Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ

ЛЕКЦИЯ 4. МЕТОДЫ УЧЁТА НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

к.т.н., Кашевник Алексей Михайлович,
alexey@iias.spb.su
к.т.н., Пономарёв Андрей Васильевич
ponomarev@iias.spb.su

НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ

В реальности информация может быть:

- Неполной
- Противоречивой
- Ненадёжной

Неопределённость – нехватка точных знаний, которые бы позволили прийти к достоверному и надёжному заключению.

Медицинская диагностика: невозможность построения (на данном этапе развития медицинской науки) строгой, «математической» теории функционирования человеческого тела; невозможность ввода в интеллектуальную систему всех фактов, касающихся текущего состояния.

Неопределённость – инструмент, облегчающий рассуждение в таких «сложных» областях.

ИСТОЧНИКИ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

- Неизвестные данные
- Неточность естественного языка
- Слабые закономерности
- Сочетание взглядов различных экспертов

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Знания агента позволяют сформировать относящиеся к делу высказывания только с определенной **степенью уверенности (degree of belief)**.

Вероятности предоставляют способ *суммарного учета неопределенности*, возникающей по причинам *экономии усилий и отсутствия знаний*.

Степень уверенности ≠ степень истинности:
Высказывание истинно или ложно, степень уверенности выражает лишь уверенность агента в истинности высказывания с учётом имеющейся у него информации.

Основа уверенности: статистические данные, правила, комбинация сведений, полученных из разных источников.

СВИДЕТЕЛЬСТВА

Вероятность высказывания ≈ утверждение о том, что высказывание следует из БЗ.

Оценка этого *может изменяться* по мере добавления в базу знаний новых высказываний.

Во всех вероятностных утверждениях должно быть указано **свидетельство**, с учётом которого оценивалась данная вероятность.

Априорные (безусловные) вероятности – до получения свидетельств.
Апостериорные (условные) вероятности – после получения свидетельств.

ЯЗЫК ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Вероятность применяется к **высказываниям** – утверждениям о том, что имеет место некоторое состояние мира. Язык высказываний – язык теории вероятностей.

Случайная величина (переменная) – обозначение некоторой части мира, значение которой неизвестно. (OilDeposit, Cavity, Rain)

Область определения – множество тех значений, которые может принимать случайная величина. (<true, false>)

Элементарные высказывания – утверждения о том, что случайная величина принимает одно из значений своей области определения (OilDeposit = true).

Сложные высказывания – комбинации элементарных высказываний с использованием логических связок (Cavity = true $\wedge$ Rain = false или, аналогично cavity $\wedge$ $\neg$rain).

АПРИОРНАЯ И АПОСТЕРИОРНАЯ ВЕРОЯТНОСТИ

Безусловная, или **априорная**, вероятность P(a), связанная с высказыванием *a*, представляет собой степень уверенности, относящуюся к этому высказыванию в *отсутствии любой другой информации*.
P(Cavity = true) = 0.1 или P(cavity) = 0.1

Для всех возможных значений СВ – **распределение априорных вероятностей СВ**.
Для нескольких СВ – **совместные распределения вероятностей**.
Для всех СВ модели – **полное совместное распределение вероятностей**.

Условная, или **апостериорная**, вероятность P(*a*|*b*) представляет собой степень уверенности в том, что истинно высказывание *a*, если *всё, что нам известно*, это *b*.

ЛОГИЧЕСКИЙ ВЫВОД С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОЛНЫХ СОВМЕСТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Вероятностный вывод - вычисление апостериорных вероятностей для высказываний, заданных в виде запросов, на основании наблюдаемых свидетельств.

Простейший вариант: БЗ – полное совместное распределение.

$$P(X|e) = \alpha P(X,e) = \alpha \sum_{y} (X,e,y)$$

X – переменная запроса;
E – множество переменных свидетельства;
e – наблюдаемые значения переменных свидетельства;
y – возможные значения ненаблюдаемых переменных из множества *Y*;
P($X|e$) – запрос;
α – константа нормализации ($1/P(e)$).

ПРИМЕР ВЫВОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОЛНОГО СОВМЕСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

	influenzaEpidemic		*not influenzaEpidemic*	
	fever	*not fever*	*fever*	*not fever*
influenza	0.05	0.001	0.02	0.001
not influenza	0.009	0.04	0.33	0.549

0.072

Маргинальная вероятность

P(*influenza*) = 0.05 + 0.001 + 0.02 + 0.001 = 0.072

ПРИМЕР ВЫВОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОЛНОГО СОВМЕСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

	influenzaEpidemic		*not influenzaEpidemic*	
	fever	*not fever*	*fever*	*not fever*
influenza	0.05	0.001	0.02	0.001
not influenza	0.009	0.04	0.33	0.549

P(*influenza*) = 0.05 + 0.001 + 0.02 + 0.001 = 0.072

P(*Influenza* | *influenzaEpidemic*) = αP(*Influenza*, *influenzaEpidemic*) =

= $\alpha\langle 0.051, 0.049\rangle = \langle 0.51, 0.49\rangle$

ПРИМЕР ВЫВОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОЛНОГО СОВМЕСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

	influenzaEpidemic		*not influenzaEpidemic*	
	fever	*not fever*	*fever*	*not fever*
influenza	0.05	0.001	0.02	0.001
not influenza	0.009	0.04	0.33	0.549

P(*influenza*) = 0.05 + 0.001 + 0.02 + 0.001 = 0.072

P(*Influenza* | *influenzaEpidemic*) = αP(*Influenza*, *influenzaEpidemic*) =

= α<0.051, 0.049> = <0.51, 0.49>

P(*Influenza* | *influenzaEpidemic* ∩ *fever*) =

= αP(*Influenza*, *influenzaEpidemic, fever*) =

= α<0.05, 0.009> ≈ <0.85, 0.15>

КРАТКИЙ АНАЛИЗ

Полезный вывод: полное совместное распределение *может* быть использовано для получения ответа на *любые* вероятностные запросы.

Но **совершенно непрактично:**
- Объем 2^n значений, где n – количество переменных (СВ);
- Обработка таблицы – $O(2^n)$.

ПРАВИЛО БАЙЕСА

$$P(b|a) = \frac{P(a|b)P(b)}{P(a)}$$

Три вероятности для вычисления *одной*. В чём выигрыш?

Виды информации в системах диагностики:

Диагностическая информация – наличие симптома *a* свидетельствует в пользу (заболевания, неисправности) *b*. Встречается *редко*, подвержена влиянию внешних условий.

Причинная информация – (заболевание, неисправность) *b* с определённой вероятностью вызывает симптом *a*. Встречается *часто*, менее подвержена влиянию внешних условий.

КОМБИНИРОВАНИЕ СВИДЕТЕЛЬСТВ

Что, если нам известно несколько свидетельств?

$$P(Flu|fever = true \wedge sorethroat = true)$$

Применение правила Байеса даёт:

$$P(Flu|fever \wedge sorethroat) = \frac{P(fever \wedge sorethroat|Flu)P(Flu)}{P(fever \wedge sorethroat)}$$

Но! Непосредственное применение этого правила требует определения условных вероятностей для всех возможных сочетаний свидетельств!

КОМБИНИРОВАНИЕ СВИДЕТЕЛЬСТВ. НЕЗАВИСИМОСТЬ

Независимость СВ:

$$P(a|b) = P(a)$$
$$P(a \wedge b) = P(a)P(b)$$

Условная независимость СВ:

$$P(a \wedge b|c) = P(a|c)P(b|c)$$

т.е. *a* и *b* являются независимыми, при условии, что задано значение некоторой третьей СВ. Чаще всего, и *a*, и *b*, зависят от *c* но не зависят друг от друга.

Из предположения об условной независимости fever и sorethroat:

$$P(Flu|fever \wedge sorethroat) = \alpha P(fever|Flu)P(sorethroat|Flu)P(Flu)$$

НАИВНАЯ БАЙЕСОВСКАЯ МОДЕЛЬ

$$P(Cause, E_1, \dots, E_n) = P(Cause)\prod_i P(E_i|Cause)$$

Часто применяется и в том случае, когда E_i не являются условно-независимыми.

БАЙЕСОВСКАЯ СЕТЬ

Байесовская сеть — это ориентированный граф, в котором каждая вершина помечена количественной вероятностной информацией.

1. Вершинами сети является множество случайных переменных. Переменные могут быть дискретными или непрерывными.

2. Вершины соединяются попарно ориентированными ребрами; ребра образуют множество ребер. Если стрелка направлена от вершины X к вершине Y, то вершина X называется родительской вершиной вершины Y.

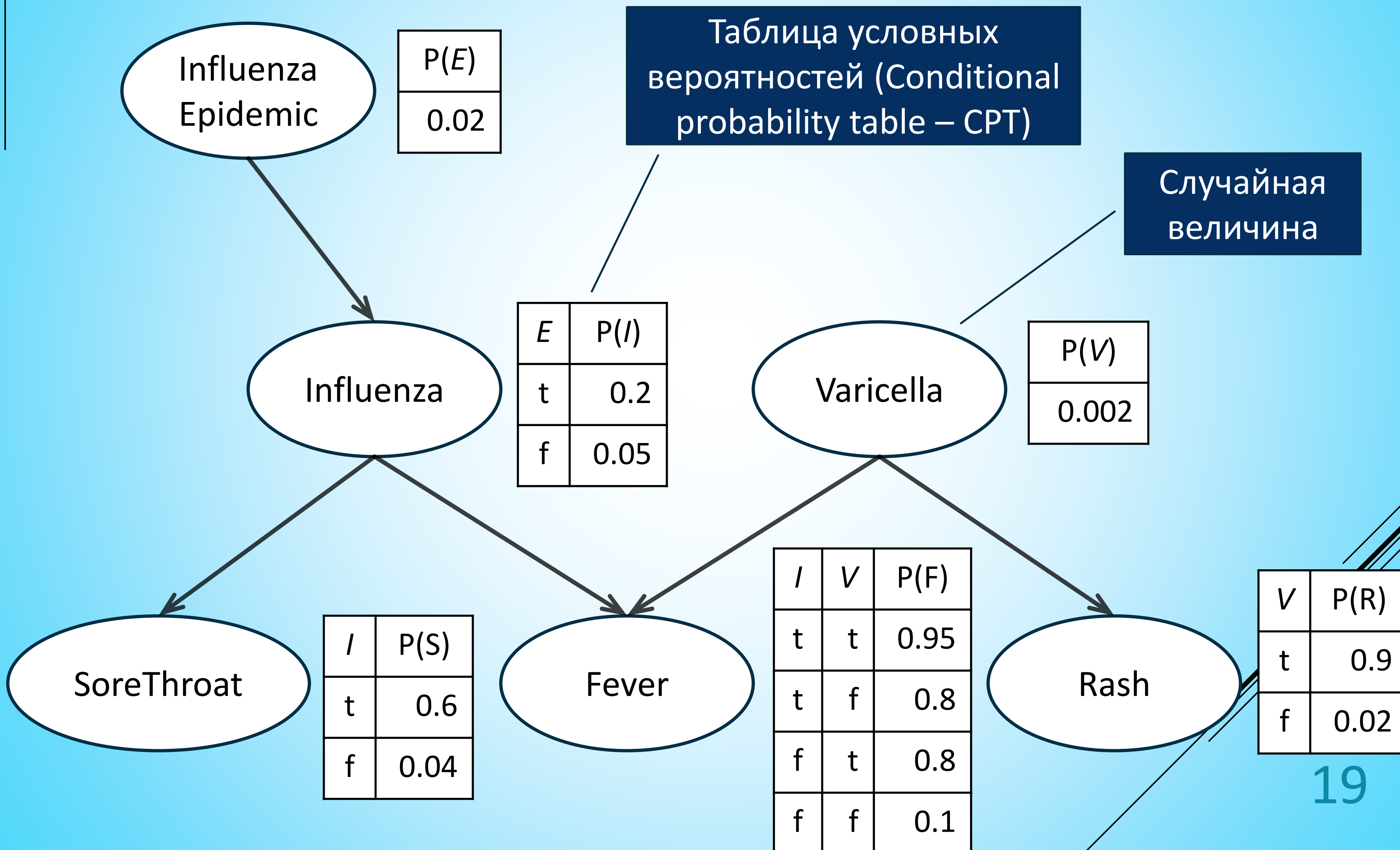
3. Каждая вершина X_i характеризуется распределением условных вероятностей $P(X_i \mid Parents(X_i))$, которое количественно оценивает влияние родительских вершин на эту вершину.

