

1. Основные параметры сигналов

Информацией называется совокупность сведений о каких-либо событиях, явлениях или предметах.

Сообщение – форма представления информации, предназначенная для передачи от источника к получателю в виде текста, звука, изображения и т.д.

Например, при телеграфной передаче сообщением является текст телеграммы в виде букв или цифр. При разговоре по телефону – непрерывное изменение во времени звукового давления. В телевизионных системах сообщение представляет собой изменение во времени яркости элементов изображения.

Для передачи сообщений от источника к получателю с помощью электрической связи используют сигналы.

Сигнал это физический процесс, отображающий (несущий) передаваемое сообщение, т.е. это изменяемая физическая величина (ток, напряжение, электромагнитное поле, световые волны и т.д.).

Различают первичные и вторичные сигналы. Первичные электрические сигналы (ПЭС) возникают в результате непосредственного преобразования сообщения в электромагнитное колебание, обычно на выходе оконечных устройств. К ним относятся колебания тока микрофона, тока на выходе телеграфного аппарата и т. п. Характерным для первичных сигналов является относительно малая скорость их изменения и, следовательно, возможность передачи по низкочастотным каналам связи, например таким, как проводные. Так для передачи речи достаточен канал, пропускающий колебания от 300 до 3400 Гц. При телеграфной связи требуется полоса пропускания до нескольких сотен герц.

Для передачи сообщения по радиоканалам необходимо его «записать» на высокочастотном колебании. Такая запись осуществляется в результате модуляции (манипуляции) первичным сигналом высокочастотного колебания. В результате образуется сигнал, который будем называть вторичным. Применение высокочастотных модулированных сигналов решает задачи использования физических свойств радиочастот, согласования геометрических размеров антенны с длиной волны колебаний, помехоустойчивости приема, частотного разнесения преобразованных ПЭС.

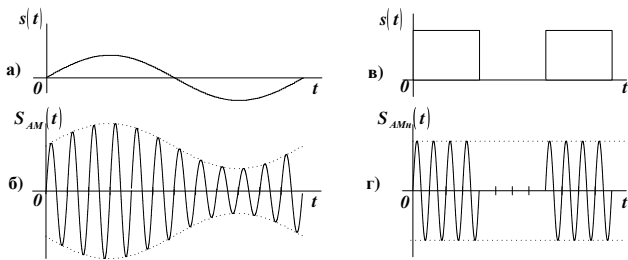


Рис. 1. Образцы первичных (а, в) и вторичных (б, г) сигналов

На (рис.1, а, в) показаны образцы первичных и вторичных (рис.1.1, б, г) сигналов при передаче речи (непрерывного сообщения) и телеграммы (дискретного сообщения).

Модуляция – это изменение во времени одного или нескольких параметров высокочастотного электрического колебания в соответствии с законом изменения передаваемого сообщения.

Основными параметрами сигналов являются длительность сигнала T_c , динамический диапазон D_c и ширина спектра ΔF_c .

Всякий сигнал, рассматриваемый как временной процесс, имеет начало и конец. Поэтому длительность сигнала T_c является естественным его параметром, определяющим интервал времени, в пределах которого сигнал существует.

Динамический диапазон D_c – это отношение наибольшей мгновенной мощности сигнала $P_{c\max}$ к той наименьшей мощности $P_{c\min}$, которая необходима для обеспечения заданного качества передачи. Он выражается в децибелах [дБ]:

$$D_c = 10 \lg \frac{P_{c\max}}{P_{c\min}} \text{ (дБ)}.$$

Например, в радиовещании динамический диапазон часто сокращают до 30...40 дБ (1000-10000 раз) во избежание перегрузок канала.

Ширина спектра ΔF_c – этот параметр дает представление о скорости изменения сигнала

внутри интервала его существования.

Спектр сигнала, в принципе, может быть неограниченным. Однако для любого сигнала можно указать диапазон частот, в пределах которого сосредоточена его основная энергия. Этим диапазоном и определяется ширина спектра сигнала. В технике связи спектр сигнала часто сознательно сокращают. Это обусловлено тем, что аппаратура и линия связи имеют ограниченную полосу пропускаемых частот. Сокращение спектра осуществляется исходя из допустимых искажений сигнала.

Часто вводят довольно общую и наглядную характеристику – объем сигнала:

$$V_c = T_c \cdot D_c \cdot \Delta F_c.$$

Объем сигнала V_c дает общее представление о возможностях данного множества сигналов как переносчиков сообщений. Чем больше объем сигнала, тем больше информации можно вложить в этот объем, но тем труднее передать такой сигнал по каналу связи.

