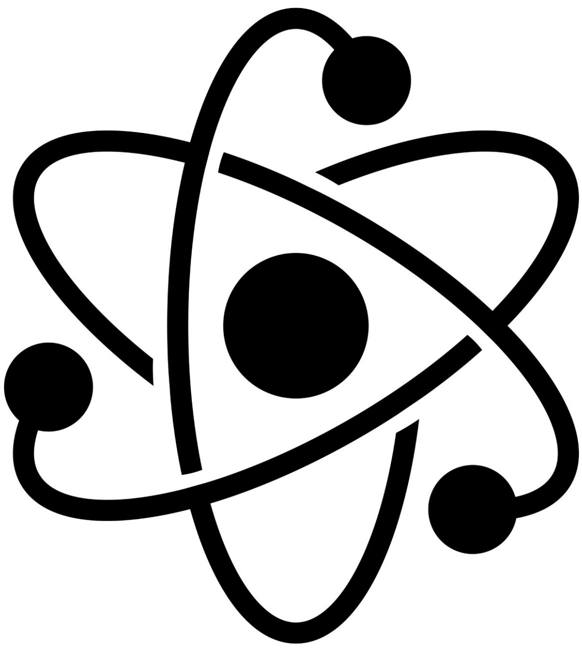
Sammanfattning - Fysik 1
Blackebergs Gymnasium

Marcell Ziegler - NA21D

29 november 2022



OBS! Alla siffror/referenser som verkar vara länkar är antagligen länkar. Svåra/ogenomgångna matte-symboler borde också vara länkar som leder till förklaring, dock endast for första uppkomsten per ekvation. Tryck gärna om du undrar nåt!

Innehåll

Förord

Innan början finns det några viktiga saker att utreda för denna sammanfattning. Först av allt är detta ett fritidsprojekt och inte skolmaterial, därför finns det ingen garanti på att allt är 100% rätt dock borde dokumentet överlag inte innehålla några större faktafel. Nästa punkt är att denna sammanfattning är gjord för effektivitet så alla förklaringar är inte fullständiga och huvuddelen innehåller inte fullständiga härledning och heller inte många räkneexempel. Om du söker fullständiga förklaring på vissa saker får du gärna titta i bilagorna mot slutet av dokumentet. Där hittar du även förklaringar till matematiska täcken som jag använder men som vi inte har gått igenom. Jag kommer heller inte förklara vanliga symboler för storheter som ex. massma (m) och hastighet (v).

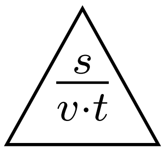
Ha kul främst av allt, men kom ihåg likt vad Tor brukar säga:

Jag ♥ Fysik!

Del I
Rörelse

1 Likformig rörelse

En likformig rörelse är en rörelse som genomförs med konstant hastighet i jämvikt. Den kan egentligen sammanfattas med den så kallade ”SVT-trianglen”:



Denna kan användas genom att täcka för den sökta enheten med ett finger. och sedan kommer formel för den övertäcka enheten bli kvar. Sammanfattat gäller följande formler:

$$s = v \cdot t$$
$$v = \frac{s}{t}$$
$$t = \frac{s}{v}$$

2 Likformigt accelererande rörelse

Om hastigheten inte längre är konstant är den enklaste nästa steg att accelerationen a är konstant. då gäller följande formler:

$$s = \frac{at^2}{2} + v_0 t + s_0$$
$$v = at + v_0$$

3 Allmän rörelse

All rörelse kan beskrivas med hjälp av de ovanstående formlerna men man måste blanda in lite integral- och differentialkalkyl. För att uppnå denna fullständinga definition vill vi först tänka på rörelsens storheter som funktioner av tiden:

$$s(t) \text{ för sträcka, } v(t) \text{ för hastighet och } a(t) \text{ för accelration.}$$

