

Занятие № 11. Анализ сети на основе их математических моделей

1. Математические модели систем распределения информации (сообщений)

Модель системы распределения информации (сообщений) включает совокупность следующих элементов (рис. 1):

- источники (**ИИ**) и потребители (**ПИ**) сообщений;
- распределитель сообщений (**Р**);
- обслуживающие приборы (**ОП**) – каналы, каналный ресурс;
- места ожидания (**МО**);
- управляющее устройство (**УУ**).

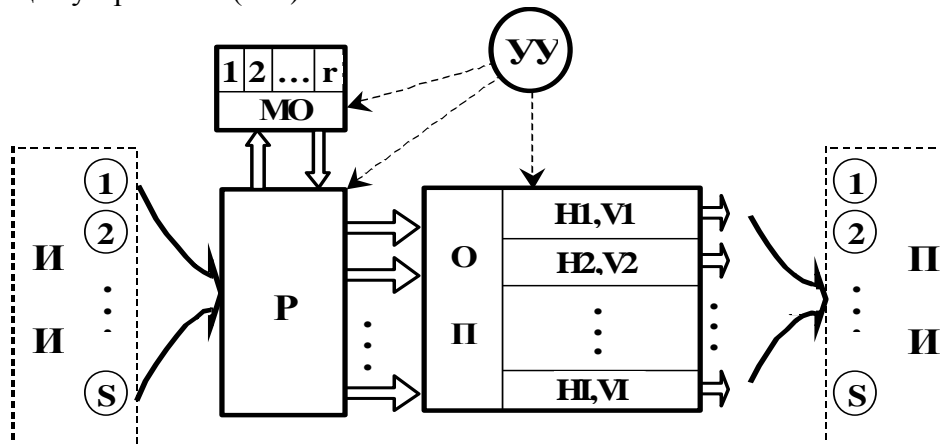


Рис. 1. Обобщенная модель системы распределения информации (сообщений)

Функционирование обобщенной модели системы распределения информации осуществляется по следующей схеме.

Источники информации **ИИ** формируют сообщения и требования на их передачу, включающую и адресную информацию о получателе сообщений.

Распределитель **Р** осуществляет обработку адресной информации, определяет по ней группу обслуживающих приборов в требуемом направлении связи (в направлении связи между взаимодействующими узлами связи пунктов управления), выбирает свободный прибор в данной группе обслуживающих приборов и обеспечивает создание через него физического (либо логического) тракта для передачи сообщения потребителям информации **ПИ**. При отсутствии свободных обслуживающих приборов в требуемой группе (направлении), заявки могут ставиться в очередь на обслуживание, для чего в системе имеются места для ожидания **МО**, либо в случае занятости всех мест для ожидания (или отсутствия таковых) исключаться из системы (теряться).

Обеспечение представленного алгоритма обработки заявок в системе распределения информации (сообщений) осуществляется управляющим устройством (**УУ**).

Для решения задач планирования систем распределения информации (сообщений) в инженерной практике широкое применение находят методы математического моделирования, заключающиеся в замещении свойств реальных физических объектов их математическими моделями.

Математические модели систем распределения информации (сообщений) включают следующие компоненты:

- поток поступающих на обслуживание сообщений,
- схему систем распределения сообщений,
- дисциплину обслуживания поступающих сообщений;
- характеристики качества обслуживания поступающих сообщений.

Понятие «поток сообщений» включает сведения о его параметрах и свойствах, о виде передаваемых сообщений и форме их представления, о множестве адресов источников и приемников сообщений.

Схема систем распределения сообщений характеризуется их структурой построения (полно- или неполнодоступная, идеально неполнодоступная, ступенчатая неполнодоступная или равномерная неполнодоступная, одно- или многозвенная и т.д.) и набором структурных параметров.

Дисциплина обслуживания характеризует процесс взаимодействия потока поступающих требований с системой распределения информации (сообщений). В данной связи дисциплина обслуживания, в основном, описывается следующими элементами:

способами обслуживания требований (с потерями, с ожиданием);

порядком обслуживания требований (в порядке очередности, в случайном порядке, с приоритетами и др.);

режимами искания выходов схемы (свободное, групповое, вынужденное, серийное и др.);

законами распределения длительности обслуживания требований (показательный закон, постоянная или произвольная длительность обслуживания);

наличием ограничений при обслуживании всех или некоторых категорий требований (по длительности ожидания и передаче сообщения, числу ожидающих вызовов), а также другими нередко специфическими элементами, характеризующими взаимодействие потока сообщений с системой обслуживания.