2. Сигнал и его математическая модель

Сигналы можно классифицировать по следующим признакам:

форме – простые и сложные;

информативности – детерминированные и случайные;

характеристикам – непрерывные, дискретные и цифровые.

Из простых по форме сигналов в электросвязи находят применение гармонические сигналы, импульсные и др.

Гармонический сигнал (рис. 2), записывается в виде:

$$S(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где: A_0 – максимальное значение (амплитуда);

$\omega = 2\pi f$ – угловая частота;

$f = 1/T$ – циклическая частота;

$\varphi_0 = \frac{2\pi\tau_u}{T}$ – начальная фаза.

Для представленных на рис. 2. гармонических сигналов значения начальной фазы принимают значения: а) $\varphi_0 = 0$; б) $\varphi_0 > 0$.

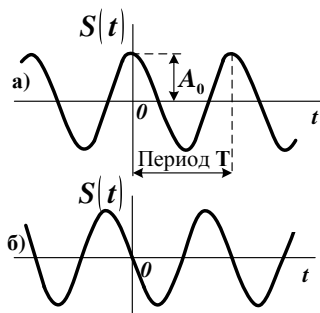


Рис. 2. Гармонический сигнал

Импульсными сигналами являются сигналы, отличные от нуля в течение ограниченного времени. Эти сигналы существуют лишь в пределах конечного отрезка (t_1, t_2) . При этом различают видеоимпульсы (рис. 3, а) и радиоимпульсы (рис. 3, б). Если $s_B(t)$ – видеоимпульс, то соответствующий ему радиоимпульс описывается выражением: $S_P(t) = s_B(t) \cos(\omega t + \varphi_0)$ (частота ω_0 и начальная фаза φ_0 могут быть произвольными). В радиоимпульсе $s_B(t)$ называется *огibaющей*, а функция $\cos(\omega t + \varphi_0)$ – *заполнением*. Параметрами видеоимпульса принято считать его амплитуду A_0 , длительность τ_u , длительность фронта t_f , длительность спада t_c . Происхождение термина

«видеоимпульс» связано с тем, что впервые такие импульсы начали применять для описания сигналов в телевидении.

В электросвязи наибольшее применение находят одиночные импульсы или их периодическая последовательность, форма которых приближается к прямоугольной. Для периодической последовательности импульсов, кроме перечисленных выше параметров, вводится понятие скважности, определяемой как отношение периода к длительности импульса: $S = T/\tau_u$.

По информативности сигналы классифицируются на детерминированные и случайные.

Детерминированным называется сигнал, изменение которого во времени полностью предопределено заранее. Математическим описанием такого сигнала

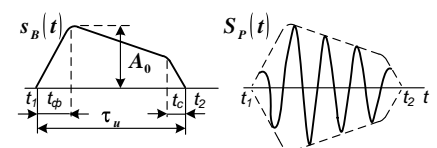


Рис. 3. Импульсные сигналы: а) – видеоимпульс; б) – радиоимпульс

служит детерминированная функция времени $s(t)$. Это означает, что любому моменту времени t_i соответствует определенное значение функции $s(t)$.

Случайным (или *нерегулярным*) сигналом называется сигнал, изменение которого во времени точно предсказать невозможно. Математическое описание подобных сигналов осуществляется с помощью случайных функций. Для случайной функции ее значение при фиксированном аргументе t_i – случайная величина.

Сигналы, связанные с передачей сообщений и воздействием помех в системах связи, относятся к разряду случайных сигналов. Такими случайными сигналами являются, например, напряжения или токи, соответствующие речи, музыке, последовательности телеграфных знаков и т.п.

Детерминированные сигналы подразделяются на периодические и непериодические.

Реально приходится иметь дело с детерминированными сигналами конечной длительности (одиночный импульс, пачка импульсов, отрезок синусоиды и т. д.), поэтому все они описываются непериодическими функциями. Другими словами, периодические сигналы в строгом смысле – это абстракция, но абстракция с практической точки зрения весьма полезная, так как позволяет упростить рассмотрение многих явлений, не искажая их существа в основных чертах.

3. Представление сигналов и помех рядом Фурье

Сигнал может быть представлен либо графически, либо аналитической зависимостью. В отдельных случаях график дает все необходимые сведения о сигнале, однако чаще всего применение графиков затруднительно и удобнее пользоваться аналитическим описанием сигнала – либо *временным*, либо *частотным* (*спектральным*).

