak 7:

Za prirodni broj k , definiramo funkciju $d(k)$ = broj svih djelitelja broja k , uključivo i njega samog. Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje tablicu vrijednosti funkcije $d(k)$, za sve prirodne brojeve k manje ili jednake n . Na kraju, treba ispisati za koji k se dostiže maksimum vrijednosti $d(k)$. Ako takvih brojeva ima više, treba ispisati najmanjeg.

Zadatak 8:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje najveći prirodni broj m , manji ili jednak n , sa sljedećim svojstvima: broj m je potpun kvadrat nekog prirodnog broja, zadnja znamenka (jedinica) u dekadskom zapisu broja m je 9, pri dijeljenju broja m s 3 dobivamo ostatak 1. Ako takvog broja m nema, treba ispisati odgovarajuću poruku. Na primjer, za $n = 200$, rezultat je $m = 169 = 13^2$. Najmanji broj s traženim svojstvima je $49 = 7^2 = 16 \cdot 3 + 1$.

Zadatak 9:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati koliko ima prirodnih brojeva, strogo većih od 1, čiji kvadrat dijeli broj n . Primjer: broj $n = 36$ je djeljiv s 2^2 , 3^2 i 6^2 , pa program treba ispisati 3.

Zadatak 10:

Za prirodni broj n , definiramo funkciju $s(n)$ kao sumu svih djelitelja od n , osim njega samog. Tako je $s(1) = 0$. Kažemo da je prirodni broj n “manjkav”, ako je $s(n) < n$, “savršen”, ako je $s(n) = n$, a “obilan”, ako je $s(n) > n$. Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje broj manjkavih, broj savršenih i broj obilnih brojeva manjih ili jednakih n .

Primjer: broj 8 je manjkav, jer je $s(8) = 1 + 2 + 4 = 7 < 8$, broj 6 je savršen, jer je $s(6) = 1 + 2 + 3 = 6$, a broj 12 je obilan, jer je $s(12) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 > 12$.

Zadatak 11:

Za prirodni broj n kažemo da je obilan, ako je strogo manji od sume svih svojih djelitelja, osim njega samog. Napišite program koji učitava prirodne brojeve k i m . Pretpostavljamo da je $k \leq m$ (ne treba provjeravati). Program treba ispisati početak (prvi član) i duljinu (broj članova) najduljeg niza uzastopnih obilnih brojeva koje se nalaze između brojeva k i m , uključivo i oba ta broja. Ako takvih nizova, iste najveće duljine, ima više, onda treba ispisati najmanji početak. Ako takvog niza nema, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Primjer: za $k = 6$ i $m = 15$, jedini obilan broj između 6 i 15 je 12 (suma djelitelja je 16), pa program treba ispisati brojeve 12 i 1.

Zadatak 12:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati najmanji prirodni broj m koji se na (barem) n različitih načina može prikazati kao suma kvadrata dva prirodna broja, $m = n_1^2 + n_2^2$, s tim da je $n_1 \leq n_2$.

Zadatak 13:

Napišite program koji učitava prirodni broj $n \geq 2$ i provjerava je li broj n prost, koristeći slijedeći (Wilsonov) teorem: “Prirodni broj n je prost, ako i samo ako je ostatak pri dijeljenju $(n - 1)!$ s n jednak -1 ”, odnosno, jednak $n - 1$ (u standardnom sustavu ostataka modulo n). Program treba ispisati n i odgovarajuću poruku.

Uputa: Nemojte izravno računati $(n - 1)!$ kao broj, već množenja radite samo s ostacima modulo n .

Primjer: neka je $n = 5$, a ostatke faktoriijela računamo, na primjer, od 1 prema $n - 1 = 4$. Onda je, redom, $1 = 1 \bmod 5$, $2 \cdot 1 = 2 \bmod 5$, $3 \cdot 2 = 1 \bmod 5$, $4 \cdot 1 = 4 \bmod 5$. Zadnji ostatak je $4 = n - 1$, pa je 5 prost broj.

Zadatak 14:

Napišite program koji učitava prirodni broj $n \geq 4$. Program treba pronaći prirodne brojeve m i k (oba strogo veća od 1), takve da je razlika $n - m^k$ nenegativna i najmanja moguća (najbolja aproksimacija broja n “odozdo”, netrivialnom potencijom prirodnog broja). Ispišite n , m , k i dobivenu najmanju razliku. Ako ima više rješenja za m i k , s istom najmanjom razlikom, dovoljno je ispisati jedno rješenje (na primjer, ono s najmanjim m).

Primjer: za $n = 17$, izlazi da je $17 - 2^4 = 17 - 4^2 = 1$, pa program treba ispisati brojeve 17, 2, 4, 1.

Zadatak 15:

Prirodni brojevi k i ℓ , uz $k < \ell$, su prijateljski brojevi, ako je suma svih djelitelja jednog broja (bez samog broja) jednaka drugom od ta dva broja, i obratno. Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati najveći par prijateljskih brojeva k i ℓ , takvih da je $k < \ell \leq n$. Kod usporedbe takvih parova, veći je onaj par s većim prvim brojem k . Ako takvih parova nema, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Na primjer, $k = 220$ i $\ell = 284$ su najmanji par prijateljskih brojeva.

Zadatak 16:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i m . Program treba ispisati sve parove prirodnih brojeva p , q , takve da je $p, q \leq m$, za koje je

$$p^2 - n \cdot q^2 = 4.$$

Ako takvih brojeva nema, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Na primjer, za $n = 1$ nema takvih brojeva, a za $n = 2$, jedno rješenje je $p = 6$ i $q = 4$.

Zadatak 17:

Napišite program koji učitava prirodni broj $n \geq 2$ i nalazi najveću moguću vrijednost najveće zajedničke mjere $M(m, n)$, po svim prirodnim brojevima m , strogo manjim od n . Program treba ispisati nađenu najveću vrijednost $M(m, n)$ i najveći broj m za kojeg se ta vrijednost dostiže.

Primjer: za $n = 15$, dobivamo da je $\max\{M(m, n) \mid 1 \leq m < 15\} = 5$, a najveći broj za kojeg se ona dostiže je $m = 10$.

Zadatak 18:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati sve prirodne brojeve m , strogo manje od n , za koje postoji multiplikativni inverz modulo n , tj. prirodni broj $k < n$, takav da vrijedi

$$m \cdot k = 1 \bmod n.$$

Za svaki takav m , program treba ispisati i pripadni “inverz” k .

Primjer: za $n = 6$, brojevi $m \in \{1, \dots, 5\}$ koji imaju inverz modulo 6 su 1 (inverz je 1) i 5 (inverz je 5), jer je $5 \cdot 5 = 25 = 1 \bmod 6$.

Zadatak 19:

Napišite program koji učitava 4 prirodna broja b_1, n_1, b_2 i n_2 , između kojih se nalazi točno po jedan znak, u obliku

$$b_1 / n_1 \circ b_2 / n_2$$

tako da prvi i treći znak moraju biti kosa crta $/$, a srednji znak \circ mora biti jedan od sljedeća 4 znaka za aritmetičku operaciju: $+$ (zbrajanje), $-$ (oduzimanje), $*$ (množenje) ili $:$ (dijeljenje). Učitane brojeve interpretiramo kao brojnike, odnosno, nazivnike racionalnih brojeva $r_1 = b_1/n_1$ i $r_2 = b_2/n_2$. Program treba ispisati rezultat zadane operacije $r_1 \circ r_2$ u obliku neskratljivog razlomka b/n , s tim da brojnik b smije biti negativan, a nazivnik n je jednak 1, ako je rezultat cijeli broj.