К характеристикам качества обслуживания поступающего потока сообщений относятся: вероятность явной или условной потери сообщения из-за отсутствия свободных приборов или путей организации сеансов связи, среднее время ожидания обслуживания, пропускная способность системы распределения информации (сообщений) и др.

Суммарное время занятия всех обслуживающих приборов системы распределения информации (сообщений) называется **нагрузкой**.

Если за промежуток времени взять один час, то величину нагрузки, отнесенную к одному часу непрерывного функционирования коммутационной системы, называют **интенсивностью нагрузки**.

Смысл представленных определений показывает, что говоря о нагрузке при анализе коммутационных систем, как правило, имеют в виду ее интенсивность, т.к. параметры реальных коммутационных систем принято определять относительно одного часа их функционирования.

Сделаем важный вывод: под единицей измерения интенсивности телефонной нагрузки понимают число часозанятий обслуживающих приборов коммутационной системы за 1 час. Данная величина характеризуется внесистемной единицей, получившей название Эрланг по имени основоположника теории телефонных сообщений датского ученого и математика Агнера Эрланга.

$$1 \text{ Эрл} = 1 \text{ часозанятие/час} = 60 \text{ минутозанятие/час.}$$

В соответствии с введенным определением ни один обслуживающий прибор любой коммутационной системы не может обеспечить выполнение интенсивности нагрузки более чем 1 Эрл.

Нагрузка в системах распределения информации подвержена значительным колебаниям, обусловленным изменениями в потребностях информационного обмена пользователей с течением времени. Период суток, равный часу, в течение которого нагрузка принимает наибольшее значение, получил название **часа наибольшей нагрузки** (ЧНН). Поскольку в ЧНН создаются наиболее тяжелые условия работы систем распределения информации (сообщений), то все расчеты для них ведутся только исходя из нагрузок этого часа.

При анализе систем распределения информации (сообщений) различают реальную нагрузку, приходящуюся на один обслуживающий прибор и нагрузку, которая могла бы быть создана, если бы все заявки безусловно были бы обслужены. В связи с этим различают поступающую (Z), исполненную (Y) и потерянную (R) нагрузки.

Поступающей называется такая условная нагрузка, которая могла бы находиться в системе распределения информации (сообщений), если бы каждому поступающему требованию предоставлялся бы свободный и исправный обслуживающий прибор.

Исполненной называется реальная нагрузка, определяемая суммарным временем действительного занятия обслуживающих приборов системы распределения информации (сообщений), обслуживающей поступающий на ее входы поток требований.

Этот вид нагрузки может быть измерен на действующих системах. Относительно коммутационной системы, функционирующей в составе одного или нескольких направлений связи, достаточно в ЧНН определить время занятости каждого обслуживающего прибора в каждом направлении связи, а затем суммировать временные показатели.

Потерянной называется мнимая нагрузка, которая могла бы быть исполнена системой распределения информации (сообщений) за счет заявок, получивших отказ в обслуживании по причине занятости обслуживающих приборов.

2. Способы обслуживания заявок в системах распределения информации

Рассмотрим основные способы обслуживания в коммутационных системах.

