

Przykładowe zadanie 1 - etap powiatowy

Justyna Rojek-Nowosielska

Wstęp

Rozważmy następujący program. Program ten realizuje algorytm sprawdzający pewną własność liczb naturalnych.

C++

```
1 #include <iostream>
2 #include <vector>
3 using namespace std;
4
5 int main() {
6     int n;
7     cin >> n;
8     vector<int> wynik;
9     for (int i = 1; i <= n; i++) {
10         int suma_dzielnikow = 0;
11         for (int j = 1; j < i; j++) {
12             if (i % j == 0) {
13                 suma_dzielnikow += j;
14             }
15         }
16         if (suma_dzielnikow > i) {
17             wynik.push_back(i);
18         }
19     }
20     for (int liczba : wynik) {
21         cout << liczba << " ";
22     }
23     return 0;
24 }
```

Program przyjmuje na wejściu dodatnią liczbę całkowitą n . Przykładowo: dla liczby $n = 15$ program wypisze tylko liczbę 12.

? 1.1. Co oblicza powyższy program?

- (a) zbiór dzielników liczby n
- (b) zbiór sum liczb pierwszych mniejszych od n
- (c) zbiór liczb, których suma dzielników jest większa od niej samej i które są mniejsze lub równe n
- (d) zbiór liczb, których suma cyfr jest większa od samej liczby i które są mniejsze lub równe n

? 1.2. Co wypisze powyższy program dla $n = 20$?

? 1.3. Podaj najmniejszą dodatnią liczbę całkowitą n , dla której program wypisze dokładnie jedną liczbę.

? 1.4. Czy program kiedykolwiek wypisze liczbę pierwszą?

- ? 1.5. Ile jest dodatnich liczb całkowitych, które podane na wejściu (jako n) spowodują, że ostatnią wypisaną liczbą będzie 24?
- ? 1.6. Ile liczb wypisze powyższy program dla danej 50?
- ? 1.7. Ile wynosi suma liczb, które wypisze powyższy program dla danej 50?
- ? 1.8. Podaj najmniejszą liczbę całkowitą n , która podana na wejściu spowoduje wypisanie ciągu o długości co najmniej 5.
- ? 1.9. Ile wynosi suma cyfr najmniejszej liczby nieparzystej, którą mógłby wypisać ten program?

? 1.10. Złożoność i optymalizacja.

Oryginalny program dla $n = 100\,000$ działałby bardzo wolno. Zauważ, że wewnętrzna pętla działa i razy. Jaką zmianę w algorytmie obliczania sumy dzielników należy wprowadzić, aby program działał znacznie szybciej (w złożoności zbliżonej do $O(n\sqrt{n})$ zamiast $O(n^2)$)?