Primjer: za ulaz $2/3 + 1/2$, izlaz je $7/6$.

Uputa: Računanje provedite u cjelobrojnoj aritmetici, koristeći odgovarajuće relacije za brojnik i nazivnik.

Zadatak 20:

Napišite program koji učitava prirodni broj $n \geq 2$. Program treba ispisati najmanji prirodni broj m , strogo veći od n , takav da m i n imaju zajednički faktor (djelitelj) veći od 1, tj. takav da je $M(m, n) > 1$.

Primjer: za $n = 15$, rezultat je $m = 18$.

Zadatak 21:

Za prirodni broj n , definiramo funkciju $d(n)$ = broj svih djelitelja broja n , uključivo i njega samog. Napišite program koji učitava prirodni broj m . Program treba pronaći najdulji niz prirodnih brojeva manjih ili jednakih m , za koje vrijedi

$$d(n) = d(n+1) = \dots = d(n+k),$$

s tim da je $n+k \leq m$. Za pronađeni niz, treba ispisati početni broj n , njegovu duljinu $k+1$ i vrijednost $d(n)$. Ako takvih nizova (iste najveće duljine) ima više, ispišite podatke za onog s najmanjim n .

Primjer: za $m = 10$, vrijednosti funkcije $d(n)$, za $n \leq 10$, su $d(1) = 1$, $d(2) = 2$, $d(3) = 2$, $d(4) = 3$, $d(5) = 2$, $d(6) = 4$, $d(7) = 2$, $d(8) = 4$, $d(9) = 3$, $d(10) = 4$. Traženi najdulji niz konstantnih vrijednosti počinje za $n = 2$, ima duljinu 2, a vrijednost funkcije je 2. Za $m = 100$, najdulji niz počinje za $n = 33$, duljina je 3, a vrijednost funkcije je 4 (postoje još dva niza duljine 3, počinju za $n = 85$ i $n = 93$, a u oba je vrijednost funkcije 4).

Zadatak 22:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati na koliko se različitih načina broj n može prikazati kao suma uzastopnih prirodnih brojeva. Jednočlana “suma” (sam broj) se, također, broji.

Na primjer, za $n = 15$, postoje čak 4 takva rastava

$$15, \quad 7+8, \quad 4+5+6, \quad 1+2+3+4+5.$$

Neobavezna uputa: Ako želite elegantno rješenje, iskoristite formulu za sumu prvih m prirodnih brojeva, $1+2+\dots+m = m(m+1)/2$.

Zadatak 23:

Za prirodni broj n kažemo da je manjkav, ako je strogo veći od sume svih svojih djelitelja, osim njega samog. Napišite program koji učitava prirodne brojeve k i m . Pretpostavljamo da je $k \leq m$ (ne treba provjeravati). Program treba ispisati početak (prvi član) i duljinu (broj članova) najduljeg niza uzastopnih manjkavih brojeva koje se nalaze između brojeva k i m , uključivo i oba ta broja. Ako takvih nizova, iste najveće duljine, ima više, onda treba ispisati najveći početak. Ako takvog niza nema, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Primjer: za $k = 10$ i $m = 15$, manjkavi brojevi između 10 i 15 su 10, 11, 13, 14, 15, pa program treba ispisati brojeve 13 i 3.

Zadatak 24:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu b (pretpostavljamo da je $2 \leq b \leq 10$, ne treba provjeravati), a zatim ispisuje znamenke broja n u bazi b i to slijeva nadesno. Primjerice, ako je $n = 38$ i $b = 3$, tada ispis mora biti 1102.

Zadatak 25:

Napišite program koji, jednu po jednu, učitava znamenke binarnog broja, počevši od krajnje lijeve. Znamenke se učitavaju kao brojevi, a ne kao znakovi. Učitavanje prestaje kad se unese broj koji nije 0 ili 1. Program treba ispisati koji dekadski broj ima takav binarni zapis. Primjerice, ako je unos bio 1 0 0 1 1 2, program treba ispisati 19.

Zadatak 26:

Kažemo da je prirodni broj a “binarni palindrom”, ako čitajući binarni zapis broja a slijeva nadesno dobivamo isto kao kad čitamo isti zapis zdesna nalijevo. Na primjer, broj 5 je binarni palindrom, jer je njegov binarni zapis $(101)_2$, dok broj 6 nije binarni palindrom (binarni zapis čitan slijeva nadesno je 110, a zdesna nalijevo je 011, što nije isto). Napišite program koji učitava dva prirodna broja m i n , uz pretpostavku $m \leq n$, i ispisuje sve binarne palindrome a takve da je $m \leq a \leq n$.

Zadatak 27:

Napišite program koji učitava prirodni broj n , te ispisuje produkt svih apsolutnih razlika susjednih dekadskih znamenaka tog broja. Ako je broj jednoznamenkast, program treba ispisati broj 0 (nema susjednih znamenki).

Na primjer, ako je učitani broj $n = 1719$, program treba ispisati 288, jer je $|1 - 7| \cdot |7 - 1| \cdot |1 - 9| = 6 \cdot 6 \cdot 8 = 288$.

Zadatak 28:

Napišite program koji učitava bazu b (pretpostavljamo da je $2 \leq b \leq 10$, ne treba provjeravati) i prirodni broj n , a zatim n brojeva koji predstavljaju znamenke nekog broja m u bazi b . Program treba ispisati o kojem dekadskom broju m se radi. Primjerice, ako je unos bio $b = 5$ i $n = 4$, a zatim su uneseni brojevi 3, 4, 2 i 1, program treba ispisati 486 (jer je $m = 3 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = 486$).

Napomena: Smijete pretpostaviti da će znamenke broja biti korektno zadane (brojevi između 0 i $b - 1$).

Zadatak 29:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i k . Neka je $a_0 = n$ početni član niza, a svaki sljedeći član niza a_i dobivamo kao sumu kvadrata dekadskih znamenki prethodnog člana a_{i-1} . Program treba ispisati k -ti član a_k ovog niza.

Na primjer, za $n = 987$ i $k = 8$, članovi zadanog niza su $a_1 = 194$, $a_2 = 98$, $a_3 = 145$, $a_4 = 42$, $a_5 = 20$, $a_6 = 4$, $a_7 = 16$, $a_8 = 37$, ..., pa program treba ispisati 37.

Zadatak 30:

Napišite program koji učitava prirodni broj n te ispisuje koje su dvije susjedne dekadске znamenke tog broja “najudaljenije”, tj. imaju najveću razliku po apsolutnoj vrijednosti. Ako takvih susjednih parova znamenaka ima više, program treba ispisati bilo koji od tih parova. Ako je broj jednoznamenkast, program treba ispisati samo tu znamenku (jer nema susjednih znamenki).

Na primjer, ako je učitani broj $n = 1719$, program treba ispisati 1 9, jer je $\max\{|1 - 7|, |7 - 1|, |1 - 9|\} = \max\{6, 6, 8\} = 8$, što znači da su “najudaljenije” susjedne znamenke 1 i 9.

Zadatak 31:

Napišite program koji učitava prirodni broj n , te ispisuje produkt zbroja svih parnih i zbroja svih neparnih znamenki od n . Na primjer, za $n = 56894$, traženi rezultat je $(6 + 8 + 4) \cdot (5 + 9) = 252$, pa program treba ispisati 252.

