Задача

$$\Gamma \vdash_{H[\omega,c]} \;\Rightarrow\; \Gamma \vdash_{G1[\omega,c]}$$

Идея: Направи(м) пълна индукция по дължината на доказателството и

1) $n=1$

A_1 може да е само (As) или (Ax). Ако е (As) правим дървото

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{A_1 \Rightarrow A_1}\,Ax}{\vdots}\,Lw,\,Lw}{\Gamma \vdash A_1}$$

, а ако е (Ax) използваме задачата за Хилбертовите аксиоми.

2) $n>1$. Разглеждаме как се е появило A_n

(As) като в 1)

(Ax) като в 1)

(Gen) $A_n = \forall_x A_j$, $j<n$ и $x \notin FV[\Gamma]$. Строим дървото

$$\dfrac{\dfrac{\text{ИП за доказателството } A_1 \dots A_j}{\Gamma \Rightarrow A_j}}{\Gamma \Rightarrow \forall_x A_n}\;,\; x \notin FV(\Gamma)$$

(MP) $A_k = A_j \to A_n$, $k,j<n$. От ИП имаме следните дървета $\dfrac{\vdots}{\Gamma \Rightarrow A_j}$ и $\dfrac{\vdots}{\Gamma \Rightarrow A_j \to A_n}$. От теоремата за дедукцията имаме, че съществува дърво $\dfrac{\vdots}{\Gamma, A_j \Rightarrow A_n}$.

Правим цялото дърво

$$\dfrac{\dfrac{\vdots}{\Gamma \Rightarrow A_j} \qquad \dfrac{\vdots}{\Gamma, A_j \Rightarrow A_n}}{\Gamma \Rightarrow A_n}\,cut$$

Значи, че съществува дърво и без cut от Основната теорема на елиминацията на сечението.