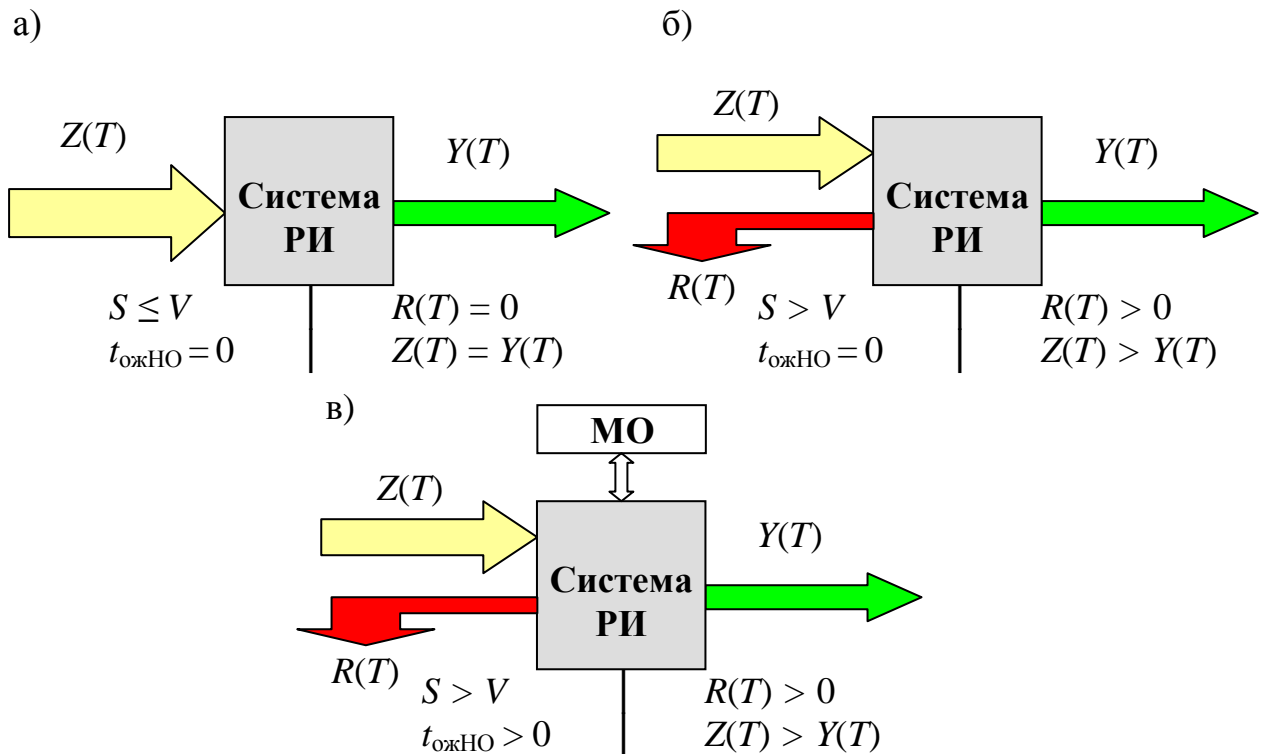


Рис. 2. Модели систем распределения информации (сообщений)

В первом случае (рис. 2.а) количество пользователей коммутационной системы (S) не превышает емкости ее обслуживающих приборов (V). Тогда всякое поступающее в систему требование будет немедленно обслужено. По этой причине требования на организацию сеансов связи в системе распределения сообщений не теряются (потери равны нулю), а величина исполненной нагрузки совпадает с величиной поступающей нагрузки. Рассмотренный способ обслуживания требований, получивший название без потерь и ожидания, в силу низкой эффективности использования обслуживающих приборов системы распределения сообщений в действительности встречается крайне редко.

Во втором случае (рис. 2.б) количество пользователей коммутационной системы превышает емкость ее обслуживающих приборов. Вследствие этого, при отсутствии мест для ожидания начала обслуживания, требование, поступившее в систему в момент, когда все обслуживающие приборы заняты, покидает ее и немедленно теряется. Такой способ обслуживания требований получил название способа обслуживания с потерями. Возвращение потерянных требований в систему распределения информации (сообщений), при необходимости, осуществляется позже, по инициативе источника сообщения, либо автоматически – по критерию, принятому в рамках коммутационной системы.

В последнем случае (рис. 2.в) исходные условия функционирования системы распределения информации (сообщений) идентичны предыдущему варианту, но имеется неограниченное число мест для ожидания начала обслуживания требований. При этом требование, поступившее в систему в момент занятости всех обслуживающих приборов, не теряется, а ставится в бесконечную очередь, из которой оно в последующем изымается и принимается на обслуживание. Такой способ обслуживания требований получил название способа обслуживания с ожиданием. Необходимо отметить, что к данным системам, чаще всего, также предъявляются ограничения к допустимому времени ожидания начала обслуживания требований, к количеству мест для ожидания начала обслуживания требований и др. Алгоритм ее работы состоит в том, что при достижении системой выше установленных ограничительных критериев, возникают события потерь вновь поступающих на обслуживание требований. Вследствие этого такая система распределения информации (сообщений) становится системой с ожиданием и потерями.

3. Качество обслуживания

Под качеством обслуживания систем «с потерями» понимается вероятность исполнения поступающих требований – q (на практике принята и широко используется обратная величина – вероятность потерь по требованиям (вызовам) $p = 1 - q$).

Под качеством обслуживания систем «с ожиданием» понимается вероятность того, что время ожидания начала обслуживания поступающих требований с момента ее поступления не превысит заданной нормированной величины (τ):

$$q = P\{t_{\text{ож}} \leq \tau\}.$$

В практике расчетов также чаще используют обратную величину – $P\{t_{\text{ож}} \leq \tau\} = 1 - q$, определяемую как вероятность задержки в передаче сообщения сверхустановленного норматива. В связи с этим данный показатель часто трактуется как величина условных потерь.