4. Граф не имеет контуров (Directed Acyclic Graph — DAG)).

БАЙЕСОВСКАЯ СЕТЬ

Топология сети показывает отношения, определяющие условную независимость, которые проявляются в данной проблемной области. *Интуитивный* смысл стрелки в правильно составленной сети обычно состоит в том, что вершина X оказывает *непосредственное* влияние на вершину Y.

ПРИМЕР БАЙЕСОВСКОЙ СЕТИ



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

V	P(R)
t	0.9
f	0.02

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОЛНОГО СОВМЕСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Каждый элемент в полном совместном распределении вероятностей может быть рассчитан на основании информации, представленной в байесовской сети.

$$P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} P(x_i | parents(X_i))$$

где *parents(X$_i$)* обозначает конкретные значения переменных в множестве вершин *Parents(X$_i$)*. Поэтому каждый элемент в совместном распределении представлен в виде произведения соответствующих элементов в таблицах условных вероятностей (Conditional Probability Table — CPT) байесовской сети.

Таким образом, таблицы CPT обеспечивают декомпонованное представление совместного распределения.

СОСТАВЛЕНИЕ БАЙЕСОВСКОЙ СЕТИ

Байесовская сеть служит правильным представлением проблемной области, только если *каждая вершина в ней условно независима от ее предшественников в конкретном упорядочении вершин, после того как заданы ее родительские вершины*.

Необходимо выбрать для каждой вершины родительские вершины так, чтобы соблюдалось это свойство. Интуитивно ясно, что множество родительских вершин вершины X_i должно включать все такие вершины из множества $X_1,...,X_{i-1}$, которые *непосредственно* влияют на X_i.

Правильный порядок вершин (от причин к следствиям). Правила должны быть *причинными*, а не *диагностическими*.

ТОЧНЫЙ ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ВЫВОД В БАЙЕСОВСКИХ СЕТЯХ

Основной задачей для любой системы вероятностного вывода является вычисление распределения апостериорных вероятностей для множества **переменных запроса**, если дано некоторое наблюдаемое **событие**, т.е. если выполнено некоторое присваивание значений множеству **переменных свидетельства**.

Система обозначений:
X – обозначает переменную запроса;
E — множество переменных свидетельства, $E_1,\ldots, E_m$;
e — конкретное наблюдаемое событие;
Y обозначает переменные, отличные от переменных свидетельства, $Y_1, \ldots, Y_l$ (иногда называемые **скрытыми переменными**).
Полное множество переменных определяется выражением $X=\{X\} \cup E \cup Y$.

В типичном запросе содержится просьба определить распределение апостериорных вероятностей $P(X \mid e)$.

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ВЫВОД С ПОМОЩЬЮ ПЕРЕБОРА

Предпосылки:

1. Условную вероятность можно вычислить суммируя элементы из полного совместного распределения:

$$P(X|e) = \alpha P(X,e) = \alpha \sum_{y} P(X,e,y)$$

2. Байесовская сеть является представлением полного совместного распределения:

$$P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} P(x_i|parents(X_i))$$

Идея:

Вычисляем результат запроса, суммируя произведения условных вероятностей из сети.

АЛГОРИТМ ПЕРЕБОРА ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ОТВЕТОВ НА ЗАПРОСЫ В БАЙЕСОВСКИХ СЕТЯХ

```
function EnumerationAsk(X, e, bn) returns распределение по X
  inputs: X, переменная запроса
          e, наблюдаемые значения переменных E
          bn, байесовская сеть с переменными
              {X} ∪ E ∪ Y /* Y - скрытые переменные */
  Q(X) <- распределение по X, первоначально пустое
  for each значение xi переменной X do
    дополнить e значением xi переменной X
    Q(xi) <- EnumerateAll(Vars[bn], e)
  return Normalize(Q(X))

function EnumerateAll(vars, e) returns действительное число
  if Empty?(vars) then return 1.0
  Y <- First(vars)
  if переменная Y имеет значение y в множестве e
    then return P(y|parents(Y))EnumerateAll(Rest(vars),e)
    else return ∑y P(y|parents(Y)) EnumerateAll(Rest(vars),ey),
         где ey представляет собой множество e, дополненное
         значением Y = y
```

СЛОЖНОСТЬ ТОЧНОГО ВЕРОЯТНОСТНОГО ВЫВОДА

Односвязная сеть (**полидерево**) – сеть, в которой имеется самое большее один неориентированный путь между любыми двумя вершинами.

Временная и пространственная сложность точного вероятностного вывода в полидеревьях *линейно зависят от размера сети* (количество элементов таблиц CPT).
Например, алгоритм устранения переменной.

В общем случае (в многосвязных сетях) *вероятностный вывод является NP-трудным, поскольку включает вывод в пропозициональной логике как частный случай.*

ПРИБЛИЖЁННЫЙ ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ВЫВОД

Например, применение методов выборки (**Монте-Карло**) для вычисления апостериорных вероятностей.
Приближенный алгоритм => точность ответа зависит от количества сформированных выборок.

Идея метода непосредственной выборки: выборка должна формироваться последовательно по каждой переменной, в топологическом порядке.
Распределение вероятностей, из которого берется выборка значения, обуславливается значениями, уже присвоенными родительским переменным.

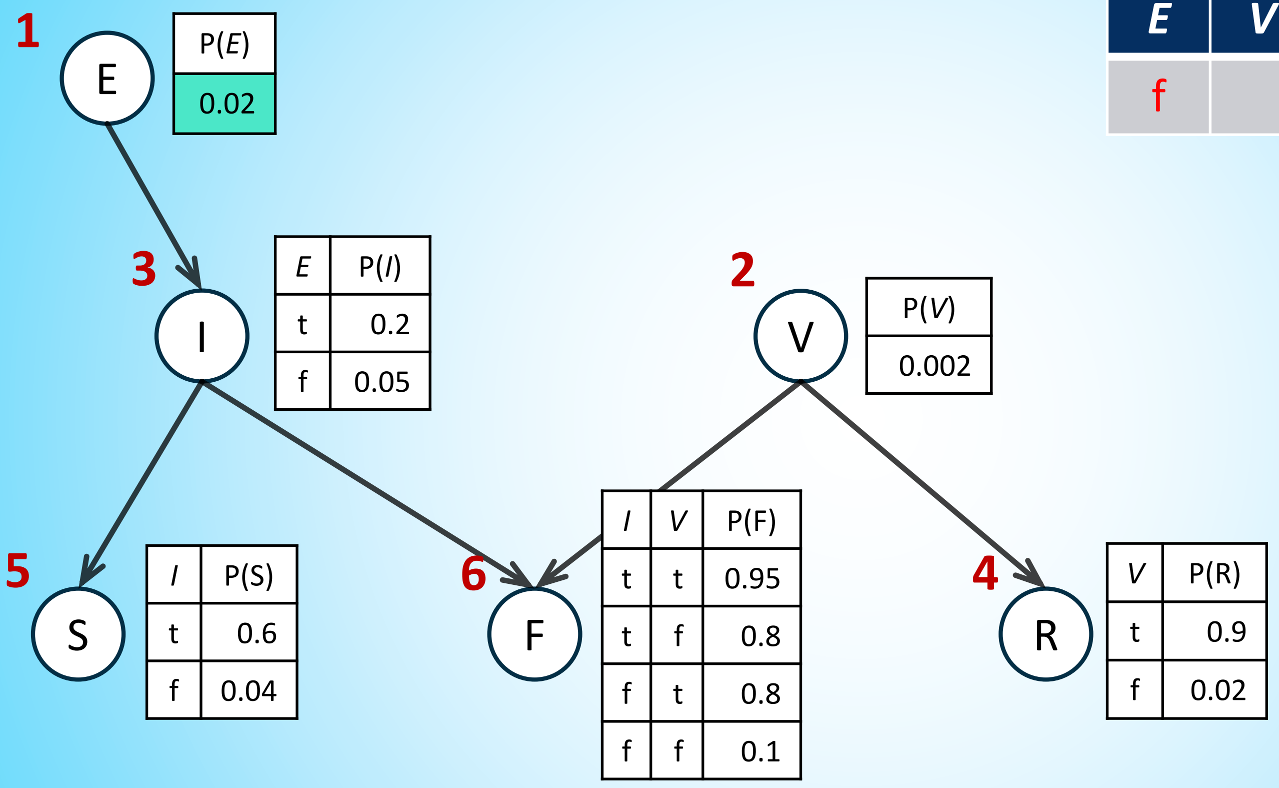
Ответы вычисляются путем подсчета фактически сформированных выборок.