Zadatak 32:

Za prirodan broj n kažemo da je pandigitalan u bazi b , ako zapis broja n u bazi b sadrži sve moguće znamenke u bazi b . Na primjer, broj 1234567890 je pandigitalan u bazi 10 (i još prikaziv na 32 bita), a broj $16 = (10000)_2$ je pandigitalan u bazi 2. Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu b (pretpostavljamo da je $2 \leq b \leq 9$, ne treba provjeravati), te provjerava je li n pandigitalan u bazi b i ispisuje odgovarajuću poruku — DA ili NE. Napomena: oba broja se unose u bazi 10.

Uputa: Za svaku moguću znamenku provjerite postoji li ta znamenka u prikazu broja.

Zadatak 33:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu $b \geq 2$. Program treba ispisati produkt svih znamenki različitih od nule u zapisu broja n u bazi b .

Na primjer, za $n = 2071$ i $b = 10$, rezultat je 14.

Zadatak 34:

Napišite program koji učitava niz znakova, sve dok se ne unese praznina (blank) ili znak za prijelaz u novi red. Taj zadnji znak je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. Učitani niz znakova interpretiramo kao heksadecimalni zapis prirodnog broja ili nule. Program treba ispisati dekadski zapis tog broja, ako je ulazni niz korektan heksadecimalni zapis broja. U protivnom, ako ulazni niz sadrži barem jedan znak koji nije heksadecimalna znamenka (0..9, A..F), treba ispisati odgovarajuću poruku. Smijete pretpostaviti da će ulazni niz biti dovoljno kratak, tako da je dobiveni broj prikaziv, tj. ignorirajte “prevelike” brojeve.

Primjer: za ulazni niz znakova 1FA, rezultat je 506.

Zadatak 35:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu b . Pretpostavljamo da je $2 \leq b \leq 36$ (ne treba provjeravati). Program treba ispisati prikaz broja n u bazi b , slično kao u heksadecimalnom sustavu: za znamenke od 0 do 9 koristimo znakove 0, ..., 9, a za znamenke od 10 do 35 koristimo velika slova engleske abecede A, ..., Z.

Primjer: za $n = 397$ i $b = 20$, program treba ispisati JH, jer je $397 = 19 \cdot b + 17$, a “znamenke” 19 i 17 pišemo slovima J i H.

Uputa: Za znamenku $z \geq 10$, u proširenom ASCII tipu `char`, pripadno slovo je `'A' + (z - 10)`.

Zadatak 36:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu $b \geq 2$. Smijete pretpostaviti da je $b \leq 10$ (ne treba provjeravati). Program treba ispisati koliko različitih znamenki ima u prikazu broja n u bazi b .

Primjer: za $n = 31331$ i $b = 10$, rezultat je 2.

Uputa: Za svaku moguću znamenku provjerite postoji li ta znamenka u prikazu broja.

Zadatak 37:

Napišite program koji učitava prirodni broj $n \geq 3$. Program treba ispisati prosjek (aritmetičku sredinu) sume znamenki u prikazu broja n u svim bazama od 2 do $n - 1$. Iza toga, treba ispisati najmanju i najveću sumu znamenki, te po jednu bazu (onu najmanju) u kojoj se te sume dostižu.

Zadatak 38:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu $b \geq 2$. Neka je $a_0 = n$ početni član niza, a svaki sljedeći član niza a_i dobivamo kao sumu svih znamenki prethodnog člana a_{i-1} u bazi b . Program treba ispisati nakon koliko koraka (članova) će se ovaj niz stabilizirati na neku konstantu vrijednost.

Na primjer, za $n = 5269$ i $b = 10$, dobiveni niz je $a_1 = 22$, $a_2 = 4$, $a_3 = 4$, ..., pa se niz stabilizira nakon 2 koraka.

Zadatak 39:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu $b \geq 2$. Program treba ispisati prirodan broj m koji je simetričan broju n u bazi b , tj. zapis broja m u bazi b ima obratno poredane znamenke obzirom na zapis broja n u bazi b .

Primjer: za $n = 2361$ i $b = 10$, rezultat je $m = 1632$, a za $n = 11$ i $b = 2$, rezultat je $m = 13$, jer je $n = (1011)_2$ i $m = (1101)_2$.

Zadatak 40:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n , k i bazu $b \geq 2$. Program treba ispisati sve prirodne brojeve manje ili jednake n , koji se mogu prikazati kao suma k -tih potencija svih svojih znamenki u bazi b .

Na primjer, za $k = 3$ i $b = 10$, jedan takav broj je $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$. Uočite da se broj 1 uvijek može prikazati na opisani način, u bilo kojoj bazi b i za bilo koji k .

Zadatak 41:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n , s i bazu $b \geq 2$. Program treba ispisati sve prirodne brojeve manje ili jednake n , kojima je suma svih znamenki u bazi b jednaka zadanom broju s . Te brojeve treba ispisati uzlazno po veličini.

Na kraju, treba ispisati i broj takvih brojeva.

Na primjer, za $n = 150$, $s = 4$ i $b = 10$, traženi brojevi su 4, 13, 22, 31, 40, 103, 112, 121, 130, a ima ih 9.

Zadatak 42:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu $b \geq 2$. Program treba ispisati sve prirodne brojeve manje ili jednake n , koji se mogu prikazati kao kvadrat sume svih svojih znamenki u bazi b .

Na primjer, u bazi $b = 3$, jedan takav broj je $4 = (11)_3 = (1 + 1)^2$. Uočite da se broj 1 uvijek može prikazati na opisani način, u bilo kojoj bazi b .

Zadatak 43:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve m , n i bazu $b \geq 2$. Program treba ispisati tzv. Hammingovu udaljenost $H(m, n, b)$ = broj mjesta na kojima se razlikuju odgovarajuće znamenke brojeva m i n u bazi b . Ako brojevi nemaju jednak broj znamenki, vodeće nule u prikazu manjeg broja se uzimaju u obzir prilikom računanja udaljenosti.

Na primjer, za $m = 7$, $n = 19$ i $b = 2$, prikazi brojeva u bazi 2 su $m = (00111)_2$, $n = (10011)_2$ i razlikuju se na 2 mjesta.

Zadatak 44:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i m . Pretpostavljamo da je $m \geq 2$ (ne treba provjeravati). Program treba ispisati bazu b , takvu da je $2 \leq b \leq m$, u kojoj prikaz broja n ima najviše nula (vodeće nule ne brojimo). Ako takvih baza ima više, treba ispisati najveću.

Na primjer, prikazi broja $n = 9$ u raznim bazama su $(1001)_2$, $(100)_3$, $(21)_4$, $(14)_5$, $(13)_6$, $(12)_7$, $(11)_8$, $(10)_9$, a u svim većim bazama prikaz je jednoznamenkast (i nema znamenki jednakih 0). Dakle, za $m \geq 3$, rezultat je 3.

Zadatak 45:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu $b \geq 2$. Program treba ispisati najmanji prirodni broj m , strogo veći od n , takav da je m palindrom u bazi b , tj. čitanjem znamenki od m u bazi b zdesna nalijevo i u obratnom poretku, dobivamo isti niz.

Na primjer, u bazi $b = 10$, brojevi 15351 i 1331 jesu palindromi, a 1310 nije palindrom. Za $n = 1225$, rezultat je $m = 1331$.

