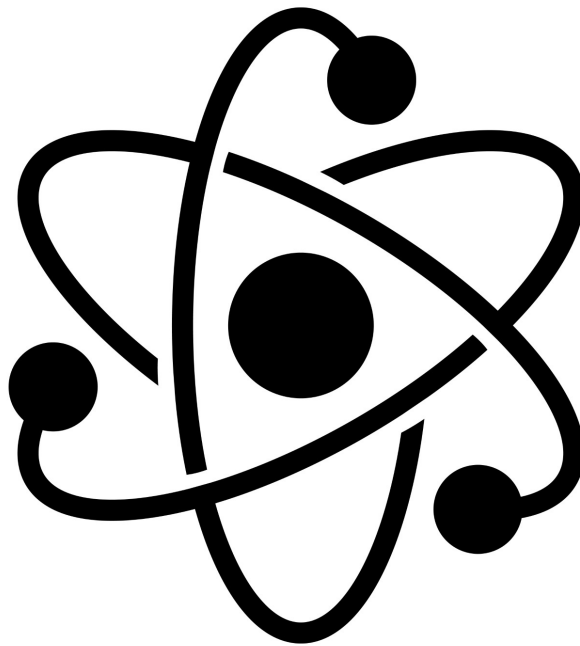


# Sammanfattning - Fysik 1

## Blackebergs Gymnasium

Marcell Ziegler - NA21D

21 november 2022



**OBS!** Alla siffror/referenser som verkar vara länkar är antagligen länkar.  
Svåra/ogenomgångna matte-symboler borde också vara länkar som leder till förklaring,  
dock endast för första uppkomsten per ekvation. Tryck gärna om du undrar nåt!

# Innehåll

<b>I</b>	<b>Rörelse</b>	<b>2</b>
1	Likformig rörelse	2
2	Likformigt accelererande rörelse	2
3	Allmän rörelse	3
4	Rörelsemängd	3
4.1	Stötar . . . . .	3
4.1.1	Elastiska stötar . . . . .	4
4.1.2	Oelastiska stötar . . . . .	4
<b>II</b>	<b>Krafter</b>	<b>4</b>
5	Tyngdkraften	5
6	Friktionskraft	5
A	Härledningar	6
A.1	Teckenförklaring . . . . .	6
A.2	Allmän rörelse . . . . .	6
A.3	Lagen om rörelsemängdens bevarande . . . . .	7
B	Exempel	7

# Förord

Innan början finns det några viktiga saker att utreda för denna sammanfattning. Först av allt är detta ett fritidsprojekt och inte skolmaterial, därför finns det ingen garanti på att allt är 100% rätt dock borde dokumentet överlag inte innehålla några större faktafel. Nästa punkt är att denna sammanfattning är gjord för effektivitet så alla förklaringar är inte fullständiga och huvuddelen innehåller inte fullständiga härledning och heller inte många räkneexempel. Om du söker fullständiga förklaring på vissa saker får du gärna titta i bilagorna mot slutet av dokumentet. Där hittar du även förklaringar till matematiska täcken som jag använder men som vi inte har gått igenom. Jag kommer heller inte förklara vanliga symboler för storheter som ex. massa ( $m$ ) och hastighet ( $v$ ).

Ha kul främst av allt, men kom ihåg likt vad Tor brukar säga:

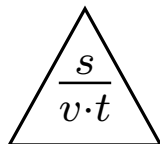
Jag ♥ Fysik!

## Del I

# Rörelse

## 1 Likformig rörelse

En likformig rörelse är en rörelse som genomförs med konstant hastighet i jämvikt. Den kan egentligen sammanfattas med den så kallade "SVT-triangeln":



Denna kan användas genom att täcka för den sökta enheten med ett finger. och sedan kommer formel för den övertäcka enheten bli kvar. Sammanfattat gäller följande formler:

$$s = v \cdot t$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v}$$

## 2 Likformigt accelererande rörelse

Om hastigheten inte längre är konstant är den enklaste nästa steg att accelerationen  $a$  är konstant. då gäller följande formler:

$$s = \frac{at^2}{2} + v_0t + s_0$$

$$v = at + v_0$$

### 3 Allmän rörelse

All rörelse kan beskrivas med hjälp av de ovanstående formlerna men man måste blanda in lite integral- och differentialkalkyl. För att uppnå denna fullständiga definition vill vi först tänka på rörelsens storheter som funktioner av tiden:

$s(t)$  för sträcka,  $v(t)$  för hastighet och  $a(t)$  för acceleration.