ФОРМИРОВАНИЕ ВЫБОРКИ ИЗ АПРИОРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

```
function PriorSample(bn) returns событие, выработанное путем
         применения операции формирования выборки к априорному
         распределению, заданному в виде сети bn
  inputs: bn, байесовская сеть, задающая совместное
              распределение P(X1,...,Xn)
    x <– событие с n элементами
    for i = 1 to n do
      xi <– случайная выборка из P(Xi|parents(Xi))
    return x
```

ФОРМИРОВАНИЕ ВЫБОРКИ ИЗ АПРИОРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*
f					



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

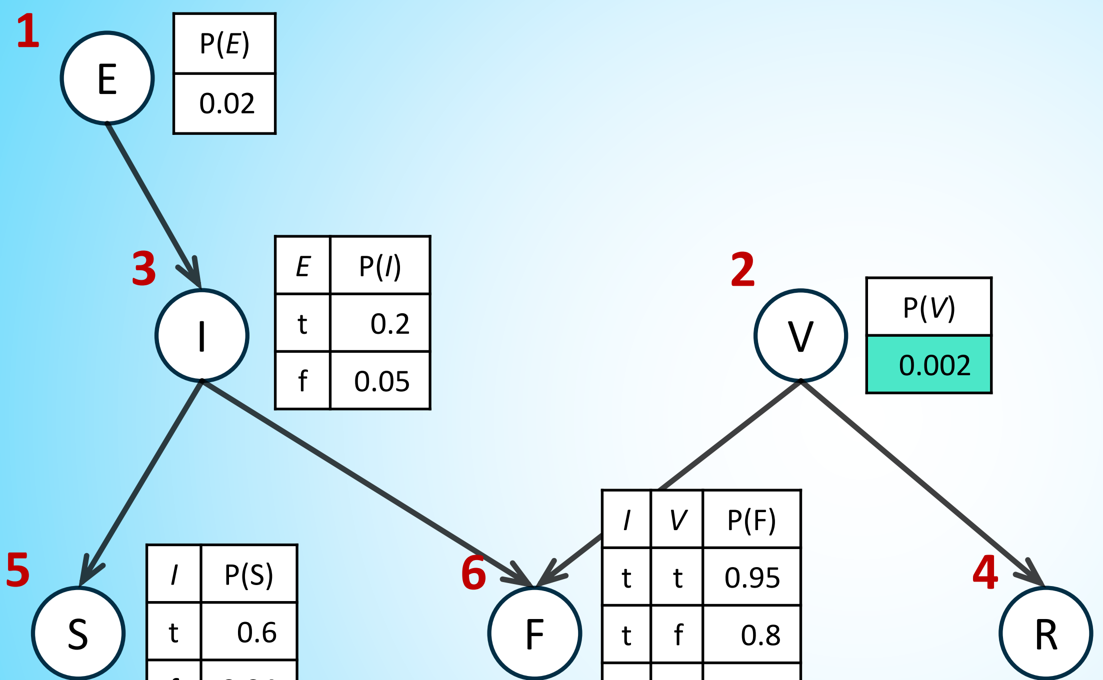
I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

V	P(R)
t	0.9
f	0.02

ФОРМИРОВАНИЕ ВЫБОРКИ ИЗ АПРИОРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*
f	f				



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

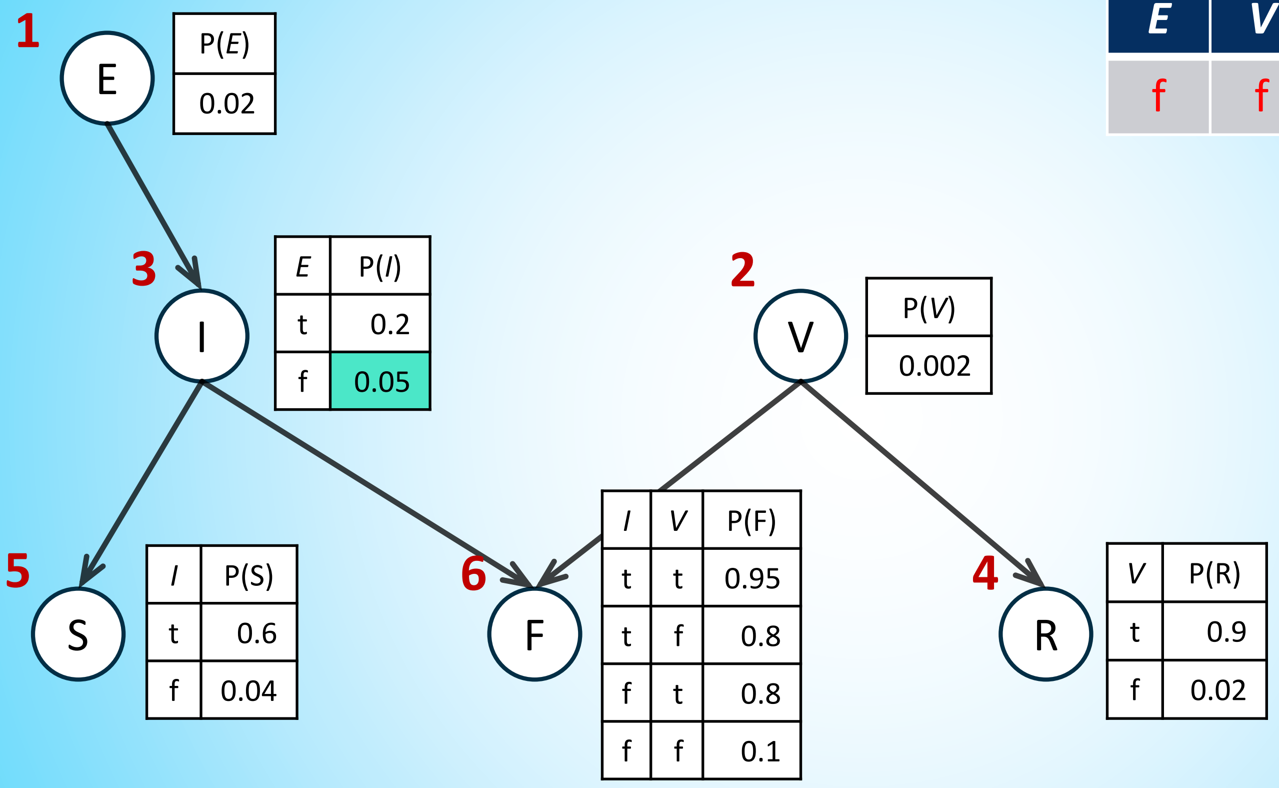
I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

V	P(R)
t	0.9
f	0.02

ФОРМИРОВАНИЕ ВЫБОРКИ ИЗ АПРИОРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*
f	f	f			



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

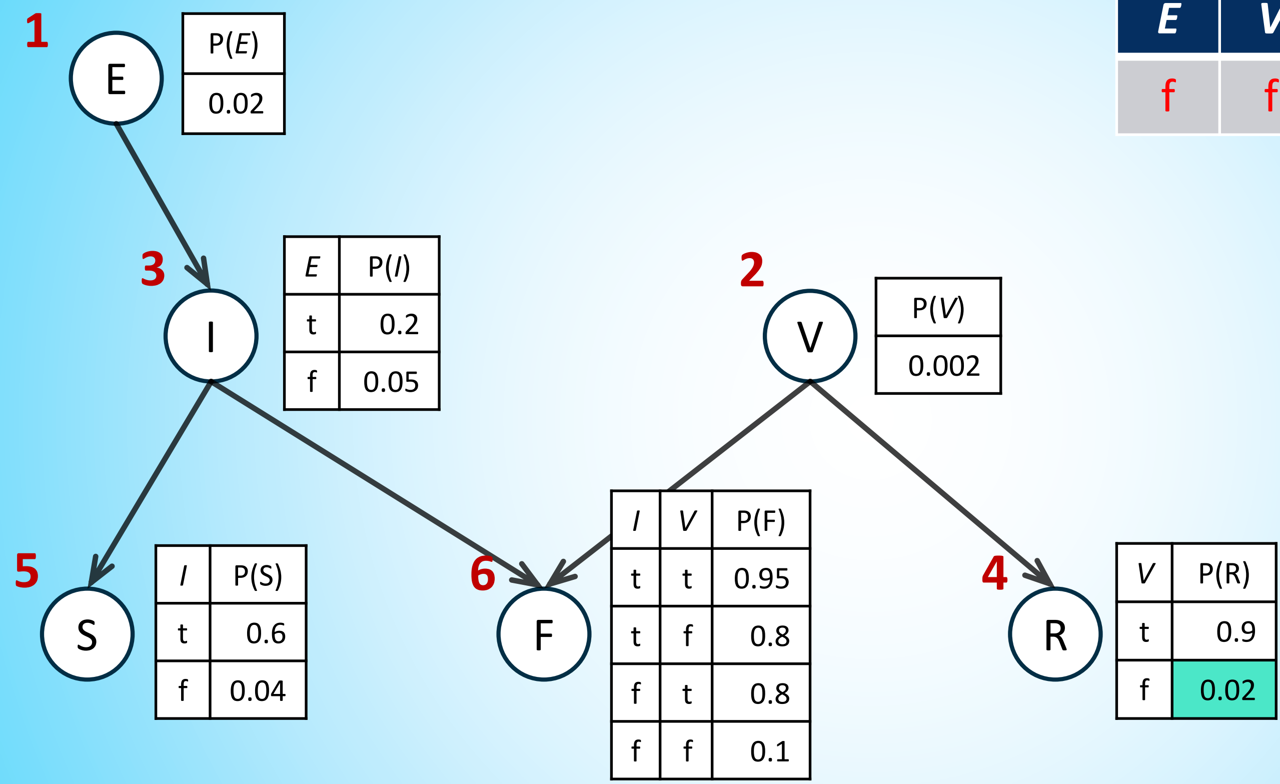
I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

V	P(R)
t	0.9
f	0.02

ФОРМИРОВАНИЕ ВЫБОРКИ ИЗ АПРИОРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*
f	f	f	f		