Zadatak 46:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati najmanji prirodni broj veći ili jednak n , koji ima sve znamenke parne u dekadskom sustavu.

Primjer: za $n = 16$, rezultat je 20, a za $n = 41$, rezultat je 42.

Zadatak 47:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n , d i bazu $b \geq 2$. Program treba provjeriti je li niz vodećih d znamenki u zapisu broja n u bazi b , jednak nizu zadnjih (najnižih) d znamenki u tom zapisu (kad ih čitamo u istom smjeru). Ako je d veći ili jednak broju znamenki broja n u bazi b , po definiciji, smatramo da su navedeni nizovi jednaki. Program treba ispisati odgovarajuću poruku (odgovor na postavljeno pitanje).

Primjer: za $n = 10$ i $b = 2$, zbog $10 = (1010)_2$, odgovor je potvrđan za $d = 2$ (vodeće dvije i najniže dvije znamenke su 10) i, po definiciji, za $d \geq 4$. Za $n = 141141$ i $b = 10$, odgovor je potvrđan za $d = 1$ (vodeća i najniža znamenka su 1), $d = 3$ (vodeće tri i najniže tri znamenke su 141) i $d \geq 6$ (po definiciji).

Zadatak 48:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu $b \geq 2$. Neka je $a_1 = n$ početni član niza. Svaki sljedeći član niza a_i dobivamo iz prethodnog člana a_{i-1} tako, da u njegovom zapisu u bazi b "obrišemo" sve znamenke uz parne potencije baze. Zadnji član niza je jednoznamenkast u bazi b i smije biti jednak nuli. Program treba ispisati sve članove tog niza (kao brojeve, a ne kao nizove njihovih znamenki u bazi b).

Primjer: za $n = 1234567$ i $b = 10$, članovi traženog niza su 1234567, 246, 4, a za $n = 54$ i $b = 2$, članovi traženog niza su $54 = (110110)_2$, $5 = (101)_2$, 0.

Zadatak 49:

Napišite program koji kao unos prima prirodni broj n i provjerava može li se n prikazati kao zbroj dva prosta broja. Ako takav rastav postoji, onda ga treba i ispisati u nepadajućem poretaku. Ako postoji više takvih rastava, ispišite onog s najmanjim prvim pribrojnikom. Ako takav rastav ne postoji, treba ispisati odgovarajuću poruku (ovo nije vjerojatno za **parne** $n \geq 4$, ali, čisto matematički, nije dokazano da takva tvrdnja vrijedi za sve parne $n \geq 4$ — tzv. Goldbachova hipoteza).

Na primjer, za $n = 4$, program treba ispisati $4 = 2 + 2$, a za $n = 10$, program treba ispisati $10 = 3 + 7$ (iako postoji još i rastav $10 = 5 + 5$). Za $n = 17$, takvog rastava nema.

Neobavezna uputa: Ako želite elegantno rješenje, složite `for()` petlju u kojoj varijabla k “ide” od 2 do $n/2$. U toj petlji se provjerava jesu li k i $n-k$ prosti brojevi.

Zadatak 50:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje sve njegove proste faktore, od najmanjeg prema najvećem (tj. u neopadajućem poretaku). Svaki faktor treba ispisati onoliko puta koliko se on pojavljuje u unesenom broju. Ako broj nema prostih faktora, program mora ispisati poruku “Uneseni broj nema prostih faktora.”.

Na primjer, za unos $n = 18$, ispis programa treba biti 2 3 3, a za $n = 20$, ispis treba biti 2 2 5.

Zadatak 51:

Napišite program koji učitava prirodan broj n , te ispisuje broj različitih prostih djelitelja od n . Na primjer, za $n = 250$, program treba ispisati 2, jer je $250 = 2 \cdot 5^3$ (tj. 250 ima dva različita prosta djelitelja: 2 i 5).

Zadatak 52:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje broj prostih brojeva manjih ili jednakih n .

Zadatak 53:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati prosti broj p s najvećim (pozitivnim) eksponentom u rastavu broja n na proste faktore. Ako takvih prostih brojeva ima više, treba ispisati najmanjeg. Ako takvog prostog broja nema, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Na primjer, za $n = 216 = 2^3 \cdot 3^3$, rezultat je 2.

Zadatak 54:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje broj prostih brojeva između n i $2n$, uključivo i oba ta broja.

Zadatak 55:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i nalazi najmanji prosti broj p , takav da je i broj $p + n$ prost, ako takav broj p postoji. Ako p postoji, treba ispisati n , p i $p + n$. U protivnom, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Na primjer, za $n = 6$, najmanji takav par prostih brojeva je 5 i 11, pa program treba ispisati 6, 5, 11. Za $n = 5$, ispis programa treba biti 5, 2, 7, a za $n = 7$, nema takvih prostih brojeva (jer bi prvi morao biti 2).

Zadatak 56:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati broj i i sumu svih prostih brojeva između $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$ i n , uključivo i oba ta broja.

Zadatak 57:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i k . Program treba ispisati duljinu (broj članova) najduljeg aritmetičkog niza prostih brojeva s razlikom k , takvog da niti jedan od brojeva u tom nizu ne prelazi n .

Primjer: za $n = 12$ i $k = 2$, traženi niz je 3, 5, 7, duljine 3.

Zadatak 58:

Napišite program koji učitava prirodni broj m i za prvih m prostih brojeva provjerava slijedeću Gaussovu hipotezu: n -ti prosti broj p_n je približno jednak realnom broju

$$r_n = n \cdot (1 + 1/2 + 1/3 + \cdots + 1/n).$$

Za svaki n , program treba ispisati p_n , približnu vrijednost r_n i razliku $p_n - r_n$, a na kraju treba ispisati najveću apsolutnu vrijednost razlike $|p_n - r_n|$ i najmanji n za koji se ona postiže. Napomena: $p_1 = 2$.

Zadatak 59:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati n -ti par prostih brojeva “blizanaca” (to su prosti brojevi s razlikom 2), p i $p + 2$. Ako takav par ne postoji, treba ispisati odgovarajuću poruku (ovo nije vjerojatno, ali, čisto matematički, nije dokazano da takvih parova ima beskonačno mnogo).

Na primjer, prvi par je 3, 5, drugi par je 5, 7, treći par je 11, 13, itd.

Zadatak 60:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Treba provjeriti je li broj

$$x_k = k^2 + k + 41, \quad k \geq 0,$$

prost ili ne, za sve prirodne brojeve $k \leq n$. Program treba ispisati brojeve k i x_k , odgovor na pitanje i, ako broj x_k nije prost, ispisati njegov najmanji prosti faktor.

Zadatak 61:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Za sve prirodne brojeve $k \leq n$, treba provjeriti je li broj

$$x_k = k^2 - 79k + 1601$$

prost ili ne. Program treba ispisati brojeve k i x_k , odgovor na pitanje i, ako broj x_k nije prost, ispisati njegov najmanji prosti faktor.

Zadatak 62:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i k . Program treba pronaći koliko ima nizova od k uzastopnih složenih brojeva, u kojima su svi brojevi manji ili jednaki n . Za svaki takav niz, treba ispisati najmanji broj u nizu (početak niza), a na kraju treba ispisati ukupan broj pronađenih nizova. Ako postoji i dulji niz, onda posebno brojimo svaki podniz s različitim početkom.

