Задача: Church → Curry

Индукция по дефиницията на M^τ

1) $M^\tau = x^\tau$, x^τ е променлива. $FV(M^\tau) = \{x^\tau\}$. $\Rightarrow \Gamma \vdash \|M^\tau\| = x : \tau$

2) $M^\tau = (M_1^{\sigma \Rightarrow \tau} M_2^\sigma)^\sigma$. Нека $\Gamma_i = \{x : \rho \mid x^\rho \in FV(M_i)\}$ за $i \in \{1, 2\}$.

От ИП $\Gamma_1 \vdash \|M_1^{\sigma \Rightarrow \tau}\| : \sigma \Rightarrow \tau$ и $\Gamma_2 \vdash \|M^\sigma\| : \sigma$. От свойствата на FV следва, че $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$. От монотонността на типовия извод следва, че $\Gamma \vdash \|M_1^{\sigma \Rightarrow \tau}\| : \sigma \Rightarrow \tau$ и $\Gamma \vdash \|M_2^\sigma\| : \sigma$ $\Rightarrow \Gamma \vdash \|M^\tau\| = \|M_1^{\sigma \Rightarrow \tau}\| \|M_2^\sigma\| : \tau$

3) $M^{\alpha \Rightarrow \beta} = (\lambda x^\alpha N^\beta)^{\alpha \Rightarrow \beta}$. $\Gamma' = \{x : \sigma \mid x \in FV(N^\beta)\}$.

От ИП $\Gamma' \vdash \|N^\beta\| : \beta \Rightarrow \Gamma', x : \alpha \vdash \|N^\beta\| : \beta$. От свойствата на FV $\Gamma = (\Gamma' \cup \{x : \alpha\}) \setminus \{x : \alpha\}$. Тогава

$\Rightarrow \Gamma, x : \alpha = \Gamma', x : \alpha$

$$\frac{\Gamma, x : \alpha \vdash N : \beta}{\Gamma \vdash \|M^{\alpha \Rightarrow \beta}\| = \lambda x \|N^\beta\| : \alpha \Rightarrow \beta}$$

Задача: Curry → Church

Индукция ~~по~~ по дефиницията на M

1) $M = x$, $\Gamma \vdash x : \tau$. Избираме $N^\tau = x^\tau$. $FV(N^\tau) = \{x^\tau\}$.

2) $M = M_1 M_2$, $\Gamma \vdash M : \tau$, $M_1 : \rho \Rightarrow \tau$, $M_2 : \rho$. От ИП знаем, че можем да изберем $\|N_1^{\rho \Rightarrow \tau}\| = M_1$ и $\|N_2^\rho\| = M_2$. ~~...~~ Ясно е, че $\|N^\tau\| = \|(N_1^{\rho \Rightarrow \tau} N_2^\rho)^\tau\| = M$.

От ИП знаем и че $\Gamma \vdash \|N_1^{\rho \Rightarrow \tau}\| : \rho \Rightarrow \tau$ и $\Gamma \vdash \|N_2^\rho\| : \rho$. Ясно е, че $\Gamma \vdash M = \|N^\tau\| : \tau$. Тъй като $FV(N) = FV(N_1) \cup FV(N_2)$, то условието за FV е изпълнено

3) $M = \lambda x A$, $\Gamma \vdash M : \alpha \Rightarrow \beta$. $\Rightarrow \Gamma, x : \alpha \vdash A : \beta$. Избираме N^β, така че $\|N^\beta\| = A$ от ИП. Тъй като $FV(M) \subseteq FV(A)$, то условието за FV е изпълнено от ИП.