## Свойства криволинейных интегралов 2 рода

1. Линейность
   1. .
   2. .
2. Пусть и имеют только одну общую точку. Тогда .
3. Пусть – область, – ее граница . Пусть . Пусть непрерывна в . Тогда .

**Доказательство.** , . Тогда .

**Замечание.** Это свойство обобщается на любое количество разбиений области .

## Вычисление криволинейных интегралов 2 рода

. Пусть кривая задается параметрически: , – дифференцируемые функции. Тогда координаты точек будут . Обозначим точку , лежащую произвольно на кривой в промежутке . Обозначим длину дуги как . Тогда . Вектор касательной к кривой будет выражаться как . Длина касательного вектора будет равна (корень квадратный из суммы квадратов). Тогда единичный вектор касательной можно будет выразить как . У этого вектора есть направляющие косинусы . Отсюда можно выразить . Подставив в исходный интеграл, получим . Тем самым мы свели интеграл второго рода к интегралу первого рода. В параметрическом виде интеграл можно записать в форме .

В случае кривой – график функции на плоскости интеграл принимает вид .

# §9. Независимость криволинейного интеграла второго рода от контура интегрирования

Пусть дуга . Вычислим интеграл .

1. . .
2. . .

Если провести те же расчет для интеграла , то выяснится, что в первом и втором случае интегралы равны. Необходимо понять, какие необходимы условия, чтобы криволинейный интеграл 2 рода не зависел от пути интегрирования, а зависел только от начальной и конечной точки.

**Теорема 5.** Для независимости криволинейного интеграла 2 рода от контура интегрирования необходимо достаточно, чтобы , т.е. , .

**Доказательство.** Пусть кривая задается параметрически: , – дифференцируемые функции. связывает точки и . , откуда следует что интеграл не зависит от пути интегрирования.

**Теорема 6.** Для выполнения необходимо и достаточно, чтобы .

**Доказательство.** Если – полный дифференциал, то . , откуда и вытекает требуемое.

**Замечание.** тогда и только тогда, когда .

**Замечание.** Пусть есть . Тогда не зависит от пути интегрирования тогда и только тогда, когда , т.е. тогда, когда .