Na primjer, za $n = 18$, $k = 3$, postoje dva takva niza: 8, 9, 10 i 14, 15, 16. Za $n = 18$ i $k = 2$, posebno brojimo nizove 8, 9 i 9, 10, kao i nizove 14, 15, te 15, 16, pa ukupno postoje četiri takva niza.

Zadatak 63:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati najveći prirodni broj manji ili jednak n , koji se može napisati kao produkt različitih prostih brojeva, ili je sam prost. Ako takvih brojeva nema, treba ispisati odgovarajuću poruku. Primjer: za $n = 16$, program treba ispisati 15, jer je $15 = 3 \cdot 5$, a za $n = 30$, rezultat je 30, jer je $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$.

Zadatak 64:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati najmanji prirodni broj m , veći ili jednak n , koji je prirodna potencija nekog prostog broja, tj. ima oblik $m = p^k$, gdje je p prost broj, a k neki prirodan broj.

Primjer: za $n = 122$, program treba ispisati 125, jer je $125 = 5^3$, a za $n = 75$, rezultat je 79, jer je 79 prost broj.

Zadatak 65:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati najveći prirodni broj manji ili jednak n , koji se može napisati kao produkt točno dva uzastopna prosta broja. Ako takvog broja nema, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Primjer: za $n = 16$, program treba ispisati 15, jer je $15 = 3 \cdot 5$, a za $n = 40$, rezultat je 35, jer je $35 = 5 \cdot 7$.

Zadatak 66:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje najveći par prostih brojeva “blizanaca” p i $p + 2$, takvih da je $p + 2$ manji ili jednak n . Ako takav par ne postoji, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Primjer: za $n = 17$, traženi par je $p = 11$, $p + 2 = 13$.

Zadatak 67:

Napišite program koji učitava prirodni broj n i nalazi najdulji niz uzastopnih složenih brojeva, u kojem su svi brojevi manji ili jednaki n . Program treba ispisati duljinu tog niza i najmanji broj u nizu (početak niza). Ako takvih nizova, iste najveće duljine, ima više, onda treba ispisati najmanji početak.

Na primjer, za $n = 18$, postoje dva takva niza: 8, 9, 10 i 14, 15, 16, pa program treba ispisati brojeve 3 i 8.

Zadatak 68:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati najveću razliku susjednih prostih brojeva manjih ili jednakih n i najmanji par susjednih prostih brojeva s tom razlikom.

Na primjer, za $n = 20$, prosti brojevi su 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, a razlike susjeda su 1, 2, 2, 4, 2, 4, 2, pa je najveća razlika jednaka 4 (javlja se 2 puta), a prvi par takvih prostih brojeva je 7, 11.

Zadatak 69:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i p . Prvo treba provjeriti je li p prost broj. Ako je, program treba ispisati najveći eksponent m , takav da broj p^m dijeli broj $n!$. Iskoristite formulu

$$m = \left\lfloor \frac{n}{p} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^5} \right\rfloor + \cdots$$

Ako p nije prost, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Primjer: za $n = 50$ i $p = 2$, rezultat je $m = 25 + 12 + 6 + 3 + 1 = 47$.

Zadatak 70:

Kažemo da je niz cijelih brojeva a_0, a_1, \dots, a_n “fibonaccijevski” ako postoji neki $\alpha \in \mathbb{Z}$ takav da za sve k , $2 \leq k \leq n$, vrijedi $a_k = a_{k-1} + \alpha \cdot a_{k-2}$. Pri tome, prva dva člana mogu biti proizvoljni cijeli brojevi.

Napišite program koji učitava prirodni broj $n < 20$ koji predstavlja duljinu niza, te niz brojeva a_0, a_1, \dots, a_n . Program treba provjeriti je li učitani niz brojeva fibonaccijevski, te ako jest, odrediti pripadni α i ispisati odgovarajuću poruku.

Na primjer, ako je $n = 5$, a učitani niz brojeva je 1, 2, 4, 8, 16, 32, onda program treba ispisati poruku “Učitani niz brojeva je fibonaccijevski s alfa = 2”. Napomena: uvijek će biti $a_0 \neq 0$.

Zadatak 71:

Napišite program koji učitava prirodni broj n , a zatim niz od n cijelih brojeva. Program treba ispisati sve učitane brojeve koji su djeljivi s kvadratom nekog prirodnog broja strogo većeg od 1. Za svaki takav broj treba ispisati i najmanji broj čiji kvadrat ga dijeli. Ako traženih brojeva nema u učitanoj nizu, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Primjer: broj 36 je djeljiv s 2^2 , 3^2 i 6^2 , a broj 14 nije djeljiv s kvadratom prirodnog broja strogo većeg od 1.

Zadatak 72:

Napišite program koji učitava prirodni broj n , a zatim niz od n nenegativnih cijelih brojeva. Program treba ispisati koliko ima Fibonaccijevih brojeva u tom nizu. Za Fibonaccijeve brojeve F_i vrijedi: $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, i $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$, za $i \geq 2$, tako da je $F_2 = 1$, $F_3 = 2$, $F_4 = 3$, $F_5 = 5$, $F_6 = 8$, $F_7 = 13$, $F_8 = 21$, \dots

Na primjer, za $n = 6$ i učitani niz brojeva 2, 7, 13, 11, 2, 5, Fibonaccijevi brojevi u tom nizu su 2, 13, 2 i 5, pa program treba ispisati broj 4.

Zadatak 73:

Napišite program koji učitava prirodni broj n , a zatim niz od n realnih brojeva (tipa `double`). Program treba ispisati sve “stroge” lokalne ekstreme u tom nizu i njihove redne brojeve, po redoslijedu učitavanja. Član niza je “strogi” lokalni ekstrem ako je, ili strogo veći, ili strogo manji od susjednih članova niza (oba susjeda moraju biti prisutna u nizu). Ako u nizu nema “strogih” lokalnih ekstrema, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Na primjer, za $n = 10$ i učitani niz brojeva 2, 4, 5, 3, 1, 0, 3, 3, 2, 3, strogi lokalni ekstremi su 5 (na mjestu 3), 0 (na mjestu 6) i 2 (na mjestu 9). Uočite da uzastopne članove 3, na mjestima 7 i 8, ne brojimo kao strogi lokalni maksimum, jer su jednaki, tj. nemamo “strogi” ekstrem.

Uputa: Dovoljno je pamtit i samo tri uzastopna člana.

Zadatak 74:

Napišite program koji učitava prirodni broj n , a zatim niz od n cijelih brojeva. Program treba ispisati onaj učitani broj koji ima najviše uzastopnih znamenki jednakih 7 u dekadskom prikazu (predznak broja zanemarujemo). Ako više brojeva ima isti najveći broj uzastopnih sedmica, treba ispisati onog koji je najranije učitani.

Na primjer, za $n = 4$ i učitani niz brojeva 2717, 1773, 7177, 171, program treba ispisati broj 1773 (ima dvije uzastopne sedmice, kao i 7177, ali je ranije učitani).

Zadatak 75:

Napišite program koji učitava prirodni broj n , a zatim niz od n cijelih brojeva. U tom nizu treba pronaći aritmetički podniz uzastopnih članova niza u kojem je razlika susjednih članova (sljedeći minus prethodni) najveća. Takav podniz mora imati barem dva člana. Program treba ispisati početni član, duljinu i razliku susjednih članova za taj podniz. Ako takvih podnizova ima više, treba ispisati podatke za onog koji je najranije učitani. Ako takvih podnizova nema, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Primjer: za $n = 6$ i učitani niz brojeva 1, 3, 7, 11, 9, 7, aritmetički podnizovi su 1, 3 (s razlikom 2), 3, 7, 11 (s razlikom 4) i 11, 9, 7 (s razlikom -2), pa program treba ispisati 3, 3, 4.