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

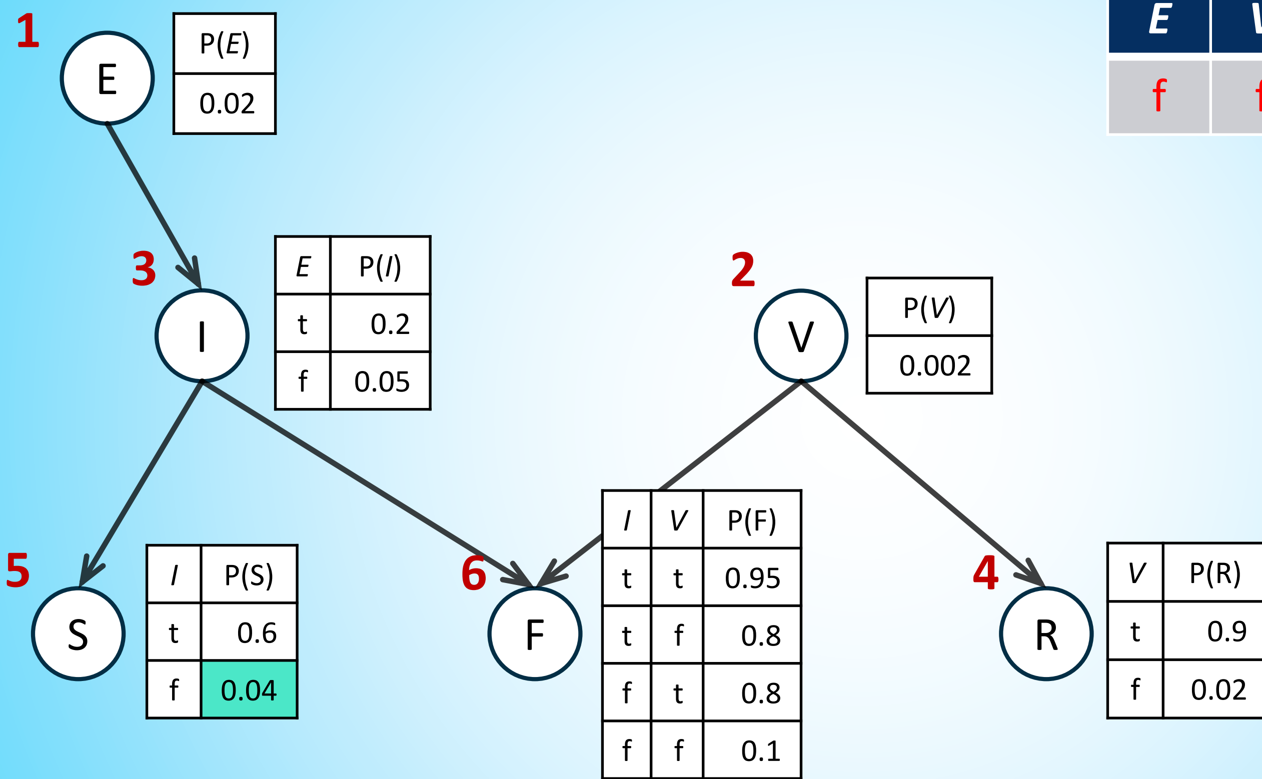
I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

V	P(R)
t	0.9
f	0.02

ФОРМИРОВАНИЕ ВЫБОРКИ ИЗ АПРИОРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*
f	f	f	f	f	



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

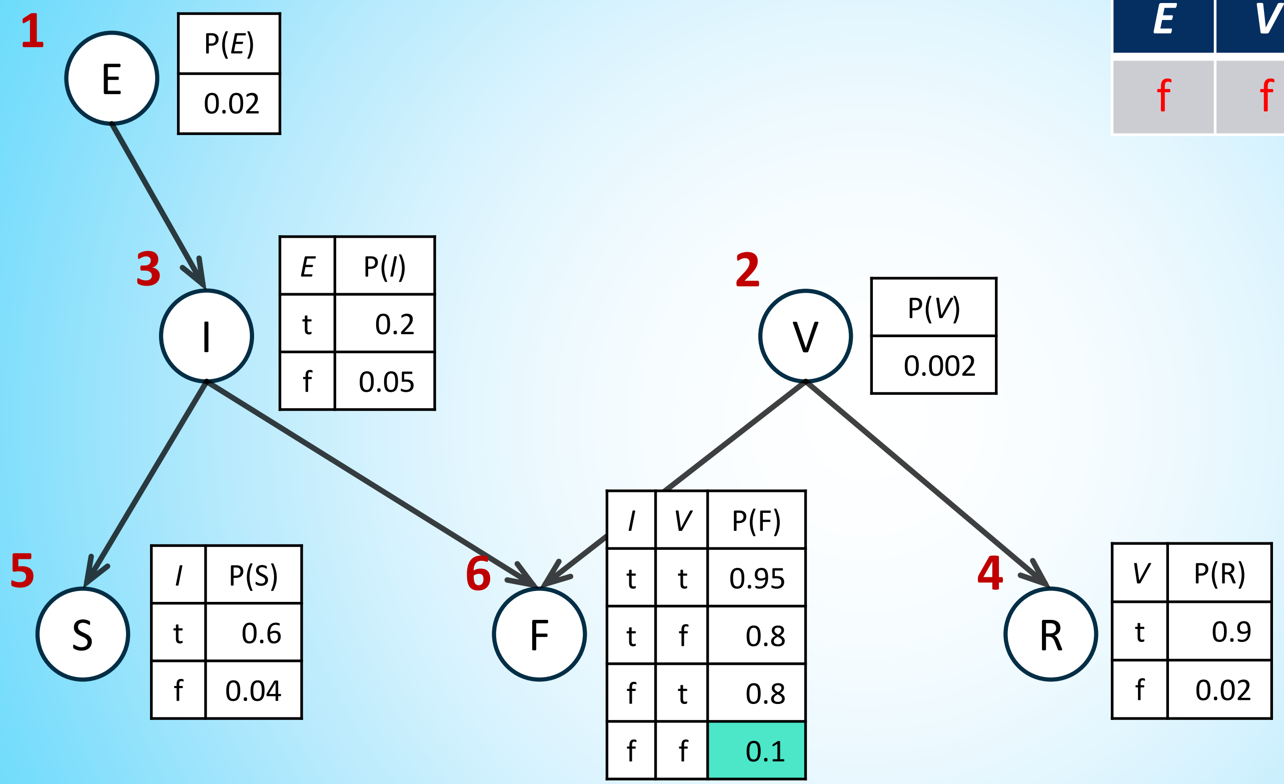
I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

V	P(R)
t	0.9
f	0.02

ФОРМИРОВАНИЕ ВЫБОРКИ ИЗ АПРИОРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*
f	f	f	f	f	t



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

V	P(R)
t	0.9
f	0.02

ФОРМИРОВАНИЕ ВЫБОРКИ С ИСКЛЮЧЕНИЕМ

1) Формируем выборки из априорного распределения, определяемого сетью.
2) Исключаем все те выборки, которые не соответствуют свидетельству.
3) Формируем оценку *P(X=x|e)* путем подсчета того, насколько часто событие X=x встречалось в оставшихся выборках.

```
function Rejection-Sampling(X, e, bn, N) returns оценка
        значения P(X|e)
  inputs: X, переменная запроса
          e, свидетельство, определяемое как некоторое событие
          bn, байесовская сеть
          N, общее количество выборок, которые должны
             быть сформированы
  local variables: n, вектор результатов подсчетов по X,
                   первоначально равный нулю
  for j = 1 to N do
    x <- PriorSample(bn)
    if выборка x согласуется со свидетельством e then
      n[x] <- n[x]+1, где x представляет собой значение
                      переменной X в множестве x
    return Normalize(n[X])
```

ФОРМИРОВАНИЕ ВЫБОРКИ С ИСКЛЮЧЕНИЕМ

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*
f	f	f	f	f	t
f	f	f	f	f	f
f	f	f	f	f	t
t	f	t	f	t	t
f	f	f	f	f	f
t	f	f	f	f	f
f	t	f	t	f	t
f	f	f	f	f	f

P(*Influenza* | *influenzaEpidemy* ∩ *fever*) = <1/1, 0/1> = <1.0, 0>

НЕДОСТАТОК (ФАТАЛЬНЫЙ)

Приходится генерировать слишком много «лишних» выборок, доля выборок, согласованных со свидетельством *e*, уменьшается *экспоненциально* по мере увеличения количества переменных свидетельства.

ОЦЕНКА ВЕСА С УЧЁТОМ ПРАВДОПОДОБИЯ

1. Значения для переменных свидетельства *E* фиксируются и формируются выборки только для оставшихся переменных *X* и *Y*. Это позволяет гарантировать, что каждое выработанное событие будет согласованным со свидетельством.
2. Перед подведением итогов подсчетов в распределении для переменной запроса каждое событие взвешивается с учетом правдоподобия того, что событие согласуется со свидетельством.
3. Правдоподобие измеряется с помощью произведения условных вероятностей для каждой переменной свидетельства, если даны ее родительские переменные.

Интуитивно: события, в которых фактическое свидетельство кажется маловероятным, должны получать меньший вес.

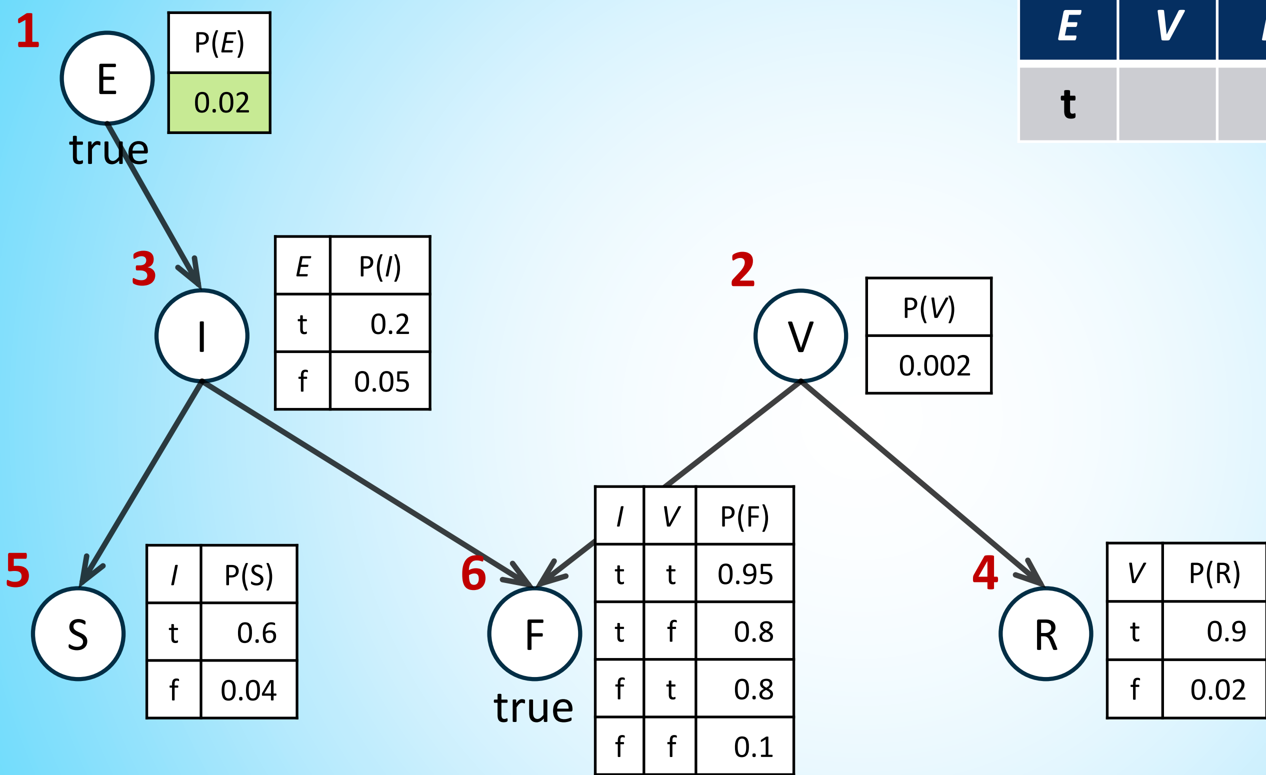
ОЦЕНКА ВЕСА С УЧЁТОМ ПРАВДОПОДОБИЯ

```
function LikelihoodWeighting(X, e, bn, N) returns оценка
        значения P(X|e)
  inputs: X, переменная запроса
          e, свидетельство, определяемое как некоторое событие
          bn, байесовская сеть
          N, общее количество формируемых выборок
  local variables: W, вектор взвешенных результатов подсчетов по X,
                      первоначально равный нулю
  for j = 1 to N do
    x, w <– WeightedSample(bn)
    W[x] <– W[x] + w, где x представляет собой значение переменной X
                      в множестве x
  return Normalize(W[X])

function WeightedSample(bn, e) returns событие x и вес w
  x <– событие с n элементами; w <– 1
  for i = 1 to n do
    if Xi имеет значение xi in свидетельство e
    then w <– w * P(Xi=xi|parents(Xi))
    else xi <– случайная выборка из P(Xi|parents(Xi))
  return x, w
```