Med detta kan vi sedan beräkna deras relation i alla möjliga fall. Här antar jag att du är bekant med tanken bakom integraler och derivator så här är snabbversionen av alla generella formler givet att $a(t)$ är linjärt:

$$\begin{aligned}
s(t) &= \frac{kt^3}{6} + \frac{a_0 t^2}{2} + v_0 t + s_0 \\
v(t) &= \frac{kt^2}{2} + a_0 t + v_0 \\
a(t) &= kt + a_0
\end{aligned}$$

eftersom

$$\begin{aligned}
v(t) &= s'(t) \\
a(t) &= v'(t) = s''(t) \\
s(t) &= \int v(t)\,dt = \iint a(t)\,dt\,dt
\end{aligned}$$

(För fullständig härledning och teckenförklaring se bilaga A.2) Utifrån detta kan vi nu beräkna all rörelse bara vi vet formeln för en av storheterna. Om det inte finns en formel ska den hittas experimentellt eller så går det inte. Man kan sätta in valfri funktion för $a(t)$ och om man integrerar korrekt får man ändå rätt svar så detta är verkligen en allmän metod.

4 Rörelsemängd

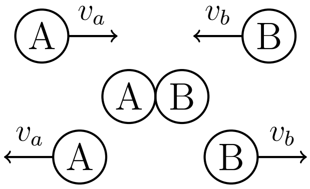
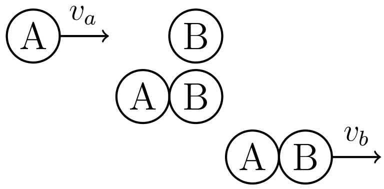
Ett föremåls rörelsemängd är dess hastighet multiplicerat med dess massa och beteckans p. Formeln är:

$$p = mv \left[\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \mathrm{kgm/s} = \mathrm{N}\cdot\mathrm{s}\right]$$

Likt hastigheten är detta en vektor och har därför en riktning. Rörelsemängden skiljer sig från rörelseenergin E_k eftersom $p \propto v$ medan $E_k \propto v^2$.

4.1 Stötar

När två föremål krockar, dvs. stöter in i varandra så sker det ett utbyte av rörelsemängd. Rörelsemängden bevaras alltid enligt *lagen om rörelsemängdens bevarande* (se bilaga A.3). Rörelseenergin i systemet före och efter stöt är dock inte alltid konstant. (se tabell 1 på följande sida).

Elastisk stöt	Oelastisk stöt
	
Rörelseenergin bevaras	Rörelseenergin bevaras inte

Tabell 1: Stötar

4.1.1 Elastiskta stötar

Vid s.k. *elastiska stötar* bevaras rörelseenergin i systemet. Detta beror på att en elastisk stöt är definierad som en stöt där ingen energi gå förlorat till ex. värme. Sambandet som vi får för elastiska stötar enligt lagen om rörelsemängdens bevarande är då:

$$m_a u_a + m_b u_b = m_a v_a + m_b v_b$$

där u_a och u_b är hastigheterna innan och v_a och v_b är hastigheterna efter.

Detta är såklart enbart möjligt teoretisk så rörelseenergin bevaras bara helt i teorin. Det enda stället en fullständigt elastisk stöt kan ske är när föremålen inte nuddar varandra i ett vakum alltså exempelvis elementarpartiklar i rymden. I verkligheten är det närmaste vi kommer någonting liknande är billiardklot. Många krockar i både boken och på prov kan dock ses som fullständigt elastiska när uppgiften kräver det.

4.1.2 Oelastiska stötar

En *oelastisk stöt* definieras som en stöt där en del av rörelseenergin omvandlas till andra energiformer som ex. värme genom ex. friktion. Detta innebär att den totala energin i systemet bevaras enligt energiprincipen men rörelseenergin efter stöten är inte samma som från början. Föremålen kommmer även att bli ”förenade”, dvs. ses som ett föremål med en sammanlagd massa. Givet lagen om rörelsemängdens bevarande gäller sambandet:

$$m_a u_a + m_b u_b = (m_a + m_b)v$$

med u_a och u_b som hastigheterna innan stöten och v som hastigheten efter stöten. Rörelsemängden bevaras alltså oavsett vad, men rörelseenergin är inte alltid densamma före och efter.

