

Tarea 1

1. Introducción

El tiro parabólico es un caso particular del movimiento en el que un cuerpo es lanzado con una velocidad inicial bajo la acción de una aceleración constante, típicamente la gravedad. El objetivo de este desarrollo es obtener la expresión general para la posición en función del tiempo a partir de las condiciones iniciales.

2. Movimiento bajo aceleración constante

Se parte de la expresión general para la posición en función del tiempo:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \quad (1)$$

donde:

- $\vec{r}(t)$ es la posición del cuerpo en el instante t ,
- \vec{r}_0 es la posición inicial,
- \vec{v}_0 es la velocidad inicial,
- \vec{a} es la aceleración constante (por ejemplo, gravedad: $\vec{a} = -g\hat{z}$),
- t es el tiempo transcurrido.

3. Expansión en componentes

En un sistema cartesiano tridimensional, la ecuación anterior se expresa en componentes como:

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + v_{0x} t \\ y(t) &= y_0 + v_{0y} t \end{aligned} \quad (2)$$

$$z(t) = z_0 + v_{0z} t - \frac{1}{2} g t^2$$

Este sistema describe una trayectoria ****parabólica**** en el plano xz o yz (dependiendo de la dirección de lanzamiento) cuando la aceleración solo actúa en la dirección z .

4. Aproximación lineal

Durante la clase se propuso una forma de interpolación lineal entre dos puntos:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \left(\frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_0}{t_1} \right) t \quad (3)$$

Esta expresión representa un movimiento rectilíneo uniforme desde la posición \vec{r}_0 hasta \vec{r}_1 en un intervalo de tiempo t_1 . No considera aceleración, por lo que no representa un tiro parabólico.

5. Determinación de la velocidad inicial con aceleración

Si se conocen \vec{r}_0 , \vec{r}_1 , el tiempo total t_1 y la aceleración \vec{a} , podemos despejar la velocidad inicial desde la ecuación general:

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t_1 + \frac{1}{2} \vec{a} t_1^2 \\ \Rightarrow \vec{v}_0 &= \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_0}{t_1} - \frac{1}{2} \vec{a} t_1 \end{aligned} \quad (4)$$

Esta expresión permite obtener la velocidad inicial necesaria para que un cuerpo viaje desde \vec{r}_0 hasta \vec{r}_1 bajo una aceleración constante en un tiempo t_1 .