ФОРМИРОВАНИЕ ВЗВЕШЕННОЙ ВЫБОРКИ

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*	*w*
t					t	



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

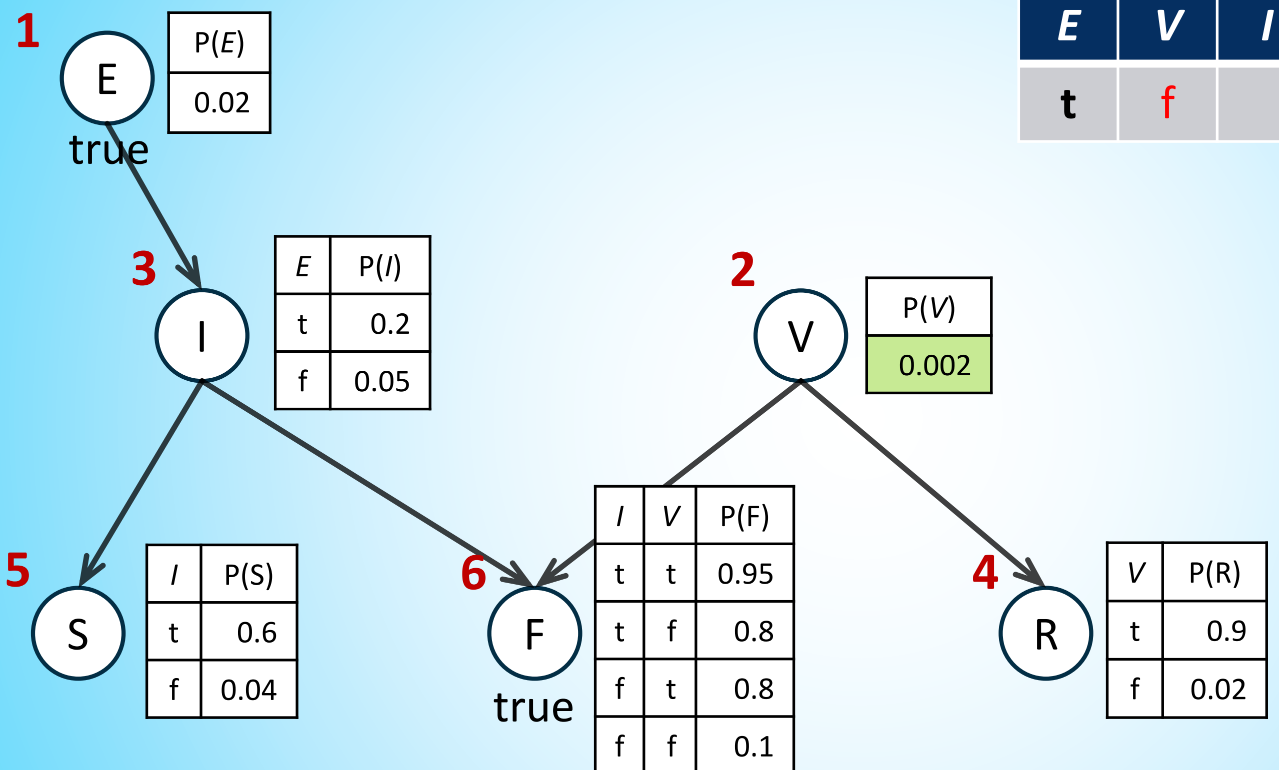
V	P(R)
t	0.9
f	0.02

w = 0.02

P(*Influenza* | *influenzaEpidemy* ∩ *fever*)

ФОРМИРОВАНИЕ ВЗВЕШЕННОЙ ВЫБОРКИ

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*	*w*
t	f				t	



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

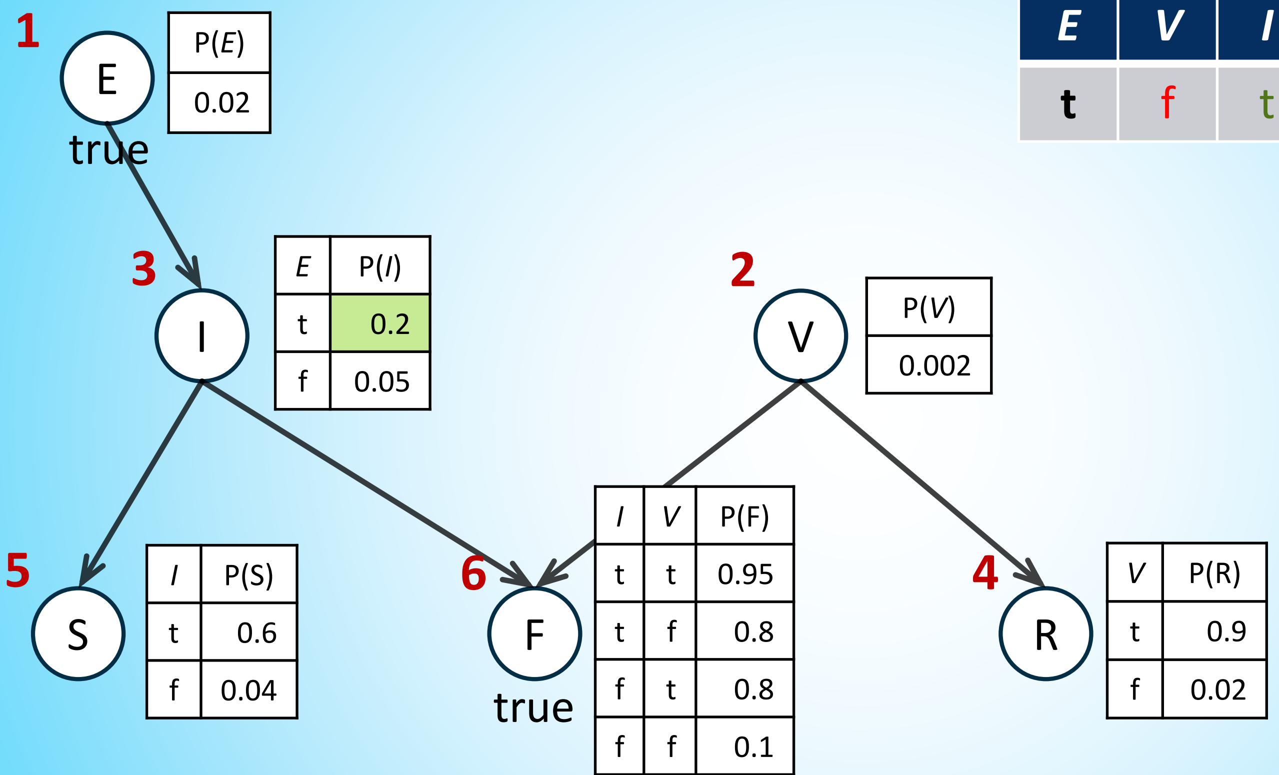
V	P(R)
t	0.9
f	0.02

w = 0.02

P(*Influenza* | *influenzaEpidemy* ∩ *fever*)

ФОРМИРОВАНИЕ ВЗВЕШЕННОЙ ВЫБОРКИ

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*	*w*
t	f	t			t	



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

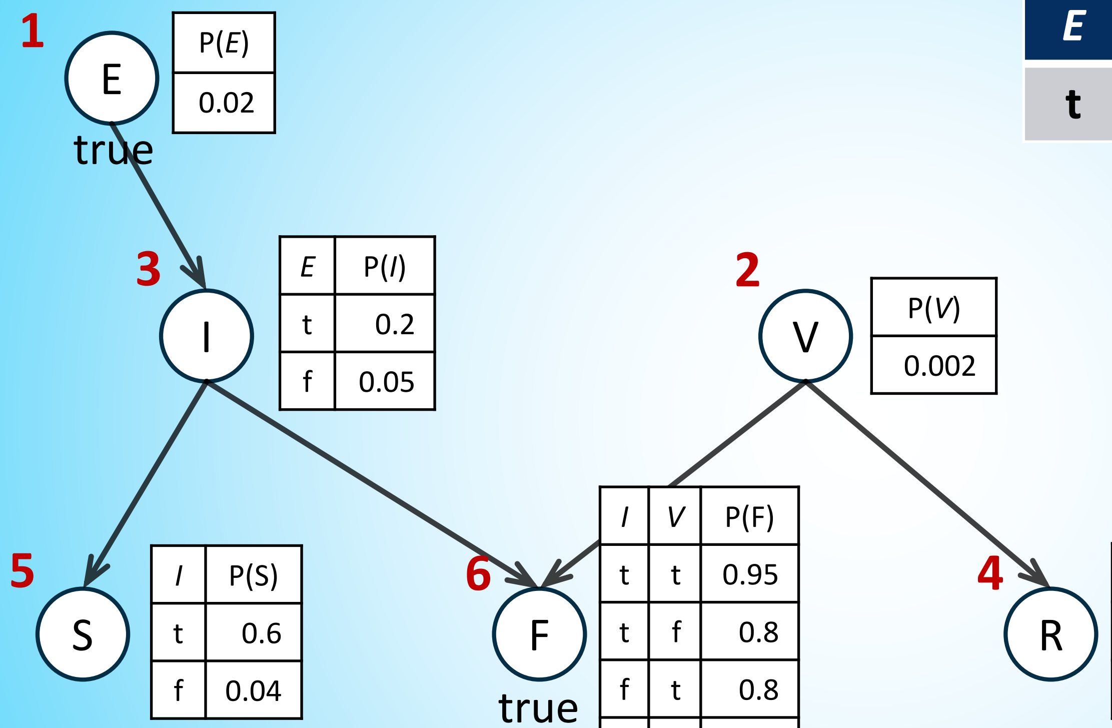
V	P(R)
t	0.9
f	0.02

w = 0.02

P(*Influenza* | *influenzaEpidemy* ∩ *fever*)