Zadatak 76:

Napišite program koji učitava prirodni broj n , a zatim niz od n cijelih brojeva. U tom nizu treba pronaći najdulji aritmetički podniz uzastopnih članova niza. Takav podniz mora imati barem dva člana. Program treba ispisati početni član, duljinu i razliku susjednih članova (sljedeći minus prethodni) za taj podniz. Ako takvih podnizova ima više, treba ispisati podatke za onog koji je najranije učitani. Ako takvih podnizova nema, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Primjer: za $n = 6$ i učitani niz brojeva 1, 3, 7, 11, 9, 7, aritmetički podnizovi su 1, 3 (s razlikom 2), 3, 7, 11 (s razlikom 4) i 11, 9, 7 (s razlikom -2), pa program treba ispisati 3, 3, 4.

Zadatak 77:

Napišite program koji učitava prirodni broj $n \geq 2$, a zatim niz od n cijelih brojeva a_1, \dots, a_n . Program treba ispisati najveći član niza $a_1 + a_2, a_2 + a_3, \dots, a_{n-1} + a_n, a_n + a_1$. Zadatak treba riješiti bez upotrebe nizova!

Zadatak 78:

Napišite program koji učitava prirodni broj n , a zatim niz od n cijelih brojeva. Program treba ispisati onaj učitani broj koji ima najviše jedinica u binarnom prikazu (predznak broja zanemarujemo). Ako više brojeva ima isti najveći broj jedinica, treba ispisati onog koji je najranije učitani.

Na primjer, za $n = 5$ i učitani niz brojeva 2, 7, 12, 11, 5 (binarni prikazi su $(10)_2, (111)_2, (1100)_2, (1011)_2, (101)_2$), program treba ispisati broj 7.

Zadatak 79:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve d i n , a zatim niz od n cijelih brojeva. Program treba ispisati sve one članove niza, počev od drugog, koji se razlikuju za najviše $\pm d$ od prethodnog člana niza. Na kraju, treba ispisati ukupan broj takvih članova niza.

Primjer: za $d = 3, n = 6$ i učitani niz brojeva 4, 1, 5, 7, 2, 4, takvi članovi su 1 (jer je $-3 \leq 1 - 4 \leq 3$), 7 (jer je $-3 \leq 7 - 5 \leq 3$) i 4 (jer je $-3 \leq 4 - 2 \leq 3$), pa je broj takvih članova jednak 3.

Zadatak 80:

Napišite program koji učitava niz cijelih brojeva, sve dok se ne unese broj nula. Taj zadnji broj je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. Program treba ispisati duljinu najduljeg strogo rastućeg podniza uzastopnih članova u tom nizu. Po definiciji, podniz od jednog člana smatramo strogo rastućim, duljine 1. Ako je niz prazan, treba ispisati odgovarajuću poruku. Primjer: za niz brojeva 1, 3, 2, 7, 12, 4, traženi podniz je 2, 7, 12, pa program treba ispisati 3.

Zadatak 81:

Napišite program koji učitava niz cijelih brojeva, sve dok se ne unese broj nula. Taj zadnji broj je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. Program treba ispisati broj brojeva iz tog niza kojima je vodeća znamenka u dekadskom zapisu jednaka 9 (vodeća znamenka = znamenka uz najvišu potenciju baze 10). Ako je niz prazan, treba ispisati odgovarajuću poruku. Primjer: za niz brojeva 191, 92, 19, 9, brojevi 92 i 9 imaju vodeću znamenku 9, pa program treba ispisati 2.

Zadatak 82:

Napišite program koji učitava niz prirodnih brojeva, sve dok se ne unese broj nula. Taj zadnji broj je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. Program treba ispisati onaj član niza koji ima najveću sumu svih djelitelja, osim njega samog, i pripadnu sumu djelitelja. Ako više brojeva ima istu najveću sumu djelitelja, treba ispisati podatke za onog koji je najkasnije učitao. Ako je niz prazan, treba ispisati odgovarajuću poruku. Primjer: za niz brojeva 8, 10, 12, 9, 15, najveću sumu djelitelja ima broj 12, a suma je $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$.

Zadatak 83:

Za prirodni broj n , Eulerova funkcija $\varphi(n)$ definira se kao broj prirodnih brojeva manjih ili jednakih n , koji su relativno prosti s n (tj. osim broja 1, nemaju drugih zajedničkih djelitelja s n). Napišite program koji učitava niz prirodnih brojeva, sve dok se ne unese broj 1. Taj zadnji broj je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. Program treba ispisati onaj član niza koji ima najmanju vrijednost Eulerove funkcije i pripadnu vrijednost te funkcije. Ako više brojeva ima istu najmanju vrijednost Eulerove funkcije, treba ispisati podatke za onog koji je najranije učitao. Ako je niz prazan, treba ispisati odgovarajuću poruku. Primjer: za niz brojeva 9, 8, 10, 7, vrijednosti Eulerove funkcije su, redom: 6, 4, 4, 6, pa program treba ispisati brojeve 8 i 4.

Zadatak 84:

Napišite program koji učitava niz cijelih brojeva, sve dok se ne unese broj nula. Taj zadnji broj je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. Program treba ispisati duljinu najduljeg konstantnog podniza uzastopnih članova u tom nizu, tj. svi članovi tog podniza su jednaki. Po definiciji, podniz od jednog člana smatramo konstantnim, duljine 1. Osim duljine, treba ispisati i pripadnu konstantnu vrijednost članova tog podniza. Ako takvih podnizova ima više, treba ispisati podatke za onog koji je najranije učitao. Ako je niz prazan, treba ispisati odgovarajuću poruku. Primjer: za niz brojeva 1, 4, 4, 4, 3, 3, traženi podniz je 4, 4, 4, pa program treba ispisati 3 (duljina) i 4 (konstantna vrijednost članova podniza).

Zadatak 85:

Napišite program koji učitava niz prirodnih brojeva, sve dok se ne unese broj nula. Taj zadnji broj je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. Program treba ispisati koliko brojeva u tom nizu se može napisati kao produkt od točno dva različita prosta broja. Ako takav član niza postoji, onda treba ispisati i najveći takav član niza. Primjer: za niz brojeva 1, 15, 9, 6, 12, 3, traženi članovi su $15 = 3 \cdot 5$ i $6 = 2 \cdot 3$. Broj članova je 2, a najveći takav član je 15.

Zadatak 86:

Napišite program koji učitava niz prirodnih brojeva, sve dok se ne unese broj nula. Taj zadnji broj je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. Program treba ispisati sve one učitane brojeve, počev od drugog, koji su jednaki nekoj prirodnoj potenciji prethodnog člana niza. Ako traženih brojeva nema u učitanoj nizu, treba ispisati odgovarajuću poruku. Primjer: za niz brojeva 3, 3, 2, 16, 1, 3, 9, 4, takvi članovi su $3 = 3^1$, $16 = 2^4$ i $9 = 3^2$.