Del II
Krafter

En kraft är en vektorstorhet, dvs. att den har en riktning, som oftast definieras som produkten av accelerationen och massan. Denna beskrivs av Newtons andra lag (N II)—*kraftlagen*—som

$$F = ma$$

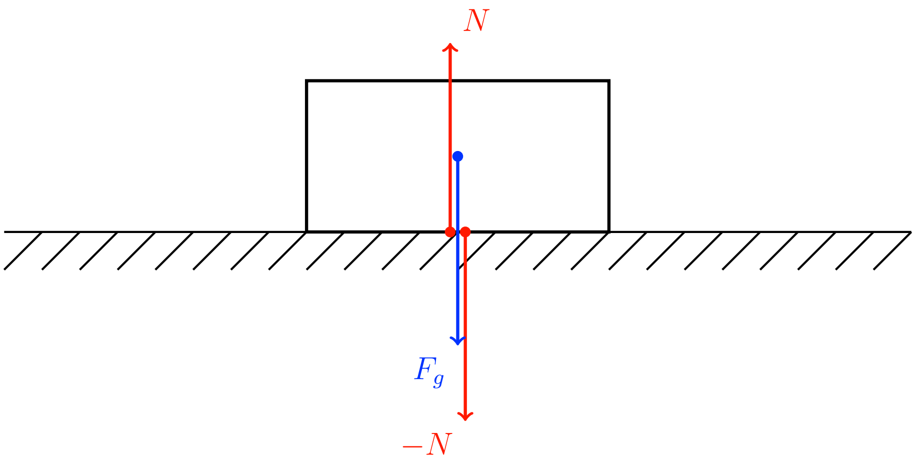
Lägg märke till att vi inte använder vanlig vektornotation ($\vec{F}$) eftersom storleken av kraften är det man oftast söker, speciellt i denna kurs. Med detta menas att $F = |\vec{F}|$.

Enheten för kraft är Newton (N) och beskrivs i grundenheter som $\frac{kg \cdot m}{s^2}$. När man söker riktningen av en kraft beskrivs detta nästan aldrig som en vektor ändå så denna fakta är mest för rätthet än nyttig användning.

Det viktigaste som du kan veta om krafter är att enligt newtons lagar finns det alltid två av varje kraft. Han sade att ”varje kraft har en lika och motsatt *reaktionskraft*” (N III). Detta är exakt vad man tror det är. En kraft som verkar på ett föremål kommer att ha en reaktion från det föremålet i motsatt riktning med samma magnitud.

Krafter kommer i många olika slag och de flesta från kursen finns förklarade nedan men en av de viktigaste och mest universella krafttyperna är normalkraften N (mer sällsynt F_n). Denna är en kraft som är vinkelrät mot någon yta, dvs. normal mot ytan. Det finns enligt newtons tredje lag naturligtvis alltid två normalkrafter.

Exempel 1. En låda sitter på ett bord under jordens gravitation (I verkligheten är alla krafter i en och samma vertikala linje men är separerade för visualiseringens skull). Alla krafter på bilden är lika stora och alla krafter har en lika och motsatt reaktionskraft. $F_g = -N$ då denna kraft är densamma som lådan verkar på bordet med och N är lika stor men motsatt som rekation. Båda normalkrafter angriper vid kontaktytan medan F_g angringer vid masscentrum.



5 Tyngdkraften

Tyngdkraften, bättre känd som gravitationen, är den kraft som två massor utgör på varandra enligt fysikens lagar. Den betecknas F_g och har samma enhet som alla andra krafter. Formeln för tyngdkraften är följande:

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

G är *gravitationskonstanten* och har ett värde på $G \approx 6.67 \cdot 10^{-11}$, m_1 och m_2 är massorna av de två interagerande föremålen och r är avståndet mellan deras masscentrum. Detta samband innebär att $F_g \propto \frac{1}{r^2}$ vilket gör att tyngdkraft avtar myhcket snabbt när avståndet ökar.