ФОРМИРОВАНИЕ ВЗВЕШЕННОЙ ВЫБОРКИ

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*	*w*
t	f	t	f		t	



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

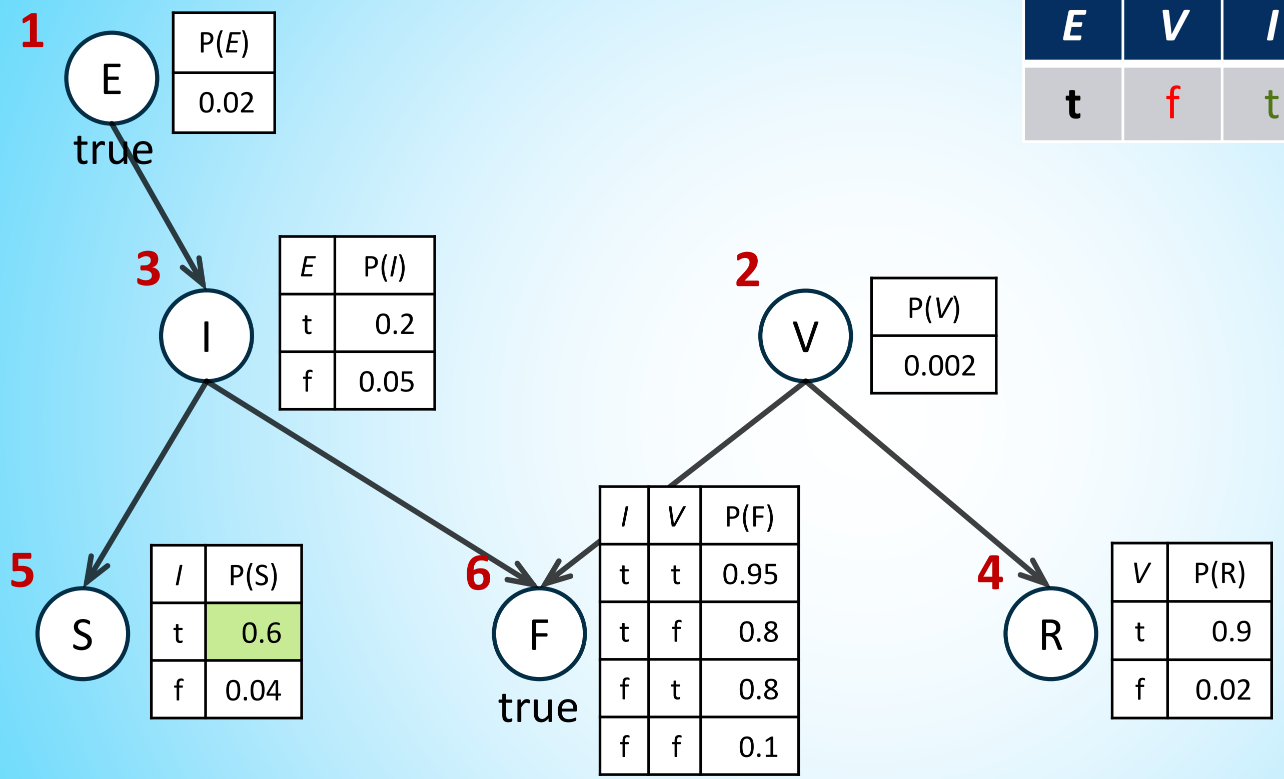
V	P(R)
t	0.9
f	0.02

w = 0.02

P(*Influenza* | *influenzaEpidemy* ∩ *fever*)

ФОРМИРОВАНИЕ ВЗВЕШЕННОЙ ВЫБОРКИ

E	***V***	***I***	***R***	***S***	***F***	***w***
t	f	t	f	t	**t**	

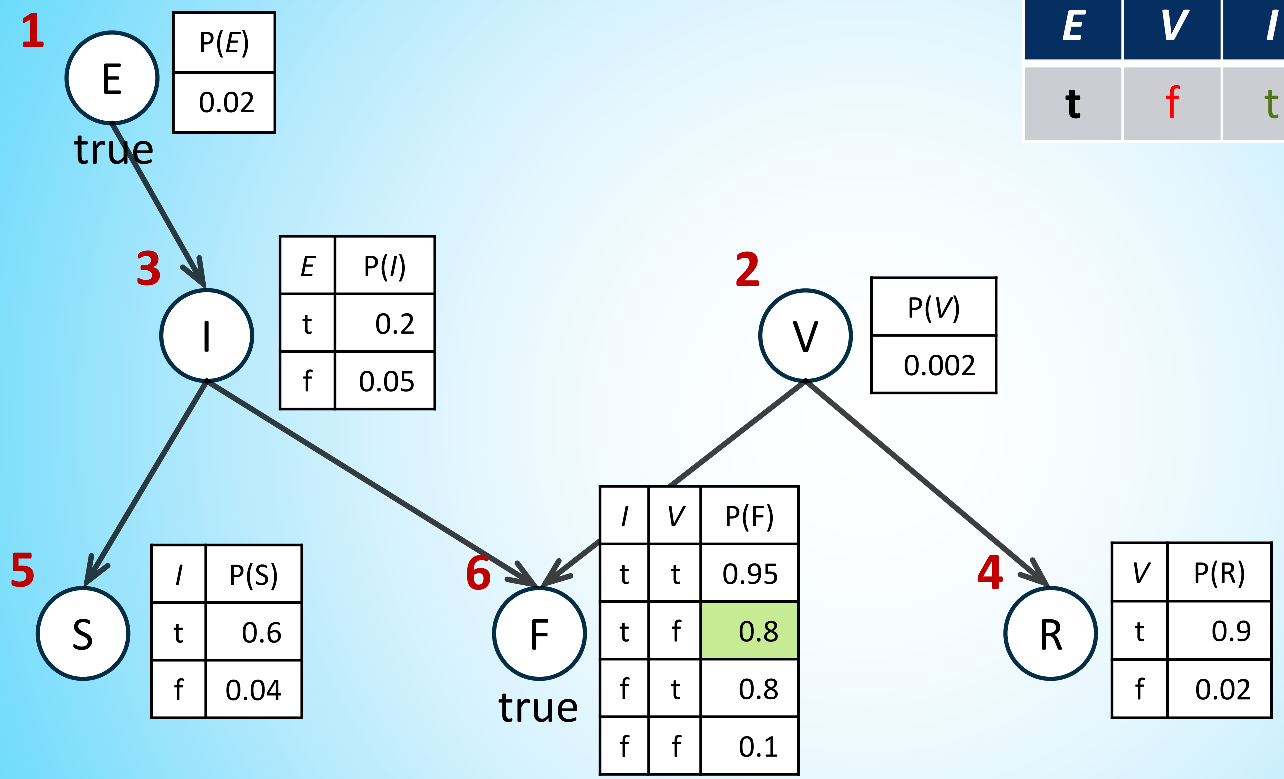


w = 0.02

P(*Influenza* | *influenzaEpidemy* ∩ *fever*)

ФОРМИРОВАНИЕ ВЗВЕШЕННОЙ ВЫБОРКИ

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*	*w*
t	f	t	f	t	**t**	.016



w = 0.02 * 0.8 = 0.016

P(*Influenza* | *influenzaEpidemy* ∩ *fever*)

КОЭФФИЦИЕНТЫ УВЕРЕННОСТИ

…известные также как теория Шортлиффа-Бучанана (Shortliffe-Buchanan), схема Шортлиффа.
Впервые применены в экспертной системе медицинской диагностики MYCIN.

Причины:

- Выражение экспертами уверенности в тех или иных закономерностях способом, не согласованным со строгой математической теорией
- Недостаток достоверных статистических данных (в частности, в области медицинской диагностики)

КОЭФФИЦИЕНТЫ УВЕРЕННОСТИ

ЕСЛИ *свидетельство E*
ТО *гипотеза H* {cf}

Коэффициент уверенности cf (certainty factor) представляет собой степень уверенности в том, что гипотеза *H* при условии свидетельства *E*.
Изменяется в пределах от -1 (при соблюдении всех условий существует полная уверенность в ошибочности заключения) до +1 (полная уверенность в правильности заключения).

Пример:

ЕСЛИ *Высокая_температура* & *Кашель* & *Эпидемия_гриппа*
ТО *Грипп* {cf = 0.8}

ВОЗМОЖНАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ УВЕРЕННОСТИ

Характеристика	Коэффициент уверенности
Definitely not	-1.0
Almost certainly not	-0.8
Probably not	-0.6
Maybe not	-0.4
Unknown	-0.2 до 0.2
Maybe	+0.4
Probably	+0.6
Almost certainly	+0.8
Definitely	+1.0

МЕРЫ ДОВЕРИЯ И НЕДОВЕРИЯ

MB(H,E) – (measure of belief, мера доверия) – характеризует степень, в которой *доверие* к гипотезе *H* увеличится, при поступлении свидетельства *E*.
MD(H,E) – (measure of disbelieve, мера недоверия) – характеризует степень, в которой увеличится *недоверие* к гипотезе *H* при поступлении свидетельства *E*.
Обе меры принадлежат диапазону [0; 1].

$$cf = \frac{MB(H,E) - MD(H,E)}{1 - \min[MB(H,E), MD(H,E)]}$$

РАСПРОСТРАНЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ УВЕРЕННОСТИ

Базовый принцип определения степени уверенности в консеквенте правила при его срабатывании:

$$cf(H, E) = cf(E) \times cf$$

Правило:
ЕСЛИ *ЛасточкиЛетаютНизко*
ТО *БудетДождь* { *cf=0.85* }

При этом:
cf(ЛасточкиЛетаютНизко) = 0.9

Заключаем:

$$cf(\text{БудетДождь}, \text{ЛасточкиЛетаютНизко}) = 0.9 \times 0.85 = 0.765$$

НЕСКОЛЬКО СВИДЕТЕЛЬСТВ (КОНЪЮНКЦИЯ)

ЕСЛИ E_1 И … И E_n
ТО H { *cf* }

$$cf(H, E_1 \cap E_2 \cap \cdots \cap E_n) = \min[cf(E_1), \dots, cf(E_n)] \times cf$$

Правило:
ЕСЛИ *ЛасточкиЛетаютНизко* И *ДымСтелетсяПоЗемле*
ТО *БудетДождь* { *cf=0.9* }