При временном описании сигнал $s(t)$ выражается как функция времени или как сумма более простых временных функций. При спектральном описании сигнал $s(t)$ представляют в виде суммы гармонических или комплексных экспоненциальных составляющих различных частот. Например, для периодического сигнала (рис. 4) имеет место разложение в ряд Фурье:

$$s(t) = \frac{A_m}{2} + \frac{2A_m}{\pi} \sin \Omega_1 t + \frac{2A_m}{3\pi} \sin 3\Omega_1 t + \frac{2A_m}{5\pi} \sin 5\Omega_1 t + \dots \quad (2)$$

Сигнал называется периодическим, если его форма циклически повторяется во времени. Периодический сигнал $s(t)$ в общем виде записывается так: $s(t) = s(t + mT)$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Здесь T – период сигнала. Периодические сигналы могут быть как простыми, так и сложными.

На рисунке 3 функция $s(t)$ периодическая последовательность прямоугольных импульсов представляется как результат сложения постоянной составляющей $\frac{A_m}{2}$ и бесчисленного множества синусоидальных сигналов с частотами F_1 (основная частота) и $3F_1, 5F_1, \dots$ (высшие гармонические составляющие). Причем период синусоиды с частотой F_1 совпадает с периодом последовательности импульсов $s(t)$. Для удобства F_1 можно представить $F_1 = \frac{\Omega_1}{2\pi} = \frac{1}{T}$.

На практике спектральные диаграммы называют более кратко – амплитудный спектр, фазовый спектр. Чаще всего интересуются амплитудные спектральные диаграммы (рис. 4). По ней можно оценить процентное содержание гармоник в спектре, наличие отдельных гармонических составляющих спектра и величины их амплитуд.

Представление сигнала $s(t)$ гармоническими функциями имеют следующие преимущества: простое математическое описание; инвариантность к линейным преобразованиям, т. е. если на входе линейной цепи действует гармоническое колебание, то и на выходе ее также будет гармоническое колебание, отличающееся от входного только амплитудой и начальной фазой; как и сигнал, гармонические функции периодические и имеют бесконечную длительность; техника генерирования гармонических функций достаточно проста.