Med detta kan vi sedan beräkna deras relation i alla möjliga fall. Här antar jag att du är bekant med tanken bakom integraler och derivator så här är snabbversionen av alla generella formler givet att  $a(t)$  är linjärt:

$$\begin{aligned}s(t) &= \frac{kt^3}{6} + \frac{a_0 t^2}{2} + v_0 t + s_0 \\v(t) &= \frac{kt^2}{2} + a_0 t + v_0 \\a(t) &= kt + a_0\end{aligned}$$

eftersom

$$\begin{aligned}v(t) &= s'(t) \\a(t) &= v'(t) = s''(t) \\s(t) &= \int v(t) dt = \iint a(t) dt dt\end{aligned}$$

(För fullständig härledning och teckenförklaring se bilaga A.2) Utifrån detta kan vi nu beräkna all rörelse bara vi vet formeln för en av storheterna. Om det inte finns en formel ska den hittas experimentellt eller så går det inte. Man kan sätta in valfri funktion för  $a(t)$  och om man integrerar korrekt får man ändå rätt svar så detta är verkligen en allmän metod.

### 4 Rörelsemängd

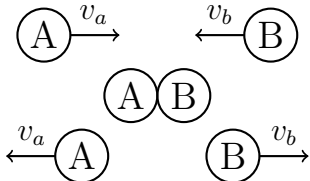
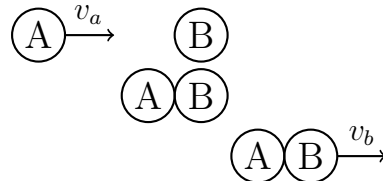
Ett föremåls rörelsemängd är dess hastighet multiplicerat med dess massa och betecknas  $p$ . Formeln är:

$$p = mv \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} = \text{kgm/s} = \text{N} \cdot \text{s} \right]$$

Likt hastigheten är detta en vektor och har därför en riktning. Rörelsemängden skiljer sig från rörelseenergin  $E_k$  eftersom  $p \propto v$  medan  $E_k \propto v^2$ .

#### 4.1 Stötar

När två föremål krockar, dvs. stöter in i varandra så sker det ett utbyte av rörelsemängd. Rörelsemängden bevaras alltid enligt *lagen om rörelsemängdens bevarande* (se bilaga A.3). Rörelseenergin i systemet före och efter stöt är dock inte alltid konstant. (se tabell 1 på följande sida).

Elastisk stöt	Oelastisk stöt
	
Rörelseenergin bevaras	Rörelseenergin bevaras inte

Tabell 1: Stötar

#### 4.1.1 Elastiska stötar

Vid s.k. *elastiska stötar* bevaras rörelseenergin i systemet. Detta beror på att en elastisk stöt är definierad som en stöt där ingen energi går förlorat till ex. värme. Sambandet som vi får för elastiska stötar enligt lagen om rörelsemängdens bevarande är då:

$$m_a u_a + m_b u_b = m_a v_a + m_b v_b$$

där  $u_a$  och  $u_b$  är hastigheterna innan och  $v_a$  och  $v_b$  är hastigheterna efter.

Detta är såklart enbart möjligt teoretiskt så rörelseenergin bevaras bara helt i teorin. Det enda stället en fullständigt elastisk stöt kan ske är när föremålen inte nuddar varandra i ett vakuum alltså exempelvis elementarpartiklar i rymden. I verkligheten är det närmaste vi kommer någonting liknande är billiardklot. Många krockar i både boken och på prov kan dock ses som fullständigt elastiska när uppgiften kräver det.