При этом:
cf(ЛасточкиЛетаютНизко) = 0.9
cf(ДымСтелетсяПоЗемле) = 0.8

Заключаем:

$$cf(\text{БудетДождь}, \text{ЛасточкиЛетаютНизко} \cap \text{ДымСтелетсяПоЗемле}) = \min[0.9, 0.8] \times 0.9 = 0.8 \times 0.9 = 0.72$$

НЕСКОЛЬКО СВИДЕТЕЛЬСТВ (ДИЗЪЮНКЦИЯ)

ЕСЛИ E_1 ИЛИ … ИЛИ E_n
ТО *H* { *cf* }

$$cf(H, E_1 \cup E_2 \cup \cdots \cup E_n) = \max[cf(E_1), \ldots, cf(E_n)] \times cf$$

Правило:
ЕСЛИ *ЛасточкиЛетаютНизко* ИЛИ *ДымСтелетсяПоЗемле*
ТО *БудетДождь* { *cf = 0.9* }

При этом:
cf(ЛасточкиЛетаютНизко) = 0.9
cf(ДымСтелетсяПоЗемле) = 0.8

Заключаем:

$$cf(\text{БудетДождь}, \text{ЛасточкиЛетаютНизко} \cup \text{ДымСтелетсяПоЗемле}) = \max[0.9, 0.8] \times 0.9 = 0.9 \times 0.9 = 0.81$$

НЕСКОЛЬКО ПРАВИЛ

Два правила с коэффициентами уверенности cf_1 и cf_2 относительно одной гипотезы:

$$cf(cf_1, cf_2) = \begin{cases} cf_1 + cf_2 \times (1 - cf_1) & \text{если } cf_1 > 0 \text{ и } cf_2 > 0 \\ \dfrac{cf_1 + cf_2}{1 - \min[|cf_1| + |cf_2|]} & \text{если } cf_1 < 0 \text{ или } cf_2 < 0 \\ cf_1 + cf_2 \times (1 - cf_1) & \text{если } cf_1 < 0 \text{ и } cf_2 < 0 \end{cases}$$

Правила:
ЕСЛИ *ЛасточкиЛетаютНизко* ТО *БудетДождь* { *cf = 0.85* }
ЕСЛИ *ДымСтелетсяПоЗемле* ТО *БудетДождь* { *cf = 0.9* }

При этом:
cf(ЛасточкиЛетаютНизко) = 1.0
cf(ДымСтелетсяПоЗемле) = 0.7

Заключаем:
cf(БудетДождь) = (1 x 0.85) + (0.7 x 0.9) x (1 – (1 x 0.85)) = 0.9445

БАЙЕСОВСКИЕ МЕТОДЫ VS. СТЕПЕНИ УВЕРЕННОСТИ

Байесовские методы оказываются наиболее применимы в тех областях, где накоплено большое количество статистических данных, и только при условии тесного сотрудничества экспертов предметной области и специалистов по знаниям, глубоко ориентирующихся в вопросах теории вероятностей.

Подход, связанный с использованием **степеней уверенности**, несмотря на отсутствие строгого математического обоснования, представляет собой *простое решение* по учёту неопределённости, позволяющее получать *приемлемые* результаты во многих приложениях.

Общая проблема: необходим эксперт, который сможет дать численное выражение субъективной качественной информации.

ТЕОРИЯ НЕЧЁТКИХ МНОЖЕСТВ

Теория нечётких множеств – один из подходов к определению того, насколько хорошо некоторый объект подходит под расплывчатое описание.

Нечёткая логика – метод формирования рассуждений с помощью логических выражений, описывающих принадлежность элементов к нечётким множествам.

Неопределенность *другого* плана.

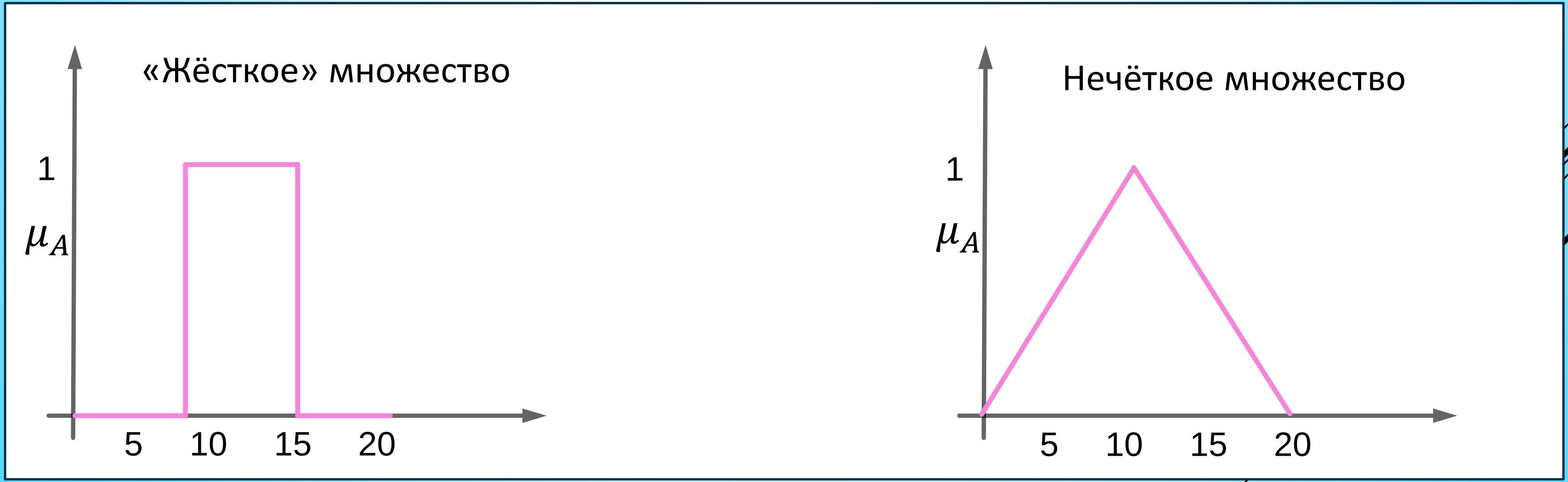
Лотфи Заде

НЕЧЁТКИЕ МНОЖЕСТВА

Нечёткое множество *A* – совокупность упорядоченных пар, составленных из элементов *x* универсального множества *X* и соответствующих степеней принадлежности $\mu_A(x)$:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}$$

$\mu_A(x) \in [0,1]$ - функция принадлежности (характеристическая функция), показывающая, в какой степени элемент *x* принадлежит нечёткому множеству *A*.



ПРИМЕР НЕЧЁТКОГО МНОЖЕСТВА

Универсальное множество – рост человека.
Подмножества – высокие люди (Tall), среднего роста (Average), низкие (Short).

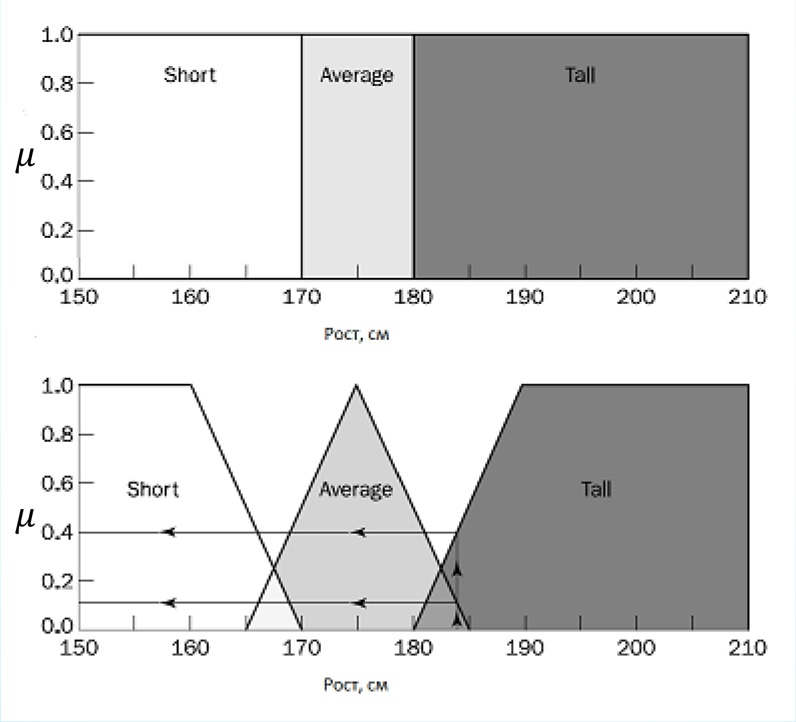


Иллюстрация из *Negnevitsky M. Artificial Intelligence. A Guide to Intelligent Systems. 2nd edition.*

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НЕЧЁТКИХ МНОЖЕСТВ

Задание функции принадлежности:

- сигмоида, гауссиана… (усложняет вычисления)
- линеаризация: Tall = (0/180, 0.5/185, 1/190)

ОПЕРАЦИИ НАД НЕЧЁТКИМИ МНОЖЕСТВАМИ

Включение (*A* содержится в *B*):

$$A \subset B \;\Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

Дополнение:

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Пересечение:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)], \;\text{ где } x \in X$$

Объединение:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)], \;\text{ где } x \in X$$

НЕЧЁТКИЕ РАССУЖДЕНИЯ (МЕТОД МАМДАНИ)

ЕСЛИ	x is A3	ЕСЛИ	project_funding is adequate
ИЛИ	y is B1	ИЛИ	project_staffing is small
ТО	z is C1	ТО	risk is low
ЕСЛИ	x is A2	ЕСЛИ	project_funding is marginal
И	y is B2	ИЛИ	project_staffing is large
ТО	z is C2	ТО	risk is normal
ЕСЛИ	x is A1	ЕСЛИ	project_funding is small
ТО	z is C3	ТО	risk is high