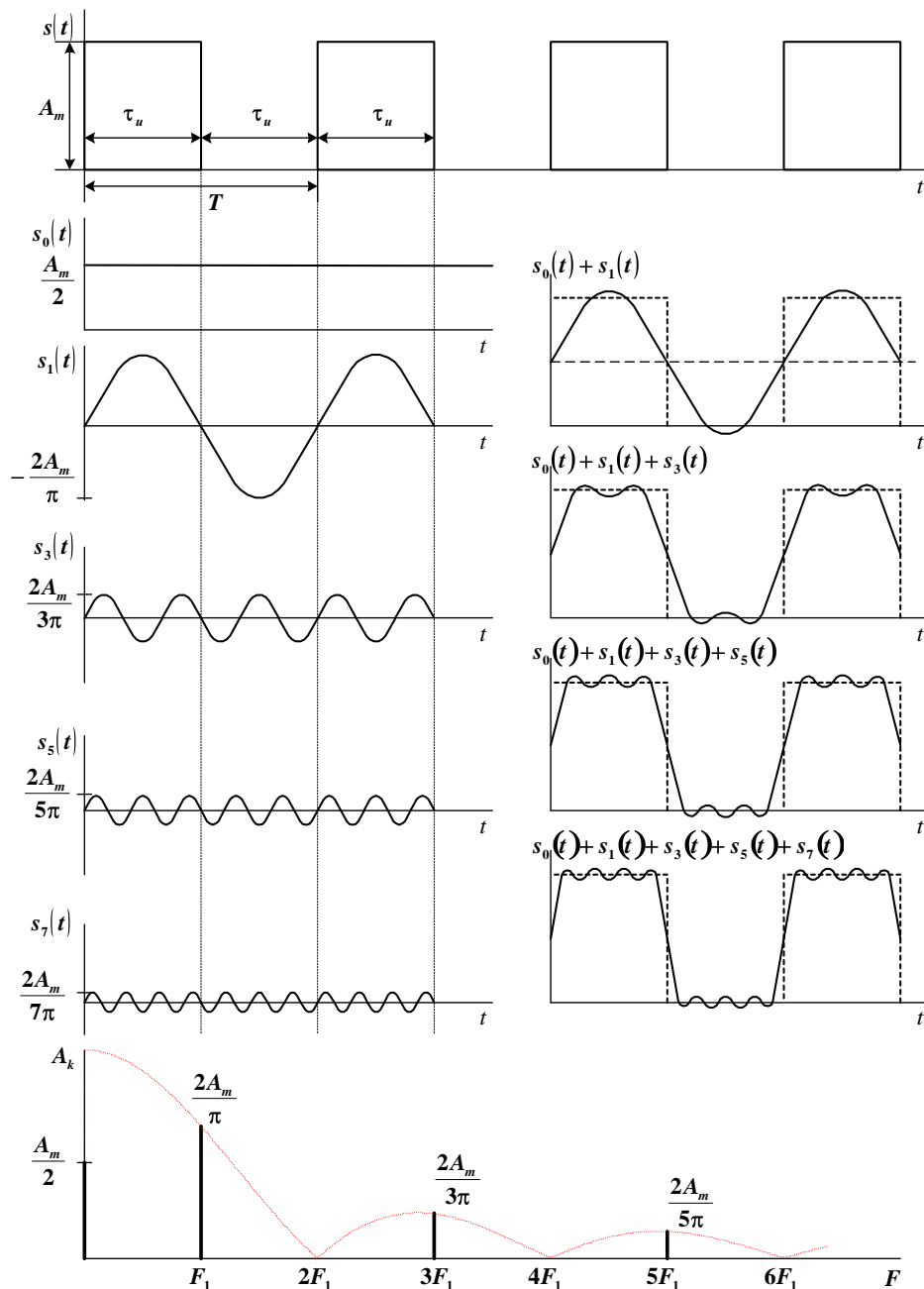


Рис. 4. Аппроксимация прямоугольных импульсов суммой гармоник

4. Теорема Котельникова

В 1933 году В.А. Котельниковым доказана теорема отсчетов, имеющая важное значение в теории связи: непрерывный сигнал $s(t)$ с ограниченным спектром можно точно восстановить (интерполировать) по его отсчётам $s(k\Delta t)$, взятым через интервалы $\Delta t = \frac{1}{2F}$, где F – верхняя частота спектра сигнала.

В соответствии с этой теоремой сигнал $s(t)$ можно представить рядом Котельникова:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s\left(\frac{k}{2F}\right) \frac{\sin 2\pi F \left[t - \frac{k}{2F}\right]}{2\pi F \left[t - \frac{k}{2F}\right]}.$$

Таким образом, сигнал $s(t)$ можно абсолютно точно представить с помощью последовательности отсчетов $s\left(\frac{k}{2F}\right)$, заданных в дискретных точках $\frac{k}{2F}$ (рис.5).

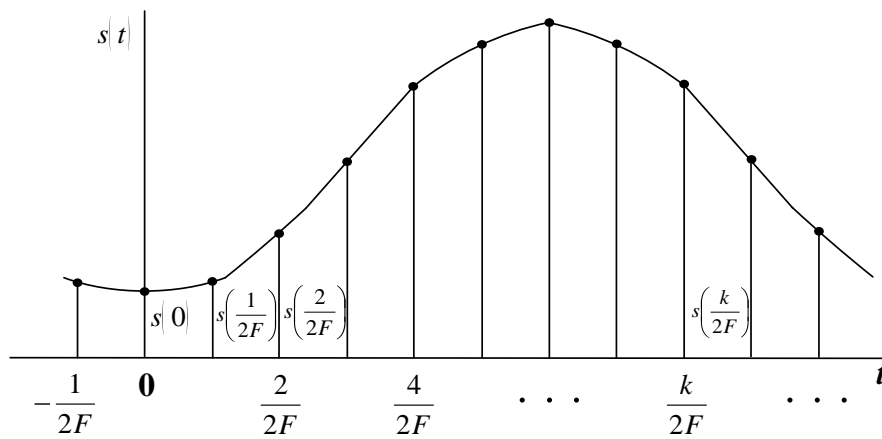


Рис. 5. Сигнал и его отсчеты

Функции

$$\psi_k(t) = \frac{\sin 2\pi F \left[t - \frac{k}{2F} \right]}{2\pi F \left[t - \frac{k}{2F} \right]}$$

образуют ортогональный базис в пространстве сигналов, характеризующихся ограниченным спектром:

$$\Phi(f) = 0 \text{ при } |f| > F.$$

Обычно для реальных сигналов можно указать диапазон частот, в пределах которого сосредоточена основная часть его энергии и которым определяется ширина спектра сигнала. В ряде случаев спектр сознательно сокращают. Это обусловлено тем, что аппаратура и линия связи должны иметь минимальную полосу частот. Сокращение спектра выполняют, исходя из допустимых искажений сигнала. Например, при телефонной связи хорошая разборчивость речи и узнаваемость абонента обеспечиваются при передаче сигналов в полосе частот $\Delta F = 0,3...3,4$ кГц. Увеличение ΔF приводит к неоправданному усложнению аппаратуры и повышению затрат. Для передачи телевизионного изображения при стандарте в 625 строк полоса частот, занимаемая сигналом, составляет около 6 МГц.