6 Friktionskraft

Friktionskraften är den kraft som två föremål utgör på varandra när de är i kontakt och en yttre kraft verkar på ena föremålet medan en lika stor kraft inte verkar på det andra.

Denna har beteckningen F_f och har formeln

$$F_f = \mu N$$

där μ är det så kallade *friktionstalet* eller *friktionskoefficienten* och N är normalkraften. Detta medför bland annat att $F_f \propto N$ med en konstant faktor μ. Vissa tycker att det är intuitivit att fritktionskraften skulle öka när kontaktytan ökar, men det gör den inte. Tänk på tryck, har vi samma normalkraft kommer trycker minska om arean ökar och vice versa, därmed ingen förändring i friktionskraft.

Det finns två typer av friktion: *statisk-/vilofriktion* och *glidfriktion*. Dessa är ganska självklara; vilofriktion är den maximala friktionskraften som kan uppstå när föremålet är stilla jämfört med sitt underlag och glidfriktion är den maximala kraften som kan uppstå när föremålet rör på sig gentemot sitt underlag. Båda kan beräknas enliga vanliga kraftresonemang givet att föremålet befinner sig i vila (den totala kraftresultanten är 0).

7 Tryck

Tryck är ett mått på hur kraft fördelar sig på en ytan. Tryck (p) mäts i Pascal (Pa) då $1\,\mathrm{Pa} = 1\,\mathrm{N/m^2}$ och beskrivs av följande formel:

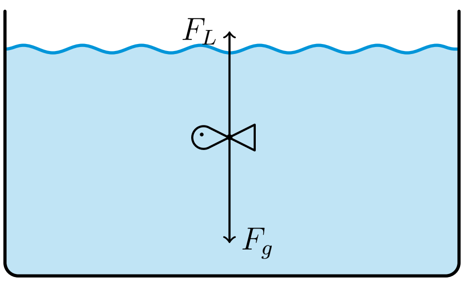
$$p = \frac{F}{A} \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{Pa}\right]$$

Denna storhet existerar för att det inte alltid är det mest användbara att tala om enbart kraften. Skörheten av material beror exempelvis på tryck istället för enbart kraft. Du kan trycka med flera MN totalt på ett föremål och så länge arean är stor nog kommer varje individuella punkte enbart uppleva en mycket liten del av kraften.

8 Lyftkraft & Arkimedes princip

Lyftkraft (F_L) är den kraften som verkar uppåt på ett föremål som är nedsänkt i en vätska eller ideal gas. Med ideal gas menas en gas som följer ideala gaslagen ($PV = nRT$). I dessa förhållanden säger arkimedes princip att kraften som verkar uppåt kommer att vara lika med tyngden av den vätska som "puttas undan" av det nedsänkta föremålet.

Exempel 2. Betrakta en fisk som sänks ned i vattnet. Den kommer då uppleva både tyngd- och lyftkraft. Det kommer visa sig att om fiskens densitet är lika med vattnets (föreställ dig en fisk av vatten) kommer den att just precis flyta. Vi vet att volymen av det undanputtade vattnet är precis lika med fiskens volym. Vi vet även att fiskens och vattnets densitet är densamma vilket medför att deras tyngd är och konstant. I slutändan leder detta till att F_L och F_g tar ut varandra.