Единицей изменения рассмотренных показателей качества обслуживания требований, как и всякой вероятностной величины, являются десятые, сотые и даже тысячные доли единицы, называемые промилле, которые в международной системе единиц обозначаются как ‰.

4. Методы расчета систем распределения информации

В настоящее время для оценки качества обслуживания требований на организацию сеансов связи при использовании сетью связи методов коммутации физических или логических каналов, наиболее часто применяются:

метод расчета полnodоступных схем при простейшем потоке требований и использовании способа обслуживания «с отказами» - метод Эрланга;

метод расчета полnodоступных схем при примитивном потоке требований и использовании способа обслуживания «с отказами» - метод Энгсета;

метод расчета полnodоступных схем при простейшем потоке требований и использовании способа обслуживания «с ожиданием» - метод Бухмана и др.

Метод Эрланга

Постановка задачи

Рассматриваемая задача заключается в определении одного неизвестного параметра по остальным известным из совокупности:

интенсивности поступающей нагрузки – Z (Эрл);

количества обслуживающих приборов коммутационной системы – V ;

вероятности потерь требований из-за занятости всех обслуживающих приборов коммутационной системы (показатель качества обслуживания) – p .

К условиям применения метода Эрланга и допущениям относятся:

поток заявок, поступающих на группу ОП – простейший;

включение ОП – полnodоступное;

способ обслуживания заявок – с потерями.

Решение задачи

Решение задачи основывается на использовании формулы датского исследователя А. Эрланга, полученной им для определения вероятности занятости x обслуживающих приборов при интенсивности поступающей нагрузки на группу из V обслуживающих приборов – Z .

Эта формула, получившая название первой формулы Эрланга, имеет вид:

$$p = \frac{\frac{Z^V}{V!}}{\sum_{k=0}^V \frac{Z^k}{k!}}.$$

При выполнении практических расчетов можно воспользоваться номограммами или таблицами Эрланга-Пальма.

Таблицы для расчета параметров полnodоступных систем при поступлении простейшего потока вызовов и обслуживании с потерями

$Z = 0,05 \dots 15,0$ Эрл;

$V = 1 \dots 10$

$Z \backslash V$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,05	0476	0012								
0,10	0909	0045	0002							
0,15	1304	0097	0005							
0,20	1667	0164	0011	0001						
0,25	2000	0244	0020	0001						
0,30	2308	0335	0033	0003						
0,35	2593	0434	0050	0004						
0,40	2857	0541	0072	0007	0001					
0,45	3103	0658	0097	0012	0001					

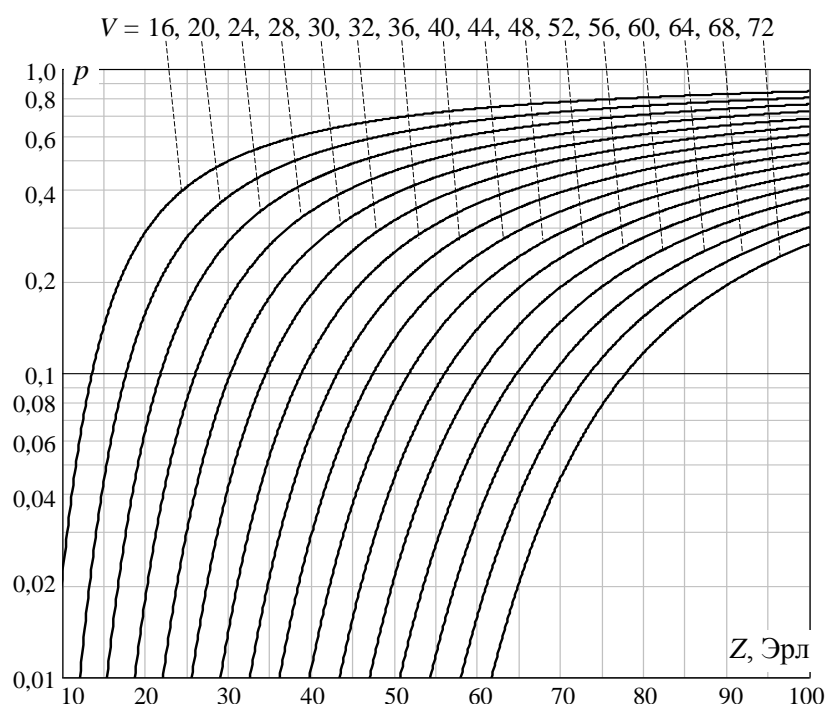


Рис 3. Номограммы для расчета параметров полnodоступных систем при поступлении простейшего потока вызовов и обслуживании с потерями

Метод Бухмана

Постановка задачи

Рассматривается задача определения одного неизвестного параметра по остальным известным из совокупности:

интенсивности нагрузки – Z (Эрл);

количество обслуживающих приборов – V ;

вероятность $p(t_{\text{ож}} > \tau)$ превышения нормированной величины τ максимального времени ожидания начала обслуживания заявок из-за занятости всех обслуживающих приборов (показатель качества обслуживания).