Zadatak 87:

Napišite program koji učitava niz cijelih brojeva, sve dok se ne unese broj nula. Taj zadnji broj je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. U tom nizu treba pronaći najdulji geometrijski podniz uzastopnih članova niza. Takav podniz mora imati barem dva člana i kvocijent susjednih članova niza (q = sljedeći kroz prethodni) mora biti cijeli broj. Program treba ispisati početni član, duljinu i kvocijent q susjednih članova. Ako takvih podnizova ima više, treba ispisati podatke za onog koji je najranije učitano. Ako takvih podnizova nema, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Primjer: za učitani niz brojeva 1, -1, 3, 6, 12, 7, geometrijski podnizovi s cjelobrojnim kvocijentom q su 1, -1 ($q = -1$), -1, 3 ($q = -3$) i 3, 6, 12 ($q = 2$), pa program treba ispisati 3, 3, 2.

Zadatak 88:

Napišite program koji učitava niz prirodnih brojeva, sve dok se ne unese broj nula. Taj zadnji broj je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. Program treba ispisati koliko ima brojeva u tom nizu, koji su neka prirodna potencija broja 2, ili broja 3. Na kraju, treba ispisati i najveći takav član niza. Ako takvih članova nema u nizu, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Primjer: za niz brojeva 2, 12, 9, 1, 3, 8, traženi članovi su $2 = 2^1$, $9 = 3^2$, $3 = 3^1$ i $8 = 2^3$, ima ih 4, a najveći je 9.

Zadatak 89:

Napišite program koji učitava niz realnih brojeva (tipa `double`), sve dok se ne unese broj manji ili jednak nula. Taj zadnji broj je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. Program treba ispisati sve one članove niza koje se nalaze između aritmetičke i geometrijske sredine susjednih članova niza (oba susjeda moraju biti prisutna u nizu). Na kraju, treba ispisati ukupan broj takvih članova u učitanoj nizu.

Na primjer, za učitani niz brojeva 2, 4, 7, 12, 5, takvi članovi su 4 (jer je $\sqrt{2 \cdot 7} = \sqrt{14} \leq 4 \leq 4.5 = (2 + 7)/2$) i 7 (jer je $\sqrt{4 \cdot 12} = \sqrt{48} \leq 7 \leq 8 = (4 + 12)/2$), a 12 nije takav član (jer je $12 > (7 + 5)/2 = 6 > \sqrt{7 \cdot 5} = \sqrt{35}$).

Uputa: Dovoljno je pamtititi samo tri uzastopna člana. Funkcija za $\sqrt{}$ zove se `sqr` i deklarirana je u zaglavlju `math.h`, no može se i bez nje (kvadriranjem).

Zadatak 90:

Napišite program koji učitava prirodni broj d , a zatim niz prirodnih brojeva, sve dok se ne unese broj nula. Taj zadnji broj je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. Program treba ispisati sve one članove niza, počev od drugog, koji se razlikuju od prethodnog člana najviše za faktor d , tj. kvocijent tih članova (veći kroz manji) mora biti manji ili jednak d . Na kraju, treba ispisati ukupan broj takvih članova niza.

Primjer: za $d = 2$ i učitani niz brojeva 4, 2, 5, 7, 2, 4, takvi članovi su 2 (jer je $4/2 \leq 2$), 7 (jer je $7/5 \leq 2$) i 4 (jer je $4/2 \leq 2$), pa je broj takvih članova jednak 3.

Zadatak 91:

Napišite program koji učitava niz cijelih brojeva, sve dok se ne unese broj nula. Taj zadnji broj je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. Program treba ispisati sve one članove niza, počev od drugog, koji su cjelobrojni višekratnik prethodnog člana niza. Ako takvih članova niza nema, treba ispisati odgovarajuću poruku. U protivnom, na kraju, treba ispisati najmanji faktor za višekratnik (sljedeći kroz prethodni član niza).

Primjer: za učitani niz brojeva 2, 8, 2, 6, 3, -12, 4, takvi članovi su 8 (jer je $8 = 4 \cdot 2$), 6 (jer je $6 = 3 \cdot 2$) i -12 (jer je $-12 = (-4) \cdot 3$), a najmanji faktor je -4.

Zadatak 92:

Napišite program koji učitava niz cijelih brojeva, sve dok se ne unese broj nula. Taj zadnji broj je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. U tom nizu treba pronaći geometrijski podniz uzastopnih članova niza u kojem je kvocijent susjednih članova (q = sljedeći kroz prethodni) cjelobrojan i najveći. Takav podniz mora imati barem dva člana. Program treba ispisati početni član, duljinu i kvocijent q susjednih članova. Ako takvih podnizova ima više, treba ispisati podatke za onog koji je najranije učitano. Ako takvih podnizova nema, treba ispisati odgovarajuću poruku.

Primjer: za učitani niz brojeva 1, 1, 3, -6, 12, 7, geometrijski podnizovi s cjelobrojnim kvocijentom q su 1, 1 ($q = 1$), 1, 3 ($q = 3$) i 3, -6, 12 ($q = -2$), pa program treba ispisati 1, 2, 3.

Zadatak 93:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i k . Program treba ispisati n -ti član a_n niza a_1, a_2, \dots , u kojem je prvi član $a_1 = k$, a svaki sljedeći član a_i dobivamo kao najmanji prirodni broj za kojeg vrijedi: $a_i > a_{i-1}$ (niz je strogo rastući), pri dijeljenju a_i s 2 ili s 3 (ili s oba) dobivamo ostatak 1, i još razlike susjednih članova $a_i - a_{i-1}$ moraju biti strogo rastuće, tj. mora vrijediti $a_i - a_{i-1} > a_{i-1} - a_{i-2}$, čim je $i \geq 3$.

Primjer: za $k = 1$, početak traženog niza je 1, 3, 7, 13, 21, 31, \dots , a za $k = 2$, početak traženog niza je 2, 3, 5, 9, 15, \dots .

Zadatak 94:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i k . Neka je $x_0 = n$ početni član niza, a svaki sljedeći član niza x_i dobivamo kao sumu svih djelitelja prethodnog člana x_{i-1} , osim njega samog. Program treba ispisivati članove ovog niza, sve dok zadnji ispisani član ne bude barem dvostruko veći ili dvostruko manji od n , ali najdalje do (uključivo) člana x_k .

Na primjer, za $n = 12$ i $k = 5$, dobiveni niz je $x_0 = 12$, $x_1 = 16$, $x_2 = 15$, $x_3 = 9$, $x_4 = 4$ i tu treba prekinuti ispis, jer je 4 barem dvostruko manje od 12 (odnosno, $12/4 \geq 2$).

Zadatak 95:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati n -tu decimalu broja kojeg dobijemo tako da iza 0. dopisujemo udesno, redom, sve prirodne brojeve (u dekadskom sustavu). Dobiveni broj je

0.1234567891011121314151617...

Primjer: za $n = 15$, rezultat je 2.

Uputa: Zadatak treba riješiti korištenjem cjelobrojne aritmetike.

Zadatak 96:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati n -tu decimalu broja kojeg dobijemo tako da iza 0. dopisujemo udesno, redom, sve neparne prirodne brojeve (u dekadskom sustavu). Dobiveni broj je

0.135791113151719212325272931...

Primjer: za $n = 15$, rezultat je 9.

Uputa: Zadatak treba riješiti korištenjem cjelobrojne aritmetike.

Zadatak 97:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati n -tu decimalu broja kojeg dobijemo tako da iza 0. dopisujemo udesno, redom, sve prirodne brojeve (u dekadskom sustavu), s tim da neparne brojeve pišemo jednom, a parne dva puta. Dobiveni broj je

0.12234456678891010111212131414151616171818...

