Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
KIV/KPG

Spline křivka

Pavel Zelenka
A16B0176P
zelenkap@students.zcu.cz

27. dubna 2018

1 Zadání

Zadáním úkolu je vytvoření nového programu nebo rozšíření programu ze cvičení, aby umožňoval vykreslení libovolné námi zvolené spline křivky - kromě Beziérovy křivky.

2 Analýza problému

Spline je aproximační křivka, která je obvykle dána množinou **řídících bodů**. Křivka je popsána pomocí polynomů, její vlastností je tedy diferencovatelnost, křivka je **hladká**. Křivka může být interpolací, kdy prochází všemi řídícími body nebo jen aproximací, kdy řídící body určují tvar, ale křivka jimi nemusí procházet.

V této práci se nudu zabývat **B-spline křivkou** a **kubickou spline křivkou**, které budou implementovány v odevzdávané aplikaci. Obě křivky budou využívat kubický polynom (tj. polynom třetího stupně $y = a + bx + cx^2 + dx^3$).

3 Popis řešení

Vykreslování probíhá ve třídě *Drawing*. Křivky se nacházejí v balíčku *splines*. Aplikace nabízí pouze křivky z výčtového typu *SplineType*, kde musí být uvedeny všechny dostupné křivky z aplikace.

3.1 B-spline křivka

Input: řídící body, počet kroků
křivka = prázdný seznam bodů;
nový bod = null;
předchozí bod = null;
první = true;
n = počet řídících bodů;
for *i = 1; i < n-2; n+1* **do**
  a = řídící bod na pozici i-1;
  b = řídící bod na pozici i;
  c = řídící bod na pozici i+1;
  d = řídící bod na pozici i+2;
  s3 = nový bod $\left[\frac{-a_x+3\cdot(b_x-c_x+d_x)}{6}, \frac{-a_y+3\cdot(b_y-c_y+d_y)}{6}\right]$;
  s2 = nový bod $\left[\frac{a_x-2\cdot b_x+c_x}{2}, \frac{a_y-2\cdot b_y+c_y}{2}\right]$;
  s1 = nový bod $\left[\frac{c_x-a_x}{2}, \frac{c_y-a_y}{2}\right]$;
  s0 = nový bod $\left[\frac{a_x+4\cdot b_x+c_x}{6}, \frac{a_y+4\cdot b_y+c_y}{6}\right]$;
  for *krok = 0; krok <= počet kroků; krok+1* **do**
    předchozí bod = nový bod;
    t = krok / počet kroků;
    nový bod = $[a_x + t\cdot(b_x + t\cdot(c_x + t\cdot d_x)), a_y + t\cdot(b_y + t\cdot(c_y + t\cdot d_y))]$;
    if *první* **then**
      první = false;
    else
      přidat nový bod do křivky;
      přidat předchozí bod do křivky;
    end
  end
end
return *křivka*