К условиям применимости метода Бухмана относятся:

поток заявок, поступающий на группу обслуживающих приборов – простейший;

включение обслуживающих приборов ОП – полnodоступное;

способ обслуживания заявок – с ожиданием.

Решение задачи

Метод расчета параметров систем распределения информации (сообщений) при обслуживании поступающих требований по способу с ожиданием разработан советским ученым

Бухманом. Метод основывается на определении вероятности превышения времени ожидания $t_{\text{ож}}$ начала обслуживания требований относительно нормированной максимальной величины τ .

Вероятность $p(t_{\text{ож}} > 0)$ образования очереди в системах РИ с ожиданием может быть определена по второй формуле Эрланга:

$$p(t_{\text{ож}} > 0) = \frac{Y^V}{(V-1)! \cdot (V-Y) \left[\sum_{i=0}^{V-1} \frac{Y^i}{i!} + \frac{Y^V}{(V-1)! \cdot (V-Y)} \right]}.$$

Для упрощения проведения инженерных расчетов данное выражение протабулировано. По результатам табуляции составлены расчетные таблицы и номограммы.

Таблицы для расчета параметров полnodоступных систем при поступлении простейшего потока вызовов и обслуживании с ожиданием

$Z = 0,1 \dots 9,0$ Эрл; $V = 1 \dots 10$; $Q = 0$

$Z \backslash V$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,1	1000	0047	0001							
0,5	5000	1000	0151	0018	0001					
0,6	6000	1384	0246	0034	0004					
0,7	7000	1814	0369	0060	0008					
0,8	8000	2285	0520	0095	0014	0001				
0,9	9000	2793	0700	0143	0024	0003				

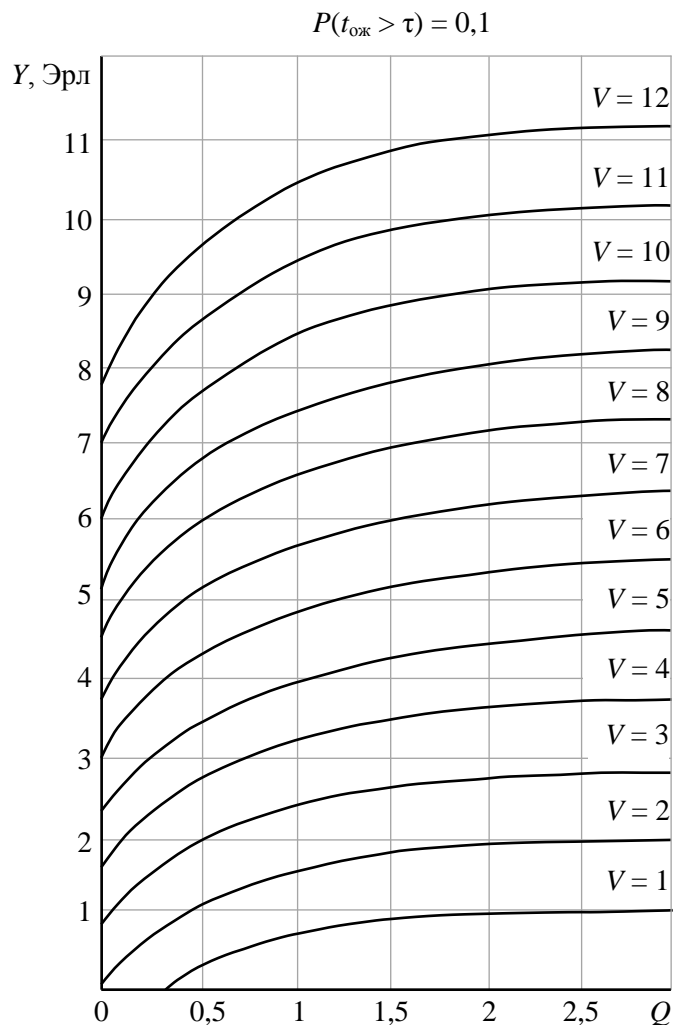


Рис. 4. Номограммы для расчета параметров полnodоступных систем при поступлении простейшего потока вызовов и обслуживании с ожиданием