# http://physic.kemsu.ru/pub/library/OVTA_DISK_FIN/OVTA_V2/2_15.pngП.2. Поток векторного поля. Дивергенция. Соленоидальные поля

Пусть задано векторное поле в , которое проходит через поверхность . Пусть точка , – единичный вектор нормали к поверхности в точке . Элемент поверхности обозначим как . Тогда – высота цилиндра с основанием , – объем жидкости, прошедшего через в единицу времени. Тогда величину называют потоком вектора через поверхность . Если координаты вектора нормали заданы направляющими косинусами , то интеграл по площади поверхности можно свести к интегралу по координатам . Также поток можно выразить через тройной интеграл по теореме Гаусса-Остроградского, если поверхность замкнутая: . Величину называют дивергенцией поля . Дивергенцию можно также выразить через оператор Набла, как скалярное произведение . С помощью данной формулы можно переписать формулу Гаусса-Остроградского в дифференциальной форме: . Если поверхность начать стягивать в точку , то , где . Если будем стягивать в точку , то и . Тогда получим . – объем области .

Дивергенция характеризует относительное расширение объема жидкости в окрестности точки . Если , то и поток через поверхность равен нулю. Поля, у которых дивергенция равна нулю, называют соленоидальными, или бездивергентными. Дивергенция характеризует наличие вход/выход жидкости в точке.

# П.3. Циркуляция векторного поля. Потенциальные поля

Пусть в задано векторное поле и некая кривая , заданная параметрически . Пусть на кривой есть точка . Обозначим элемент дуги кривой как . Пусть – проекция на касательную к в каждой точке. Тогда , если вектор касательной единичный, и . Если возьмем величину – количество жидкости, сосредоточенное на дуге . Проинтегрировав, получим циркуляцию вектора по контуру . . Циркуляцию можно выразить не только через криволинейный интеграл 1 рода, но и через криволинейный интеграл 2 рода: . Также циркуляцию можно выразить через двойной интеграл по формуле Стокса: . Величина, равная называется ротором вектора . Если координаты вектора нормали заданы направляющими косинусами , то . При стягивании поверхности в точку получим .

Если d , то такое поле называется потенциальным, или безвихревым. Следовательно, и . Тогда .

# П.4. Соотношения между

– оператор Лапласа, .

# Глава 2. Ряды

# §1. Числовые ряды

# П.1. Основные определения

Бесконечная сумма членов последовательности вида называется рядом . Последовательность вида называется последовательностью частичных сумм. Если эта последовательность не имеет предела, то ряд называется расходящимся, или не имеющим суммы, и сходящимся, если имеет.

**Теорема 1.** Если ряд сходится , то общий член этого ряда стремится к нулю.

**Доказательство.** . Следовательно, .

**Замечание.** Необходимое условие сходимости ряда является достаточным условием его расходимости.

**Замечание.** Если общий член ряда стремится к нулю, то это еще не значит, что ряд сходится.