Из вышесказанного следует, что процессы с ограниченными спектрами могут служить адекватными математическими моделями многих реальных сигналов.

Функция вида $\frac{\sin 2\pi F \left[t - \frac{k}{2F} \right]}{2\pi F \left[t - \frac{k}{2F} \right]}$ называется функцией отсчетов (рис.6).

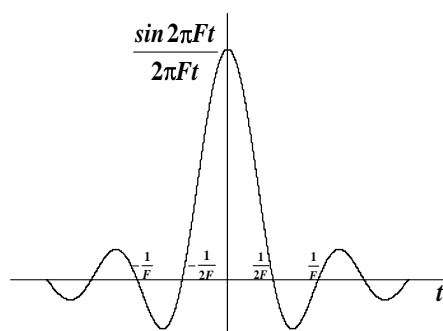


Рис. 6. Функция отсчётов

Она характеризуется следующими свойствами. Если $k=0$, функция отсчетов имеет максимальное значение при $t=0$, а в моменты времени $t = \frac{i}{2F}$ ($i=1,2,\dots$) она обращается в нуль; ширина главного лепестка функции отсчётов на нулевом уровне равна $\frac{1}{F}$, поэтому минимальная длительность импульса, который может существовать на выходе линейной системы с полосой пропускания F , равна $\frac{1}{F}$; функции отсчётов ортогональны на бесконечном интервале времени.

На основании теоремы Котельникова может быть предложен следующий способ дискретной передачи непрерывных сигналов:

Для передачи непрерывного сигнала $s(t)$ по каналу связи с полосой пропускания F

определим мгновенные значения сигнала $s(t)$ в дискретные моменты времени $t_k = \frac{1}{2F}$, ($k = 0, 1, 2, \dots$).

После этого передадим эти значения по каналу связи каким - либо из возможных способов и восстановим на приёмной стороне переданные отсчёты. Для преобразования потока импульсных отсчётов в непрерывную функцию пропустим их через идеальный ФНЧ с граничной частотой F .

Можно показать, что энергия сигнала находится по формуле:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = \frac{1}{2F} \sum_{k=-\infty}^{\infty} s^2\left(\frac{k}{2F}\right). \quad (3)$$

Для сигнала, ограниченного во времени, выражение (3) преобразуется к виду:

$$E = \int_1^{2FT} s^2(t) dt = \frac{1}{2F} \sum_{k=1}^{2FT} s^2\left(\frac{k}{2F}\right). \quad (4)$$

Выражение (4) широко применяется в теории помехоустойчивого приёма сигналов, но является приближенным, т.к. сигналы не могут быть одновременно ограничены по частоте и времени.

Задание:

Постройте временную диаграмму сигналов разложенных в ряд Фурье, согласно заданного варианта.

№ варианта	Ряд Фурье
1	$s(t) = \frac{4a_k}{\pi} \left(\sin \Omega t + \frac{1}{3} \sin 3\Omega t + \frac{1}{5} \sin 5\Omega t + \dots \right)$
2	$s(t) = \frac{2a_k}{\pi} \left(\sin \Omega t - \frac{1}{2} \sin 2\Omega t + \frac{1}{3} \sin 3\Omega t - \frac{1}{4} \sin 4\Omega t + \dots \right)$
3	$s(t) = \frac{a_k}{2} - \frac{4a_k}{\pi^2} \left(\cos \Omega t + \frac{1}{3^2} \cos 3\Omega t + \frac{1}{5^2} \cos 5\Omega t + \dots \right)$
4	$ss(t) = \frac{8a_k}{\pi^2} \left(\sin \Omega t - \frac{1}{3^2} \sin 3\Omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\Omega t - \dots \right)$
5	$s(t) = \frac{4a_k}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\Omega t - \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\Omega t + \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\Omega t - \dots \right)$
6	$s(t) = \frac{2a_k}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \cos \Omega t + \frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\Omega t - \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\Omega t + \dots \right)$