I mer generella fall behöver man dra algebraiska slutsatser. En härledning för arkimedes princip hittar du i bilaga A.4. I praktiken är det dock enbart tre samband du bör kunna:

$$\begin{aligned}
\rho_{föremål} > \rho_{vätska} &\implies F_g > F_L \implies \text{den sjunker} \\
\rho_{föremål} < \rho_{vätska} &\implies F_g < F_L \implies \text{den lyfter} \\
\rho_{föremål} = \rho_{vätska} &\implies F_g = F_L \implies \text{inget händer}
\end{aligned}$$

Utöver dessa bör du även kunna den generella formeln för lyftkraft:

$$\boxed{F_L = \rho_{vätska} \cdot g \cdot V_{föremål} \text{ [N]}}$$

Vi vet ju att $\rho V = m$ och vi vet att $mg = F_g$ alltså vi att F_L motsvarar tyngden av den undanträngda vätskan.

A Härledningar

A.1 Teckenförklaring

I denna sammanfattning använder jag vissa matematiska tecken som är ibland mer advancerade än bara de vi går igenom. Följande är deras definitioner:

Indefinit integral

Tecknet $\int$ står för en *indefinit integreal* när inga integrationsgränser är angivna. Detta motsvarar att hitta primitiv funktion till något så givet att

$$f(x) = kx + m$$

gäller att

$$F(x) = \int f(x)\,dx = \frac{kx^2}{2} + mx + C$$

Detta gäller för alla funktioner oavsett variabel, grad eller liknande man använder helt enkelt vanliga primitiva funktionsregler på lite mer effektivt sätt. Ja, man kan använda indefinit integral på prov enligt Mattias.

Proportionalitetstecken

Proportionalitetstecknet $\propto$ används för att visa att en variabel är proportionell mot någon annan variabel eller något uttryck. Givet proportionaliteten $y = kx$ kommer det se ut som

$$y \propto x \text{ med en faktor k}$$

A.2 Allmän rörelse

Givet att funktionen $a(t) = kt + a_0$ där a_0 är en konstant startacceleration kommer nu härledningen till $s(t)$ från detta:

$$\begin{aligned}
a(t) &= kt + a_0 \\
v(t) &= \int a(t)\,dt = \frac{kt^2}{2} + a_0 t + C_1 & C_1 &= v_0 \\
v(t) &= \frac{kt^2}{2} + a_0 t + v_0 \\
s(t) &= \int v(t)\,dt = \frac{kt^3}{6} + \frac{a_0 t^2}{2} + v_0 t + C_2 & C_2 &= s_0
\end{aligned}$$

$$\boxed{s(t) = \frac{kt^3}{6} + \frac{a_0 t^2}{2} + v_0 t + s_0}$$

Här är a_0 = acceleration från start, v_0 = hastighet från start och s_0 = den redan färdade sträckan från
Alla integraler kan beräknas med reglerna från formelsamlingen.

A.3 Lagen om rörelsemängdens bevarande

Denna lag ger oss att efter en stöt kommer rörelsemängden i systemet alltid att bevaras. Föreställ dig att två föremål med massam m_1 och m_2 har hastigheterna u_1 och u_2. De krockar sedan elastiskt där föremål 1 verkar på föremål 2 med kraften F_1 medan föremål 2 verkar med kraften F_2. Sambandet mellan dessa krafter är

$$F_2 = -F_1 \text{ enligt N III}$$

Föremålens krock pågår under en liten tid Δt. Impulsen som de båda påverkar varandra med blir då:

$$\begin{aligned} \Delta p_1 &= F_2 \cdot \Delta t = m_1 v_1 - m_1 u_1 \\ \Delta p_2 &= F_1 \cdot \Delta t = m_2 v_2 - m_2 u_2 \end{aligned}$$

där v_1 och v_2 är hastigheterna efter krocken. Givet ovanstående kraftsamband får vi då:

$$\begin{aligned} \Delta p_1 = -F_1 \cdot \Delta t &= -(F_1 \cdot \Delta t) = -\Delta p_2 \\ \Delta p_1 &= -\Delta p_2 \\ m_1 v_1 - m_1 u_1 &= -(m_2 v_2 - m_2 u_2) \\ m_1 v_1 - m_1 u_1 &= -m_2 v_2 + m_2 u_2 \\ m_1 u_1 + m_2 u_2 &= m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ p_{innan} &= p_{efter} \quad \text{V.S.V.} \end{aligned}$$

alltså konserveras rörelsemängden.