#### 4.1.2 Oelastiska stötar

En *oelastisk stöt* definieras som en stöt där en del av rörelseenergin omvandlas till andra energiformer som ex. värme genom ex. friktion. Detta innebär att den totala energin i systemet bevaras enligt energiprincipen men rörelseenergin efter stöten är inte samma som från början. Föremålen kommer även att bli "förenade", dvs. ses som ett föremål med en sammanlagd massa. Givet lagen om rörelsemängdens bevarande gäller sambandet:

$$m_a u_a + m_b u_b = (m_a + m_b) v$$

med  $u_a$  och  $u_b$  som hastigheterna innan stöten och  $v$  som hastigheten efter stöten. Rörelsemängden bevaras alltså oavsett vad, men rörelseenergin är inte alltid densamma före och efter.

## Del II

# Krafter

En kraft är en vektorstorhet, dvs. att den har en riktning, som oftast definieras som produkten av accelerationen och massan.

$$F = ma$$

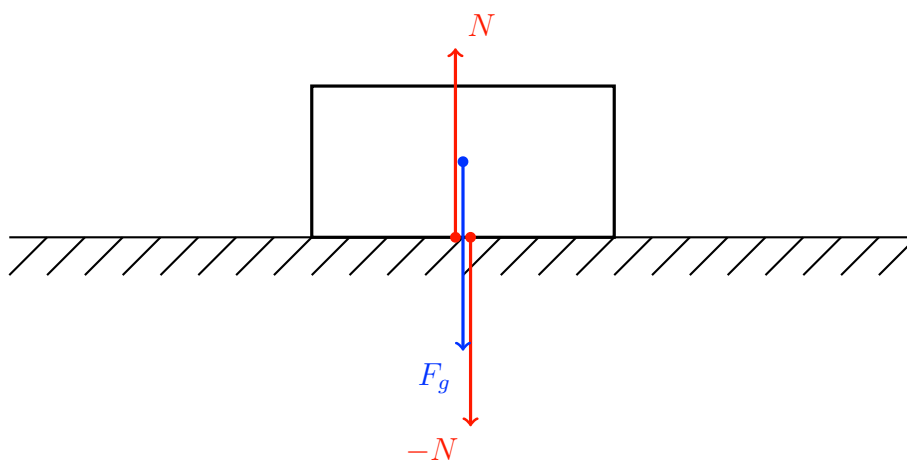
Lägg märke till att vi inte använder vanlig vektornotation ( $\vec{F}$ ) eftersom storleken av kraften är det man oftast söker, speciellt i denna kurs. Med detta menas att  $F = |\vec{F}|$ .

Enheten för kraft är Newton (N) och beskrivs i grundenheter som  $\frac{kg \cdot m}{s^2}$ . När man söker riktningen av en kraft beskrivs detta nästan aldrig som en vektor ändå så denna fakta är mest för rätthet än nyttig användning.

Det viktigaste som du kan veta om krafter är att enligt newtons lagar finns det alltid två av varje kraft. Han sade att "varje kraft har en lika och motsatt *reaktionskraft*" (N III). Detta är exakt vad man tror det är. En kraft som verkar på ett föremål kommer att ha en reaktion från det föremålet i motsatt riktning med samma magnitud.

Krafter kommer i många olika slag och de flesta från kursen finns förklarade nedan men en av de viktigaste och mest universella krafttyperna är normalkraften  $N$  (mer sällsynt  $F_n$ ). Denna är en kraft som är vinkelrät mot någon yta, dvs. normal mot ytan. Det finns enligt newtons tredje lag naturligtvis alltid två normalkrafter.

**Exempel 1.** En låda sitter på ett bord under jordens gravitation. (I verkligheten är alla krafter i en och samma vertikala linje men är separerade för visualiseringens skull.)



## 5 Tyngdkraften

Tyngdkraften, bättre känd som gravitationen, är den kraft som två massor utgör på varandra enligt fysikens lagar. Den betecknas  $F_g$  och har samma enhet som alla andra krafter. Formeln för tyngdkraften är följande:

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$G$  är *gravitationskonstanten* och har ett värde på  $G \approx 6.67 \cdot 10^{-11}$ ,  $m_1$  och  $m_2$  är massorna av de två interagerande föremålen och  $r$  är avstånden mellan deras masscentrum. Detta samband innebär att  $F_g \propto \frac{1}{r^2}$ . Detta gör att tyngdkraft avtar mycket snabbt när avståndet ökar.