И. Мамдани

ФАЗЗИФИКАЦИЯ

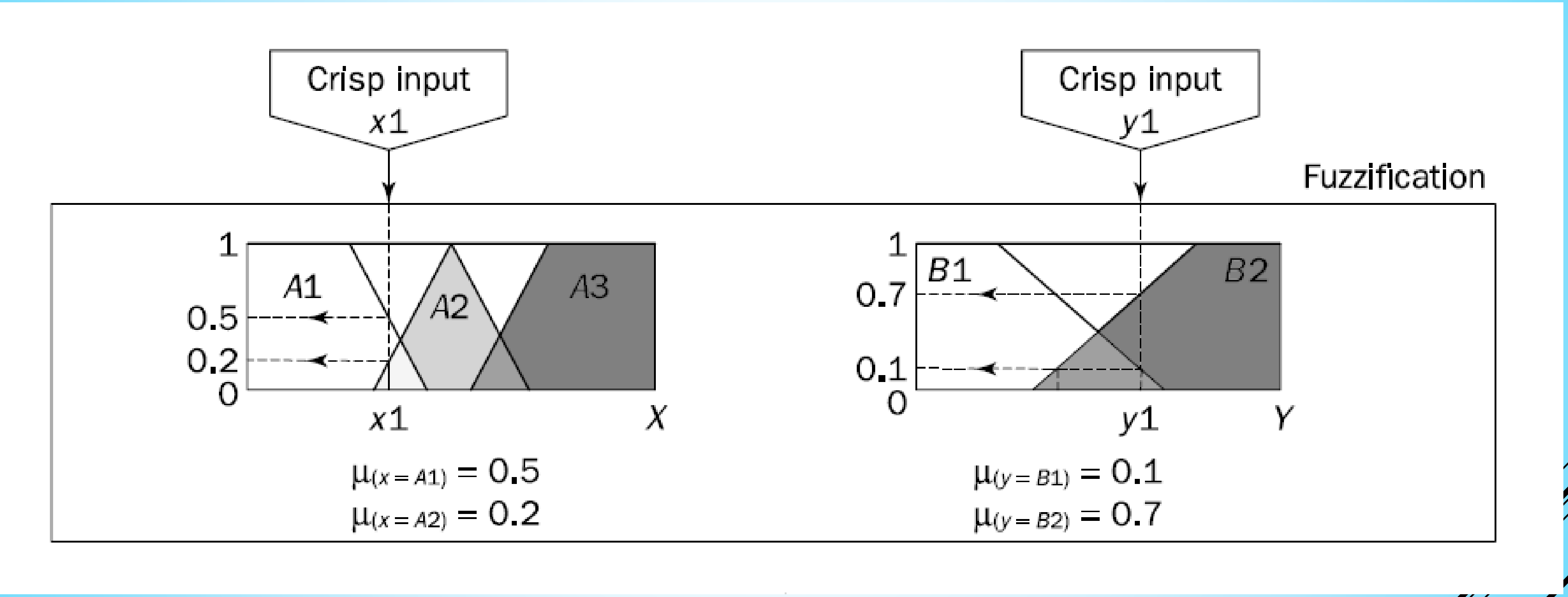


Иллюстрация из *Negnevitsky M. Artificial Intelligence. A Guide to Intelligent Systems. 2nd edition.*

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРАВИЛ

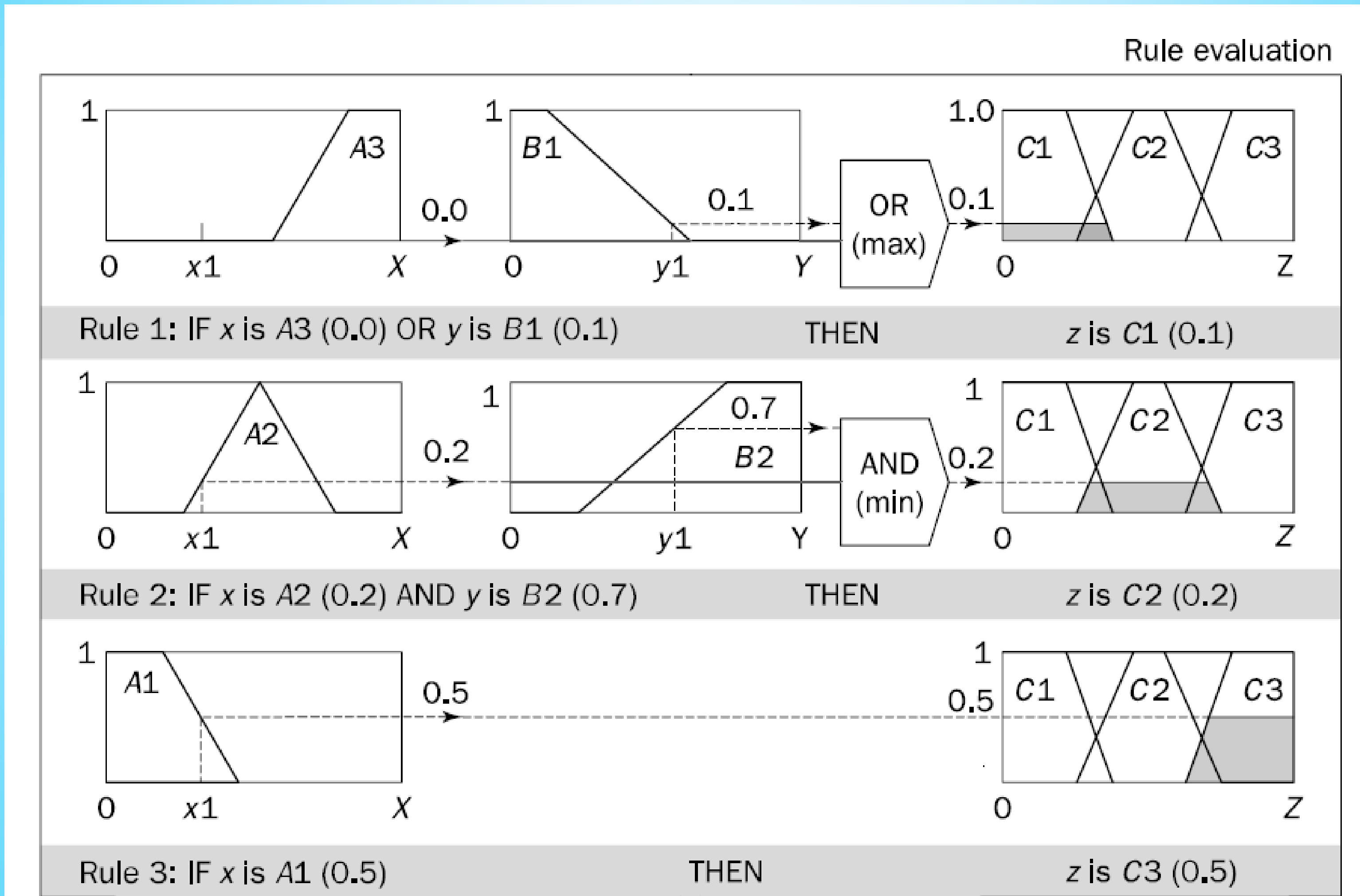


Иллюстрация из *Negnevitsky M. Artificial Intelligence. A Guide to Intelligent Systems. 2nd edition.*

АГРЕГАЦИЯ ЗАКЛЮЧЕНИЙ

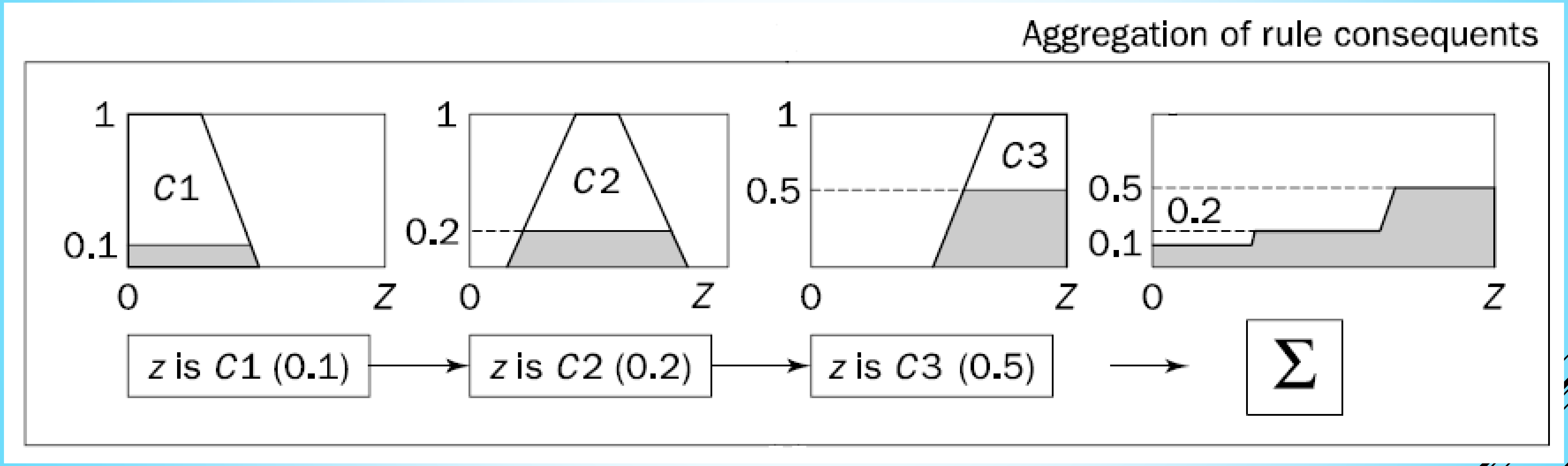


Иллюстрация из *Negnevitsky M. Artificial Intelligence. A Guide to Intelligent Systems. 2nd edition.*

ДЕФАЗЗИФИКАЦИЯ

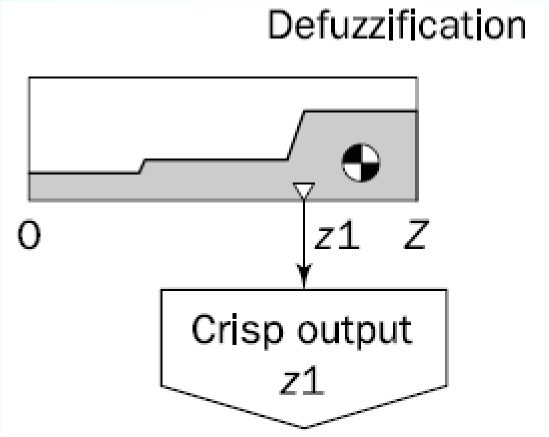


Иллюстрация из *Negnevitsky M. Artificial Intelligence. A Guide to Intelligent Systems.* 2nd *edition.*

ЛИТЕРАТУРА

Байесовские сети:

1) Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект. Современный подход. 2-е издание (Гл. 13, 14).
2) Тулупьев А.Л., Николенко С.И., Сироткин А.В. Байесовские сети: логико-вероятностный подход.

Схема Шортлиффа:

1) Джексон П. Введение в экспертные системы. 3-е издание (Гл. 9).
2) Negnevitsky M. Artificial Intelligence. A Guide to Intelligent Systems. 2nd edition (Ch. 3, 4).
3) Моросанова Н.А, Соловьев С.Ю. Формальные свойства схемы Шортлиффа // Управление большими системами. 2012. Т. 36. С. 5–38.

Теория нечётких множеств:

1) Джексон П. Введение в экспертные системы. 3-е издание (Гл. 9).
2) Negnevitsky M. Artificial Intelligence. A Guide to Intelligent Systems. 2nd edition (Ch. 4).