A.4 Arkimedes princip

Här följer en härledning för ett föremål med godtycklig volym och densitet givet arkimedes princip. Utifrån bilden kan vi se ett föremål med oregelbunden form som är ett vanligt prisma. Utifrån detta vet vi att $V = Ah$. Vi vet även den generella formeln för tryck i vätska: $P = \rho g h$. I detta fall är h djupet i vätskan, jag vet att det är förvirrande med två h men hellre detta än icke-standardiserade variabler. Detta ger oss följande iakttaglser:

$$P_1 = \rho g d \qquad P_2 = \rho g (d + h)$$

Efter detta inser man även att

$$|d + h| > |d| \implies P_2 > P_1$$

Vill vi få ut kraft ur ett tryck får vi att $F = PA$. Detta leder oss då till följande:

$$F_1 = P_1 A \qquad F_2 = P_2 A$$

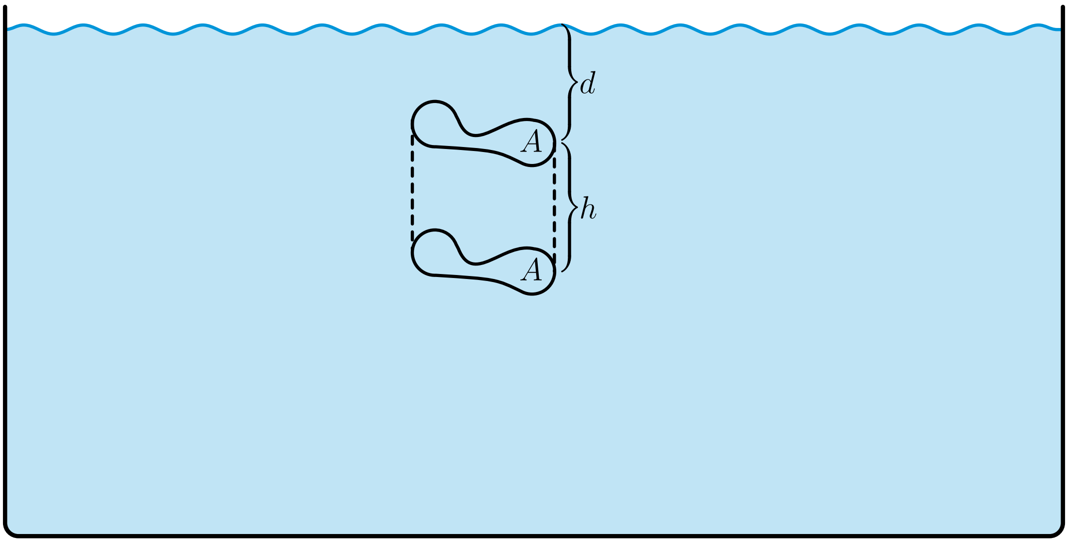
sedan vet vi att

$$P_2 > P_1 \implies F_2 > F_1$$

För tydlighetens skulle är F_2 kraften som verkar uppåt på botten av föremålet på grund av vätsketrycket och F_1 är kraften som verkar nedåt på toppen av föremålet på grund av vätsketrycket. Utifrån dett kan vi logiskt inse att

$$
\begin{aligned}
F_L &= F_2 - F_1 \\
F_L &= P_2 A - P_1 A \\
F_L &= A(\rho g(d+h)) - A(\rho g d) \\
F_L &= A\rho g((\cancel{d}+h) - \cancel{d}) \\
F_L &= A\rho g h = Ah \cdot \rho g \qquad Ah = V
\end{aligned}
$$

$$\boxed{F_L = \rho g V \quad \text{V.S.V.}}$$



B Exempel