## 6 Friktionskraft

Friktionskraften är den kraft som två föremål utgör på varandra när de är i kontakt och en yttre kraft verkar på ena föremålet medan en lika stor kraft inte verkar på det andra. Denna har beteckningen  $F_f$  och har formeln

$$F_f = \mu N$$

# A Härledningar

## A.1 Teckenförklaring

I denna sammanfattning använder jag vissa matematiska tecken som är ibland mer avancerade än bara de vi går igenom. Följande är deras definitioner:

### Indefinit integral

Tecknet  $\int$  står för en *indefinit integral* när inga integrationsgränser är angivna. Detta motsvarar att hitta primitiv funktion till något så givet att

$$f(x) = kx + m$$

gäller att

$$F(x) = \int f(x) dx = \frac{kx^2}{2} + mx + C.$$

Detta gäller för alla funktioner oavsett variabel, grad eller liknande man använder helt enkelt vanliga primitiva funktionsregler på lite mer effektivt sätt. Ja, man kan använda indefinit integral på prov enligt Mattias.

### Proportionalitetstecken

Proportionalitetstecknet  $\propto$  används för att visa att en variabel är proportionell mot någon annan variabel eller något uttryck. Givet proportionaliteten  $y = kx$  kommer det se ut som

$$y \propto x \text{ med en faktor } k$$

## A.2 Allmän rörelse

Givet att funktionen  $a(t) = kt + a_0$  där  $a_0$  är en konstant startacceleration kommer nu härledningen till  $s(t)$  från detta:

$$a(t) = kt + a_0$$

$$v(t) = \int a(t) dt = \frac{kt^2}{2} + a_0t + C_1 \quad C_1 = v_0$$

$$v(t) = \frac{kt^2}{2} + a_0t + v_0$$

$$s(t) = \int v(t) dt = \frac{kt^3}{6} + \frac{a_0t^2}{2} + v_0t + C_2 \quad C_2 = s_0$$

$$s(t) = \frac{kt^3}{6} + \frac{a_0t^2}{2} + v_0t + s_0$$

Här är  $a_0$  = acceleration från start,  $v_0$  = hastighet från start och  $s_0$  = den redan färdade sträckan från start. Alla integraler kan beräknas med reglerna från formelsamlingen.

### A.3 Lagen om rörelsemängdens bevarande

Denna lag ger oss att efter en stöt kommer rörelsemängden i systemet alltid att bevaras. Föreställ dig att två föremål med massan  $m_1$  och  $m_2$  har hastigheterna  $u_1$  och  $u_2$ . De krockar sedan elastiskt där föremål 1 verkar på föremål 2 med kraften  $F_1$  medan föremål 2 verkar med kraften  $F_2$ . Sambandet mellan dessa krafter är

$$F_2 = -F_1 \text{ enligt N III}$$

Föremålens krock pågår under en liten tid  $\Delta t$ . Impulsen som de båda påverkar varandra med blir då:

$$\begin{aligned}\Delta p_1 &= F_2 \cdot \Delta t = m_1 v_1 - m_1 u_1 \\ \Delta p_2 &= F_1 \cdot \Delta t = m_2 v_2 - m_2 u_2\end{aligned}$$

där  $v_1$  och  $v_2$  är hastigheterna efter krocken. Givet ovanstående kraftsamband får vi då:

$$\begin{aligned}\Delta p_1 &= -F_1 \cdot \Delta t = -(F_1 \cdot \Delta t) = -\Delta p_2 \\ \Delta p_1 &= -\Delta p_2 \\ m_1 v_1 - m_1 u_1 &= -(m_2 v_2 - m_2 u_2) \\ m_1 v_1 - m_1 u_1 &= -m_2 v_2 + m_2 u_2 \\ m_1 u_1 + m_2 u_2 &= m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ p_{innan} &= p_{efter} \quad \text{V.S.V.}\end{aligned}$$

alltså konserveras rörelsemängden.

## B Exempel