Primjer: za $n = 25$, rezultat je 3.

Uputa: Zadatak treba riješiti korištenjem cjelobrojne aritmetike.

Zadatak 98:

Napišite program koji učitava prirodni broj n . Program treba ispisati n -tu decimalu broja kojeg dobijemo tako da iza 0. dopisujemo udesno, redom, sve prirodne brojeve djeljive s 3 (u dekadskom sustavu). Dobiveni broj je

0.3691215182124273033363942454851545760...

Primjer: za $n = 25$, rezultat je 2.

Uputa: Zadatak treba riješiti korištenjem cjelobrojne aritmetike.

Zadatak 99:

Napišite program koji učitava realni broj x (tipa `double`) i prirodni broj $b \geq 2$. Program treba ispisati red veličine broja x u bazi b . Red veličine je cijeli broj k takav da je

$$b^k \leq |x| < b^{k+1}, \quad \text{ako je } x \neq 0.0,$$

i $k = 0$, ako je $x = 0.0$.

Operez: Rezultat može biti pogrešan zbog grešaka zaokruživanja — ignorirajte to!

Zadatak 100:

Napišite program koji učitava realni broj a (tipa `double`) i prirodne brojeve m, n . Pretpostavljamo da je $m \leq n$ (ne treba provjeravati). Program treba naći cijeli broj p i prirodni broj q , za koje se razlomak p/q najmanje razlikuje (po apsolutnoj vrijednosti) od zadanog broja a , tj. za koje je vrijednost

$$d = |a - p/q|$$

najmanja moguća, pri čemu nazivnik q mora zadovoljavati $m \leq q \leq n$. Program treba ispisati p i q (kao cijele brojeve), te p/q i pripadni d , kao realne brojeve. Ako takvih razlomaka, koji daju najmanji d , ima više, ispišite onog s najmanjim nazivnikom q . Ako i takvih ima više, uzmite onog s najmanjim brojnikom p .

Na primjer, za $a = 3.14159$, $m = 5$ i $n = 10$, najmanji d dobivamo za $p = 22$ i $q = 7$.

Zadatak 101:

Napišite program koji učitava realne brojeve a, b (tipa `double`) i prirodni broj n . Program treba ispisati koliko ima točaka u ravnini, čije obje koordinate su prirodni brojevi manji ili jednaki n , s tim da se točke nalaze ispod ili na pravcu s jednadžbom $y = ax + b$.

Oprez: Rezultat može biti pogrešan zbog grešaka zaokruživanja — ignorirajte to!

Zadatak 102:

Napišite program koji učitava neparne prirodne brojeve m i n (ne treba provjeravati neparnost od m i n), te ispisuje “rešetkastu” matricu s m redaka i n stupaca, po recima popunjenu brojevima $1, 2, \dots$. Matrica M je “rešetkasta” ako za sve parove indeksa (i, j) , kojima su oba indeksa parni brojevi, vrijedi da je $M_{i,j} = 0$.

Napomena: Indekse u matrici M brojimo od jedan (kao u matematici)!

Primjeri:

$m = 3, n = 5$					$m = 3, n = 7$							$m = 5, n = 5$				
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5
6	0	7	0	8	8	0	9	0	10	0	11	6	0	7	0	8
9	10	11	12	13	12	13	14	15	16	17	18	9	10	11	12	13
												14	0	15	0	16
												17	18	19	20	21

Zadatak 103:

Napišite program koji učitava prirodni broj n , te pomoću zvjezdica i razmaka “crta” šahovsku ploču dimenzije n .

Primjeri (brojeve linija **NE treba** ispisati):

$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
1: * *	1: * *	1: * * *	1: * * *
2: *	2: * *	2: * *	2: * * *
3: * *	3: * *	3: * * *	3: * * *
	4: * *	4: * *	4: * * *
	4: * *	5: * * *	5: * * *
			6: * * *

Zadatak 104:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve l, d i k , te pomoću minuseva “crta” horizontalnu cestu duljine l , s dvije trake širine d . Trake trebaju biti odvojene isprekidanom linijom sastavljenom od zvjezdica, i to prvo k zvjezdica, pa k razmaka, pa k zvjezdica, itd., do kraja ceste. Isprekidana linija ne smije biti dulja od ceste.

Primjeri (brojeve linija **NE treba** ispisati):

$l = 17, d = 1$ i $k = 3$	$l = 29, d = 2$ i $k = 6$
1: -----	1: -----
2:	2:
3: *** *** ***	3:
4:	4: ***** ***** *****
5: -----	5:
	6:
	7: -----

Zadatak 105:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i d , te pomoću zvjezdica “crtā” niz “praznih” kvadrata, čije stranice imaju duljine n , $n - d$, \dots , s tim da svaki kvadrat počinje u novom retku.

Primjer (brojeve linija **NE treba** ispisati): $n = 5$ i $d = 2$ (duljine stranica kvadrata su: 5, 3 i 1)

```
1: *****
2: *      *
3: *      *
4: *      *
5: *****
6: ***
7: *  *
9: ***
10: *
```

Zadatak 106:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i d , te pomoću zvjezdica “crtā” niz “punih” kvadrata, čije stranice imaju duljine n , $n - d$, \dots , s tim da svaki kvadrat počinje u novom retku.

Primjer (brojeve linija **NE treba** ispisati): $n = 5$ i $d = 2$ (duljine stranica kvadrata su: 5, 3 i 1)

```
1: *****
2: *****
3: *****
4: *****
5: *****
6: ***
7: ***
9: ***
10: *
```

Zadatak 107:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i d , te pomoću zvjezdica “crtā” niz kvadrata, čije stranice imaju duljine n , $n - d$, \dots , s tim da svaki kvadrat počinje u novom retku. Kvadrata treba ispuniti točkicama.

Primjer (brojeve linija **NE treba** ispisati): $n = 5$ i $d = 2$ (duljine stranica kvadrata su: 5, 3 i 1)

```
1: *****
2: *...*
3: *...*
4: *...*
5: *****
6: ***
7: *.*
9: ***
10: *
```

Zadatak 108:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i d , te pomoću zvjezdica “crta” ljestve: dvije okomite crte udaljene za $2d$ znakova, ispresijecane poprečnim linijama duljine $4d + 2$. Poprečne linije se trebaju pojavljivati svakih d linija na ekranu i treba ih biti n . Na vrhu i na dnu trebaju stršati vertikalne linije duljine d .

Primjer (brojeve linija **NE treba** ispisati): $n = 3$ i $d = 2$

```
1:      *      *
2:      *      *
3:  *****
4:      *      *
5:      *      *
6:  *****
7:      *      *
9:      *      *
10: *****
11:      *      *
12:      *      *
```

Zadatak 109:

Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i k . Neka je $x_0 = n$ početni član niza, a svaki sljedeći član niza x_i dobivamo kao sumu svih djelitelja prethodnog člana x_{i-1} , osim njega samog. Program treba ispisivati članove ovog niza, sve dok zadnji ispisani član ne bude barem dvostruko veći ili dvostruko manji od prethodnog člana niza, ali najdalje do (uključivo) člana x_k .

Na primjer, za $n = 12$ i $k = 5$, dobiveni niz je $x_0 = 12$, $x_1 = 16$, $x_2 = 15$, $x_3 = 9$, $x_4 = 4$ i tu treba prekinuti ispis, jer je 4 barem dvostruko manje od 9 (odnosno, $9/4 \geq 2$).