Algorithm 1: Výpočet B-spline křivky

3.2 Kubická spline křivka

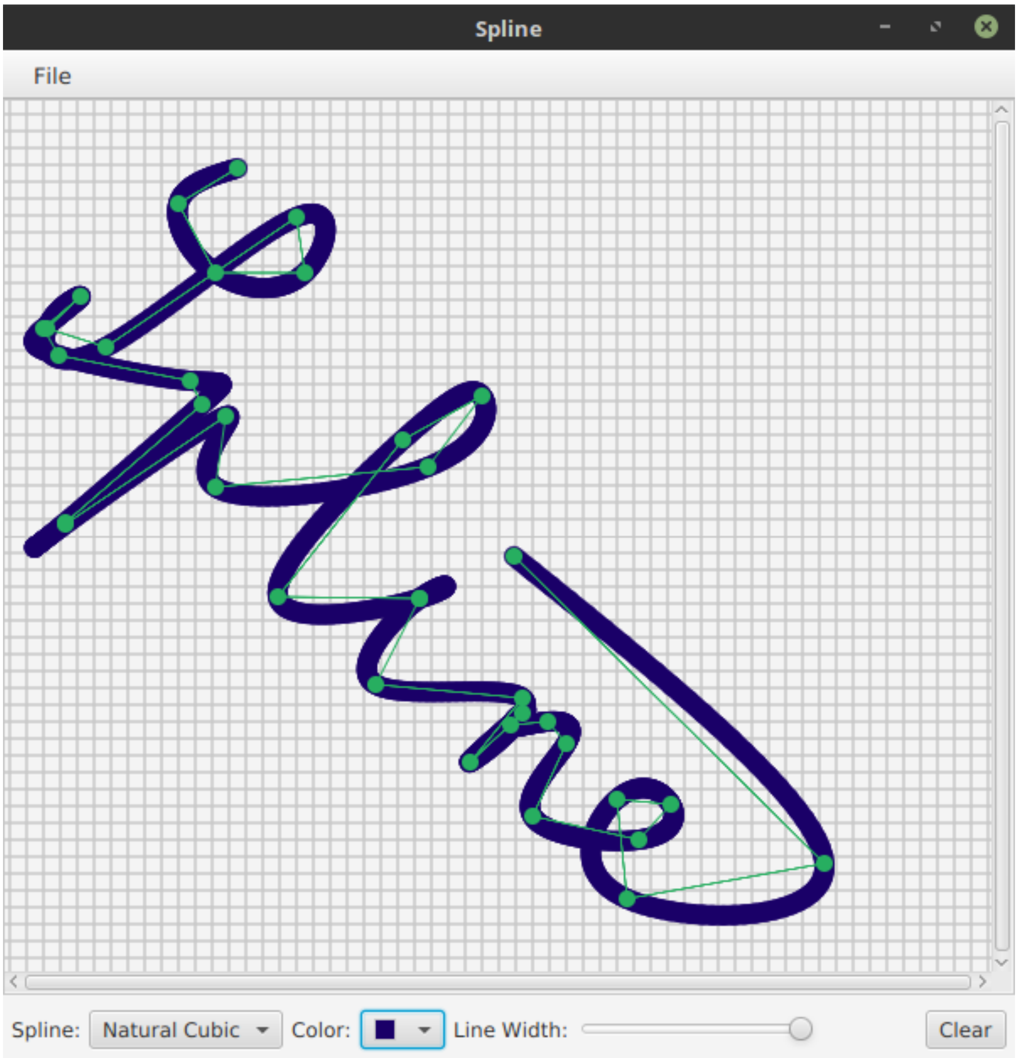
Input: řídící body, počet kroků
bod[ ] = kopie seznamu řídících bodů;
n[ ] = počet řídících bodů-1;
gamma[ ] = pole čísel velikosti n+1;
delta[ ] = pole bodů velikosti n+1;
D[ ] = pole bodů velikosti n+1;
gamma[0] = 0.5;
for *i = 1; i < n; i+1* **do**
  gamma[i] $= \frac{1}{4-gamma[i-1]}$;
end
gamma[n] $= \frac{1}{2-gamma[n-1]}$;
delta[0] = nový bod $[3 \cdot (bod[1]_x - bod[0]_x) \cdot gamma[0]$,
  $3 \cdot (bod[1]_y - bod[0]_y) \cdot gamma[0]]$;
for *i = 1; i < n; i+1* **do**
  delta[i] = nový bod $[3 \cdot (bod[i+1]_x - bod[i-1]_x) - delta[i-1]_x \cdot gamma[i]$,
    $3 \cdot (bod[i+1]_y - bod[i-1]_y) - delta[i-1]_y \cdot gamma[i]]$;
end
delta[n] = nový bod $[3 \cdot (bod[n]_x - bod[n-1]_x - delta[n-1]_x) \cdot gamma[n]$,
  $3 \cdot (bod[n]_y - bod[n-1]_y - delta[n-1]_y) \cdot gamma[n]]$;
for *i = n; i >= 0; i-1* **do**
  D[i] = nový bod $[delta[i]_x - gamma[i] \cdot D[i+1]_x, delta[i]_y - gamma[i] \cdot D[i+1]_y]$
end
for *i = 1; i < n; i+1* **do**
  a = nový bod $[bod[i]_x, bod[i]_y]$;
  b = nový bod $[D[i]_x, D[i]_y]$;
  c = nový bod $[3 \cdot (bod[i+1]_x - bod[i]_x) - 2 \cdot D[i]_x - D[i+1]_x$,
    $3 \cdot (bod[i+1]_y - bod[i]_y) - 2 \cdot D[i]_y - D[i+1]_y]$;
  d = nový bod $[2 \cdot (bod[i]_x - bod[i+1]_x) + D[i]_x + D[i+1]_x$,
    $2 \cdot (bod[i]_y - bod[i+1]_y) + D[i]_y + D[i+1]_y]$;
  for *krok = 0; krok <= počet kroků; krok+1* **do**
    t = krok / počet kroků;
    nový bod $= [a_x + t \cdot (b_x + t \cdot (c_x + t \cdot d_x)), a_y + t \cdot (b_y + t \cdot (c_y + t \cdot d_y))]$;
    přidat nový bod do křivky;
  end
end
return *křivka*

Algorithm 2: Výpočet kubické spline křivky

4 Uživatelská dokumentace

Spuštění aplikace se provede souborem `Spline.jar`, který se nachází ve složce *App*.

Po spuštění aplikace se zobrazí okno s plátném. Skrze pravé tlačítko myší lze na plátno přidávat nové řídící body křivky. Kliknutím levým tlačítkem na řídící bod se provede vybrání bodu, tažením myší pak lze bod přemístit. Plátno se automaticky uzpůsobí rozměrům okna a rozměrům křivky. Typ křivky, barvu a tloušťku lze měnit v panelu v dolní části okna. Křivku lze uložit jako rastrový obrázek formátu `PNG` kliknutím na tlačítko `Save As...` v nabídce `File`. Rozměry ukládaného obrázku se nastaví dle rozměrů křivky, pozadí obrázku bude průhledné. Plátno se vyčistí kliknutím na tlačítko `Clear`.



Obrázek 1: Okno aplikace

5 Závěr

Úkol jsem řešil v jazyce `Java` s použitím grafických knihoven `JavaFX`. V knihovně JavaFX mi nevyhovovala implementace `Point2D`, kde není možná změna pozice existujícího bodu, proto je v odevdávané aplikaci vlastní implementace bodu. Nepodařilo se mi zjistit, zdali existuje řešení bez nutnosti vlastní implementace.

Aplikace v odevzdávané verzi obsahuje pouze b-spline a kubickou křivku, ovšem aplikace byla psána s ohledem pro snadné rozšíření o další typy spline křivek.

6 Reference

Cubic Spline – Wolfram MathWorld. [online].
Dostupné z: mathworld.wolfram.com/CubicSpline.html